



# 第十章 齿轮传动设计

福建农林大学机电工程学院  
机械工程系 张翔

# 第十章 齿轮传动设计



## 10.1 概述

## 10.2 齿轮传动的失效形式及计算准则

## 10.3 齿轮材料及热处理

## 10.4 圆柱齿轮的计算载荷

## 10.5 标准直齿圆柱齿轮的强度计算

## 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤

## 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算

## 10.8 直齿圆锥齿轮传动的强度计算

## 10.9 齿轮的结构

# 10.1 概述



## 10.1.1 特点

(1) 载荷、速度适用性范围很广；

□ 载荷：仪表齿轮到上万kw齿轮

□ 尺寸： $d=1\text{mm}$  到  $d>100\text{ m}$

- 特例：比黄金更贵的齿轮  $d=6\text{mm}$ ,  $Z=1500$ , 齿节距  $=20\ \mu = 0.02\ \text{mm}$ ;
- 巨型齿轮  $d=152.3\ \text{m}$
- 超高速、高载荷：  $v=300\ \text{m/s}$ ,  $P=25000$  马力，即：  
 $18375\text{kw}$ 。

# 10.1 概述



## 10.1.1 特点

- (1) 载荷、速度适用性范围很广；
- (2) 效率高、结构紧凑； 可达99%，
- (3) 工作可靠，寿命长；
- (4) 传动比稳定，准确； 理论上瞬时、平均传动比为定值
- (5) 制造费用相对较高； 制造水平，设备，批量

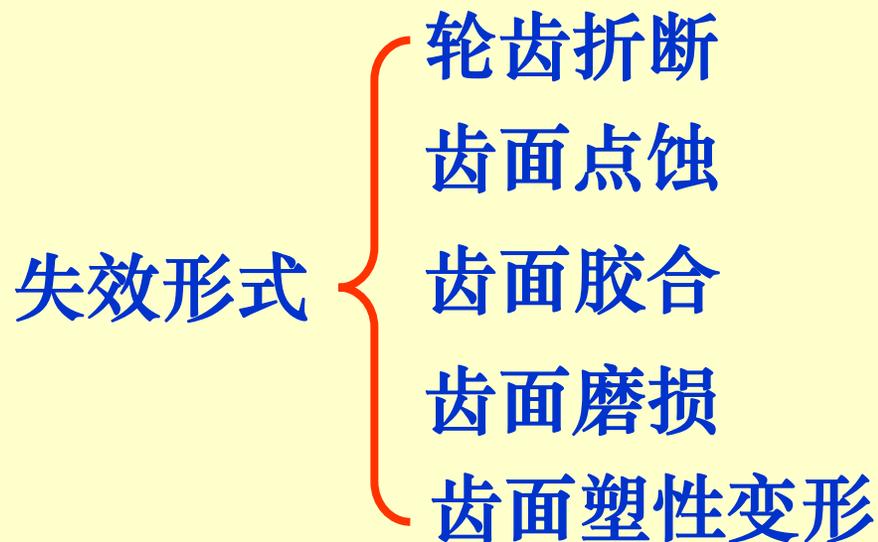
## 10.1.2 按工作条件分类

闭式、开式、半开式传动

# 10.2 齿轮传动的失效形式及计算准则



## 10.2.1 轮齿的失效形式



# 10.2.1 轮齿的失效形式

## 1) 轮齿折断 (弯曲断齿)

原因: 疲劳折断、过载折断

形式: 整体折断、局部折断



# 10.2.1 轮齿的失效形式



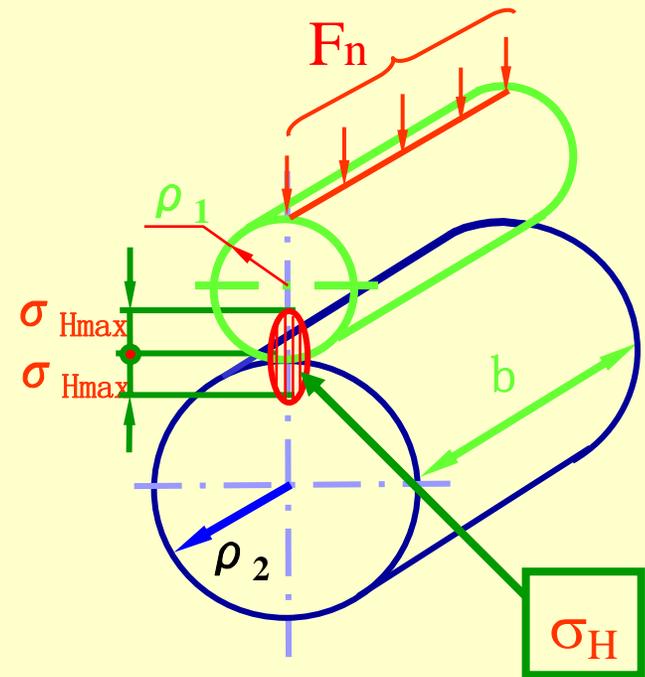
## 2) 齿面点蚀

### (1) 接触应力

点、线接触的物体受载后在弹性挤压变形区的应力— $\sigma_H$

几个概念：

- 接触面对应点的 $\sigma_H$ 相等，
- $\sigma_H$ 非均布有一最大值 $\sigma_{Hmax}$
- $\sigma_H$ 为表层应力



# 10.2.1 轮齿的失效形式



## 2) 齿面点蚀



# 10.2.1 轮齿的失效形式

## 2) 齿面点蚀

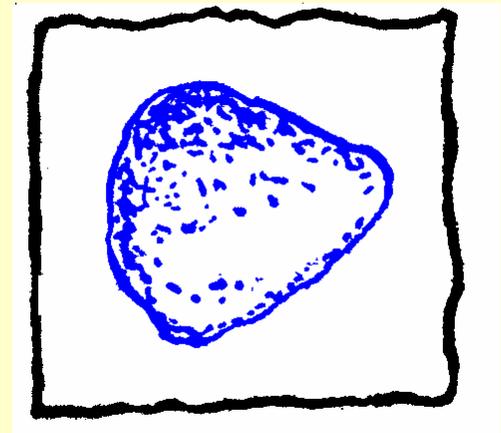
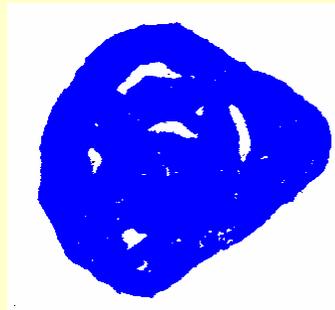
### (2) 点蚀形成机理

$\sigma_H$ 反复作用 → 表面萌生裂纹 → 向下扩展



裂纹返向表面 ⇒ 微粒材料脱落且表面形成麻点；

( $\sigma_H$ 表层应力)



