

文章编号:1003-207(2015)08-0029-10

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2015.08.004

# 稳健非参数 VaR 建模及风险量化研究

解其昌

(山东工商学院经济学院,山东 烟台 264005)

**摘要:**参数 VaR 模型被广泛应用于风险测量中,然而需要给出具体的结构形式,这就容易发生模型错误设定的灾难,使风险计量的精确性易于产生较大偏差。针对参数 VaR 模型的设定误差问题,本文构建了 SQ-ARCH 和 Nop-Quantile 两个非参数 VaR 模型,旨在提高传统风险计量模型的灵活性、稳定性和准确性。采用稳健的分位数回归方法,得到了计算这两个 VaR 模型的具体表达式并给出了模型估计的算法和步骤。Monte Carlo 模拟发现无论模型正确还是错误设定非参数 VaR 模型比参数 ARCH 类 VaR 模型更稳健。此外,把这两个稳健非参数 VaR 模型应用于我国股票市场风险量化的实证分析中。研究结果表明稳健非参数 VaR 模型比参数 ARCH 类 VaR 模型度量风险更准确。

**关键词:**ARCH 模型;非参数 VaR;分位数回归;Monte Carlo 模拟;局部多项式拟合

**中图分类号:**F830.9;F224.7 **文献标识码:**A

## 1 引言

金融风险管理的可靠性和有效性的前提是风险度量的准确性。在金融市场不断发展的过程中,涌现出了各种风险度量技术,其中风险价值(Value-at-Risk,缩写 VaR)是最被广泛接受的风险量化方法之一。VaR 解决了传统风险计量方法所不能处理的各种问题,它一经提出就受到了国际金融界的广泛认可和支持。当前,VaR 已经成为风险量化分析中最基本和使用最广泛的工具并且被誉为风险判断的基准。

VaR 不仅能够把复杂的风险用一个明了的数值来表示而且对不同类型的风险都能度量,为风险管理和交流提供了便捷。尽管 VaR 简单易行,但是对于高置信水平上的风险测量,其仍然面临着许多挑战,例如精确性和稳健性。早期 VaR 的计算原理是基于正态分布假设下收益损失参数分布的估计,但是大量实践经验表明金融时间序列数据往往不服从正态分布<sup>[1-3]</sup>。于是许多学者开始尝试使用各种非正态参数分布来描述样本的非正态现象<sup>[4-7]</sup>。然

而面对瞬息万变的金融市场环境,使用这些假定的理论参数分布来刻画实际资产收益状况必然存在较大偏差。

传统风险计量方法局限于金融资产波动率为一个恒定的常数体系下,但是后来研究发现表示不确定性和风险的方差是随时间变化的,这使得传统风险计量模型关于独立同方差的假设已不适用于描述金融资产的运动规律<sup>[1-2]</sup>。于是,以时变波动为基础的参数 VaR 建模开始受到关注。最为广泛使用且影响深远的就是 ARCH 模型<sup>[8]</sup>和 GARCH 模型<sup>[9]</sup>。从此,以 ARCH 类模型为基础并采用假定的资产收益分布对 VaR 进行建模和估计,掀开了 VaR 研究的新篇章<sup>[10-17]</sup>。但该类模型中把金融资产收益和波动过程表示为确定性的函数关系却不能从理论上得到严格的证实。

基于 ARCH 类的 VaR 模型以参数建模理论为核心,使用参数 VaR 测量风险的好处就是容易解释,但是它们最大的问题是存在模型设定误差。这是因为参数模型只有有限个参数为其未知量,需要指定模型结构的具体形式。不言而喻,复杂的样本数据很难找到适合的参数模型来拟合。不仅如此,在实践应用中,模型的函数形式几乎很难确定,所以应用参数方法得到的结果或许存在一定的预测能力,却很容易导致较大误差和错误结论。虽然一些学者开始采用非参数方法对 VaR 进行建模和估计,

收稿日期:2013-05-22; 修订日期:2015-01-13

基金项目:国家社会科学基金资助项目(14BJY180);山东省自然科学基金青年项目(ZR2014GQ009)

作者简介:解其昌(1983-),男(汉族),天津人,山东工商学院经济学院,博士,讲师,研究方向:金融风险、金融计量。

例如 Dowd<sup>[18]</sup>的样本分位数技术、Scaillet<sup>[19]</sup>, Chen Songxi 和 Tang Chengyong<sup>[20]</sup> 以及叶五一等<sup>[21]</sup> 的非参数核估计、Cai Zongwu 和 Wang Xian<sup>[22]</sup> 的加权双核局部线性回归方法以及赵晓玲等<sup>[23]</sup> 的非参数 VaR 和 ES 方法,但是它们都是从 VaR 的基本定义出发,静态地估计出了 VaR 的平均现值,不能描绘出风险变化的动态特征。此外,这些方法对 VaR 的估计也不够稳健,估计值容易受样本分布影响。

同时,使用参数 VaR 测量风险常被忽略的一个问题就是不灵活性。这是因为对于不同的样本或样本容量,参数 VaR 模型常采用相同的模型结构来度量风险,其方法比较单一并缺乏足够的理论支撑;即使采用不同的模型结构来测量风险也需要重新对模型结构进行设定,从而增加了理解与计算上的困难。

另一个值得关注的问题是现存参考文献更多的是检验 VaR 计量风险的准确性,然而关于它的稳健性质研究常常被忽略,这对于突发金融事件的风险分析极其重要。稳健的 VaR 模型不受异常观测样本影响,能够对风险的大小做出合理评估;而非稳健的 VaR 模型却很容易受异常观测样本干扰,对风险产生过高或过低的评估。

鉴于此,如何克服参数 VaR 建模的设定不足,提高风险计量的灵活性、稳定性和准确性是本文研究的出发点。我们考虑 VaR 的非参数建模及其稳健估计,提出了 SQ-ARCH 和 Nop-Quantile 两个非参数模型来计算 VaR,第一个模型带有 ARCH 效应,以刻画波动的时变特征,第二个模型直接使用非参数理论来构建 VaR。这两个模型的优点是一方面无需设定它们的具体形式极大地提高了模型的自由性和灵活性;另一方面它们允许大范围数据存在相依性,这对于相互关联的金融时间序列数据来说尤为适用。此外,采用稳健的分位数回归技术,推导出了这两个模型估算 VaR 的精确表达式。特别,对比传统的 VaR 估计方法来说,不需要对我们的模型分布进行任何假设就可以直接进行回归和计量分析,因而能够有效地解决参数模型分布设定所引起的误偏问题。同时,针对这两个非参数模型,文中给出了使用它们估计 VaR 值的两阶段计算步骤和局部线性分位数估计程序。通过 Monte Carlo 模拟,检验了这两个非参数模型预测 VaR 的有限样本性质。模拟结果表明无论模型正确设定还是错误设定,我们的非参数 VaR 模型比参数 ARCH 类 VaR 模型稳健,计量风险的精确性相对稳定。此外,把这两个稳健非参数 VaR 模型及其参数 ARCH 类 VaR