# 10.2.1 轮齿的失效形式

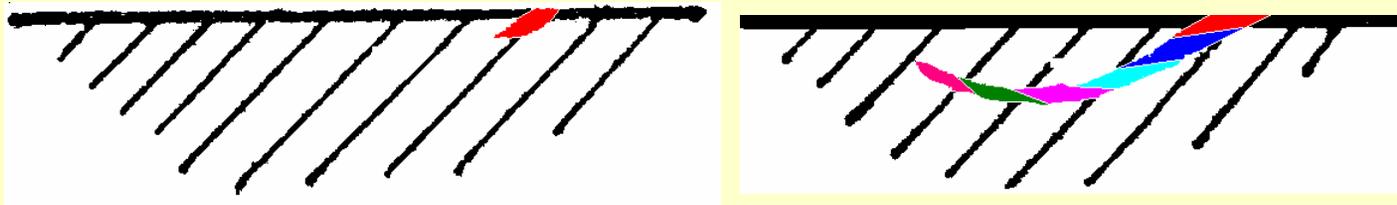


# 10.2.1 轮齿的失效形式

## 2) 齿面点蚀

### (2) 点蚀形成机理

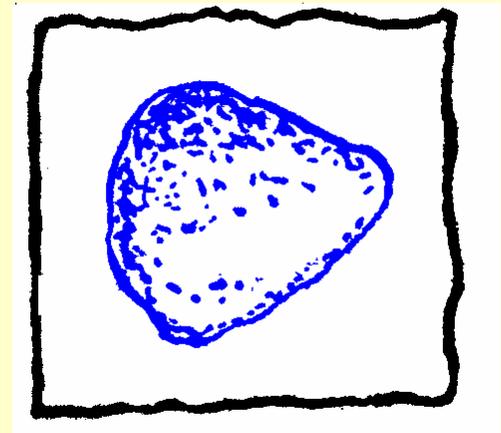
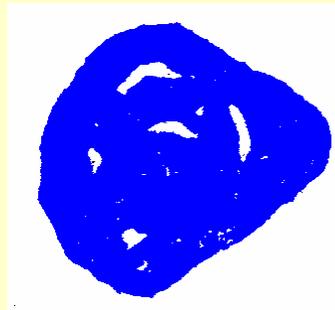
$\sigma_H$ 反复作用 → 表面萌生裂纹 → 向下扩展



裂纹返向表面 ⇒ 微粒材料脱落且表面形成麻点；

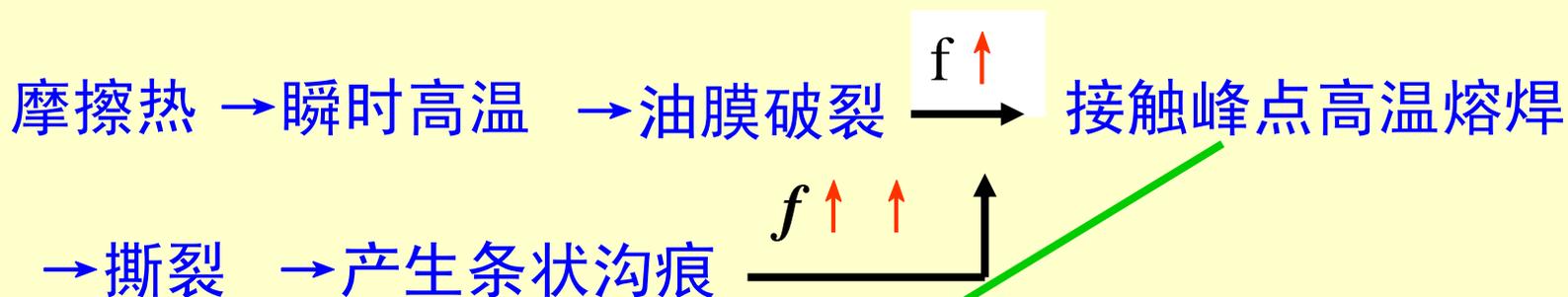
( $\sigma_H$ 表层应力)

后果：振动 ↑ ⇒ 平稳性 ↓、噪音 ↑，但仍可工作

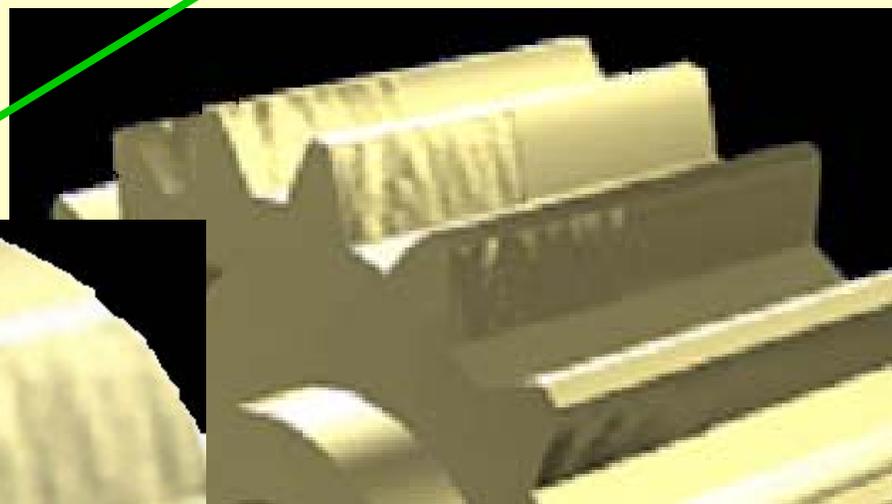
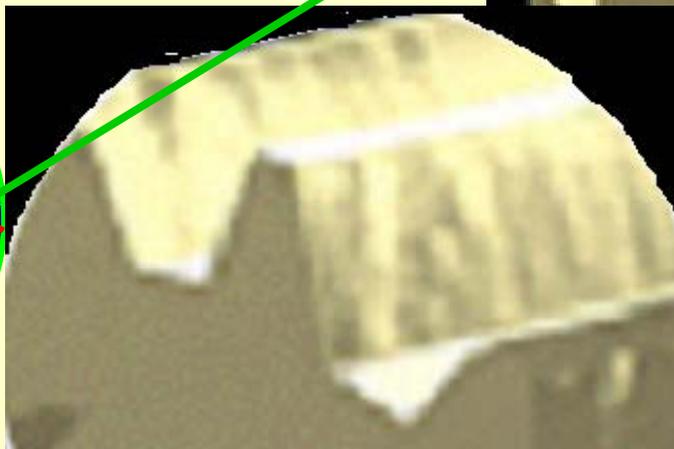
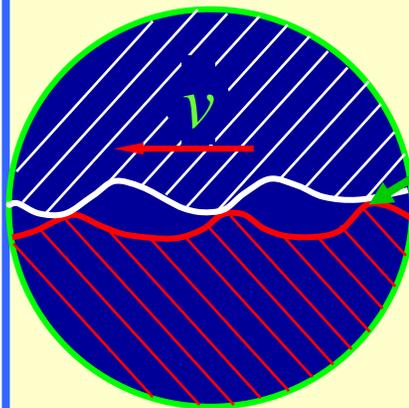


# 10.2.1 轮齿的失效形式

## 3) 齿面胶合



后果：无法工作比点蚀严重



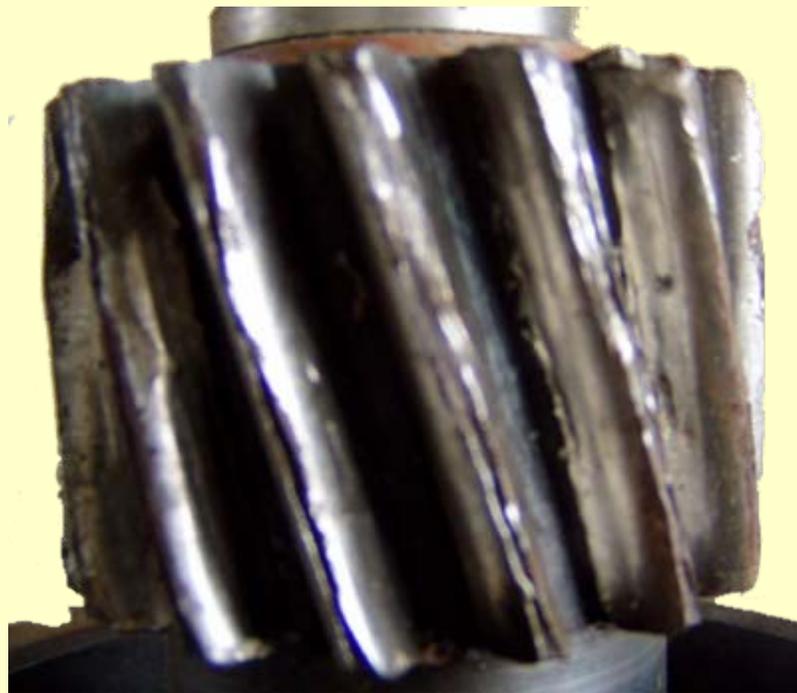
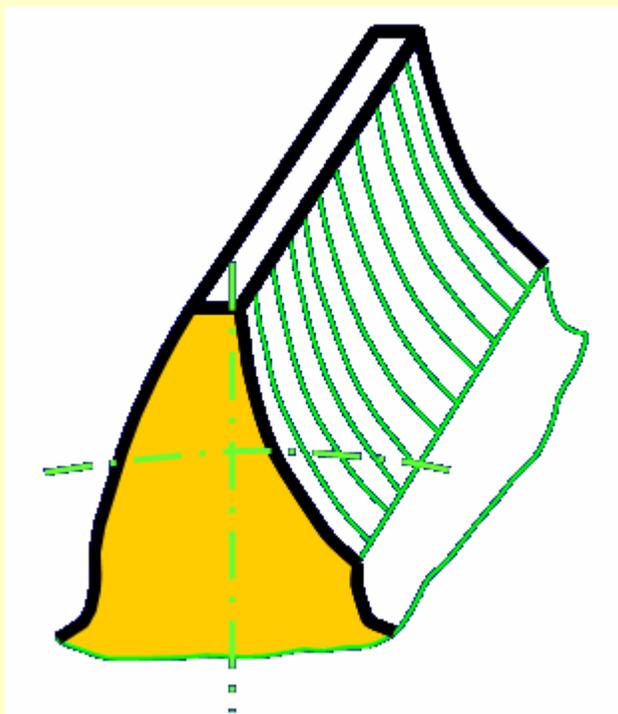
# 10.2.1 轮齿的失效形式



## 4) 齿面磨损

后果：①齿厚 $\downarrow$  $\Rightarrow$ 断齿，

②齿面为非渐开线曲面 $\Rightarrow$ 平稳性 $\downarrow$

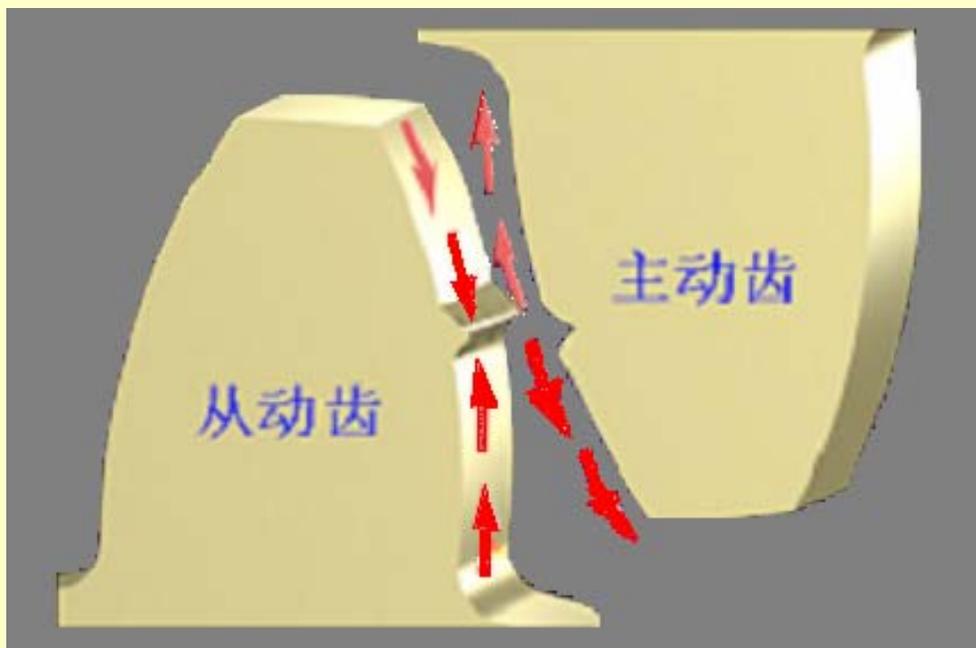


# 10.2.1 轮齿的失效形式



## 5) 齿面塑性变形

软齿面承受重载，在摩擦力作用下引起的材料塑性流动



# 10.2.2 不同场合下的主要失效形式 及计算准则



## (1) 闭式传动

点蚀 :  $\sigma_H \leq [\sigma_H]$

断齿 :  $\sigma_F \leq [\sigma_F]$

} 一般动力传动的计算准则

胶合: 条件性计算 (高速、重载时发生)

## (2) 开式传动—磨损后断齿

计算准则: 以  $\sigma_F \leq [\sigma_F]$  条件计算模数

考虑磨损、适当加大  $m$ ——条件性计算



# 10.3 齿轮材料及热处理

基本要求：齿面硬、齿芯韧

## 10.3.1 常用材料及热处理

硬齿面

45钢，表面淬火：40~50HRC

40Cr，表面淬火：48~55HRC

20CrMnTi  
20Cr 渗碳淬火：56~62HRC

软齿面

45钢，正火：HB162~217

调质：HB217~255

40Cr，调质：HB229~286



# 10.3 齿轮材料及热处理

## 10.3.2 选用要点

### (1) 使用条件与要求

固定作业、载荷较平稳—软齿面

结构紧凑—硬齿面

冲击、过载严重：渗碳、淬火；

### (2) 工艺性

软齿面优于硬齿面

(3) 软齿面：一般小齿轮硬度应比大齿轮高30~50HB（磨合）

### (4) 环保或可持续发展



# 10.4 圆柱齿轮的计算载荷

## 10.4.1 名义载荷

$$T=9.55 \times 10^6 P/n \quad (\text{N}\cdot\text{mm})$$

$$F_t=2T/d$$

## 10.4.2 计算载荷 (影响因素多, 考虑更仔细, 精确)

$$F_{tc}=K \cdot F_t$$

$$\text{或 } F_{nc}=K \cdot F_n$$

$$K=K_A \cdot K_v \cdot K_\alpha \cdot K_\beta \quad (\text{用4个系数考虑四个方面的影响因素})$$



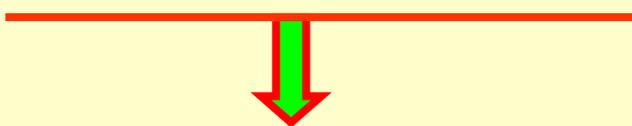
# 10.4 圆柱齿轮的计算载荷

1)  $K_A$ —使用系数，表10-2;