模型应用于我国股票市场风险度量的实证研究中。通过易变性和精确性检验,实证结果显示稳健非参数 VaR 模型比参数 ARCH 类 VaR 模型计量风险更准确。

## 2 稳健非参 VaR 模型

(1)构建 SQ-ARCH 模型:

让我们介绍第一个模型:

$$y_t = m(x_t) + u_t \tag{1}$$

且误差项  $u_t$  满足:

$$u_t = (\gamma_0 + \gamma_1 |u_{t-1}| + \dots + \gamma_q |u_{t-q}|)\epsilon_t \tag{2}$$

其中  $y_t \in \mathfrak{R}^1$  是被解释变量,  $x_t = (x_{t1}, \dots, x_{td})^T \in \mathfrak{R}^d$  为解释变量,“T”是转置运算,  $m(\cdot)$  是一个未知的  $d$  元光滑函数,  $\gamma_0 > 0$  和  $(\gamma_1, \dots, \gamma_q)^T \in \mathfrak{R}^q$  为待估参数以及  $\epsilon_t$  表示具有有限方差且均值等于 0 的独立同分布随机变量。由方程(1)和(2)的模型结构可以看出,该方程组包含了非参数和参数两个部分,因此从整体上可以把它们视为一个半参数回归模型。为了便于表述,我们把方程(1)和(2)记为 SQ-ARCH 模型。需要说明的是该模型的波动方程(2)与 Engle<sup>[8]</sup> 的波动方程相似,已被 Koenker 和 Zhao Quanshui<sup>[24]</sup> 以及 Wu Guojun 和 Xiao Zhijie<sup>[25]</sup> 用于风险量化中。

(2)推导 SQ-ARCH VaR 表达式:

定义  $\mathfrak{F}_{t-1}$  为  $t-1$  时刻的信息集,且使  $x_t \in \mathfrak{F}_{t-1}$ 。在 SQ-ARCH 模型中,通常  $x_t$  包含因变量  $y_t$  的滞后值以及一些其它的外生变量,例如  $x_t$  可以表示为  $x_t = (1, y_{t-1}, \dots, y_{t-p}, z_{1t}, \dots, z_{lt})^T$  这里  $1 + p + l = d$  且  $z_{it}$  是一些外生解释变量。

在给定信息集  $\mathfrak{F}_{t-1}$  上,模型(1)和(2)中因变量  $y_t$  的第  $\tau$  个条件分位数为:

$$Q_\tau(y_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = m(x_t) + Q_\tau(u_t | \mathfrak{F}_{t-1}) \tag{3}$$

其中  $Q_\tau(y_t | \mathfrak{F}_{t-1})$  和  $Q_\tau(u_t | \mathfrak{F}_{t-1})$  分别是  $y_t$  和  $u_t$  的第  $\tau$  个条件分位点。定义向量  $W_t = (1, |u_{t-1}|, \dots, |u_{t-q}|)^T$ , 则  $Q_\tau(u_t | \mathfrak{F}_{t-1})$  可以用矩阵表示为:

$$Q_\tau(u_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = \gamma^T(\tau)W_t = (\gamma_0 Q_\tau(\epsilon_t), \gamma_1 Q_\tau(\epsilon_t), \dots, \gamma_q Q_\tau(\epsilon_t))W_t \tag{4}$$

这里  $Q_\tau(\epsilon_t) = F_\epsilon^{-1}(\tau)$  是  $\epsilon$  的第  $\tau$  个分位点。根据 VaR 的定义知在信息集  $\mathfrak{F}_{t-1}$  上,  $y_t$  的 VaR 为:

$$prob(y_t < -VaR_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = \tau \tag{5}$$

其中  $prob(\cdot)$  表示概率运算。方程(5)意味着被解释变量  $y_t$  的 VaR 值等价于它的  $\tau$  分位点负值。于是,由式(3)、(4)和(5),我们自然可以推导出,在

置信水平为  $1 - \tau$  上,  $y_t$  的 VaR 等于:

$$\text{VaR}_t(\tau) = -m(x_t) - \gamma^T(\tau)W_t \quad (6)$$

(3)设计 SQ-ARCH VaR 估计步骤:

从表达式(6)可以看出,计算 VaR 需要估计出未知量  $m(\cdot)$  和  $\gamma(\tau)$ 。由于  $W_t$  包含误差滞后项,因此不能直接进行回归来得到  $m(\cdot)$  和  $\gamma(\tau)$  的估计值。为此,我们建议一个两阶段程序来估计式(6)。

具体来说,第一阶段,首先在  $x_t$  邻域内的任意一点  $x_0$ , 对未知函数  $m(x_t)$  进行 Taylor 近似:

$$m(x_t) \approx \beta_0 + \beta_1(x_t - x_0) \quad (7)$$

其中  $\beta_0 = m(x_0)$  和  $\beta_1 = m^{(1)}(x_0)$ 。因为只需要函数  $m(\cdot)$  的自身估计值,所以在式(7)中使用  $m(x_t)$  的一阶 Taylor 近似足以并且能够容易满足理论条件。其次,对于给定的观测样本  $(Y_t, X_t) \in (y_t, x_t), t = 1, \dots, n$ , 采用局部线性最小二乘法估计参数  $\beta_0$  和  $\beta_1$ , 即:

$$\min_{\beta_0, \beta_1} \sum_{t=1}^n (Y_t - \beta_0 - \beta_1(X_t - x_0))^2 K_h(X_t - x_0) \quad (8)$$

这里  $K_h(\cdot) = K(\cdot/h)/h$ 、 $h$  是窗宽参数且  $K(\cdot)$  定义为核函数。通过解方程(8),我们就可以得到  $\beta_0 = m(x_0)$  的估计值  $\hat{\beta}_0 = \hat{m}(x_0)$ 。进而,当令  $x_0$  等于  $X_t$  时,那么可以直接得出  $m(\cdot)$  在  $X_t$  上的估计  $\hat{m}(X_t)$ 。最后,计算出残差  $\hat{u}_t = Y_t - \hat{m}(X_t)$  及其滞后值估计  $\hat{u}_{t-k}, k = 1, \dots, q$ 。

第二阶段,在  $W_t$  中,使用残差滞后值  $\hat{u}_{t-k}$  来代替  $u_{t-k}$ , 得出  $\hat{W}_t = (1, |\hat{u}_{t-1}|, \dots, |\hat{u}_{t-q}|)^T$ 。接着,用  $\hat{u}_t$  代替  $u_t$  并应用线性分位数技术对  $\hat{W}_t$  进行回归,获得参数  $\gamma(\tau)$  的估计值  $\hat{\gamma}(\tau)$ :

$$\hat{\gamma}(\tau) = \underset{\gamma(\tau)}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \rho_\tau(\hat{u}_t - \gamma^T(\tau)\hat{W}_t) \quad (9)$$