2)  $K_v$ —动载系数，图10-8;

(机械原理：要保证齿轮传动的瞬时传动比为定值，啮合处的齿廓公法线与两回转中心连线的交点应为定点)

基节误差、齿形误差、轮齿变形



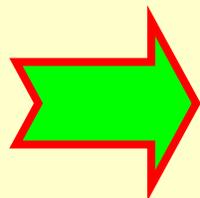
齿廓公法线位置波动  $\rightarrow$  节点波动  $\rightarrow a_c \rightarrow$  附加载荷



## 10.4 圆柱齿轮的计算载荷

3)  $K_\alpha$ —齿间载荷分配系数，表10-3

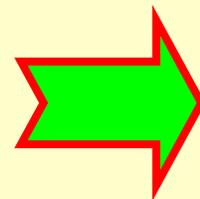
制造误差  
轮齿变形



多齿对啮合时载荷分配不均

4)  $K_\beta$ —齿向载荷分布系数，表10-4、图10-13

安装、制造误差  
轴（弯、扭）支承系统变形



载荷沿齿宽分布不均



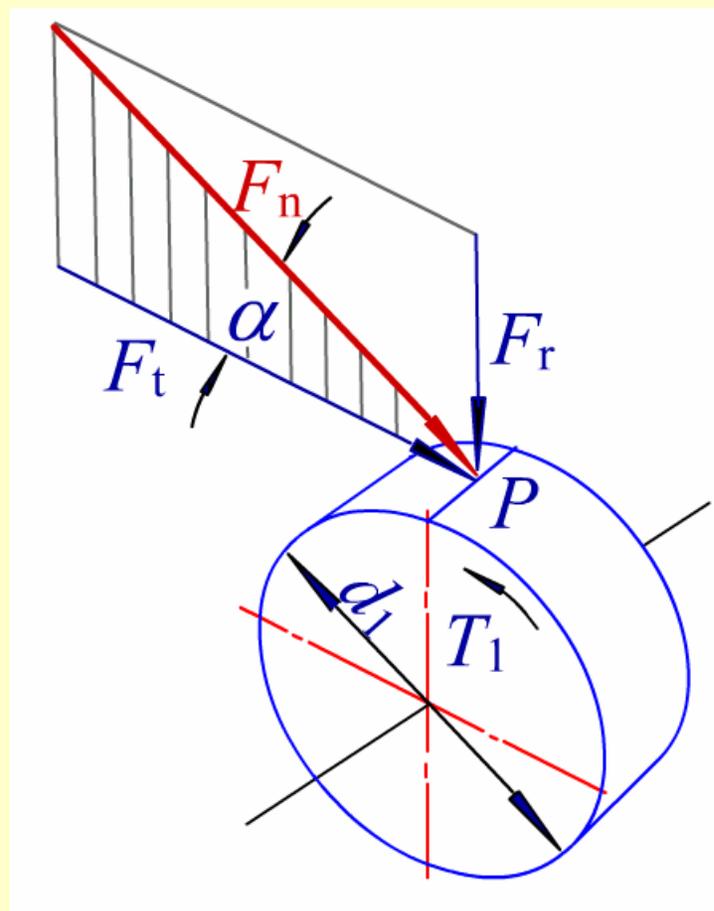
# 10.5 标准直齿圆柱齿轮的强度计算

## 10.5.1 轮齿的受力分析

$$F_t = 2T_1 / d_1$$

$$F_r = F_t \tan \alpha$$

$$F_n = F_t / \cos \alpha$$





# 10.5 标准直齿圆柱齿轮的强度计算

## 10.5.2 齿面接触疲劳强度计算 解决 $\sigma_H \leq [\sigma_H]$ 的计算

1)  $\sigma_H$ 的计算依据—赫芝两圆柱体接触应力计算式

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{p_{ca}}{\rho_\Sigma}} \cdot Z_E \quad (1)$$

$p_{ca}$ —齿面压力

$\rho_\Sigma$ —两圆柱体接触的当量曲率半径，

$Z_E$ ——弹性影响系数（与材料 $E, \mu$ 有关）表10-6

（问题：圆--定曲率、轮齿--渐开线齿廓变曲率）



# 10.5.2 齿面接触疲劳强度计算

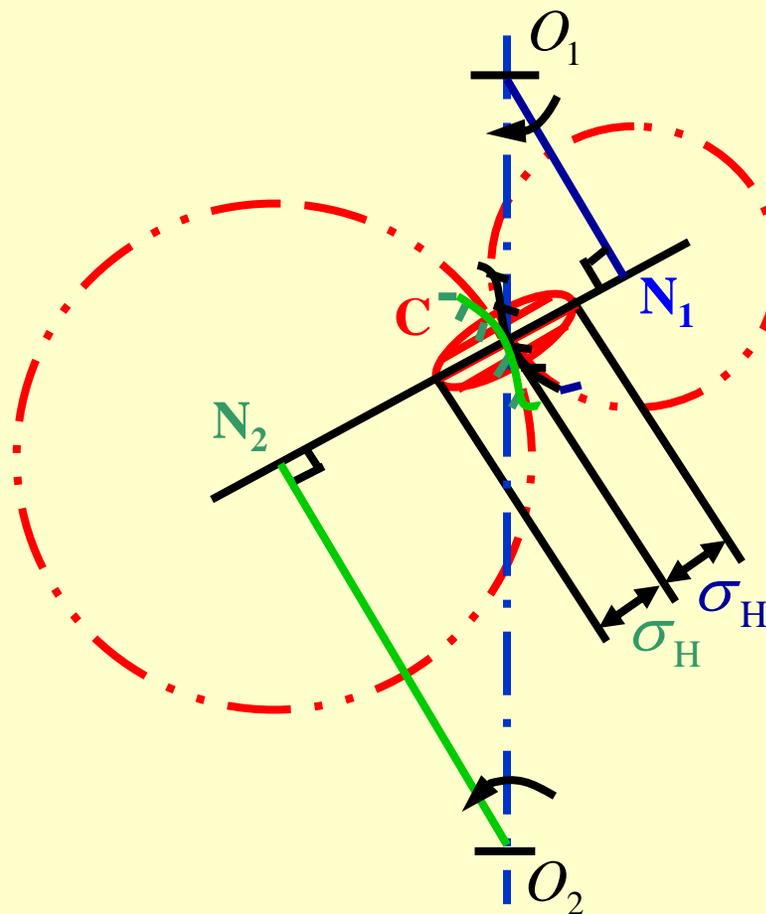
## 2) 轮齿的 $\sigma_H$ 计算式

瞬时状态:

啮合点等效为两圆柱体接触

在指定啮合点，赫芝公式可用

如何确定计算点？





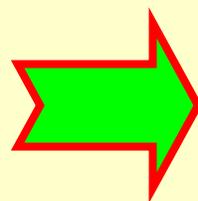
## 10.5.2 齿面接触疲劳强度计算

### 2) 轮齿的 $\sigma_H$ 计算式

(1) 计算点:

失效分析统计: 节点附近先发生点蚀

节点附近为单齿对啮合



以节点为计算点



(2) 计算式

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2} \cdot \frac{u \pm 1}{u}}$$

$Z_H$ —节点区域系数 (\*标准齿轮=2.5)



## 10.5.2 齿面接触疲劳强度计算

### 2) 轮齿的 $\sigma_H$ 计算式

(1) 计算点：以节点为计算点

(2) 计算式：

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma_H]$$

设计式？

(3) 设计式：

引入“齿宽系数”： $\phi_d = b / d_1$  (表10-7)

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d} \cdot \frac{u \pm 1}{u} \cdot \left(\frac{Z_E Z_H}{[\sigma_H]}\right)^2}$$

# 10.5.3 齿根弯曲疲劳强度计算

## 1) 力学模型：（中等精度齿轮）

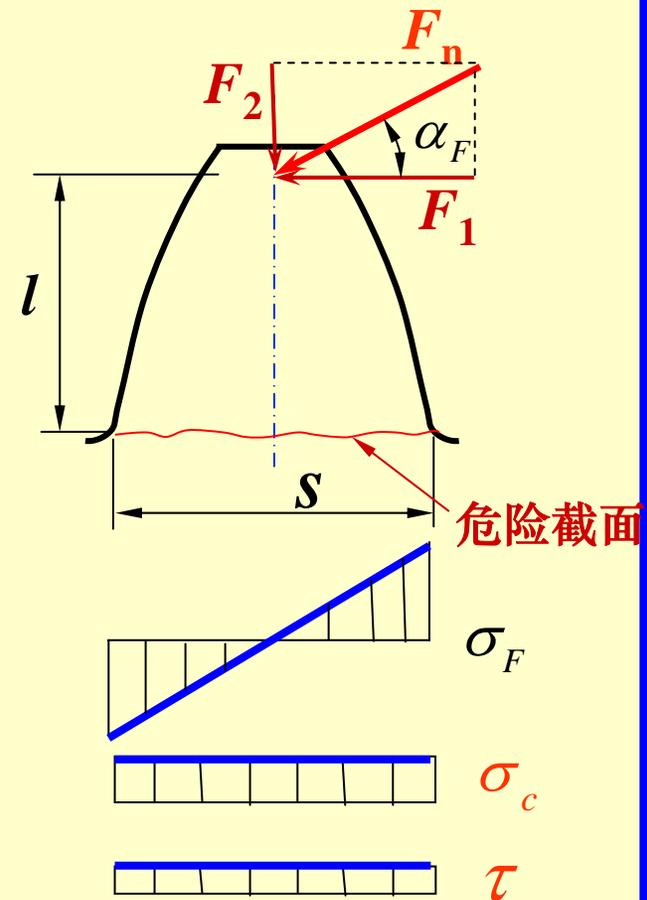
视齿体为受力弯曲的悬臂梁；

基本计算式：

$$\sigma_F = \frac{M}{W}$$

引入  $Y_{sa}$ —应力修正系数（表10-5）

考虑剪切应力，压应力的影响



# 10.5.3 齿根弯曲疲劳强度计算

## 2) 计算式

危险截面: 30° 切线法

计算点: 受拉侧

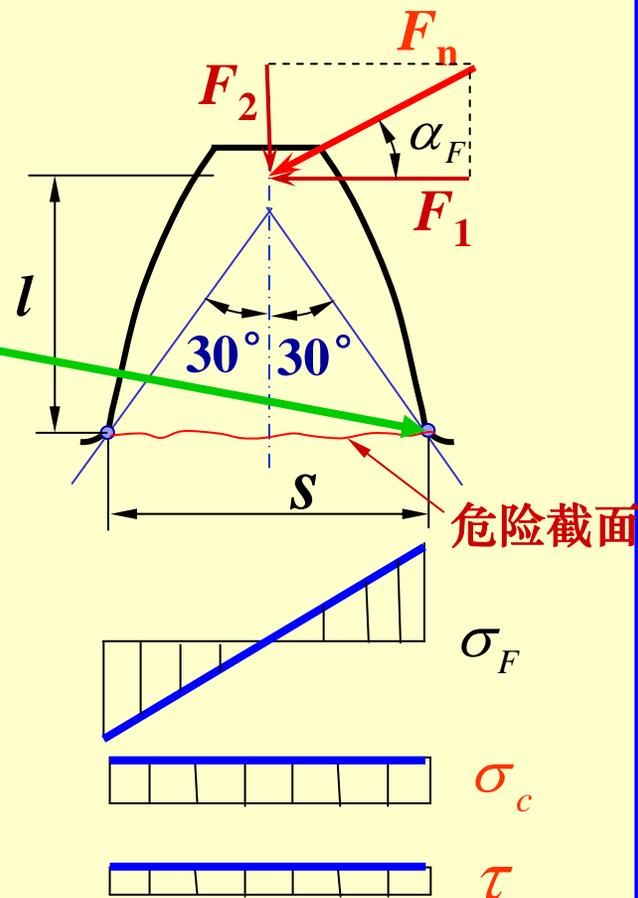
(1) 校核式:

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1m} Y_{Fa} Y_{Sa} \leq [\sigma_F]$$

$Y_{Fa}$ —齿形系数 (表10-5)

(2) 设计式

$$m \geq \sqrt[3]{\frac{2KT_1}{\phi_d z_1^2} \cdot \frac{Y_{Fa} Y_{Sa}}{[\sigma_F]}}$$





# 10.5.4 齿轮传动的许用应力

## 1) 疲劳极限的测试条件

齿轮副试件、失效概率1%

$m=3\sim 5$  mm、 $\alpha=20^\circ$ 、 $b=10\sim 50$  mm (P202)

## 2. 许用应力

$$[\sigma] = \frac{K_N \sigma_{lim}}{S} \quad S = \begin{cases} S_H = 1 \sim 1.2 \\ S_F = 1.25 \sim 1.5 \end{cases}$$

$K_N$  — 寿命系数，图10-18、19

$\sigma_{lim}$  — 疲劳极限（极限应力），图10—20、21

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



问题:

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma_H]$$

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1 m} Y_{Fa} Y_{Sa} \leq [\sigma_F]$$

两个准则如何应用?

- 1) 各求何参数;
- 2) 先用哪个:

分析:

$\sigma_H$ 与 $m$ 无关,  $\sigma_F$ 与 $d_1, b, m$ 有关;

当 $d_1, b$ 一定 (即: 外廓尺寸不变),  $m \uparrow \rightarrow \sigma_F \downarrow$ 。

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



## 10.6.1 基本方法

### 1. 闭式传动（失效：点蚀，断齿）

基本方法：

(1) 以 $\sigma_H \leq [\sigma_H]$ 条件计算 $d_1$ ；

(2) 预定 $m, Z_1$ ，校核 $\sigma_F \leq [\sigma_F]$ 条件；

### 2. 开式传动

基本方法：

(1) 选定 $Z_1$ ，以 $\sigma_F \leq [\sigma_F]$ 条件计算 $m_{计}$ ；

(2) 考虑磨损补偿，取 $m=(1.1\sim 1.5)m_{计}$ 。

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



## 10.6.2 主要参数分析与选择

### 1) $Z_1$ 与 $m$

$$d_1 = m \cdot Z_1 \quad (d_1 \text{一定})$$

$Z_1 \uparrow$  —  $\varepsilon \uparrow$  — 平稳性  $\uparrow$ ,

$m \downarrow$  — 切削量  $\downarrow$  — 成本  $\downarrow$ ;

满足  $\sigma_F \leq [\sigma_F]$  时,  $Z_1 \uparrow$  为好;