这样,把  $\hat{m}(X_t)$ 、 $\hat{\gamma}(\tau)$  和  $\hat{W}_t$  代入到式(6)中即可得到,在  $1 - \tau$  置信水平上, VaR 的估计:

$$\hat{\text{VaR}}_t(\tau) = -\hat{m}(X_t) - \hat{\gamma}^T(\tau)\hat{W}_t \quad (10)$$

(4)构建 Nop-Quantile 模型:

第二个模型不含有任何未知参数直接对 VaR 进行非参数建模。因为非参数模型结构简单表明了且使用相同的函数来模拟不同的样本,在实际应用中容易理解和掌握,所以采用非参数函数来构建 VaR 模型,更具实际意义。换言之,它可以根据风险测量需求且不需要重新设定模型结构就可以直接用来计算 VaR, 具有极大的灵活性却又不失有效

性。这个模型为:

$$y_t = m(x_t) + e_t \quad (11)$$

这里  $y_t \in \mathfrak{R}^1$  是被解释变量、 $x_t = (x_{t1}, \dots, x_{td})^T \in \mathfrak{R}^d$  为解释变量、 $m(\cdot)$  是一个未知的  $d$  元函数以及  $e_t$  是随机误差项。为了方便标记,我们把式(11)命名为 Nop-Quantile 模型。

(5)推导 Nop-Quantile VaR 表达式:

$$\text{在 } t-1 \text{ 时刻的信息集 } \mathfrak{F}_{t-1} \text{ 上, } y_t \text{ 的 } \tau \text{ 分位数为} \\ Q_\tau(y_t | \mathfrak{F}_{t-1}) = m(x_t) + Q_\tau(e_t) \quad (12)$$

这里  $Q_\tau(e_t) = F_e^{-1}(\tau)$  是  $e$  的  $\tau$  分位点。由于  $y_t$  的 VaR 值等价于它的  $\tau$  分位值的相反数,所以在置信水平为  $1 - \tau$  上,  $y_t$  的 VaR 等于:

$$\text{VaR}_t(\tau) = -m(x_t) - Q_\tau(e_t) \quad (13)$$

(6)设计 Nop-Quantile VaR 估计步骤:

从式(13)知要得到 VaR 的估计就需要计算出  $m(x_t)$  和  $Q_\tau(e_t)$ , 这里我们使用局部线性非参分位数回归方法来估量它们。详细来说:首先,在  $x_t$  邻域内的任意一点  $x_0$  上对  $m(x_t)$  进行一阶 Taylor 近似:

$$m(x_t) \approx \beta_0 + \beta_1(x_t - x_0) \quad (14)$$

其中  $\beta_0 = m(x_0)$  和  $\beta_1 = m^{(1)}(x_0)$ 。与式(7)一样,因为只需要函数  $m(\cdot)$  的自身估计值,所以仅需要它的一阶 Taylor 近似即可。若使  $\beta_0(\tau) = \beta_0 + Q_\tau(e_t)$  以及  $\beta_1(\tau) = \beta_1 = m^{(1)}(x_0)$ , 则局部线性非参分位数估计为如下极小化目标函数:

$$\min_{\beta_0(\tau), \beta_1(\tau)} \sum_{t=1}^n \rho_\tau(Y_t - \beta_0(\tau) - \beta_1(\tau)(X_t - x_0)) K_h(X_t - x_0) \quad (15)$$

其中  $\rho_\tau(t) = t(\tau - I(t < 0))$  为处罚函数,  $h$  为窗宽参数、 $K_h(\cdot) = K(\cdot/h)/h$  且  $K(\cdot)$  是核函数。其次,如果取  $x_0$  值为  $t$  时刻的设计值  $X_t$ , 则由式(15)直接得出  $\beta_0(\tau) = m(X_t) + Q_\tau(e_t)$  的估计  $\hat{\beta}_0(\tau) = \hat{m}(X_t) + \hat{Q}_\tau(e_t)$ 。最后,把  $\hat{\beta}_0(\tau)$  的估计  $\hat{\beta}_0(\tau)$  代入到式(13)中,即可以得到  $1 - \tau$  置信水平上的 VaR 估计:

$$\hat{\text{VaR}}_t(\tau) = -\hat{\beta}_0(\tau) = -\hat{m}(X_t) - \hat{Q}_\tau(e_t) \quad (16)$$

可以发现,使用局部线性非参分位数方法估计 VaR 值的好处是不仅不需要指定函数  $m(\cdot)$  的具体形式也无需对误差项具体分布形态做任何规定。从理论上说,该模型不但可以更好的拟合出样本分布,刻画出金融数据的“尖峰厚尾”和“波动聚集”的特征,还能够避免模型错误设定问题,有效地提高了 VaR 的估计精度。

在非参 VaR 估计中,我们需要选择核函数  $K(\cdot)$  以及窗宽参数  $h$ 。本文采用 Epanechnikov 核  $K(u) = 0.75(1 - u^2)I(|u| \leq 1)$  [26], 这里  $I(\cdot)$  为示性函数。在估计 SQ-ARCH 模型时,我们使用 Fan Jianqing 和 Gijbels [26] 提出的数据驱动(data-driven)窗宽选择方法。同时,在计算 Nop-Quantile 模型时,我们采用 Yu Keming 和 Jones [27] 建议的“Plug In”窗宽选择方法。

### 3 Monte Carlo 模拟

本节使用 Monte Carlo 模拟法检验稳健非参 VaR 模型的有限样本性质。考察如下两个模型的数据生成过程(DGP):

模型 1:

$$r_t = 0.5r_{t-1} + \epsilon_t; \epsilon_t = \sigma_t u_t$$

$$\sigma_t^2 = 1 + 0.5\epsilon_{t-1}^2 + \gamma\sigma_{t-1}^2$$

模型 2:

$$r_t = \cos(1.2r_{t-1}) / (0.9 + r_{t-1}^2) + \epsilon_t; \epsilon_t = \sigma_t u_t$$

$$\sigma_t^2 = 1 + 0.5\epsilon_{t-1}^2 + \gamma\sigma_{t-1}^2$$

在上述数据生成过程中,模型 1 和模型 2 分别来自于线性和非线性的 ARCH 类模型,其中两个模型中的参数  $\gamma$  控制着生成样本的 ARCH 效应。进一步,构造如下的六个 DGP:(1)DGP1:  $u_t \sim N(0, 1)$  且  $\gamma = 0$ ; (2)DGP2:  $u_t \sim t(4)$  且  $\gamma = 0$ ; (3)DGP3:  $u_t \sim \chi^2(2) - \Gamma(2, 1)$  且  $\gamma = 0$ ; (4)DGP4:  $u_t \sim N(0, 1)$  且  $\gamma = 0.5$ ; (5)DGP5:  $u_t \sim t(4)$  且  $\gamma = 0.5$ ; (6)DGP6:  $u_t \sim \chi^2(2) - \Gamma(2, 1)$  且  $\gamma = 0.5$ 。