闭式:  $Z_1 = 20 \sim 40$ ;

开式:  $Z_1 = 17 \sim 20$ ;

动力传动:  $m \geq 1.5 \sim 2$ ;

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



## 10.6.2 主要参数分析与选择

### 2) $\phi_d$ 的选择

(1)  $\phi_d \uparrow \rightarrow b \uparrow \rightarrow$  承载能力  $\uparrow$  ;

$b \uparrow \rightarrow$  偏载  $\uparrow \rightarrow K_\beta$  (效能  $\downarrow$ )

$\Rightarrow \phi_d$  应适当, 表10-7

(2)  $\phi_d$  与实际齿宽的关系

$b = \phi_d d_1$  ---- 计算齿宽

$b_1 = b + (5 \sim 10)$

$b_2 = b$

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



## 10.6.3 $d_1$ 设计式使用中的问题及对策

### 1) 问题:

待定参数:  $d_1 = m \cdot Z_1$  ,

$m$ 由 $\sigma_F \leq [\sigma]_F$ 确定,

$d_1$ 由 $\sigma_H \leq [\sigma]_H$ 确定。

而 $K_v$ 、 $K_\alpha$ (斜齿轮)与 $d_1$ 或 $b$ 有关(图10-8、表10-3)。

### 2) 对策

预定系数值, 初算 $d_1$ , 调整 $d_1 = m \cdot Z_1$ , 查取 $K_v$ 、 $K_\alpha$ 值,  $m$ 取标准,  $Z_1$ 圆整)。后再校核

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



## 10.6.4 主要设计步骤（闭式、荐用）

### 1) 预定系数值，初算 $d_1$

试取 $K=1.2\sim 2$ ,

计算 $d_1$  (初)

### 2) 调整初定参数方案

(1) 预定 $m$ :  $m \approx (0.01 \sim 0.02)a$ ,

软齿面取中偏小值，硬齿面取中偏大值（？）

(2) 求:  $Z_1 = d_1 / m$  ;

(3) 确定  $d_1 = m Z_1$ ; (圆整 $Z_1$ 、 $m$ 取标准)

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



## 10.6.4 主要设计步骤（闭式、荐用）

3) 校核 $\sigma_H \leq [\sigma_H]$ 条件 —满足且接近

不满足：加大  $d_1$ （加大 $Z_1$ ）

满足但相差太多：减小  $d_1$ （减小 $Z_1$ ）

4) 校核 $\sigma_F \leq [\sigma_F]$

不满足先保持 $d_1$ 不变， $Z_1 \downarrow, m \uparrow$ 。

余量大，保持 $d_1$ 不变， $Z_1 \uparrow, m \downarrow$ 。

# 10.6 齿轮传动的设计方法与步骤



## 10.6.5 注意点

(1)  $\sigma_{H1} \equiv \sigma_{H2}$ , 但  $[\sigma_H]_{1,2}$  不一定相同,

$$[\sigma]_H = \min\{ [\sigma_H]_1, [\sigma_H]_2 \}$$

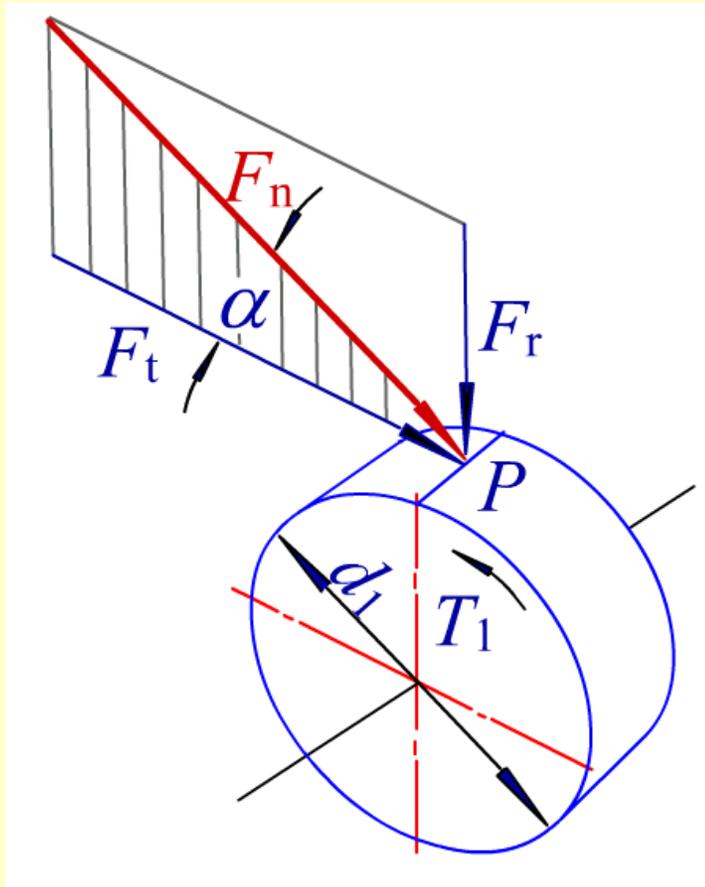
(2)  $\sigma_{F1,2}$  一般不相同, 差别在  $Y_{Fa}$ 、 $Y_{sa}$

(3)  $[\sigma_F]_{1,2}$  一般也不相同。

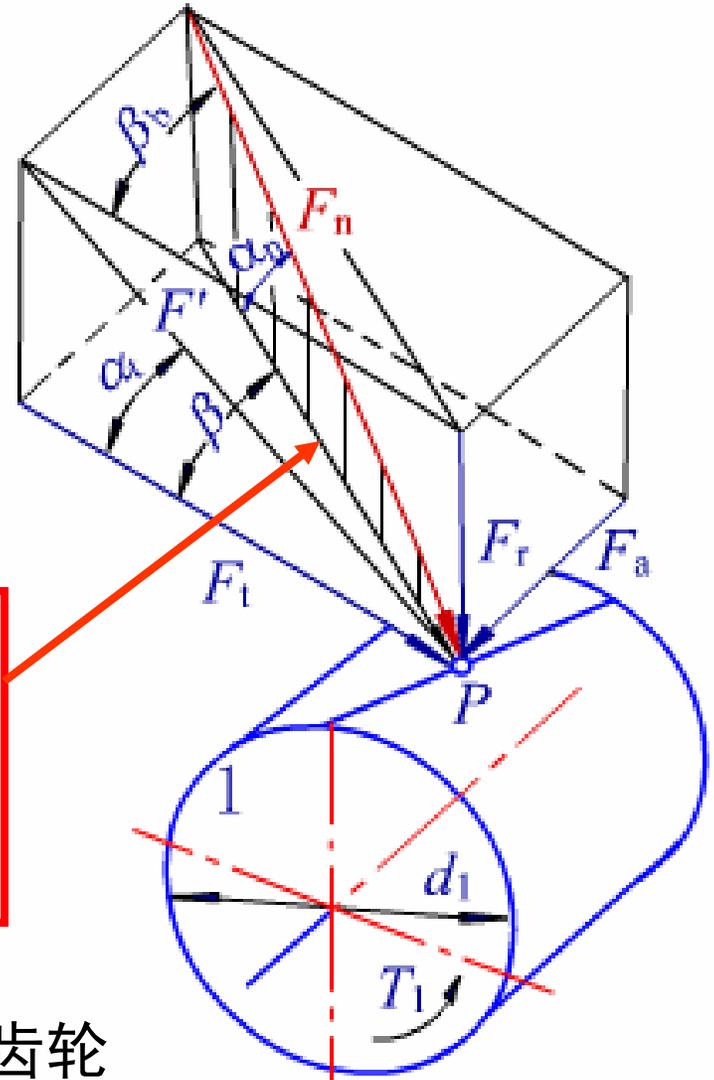
# 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算