在 DGP1-DGP3 中,  $\gamma = 0$  使样本获得 ARCH 效应;在 DGP4-DGP6 中,  $\gamma = 0.5$  使样本产生 GARCH 效应。同时,DGP1 和 DGP4 中  $u_t$  服从标准正态分布;DGP2 与 DGP5 的  $u_t$  是自由度为 4 的  $t$  分布,它比标准正态分布拥有更厚重的尾部;DGP3 和 DGP6 表示自由度为 2 的卡方分布与形状参数(Shape)等于 2 和尺度参数(Scale)为 1 的 Gamma 分布差的分布,该分布是非对称的。

对于 VaR 的建模方面,我们考察如下的六个 VaR 模型:

VaR1: RiskMetrics

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + \epsilon_t \\ \epsilon_t = u_t \sigma_t \\ \sigma_t^2 = (1 - \lambda)\epsilon_t^2 + \lambda\sigma_{t-1}^2 \end{cases}$$

其中  $r_t$  表示均值为  $\mu_t$  和标准差等于  $\sigma_t$  的收益率,  $\epsilon_t$  是随机误差项,  $u_t$  为服从标准正态分布的随机变量以及  $\lambda$  代表取值为 0.94 的衰减因子。

VaR2: t-GARCH(1,1)

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + r_{t-1} + \epsilon_t \\ \epsilon_t = u_t \sigma_t \\ \sigma_t^2 = \omega + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 \end{cases}$$

这里  $r_t$  表示均值为  $\mu_t$  和标准差等于  $\sigma_t$  的收益率,  $\epsilon_t$  是随机误差项,  $\omega, \alpha_1$  和  $\beta_1$  定义为待估参数以及  $u_t$  是服从  $t$  分布的随机变量。

VaR3: Skewed-t-APARCH(1,1)

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + r_{t-1} + \epsilon_t \\ \epsilon_t = u_t \sigma_t \\ \sigma_t^\delta = \omega + \beta_1 \sigma_{t-1}^\delta + \alpha_1 (|\epsilon_{t-1}| - \gamma_1 \epsilon_{t-1}) \delta \end{cases}$$

其中  $r_t$  表示均值为  $\mu_t$  和标准差等于  $\sigma_t$  的收益率,  $\epsilon_t$  是随机误差项,  $\omega, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  和  $\delta(\delta > 0)$  均为待估参数以及  $u_t$  是服从 Skewed- $t$  分布的随机变量。

VaR4: Quantile-ARCH(1)

$$\begin{cases} r_t = \mu_t + r_{t-1} + u_t \\ u_t = (\gamma_0 + \gamma_1 |u_{t-1}|) \epsilon_t \end{cases}$$

这里  $\mu_t$  和  $\sigma_t$  分别定义为收益率  $r_t$  的均值和方差,  $\gamma_0$  和  $\gamma_1$  是待估参数以及  $\epsilon_t$  表示具有有限方差且均值等于 0 的独立同分布随机变量。

VaR5: Nop-Quantile

$$r_t = m(r_{t-1}) + u_t$$

这里  $r_t$  是收益率,  $m(\cdot)$  是存在一阶导数的未知光滑函数以及  $u_t$  为随机误差。

VaR6: SQ-ARCH(1)

$$\begin{cases} r_t = m(r_{t-1}) + u_t \\ u_t = (\gamma_0 + \gamma_1 |u_{t-1}|) \epsilon_t \end{cases}$$

其中  $r_t$  代表收益率,  $m(\cdot)$  为存在一阶导数的未知光滑函数,  $\gamma_0$  和  $\gamma_1$  是待估参数以及  $\epsilon_t$  定义为具有有限方差且均值等于 0 的独立同分布随机变量。

在实验过程中,样本容量设计为 1250 个观测值并且仿真的执行次数为 1000 次。此外,我们采用移动视窗(moving window)的方法 [28], 以 250 个观测值作为一个历史资料视窗,连续做移动以预测样本外各期的风险价值。之所以使用 250 个样本作为视窗,是因为这个容量在实际中非常近似金融机构一年的资产交易次数并且包含了用来模型估计的足够样本信息。这样,对于每一个模型,我们在每次实验中都会得到 1001 个预测的风险价值。同时,在计算 VaR 时,出于现实应用的目的,这里把置信水平取定为 99%。

为了考察每个模型预测的优劣性,我们采用例外值(Violations)作为评价准则。例外值的计算需

要比较最后 1000 个观测值与前 1000 个 VaR 预测值的大小,并把其中样本实际损失大于 VaR 值的次数记为一次模拟实验例外值的大小。由于模拟的次数为 1000 次,所以我们将得到每一个 DGP 的 1000 个例外值。显然,最理想的例外值数目为 10。表 1 和 2 分别给出了使用 VaR1, ..., VaR6 计算模型 1 和 2 例外值的误偏绝对值(模拟例外值的均值减去 10 后的绝对值)。不言而喻,误偏绝对值越小,实际计算的例外值越接近理想值,模型预测的精度也就越准确。

从表 1 可以看出对于线性模型 1 来说, VaR1 计算出的误偏绝对值最大以及 VaR2 得到的误偏绝对值最小; VaR3 与 VaR2 比较接近,并且当误差服从非对称分布时 VaR3 略好于 VaR2; VaR4、VaR5 和 VaR6 计算的误偏绝对值波动较小且比较稳定,它们很少受到误差分布的影响。同时, VaR4、VaR5 和 VaR6 计算的误偏绝对值相差不是很大。由于模型 1 是线性模型,所以 VaR4 计算的 VaR 准确度稍好于 VaR5 和 VaR6。

表 1 模型 1 的误偏绝对值统计

| DGP  | VaR1 | VaR2 | VaR3 | VaR4 | VaR5 | VaR6 |
|------|------|------|------|------|------|------|
| DGP1 | 8.9  | 2.4  | 2.6  | 2.9  | 3.9  | 3.6  |
| DGP2 | 9.4  | 3.1  | 3.5  | 3.2  | 3.4  | 3.8  |
| DGP3 | 10.1 | 3.4  | 3.3  | 3.4  | 4.0  | 4.1  |
| DGP4 | 9.2  | 2.6  | 2.9  | 3.3  | 3.8  | 4.0  |
| DGP5 | 9.6  | 3.2  | 3.8  | 3.6  | 4.2  | 4.3  |
| DGP6 | 10.1 | 3.6  | 3.4  | 3.7  | 4.4  | 4.5  |

表 2 模型 2 的误偏绝对值统计

| DGP  | VaR1 | VaR2 | VaR3 | VaR4 | VaR5 | VaR6 |
|------|------|------|------|------|------|------|
| DGP1 | 10.1 | 7.2  | 7.6  | 7.8  | 4.5  | 4.0  |
| DGP2 | 12.6 | 6.7  | 7.1  | 7.4  | 4.7  | 4.2  |
| DGP3 | 11.3 | 6.2  | 7.7  | 7.9  | 4.7  | 4.5  |
| DGP4 | 10.8 | 5.4  | 6.8  | 7.0  | 4.6  | 4.6  |
| DGP5 | 13.4 | 6.9  | 7.3  | 7.9  | 4.8  | 4.8  |
| DGP6 | 12.7 | 7.6  | 7.9  | 8.4  | 4.9  | 5.1  |

对于非线性模型 2,表 2 清晰的描述出了采用非参数稳健 VaR 模型所得到的误偏绝对值要显著地小于使用参数 VaR 模型的误偏绝对值。在上述六个 VaR 模型中, VaR6 误偏绝对值最小,接着是 VaR5,它们的误偏绝对值比较接近且与线性模型 1 时的计算结果相差不是很大,非常稳定;由于存在模型设定误差,所以 VaR4 计算的模型 2 误偏绝对值明显比模型 1 时的结果变大了很多,但是对于相同的模型来说无论误差分布如何,它所得到的误偏绝对值都比较稳定。这些结论再次证明了基于分位数

回归的 VaR 更稳健。同样,因为模型存在设定误差, VaR2 和 VaR3 计算的误偏绝对值比不存在模型设定误差时的情况增大了很多,预测结果不是很理想;最后, VaR1 的误偏绝对值依旧是最大的,它的预测效果最差。

#### 4 实证研究

本节应用前面建立的非参数 VaR 模型研究我国金融市场的风险状况。采用的是 2008 年 6 月 1 日~2011 年 6 月 30 日上证综合指数日收盘价格指数,样本容量为 751 个。数据来源于 yahoo 网站的金融历史数据库,把每日收盘价格  $P_t$  转化为对数收益率  $r_t = 100 * (\ln(P_t/P_{t-1}))$ 。这样,计算出的收益率为 750 个。实证结果由 R 3.02 编程计算所得。

为了对风险进行全面度量,我们继续采用移动视窗方法并把样本期分为模型估计的样本内期间和 VaR 预测的样本外期间两个阶段,其中 2010 年 6 月 18 日之前为样本内期间且之后为样本外期间。在样本内期间中,分别以  $H=125$  天、 $H=250$  天和  $H=500$  天为历史资料视窗来估计模型,然后不断向外移动视窗以计算出样本外各期的风险价值。各期收益率统计特征由表 3 给出。

正如表 3 所示:上证综合指数收益率在各期阶段内的标准差较高,说明股市波动较大,发生风险的程度较高。事实上,在该样本时期内爆发了全球性的次贷危机。进一步,各期间内收益率序列均呈现左偏形态(偏度系数都为负)并且存在明显的“尖峰厚尾”特征(峰度系数均大于 3)。此外,根据 Jarque-Bera 的正态性检验结果可以看出,除去样本期间  $H=125$  天外,对于显著水平  $\alpha = 0.01$ ,都有  $P < \alpha$ ,表明 J-B 统计量拒绝收益率服从正态分布的原假设。

表 3 收益率在样本期间内及样本期间外数据统计

| 统计量    | 样本期间内天数 |         | 样本期间外天数 |         |
|--------|---------|---------|---------|---------|
|        | H=125 天 | H=250 天 | H=500 天 | H=250 天 |
| 容量     |         |         |         |         |
| 平均值    | -0.182  | -0.031  | -0.058  | 0.026   |
| 标准差    | 1.458   | 1.737   | 2.173   | 1.257   |
| 偏度系数   | -0.567  | -0.741  | -0.124  | -0.563  |
| 峰度系数   | 4.255   | 4.695   | 4.699   | 4.524   |
| J-BP 值 | 0.001   | 0.000   | 0.000   | 0.000   |

我们继续采用上节提到的六个模型来估计 VaR 并把它们依次简记为 VaR1, ..., VaR6。以箱线图形式,图 1 和图 2 分别演示出这六个模型在置信水平为 99% 和 95% 时的 VaR 值。由 VaR 定义知,随着置信水平的降低, VaR 的预测区间和估计

值也会相应减小。从图 1 和图 2 可以看出我们计算出的 VaR 值基本与上述结论相一致。对后三个模型来说,它们在不同长度历史视窗下所计算出的 VaR 值波动幅度较大,这意味着该三个模型对样本

期间的数据特征和数量较为敏感,能够及时反映出样本数据所蕴含的信息。在相同置信水平和不同长度视窗下,由前三个模型估计的 VaR 中值变化不明显,而后三个模型变化比较显著。