## 10.7.1 轮齿受力分析



直齿轮



斜齿轮

# 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算



## 10.7.1 轮齿受力分析

(1) 计算式: (Fn: 分解为水

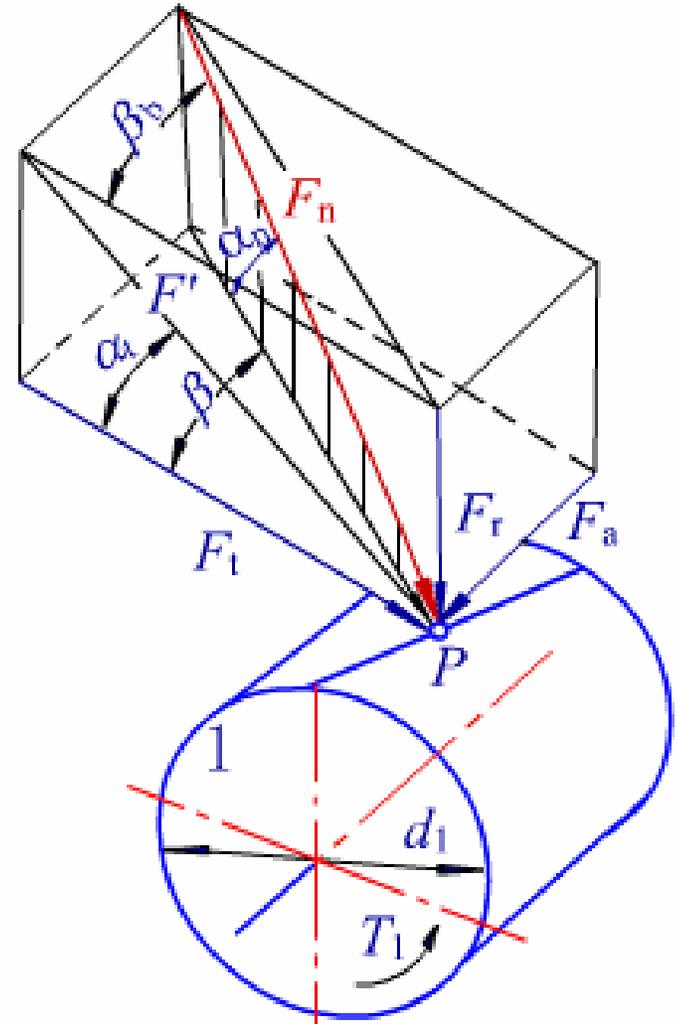
平面 Ft、Fa  
和垂直面Fr)

$$F_t = 2T_1/d_1$$

$$F_r = F_n \sin \alpha_n = F_t \operatorname{tg} \alpha_n / \cos \beta$$

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$F_n = F_t / (\cos \alpha_n \cos \beta)$$



(齿廓正压力在法面上)

# 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算



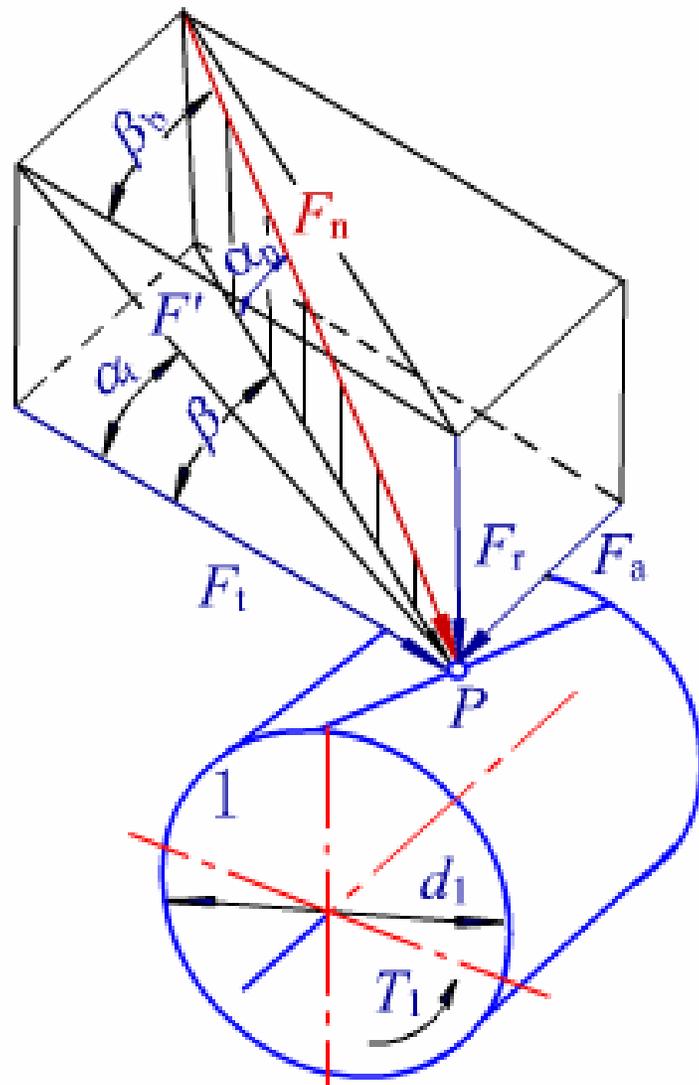
## 10.7.1 轮齿受力分析

### (2) $F_a$ 方向判定

判定对象：主动轮

右旋—右手 { 四指--转向,  
                  { 拇指-- $F_a$ 方向  
左旋—左手

从动轮—主动轮的反作用力方向

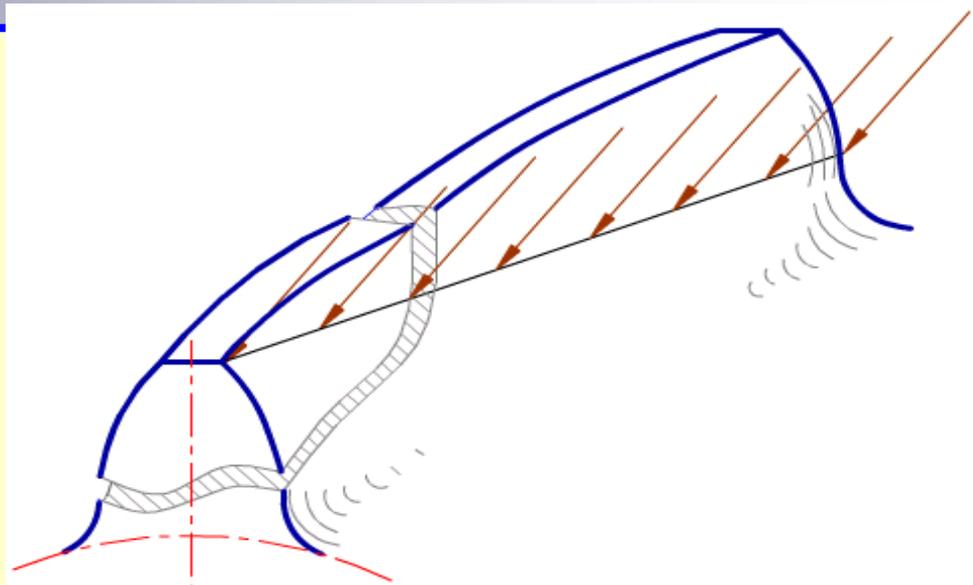


# 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算



## 10.7.2 承载特点

- (1)重合度:  $\varepsilon = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}$ , 大  
传动平稳性  $\uparrow$ , 承载力  $\uparrow$ ;
- (2)接触线倾斜: 对承载有利  
局部断齿、计算难度大;
- (3)强度计算原理