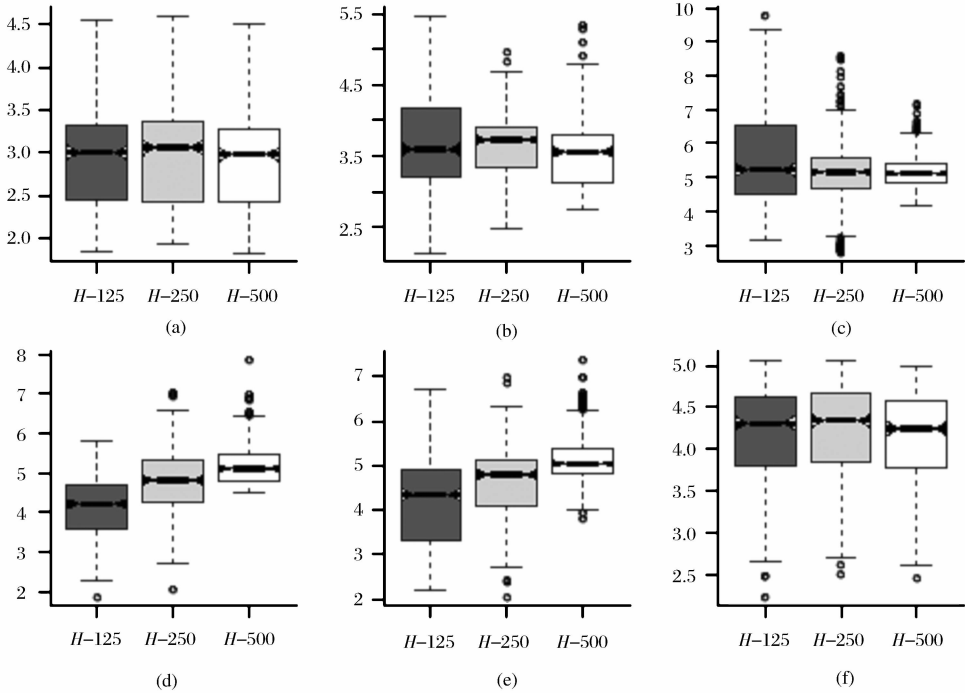


图 1 置信水平为 99%时的 VaR 估计

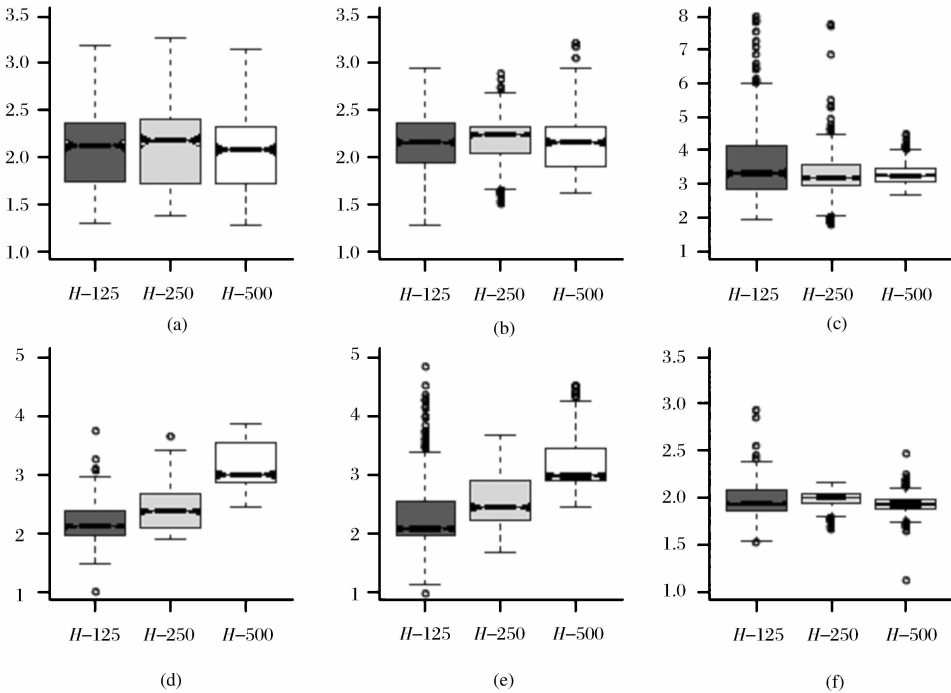


图 2 置信水平为 95%时的 VaR 估计

注:图中,箱体的顶部和底部分别由 VaR 值的上下四分位数确定且中间的粗线为其中位数。箱体上下端延伸出的垂直部分表示 1.5 倍四分位数间距。溢出 1.5 倍四分位数间距范围的 VaR 视为异常 VaR 值点,用“。”表示。

接下来,我们分别对前面六个模型计算的 VaR 值进行后验测试(Backtesting)。采用均值平方根相对误差<sup>[29]</sup>(RMSRB)以及失败率<sup>[30]</sup> $p = N/T$  检验技术来评估 VaR 的易变性和精确性,这里  $N$  是失败天数和  $T$  是考察天数。

在不同置信水平和视窗下,各 VaR 均值平方根相对误差统计结果见表 4。从表中数据可以发现,在 99% 置信水平上,各模型计算的 RMSRB 存在明显区别,其中由模型 1 得到的 RMSRB 普遍大于其它模型,而模型 6 相对小于其它模型,说明这些模型对风险估计的差异较大,且模型 1 计算的风险值远离全体风险值的平均水平,而模型 6 正好相反;对于 95% 置信水平来说,相对较大和较小的 RMSRB 值分别来源于模型 3 和模型 4,暗示着模型 3 在该置信水平上计量风险最为保守,而模型 4 与其相对;综合来看,模型 1,2 和 4 估计的 RMSRB 依置信水平的升高而不断增加,其保守性逐渐增强,而模型 3,5 和 6 的 RMSRB 逐步减小,保守性不断变弱;在同一置信水平上,模型 3 的 RMSRB 随着视窗长度的增加,变化最大,其保守性严重依赖于视窗长度。

表 4 不同置信水平上 VaR 的均值平方根相对误差

| RMSRB | $\alpha=99\%$ |        |        | $\alpha=95\%$ |        |        |
|-------|---------------|--------|--------|---------------|--------|--------|
|       | H=125         | H=250  | H=500  | H=125         | H=250  | H=500  |
| VaR1  | 0.3031        | 0.3083 | 0.3470 | 0.1899        | 0.1532 | 0.2363 |
| VaR2  | 0.1856        | 0.1636 | 0.1933 | 0.1609        | 0.1151 | 0.1844 |
| VaR3  | 0.4372        | 0.2698 | 0.1973 | 0.6026        | 0.3781 | 0.2734 |
| VaR4  | 0.1433        | 0.1908 | 0.2304 | 0.1535        | 0.0858 | 0.2083 |
| VaR5  | 0.1869        | 0.1684 | 0.2162 | 0.2088        | 0.1169 | 0.2316 |
| VaR6  | 0.1535        | 0.1525 | 0.1498 | 0.1936        | 0.1974 | 0.2674 |

表 5 不同置信水平上 VaR 的失败率

| N/T  | $\alpha=99\%$ |       |       | $\alpha=95\%$ |       |       |
|------|---------------|-------|-------|---------------|-------|-------|
|      | H=125         | H=250 | H=500 | H=125         | H=250 | H=500 |
| VaR1 | 0.028         | 0.020 | 0.028 | 0.052         | 0.051 | 0.052 |
| VaR2 | 0.018         | 0.014 | 0.016 | 0.047         | 0.049 | 0.046 |
| VaR3 | 0.004         | 0.008 | 0.005 | 0.045         | 0.043 | 0.042 |
| VaR4 | 0.013         | 0.009 | 0.007 | 0.052         | 0.049 | 0.045 |
| VaR5 | 0.012         | 0.008 | 0.007 | 0.051         | 0.048 | 0.046 |
| VaR6 | 0.011         | 0.010 | 0.011 | 0.053         | 0.049 | 0.051 |

下面使用失败检验法来评价各模型度量 VaR 的准确性,这里继续考察 99% 和 95% 两个置信水平上的情形。在不同视窗下,表 5 给出了失败法检验 VaR 的结果。由表中数据可以看出,无论在某一置信水平上,根据模型 4,5 和 6 计算出的失败率  $N/T$  值平均来说最接近于它们各自所对应的左尾概率值  $1 - \alpha$ ,表明应用该三种模型估计 VaR 较为准确。

在 99% 置信水平上, VaR1 的失败率与其基准失败率(左尾概率 1%) 相差最大,显然它的准确性最差且过度低估了风险,而 VaR6 却相反,因为它的失败率与基准失败率误差最小,显示出最优的准确性特征;值得注意的是在  $H=250$  时, VaR6 的失败率与基准失败率相等,计量风险最准确。在 95% 置信水平上, VaR3 的失败率显著低于基准失败率(左尾概率 5%),表现的过于保守,而 VaR6 在这个置信水平上表现依旧是最出色的。根据大样本统计理论,估计量的有效性会随着样本数目的增加而提高,所以理论上来说实际失败率也将会遵循视窗长度  $H$  的增大而更接近于基准失败率。然而从表中的数据来看并没有得出与上述理论完全相一致的结论。相对于另两个视窗,各 VaR 模型在视窗长度  $H=250$  时所计算出的失败率与基准失败率误差最小。此外,在计算 VaR1、VaR2 和 VaR3 时,由于假定了收益率的分布形态,而这些人为指定的分布自然会与实际分布存在误差,因此导致了它们在各视窗长度是否影响失败率与基准失败率的偏差方面并没有获得统一结果。然而,对于模型 VaR4、VaR5 和 VaR6,我们发现在视窗长度  $H=125$  和  $H=250$  时所计算出的失败率与基准失败率的误差均低于视窗  $H=500$ 。最后,无论在高还是低置信水平上,稳健统计模型 4 估计 VaR 的精确度要低于模型 5 和 6,这是因为模型 4 来源于参数模型体系而模型 5 和 6 采用了非参数建模技术,有效地提高了模型对样本的拟合性,进而增加了风险测量的精度。

表 6 不同置信水平上 VaR 的 LR 检验

| 模型   | $\alpha=99\%$ |         |         | $\alpha=95\%$ |         |         |
|------|---------------|---------|---------|---------------|---------|---------|
|      | H=125         | H=250   | H=500   | H=125         | H=250   | H=500   |
| VaR1 | 5.497         | 1.957   | 5.497   | 0.021         | 0.005   | 0.021   |
|      | (0.019)       | (0.162) | (0.019) | (0.885)       | (0.942) | (0.885) |
| VaR2 | 1.306         | 0.359   | 0.769   | 0.048         | 0.005   | 0.086   |
|      | (0.253)       | (0.549) | (0.380) | (0.826)       | (0.942) | (0.769) |
| VaR3 | 1.176         | 0.108   | 0.773   | 0.136         | 0.270   | 0.355   |
|      | (0.278)       | (0.742) | (0.379) | (0.712)       | (0.603) | (0.551) |
| VaR4 | 0.208         | 0.026   | 0.254   | 0.021         | 0.005   | 0.136   |
|      | (0.649)       | (0.872) | (0.614) | (0.885)       | (0.942) | (0.712) |
| VaR5 | 0.095         | 0.108   | 0.254   | 0.005         | 0.021   | 0.086   |
|      | (0.758)       | (0.742) | (0.614) | (0.942)       | (0.884) | (0.769) |
| VaR6 | 0.025         | 0.000   | 0.025   | 0.046         | 0.005   | 0.005   |
|      | (0.876)       | (1.000) | (0.876) | (0.829)       | (0.942) | (0.942) |

注:(•)中给出的是 LR 统计量的 P 值

为了进一步评估 VaR 测度的准确性,我们也给出使用似然比(简写 LR)检验<sup>[30]</sup>的结果,见表 6。LR 检验的核心是考察失败率  $p = N/T$  是否显著等

于左尾概率  $1 - \alpha$ 。该检验统计量定义为:

$$LR = -2\ln[\alpha^{T-N}(1-\alpha)^N] + 2\ln[(1-p)^{T-N}p^N]$$

在原假设  $p = 1 - \alpha$  下,  $LR$  服从自由度为 1 的  $\chi^2$  分布。如果  $LR$  值大于给定的临界值, 就拒绝 VaR 估计准确的原假设; 反之, 如果  $LR$  值小于给定的临界值, 就接受 VaR 估计准确的原假设。

从表 6 可以看出, 如果以显著水平等于 5% 作为基准, 除了 VaR1 在视窗长度  $H=125$  和  $H=500$  以及置信水平为 99% 时拒绝了原假设之外, 其它所有模型都无法拒绝“该分布模型能够准确度量风险”的原假设。这一检验结果揭示了: 如果不经过进一步的量化对比, 而是任意使用一种或一类分布模型来计算 VaR 的话, 选择  $LR$  进行后验测试往往会接受原假设, 但不同分布模型估计 VaR 的准确度却相差甚远。因此, 为了确定哪类模型更能准确的刻画出真实市场的风险状况, 还需进一步比较  $LR$  统计量的  $P$  值大小。通过比较六个模型的  $LR$  检验  $P$  值, 我们可以得出与失败检验法相类似的结论。换言之, 在 99% 置信水平下, VaR5 与 VaR6 计算出的  $P$  值总体来说要大于其它四个模型的  $P$  值, 特别, 在  $H=250$  时 VaR6 的  $P$  值等于 1.000, 表现出其准确的风险量化能力; 对于 95% 置信水平, VaR3 的  $P$  值均小于其它五个模型的  $P$  值, 暗示其风险评估准确性较差, 然而, VaR6 的  $P$  值平均来说是六个模型中最大的, 意味着它的风险计量准确性最佳。

总的来说, 上面的实证研究暗示了参数 VaR 模型计量风险易变性较大, 不同参数模型度量出的风险价值差异性显著, 然而非参数模型能充分挖掘出样本数据所含信息, 计量风险较为稳定。对任何分布形态和样本容量的收益率数据, 基于分位数回归的非参数 VaR 模型能够准确地估计出风险, 但是参数 VaR 模型常存在对风险过高或过低估计的情形, 风险测量的准确性易受样本分布形态和数量影响。

## 5 结语

本文针对参数 VaR 模型的结构设定错误缺陷, 提出了对资产收益波动率建模的两个非参数模型——SQ-ARCH 模型和 Nop-Quantile 模型, 并以此来测度金融市场的动态 VaR。SQ-ARCH 模型不仅保留了 ARCH 类模型对收益率波动聚集以及厚尾分布等性质刻画的优势, 而且具有自由灵活的模型结构; Nop-Quantile 模型设定简单容易理解, 它所拥有的隐式模型结构能有效地描绘出收益率分布所蕴含的联动性、非对称性和非线性特征。因而,

在理论上采用这两个模型来估计风险价值都是有效的。

为了推出基于 SQ-ARCH 和 Nop-Quantile 模型计算 VaR 的表达式, 我们给出了非参分位数回归方法估计这两个模型的具体步骤以及所涉及的变量选择技术。这些新计量方法的使用, 不但避免了参数 VaR 模型需要设定收益分布的缺陷, 而且解决了传统非参数 VaR 模型没有明确解析式的弊端。通过 Monte Carlo 模拟, 实验结果发现参数 ARCH 类模型估计 VaR 的稳健性要比 SQ-ARCH 和 Nop-Quantile 模型差。这说明了我们所建议的方法在一定程度上能改善参数 ARCH 类模型在拟合厚尾分布时的不足。

以上证综合指数为例, 首先对其不同日期区间内的收益率分布特征进行了全面考察, 然后运用滚动视窗的方法, 分别以 125 天、250 天和 500 天为移动视窗以及在 95% 和 99% 置信水平下, 构建了六种风险测度 VaR 模型, 最后经过后验测试 (Backtesting) 分析比对了六种风险度量 VaR 模型的易变性和精确性。研究结果表明我国股票市场收益率具有显著的非对称和厚尾分布形状; 针对不同的收益率范围, 若采用相同的参数概率分布进行拟合不能准确反映出各范围内的收益率分布特征, 且风险度量的易变性较大, 而非参数方法却相反; 对于不同的视窗, SQ-ARCH 和 Nop-Quantile 模型明显提高了 ARCH 类模型估计 VaR 的精确性, 且在不同的置信水平上, 两种模型高估或低估风险的程度最轻。

## 参考文献:

- [1] Mandelbrot B. The variation of certain speculative prices [J]. The Journal of Business, 1963, 36(4): 394-419.
- [2] Fama E. The behavior of stock market prices [J]. Journal of Business, 1965, 38(1): 34-105.
- [3] Hagerman R. More evidence on the distribution of security returns [J]. Journal of Finance, 1978, 33(4): 1213-1221.
- [4] McDonald J B, Newey W K. Partially adaptive estimation of regression models via the generalized t distribution [J]. Econometric Theory, 1988, 4(3): 428-457.
- [5] Hansen B. Autoregressive conditional density estimation [J]. International Economic Review, 1994, 35(3): 705-730.
- [6] Theodossiou P. Financial data and the skewed generalized t distribution [J]. Management Science, 1998, 44(12): 1650-1661.



- [7] Cappuccio N, Lubian D, Raggi D. MCMC Bayesian estimation of a skew-GED stochastic volatility model [J]. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 2004, 8(2): 1558–3708.
- [8] Engle R F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of the United Kingdom inflation [J]. *Econometrica*, 1982, 50(4): 987–1007.
- [9] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity [J]. *Journal of Econometrics*, 1986, 31(3): 307–327.
- [10] Giot P, Laurent S. Modelling daily Value-at-Risk using realized volatility and ARCH type models [J]. *Journal of Empirical Finance*, 2004, 11(3): 379–398.
- [11] Kuester K, Mittnik S, Paolella M S. Value-at-Risk prediction: A comparison of alternative strategies [J]. *Journal of Financial Econometrics*, 2006, 4(1): 53–89.
- [12] 刘向丽, 成思危, 汪寿阳, 等. 期现货市场间信息溢出效应研究 [J]. *管理科学学报*, 2008, 3(11): 125–139.
- [13] 魏宇. 股票市场的极值风险测度及后验分析研究 [J]. *管理科学学报*, 2008, 11(1): 78–88.
- [14] 林宇, 卫贵武, 魏宇, 等. 基于 Skew-t-FIAPARCH 的金融市场动态风险 VaR 测度研究 [J]. *中国管理科学*, 2009, 17(6): 17–24.
- [15] Lee C F, Su J B. Alternative statistical distributions for estimating value-at-risk: Theory and evidence [J]. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 2012, 39(3): 309–331.
- [16] 王鹏, 魏宇, 王鸿. 沪深 300 股指期货的风险测度模型研究 [J]. *数理统计与管理*, 2014, 33(4): 724–733.
- [17] 谢尚宇, 姚宏伟, 周勇. 基于 ARCH-Expectile 方法的 VaR 和 ES 尾部风险测量 [J]. *中国管理科学*, 2014, 22(9): 1–9.
- [18] Dowd K. Estimating VaR with order statistics [J]. *The Journal of Derivatives*, 2001, 8(3): 23–30.
- [19] Scaillet O. Nonparametric estimation and sensitivity analysis of expected shortfall [J]. *Mathematical Finance*, 2004, 14(1): 115–129.
- [20] Chen Songxi, Tang Chengyong. Nonparametric inference of value at risk for dependent financial returns [J]. *Journal of Financial Econometrics*, 2005, 3(2): 227–255.
- [21] 叶五一, 缪柏其, 吴振翔. 基于收益率修正分布的 VaR 估计 [J]. *数理统计与管理*, 2007, 26(5): 867–874.
- [22] Cai Zongwu, Wang Xian. Nonparametric estimation of conditional var and expected shortfall [J]. *Journal of Econometrics*, 2008, 147(1): 120–130.
- [23] 赵晓玲, 陈雪蓉, 周勇. 金融风暴中基于非参估计 VaR 和 ES 方法的风险度量 [J]. *数理统计与管理*, 2012, 31(3): 381–383.
- [24] Koenker R, Zhao Quanshui. Conditional quantile estimation and inference of ARCH models [J]. *Econometric Theory*, 1996, 12(5): 793–813.
- [25] Wu Guojun, Xiao Zhijie. An analysis of risk measures [J]. *Journal of Risk*, 2002, 4(4): 53–75.
- [26] Fan Jianqing, Gijbels I. Data-driven bandwidth selection in local polynomial fitting: variable bandwidth and spatial adaption [J]. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, 1995, 57(2): 371–394.
- [27] Yu Keming, Jones M C. Local linear quantile regression [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1998, 93(441): 228–237.
- [28] Peter C. *Elements of financial risk management*, second edition [M]. Massachusetts, US: Academic Press, 2011.
- [29] Hendricks D. Evaluation of Value-at-Risk models using historical data [J]. *Economic Policy Review*, 1996, 2(4): 39–70.
- [30] Kupiec P H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models [J]. *Journal of Derivatives*, 1995, 3(2): 73–84.

## Robust Nonparametric VaR Modeling and Risk Quantification Research

XIE Qi-chang

(School of Economics, Shandong Institute of Business and Technology, Shandong Yantai 264005, China)

**Abstract:** The risk assessment is an important topic in risk management. The parametric VaR models are widely used in risk measurement. However, they are subject to large errors of model misspecification. In order to avoid the defect of parametric models, two nonparametric models for estimating VaR were proposed, which are SQ-ARCH and Nop-Quantile models. These two models are not restricted by their own specific structures and have great flexibility and stability in use. By the robust quantile regression method,

we derived respectively the calculative steps and obtained the closed expressions of VaRs based on the two models. Monte Carlo simulation confirms that the nonparametric VaR models are more robust than the type of parametric ARCH VaR models, regardless of the correct or wrong setting of models. In addition, the two robust nonparametric VaR models are applied to qualify the risk of Chinese stock market by using the composite index data of Shanghai. It is founded that the returns of sample are non-normal and fat-tailed distribution. The technique of backtesting is used to examine the statistical properties of the nonparametric models and the ARCH models. The test results show that the robust nonparametric models outperform the type of non-robust parametric ARCH models in measuring VaR. The estimated risk values of ARCH are quite variable relative to the nonparametric models. Furthermore, the SQ-ARCH and Nop-Quantile models can yield more accurate VaR estimates than the ARCH models. The suggested models provided two effective methods for risk measurement.

**Key words:** ARCH models; nonparametric VaR; quantile regression; Monte Carlo simulation; local polynomial fitting