强度近似认为与法面上的当量直齿圆柱齿轮强度相当



当量直齿圆柱齿轮的强度计算。 (引入系数弥补差别)。

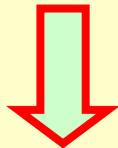
# 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算



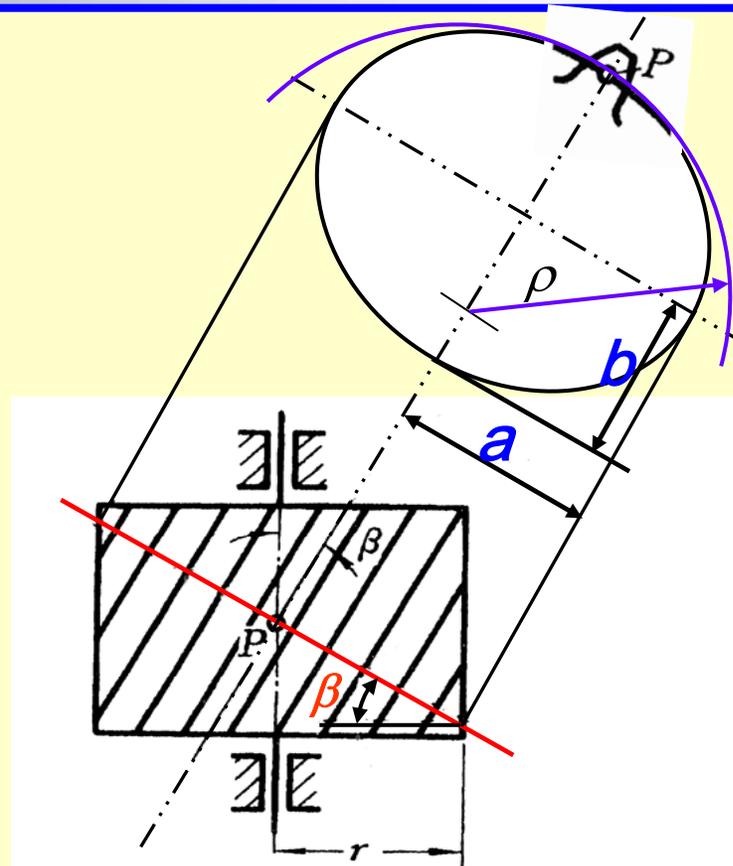
## 10.7.2 承载特点

- (1)重合度:  $\varepsilon = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta}$ , 大  
传动平稳性  $\uparrow$ , 承载力  $\uparrow$ ;
- (2)接触线倾斜: 对承载有利  
局部断齿、计算难度大;
- (3)强度计算原理

强度近似认为与法面上的当量直齿圆柱齿轮强度相当



当量直齿圆柱齿轮的强度计算。



(引入系数弥补差别)。

# 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算



## 10.7.3 齿面接触疲劳强度计算

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{2KT_1}{bd_1^2 \varepsilon_\alpha} \cdot \frac{u \pm 1}{u}} \leq [\sigma_H]$$

$\varepsilon_\alpha$ —端面重合度，图10-26

设计式（式10-21）

# 10.7 标准斜齿圆柱齿轮传动的强度计算



## 10.7.4 齿根弯曲疲劳强度计算

$$\sigma_F = \frac{2KT_1}{bd_1m_n} Y_{Fa} Y_{Sa} Y_{\beta} \leq [\sigma_F]$$

$Y_{Fa}, Y_{Sa}$ —以 $Z_v$ 查取;

$Y_{\beta}$ —螺旋角系数, 图10-28

设计式 (10-17)

## 10.7.5 参数选择

一般  $\beta = 8^\circ \sim 25^\circ$ , (  $10^\circ \sim 20^\circ$  为宜 )



# 10.8 直齿圆锥齿轮传动的强度计算

## 10.8.1 概述

1) 应用场合：两相交轴间传动；

2) 几何参数

(1) 基准：大端  $d=mz$

(2) 轴交角  $\Sigma$ ：  $10^\circ < \Sigma < 180^\circ$

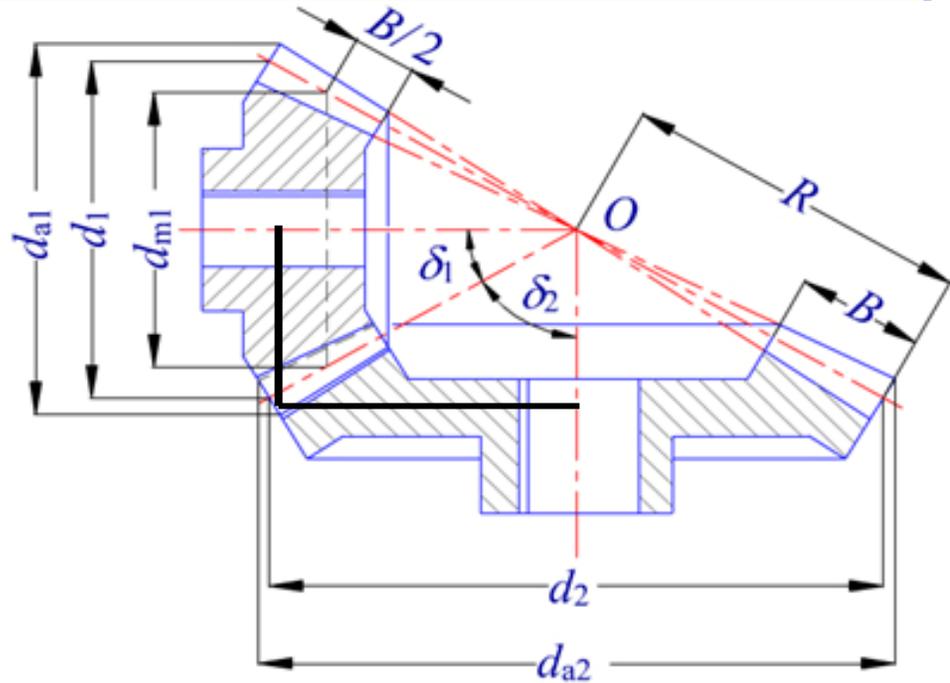
\*最常用：  $\Sigma=90^\circ = \delta_1 + \delta_2$

齿数比：

$$u = z_2/z_1 = d_2/d_1 = \cot\delta_1 = \tan\delta_2$$

锥距：齿宽系数：  $\phi_R = b/R$

平均分度圆半径：  $d_m = d(1 - 0.5\phi_R)$



# 10.8 直齿圆锥齿轮传动的强度计算



## 10.8.1 概述

### 3) 强度计算特点

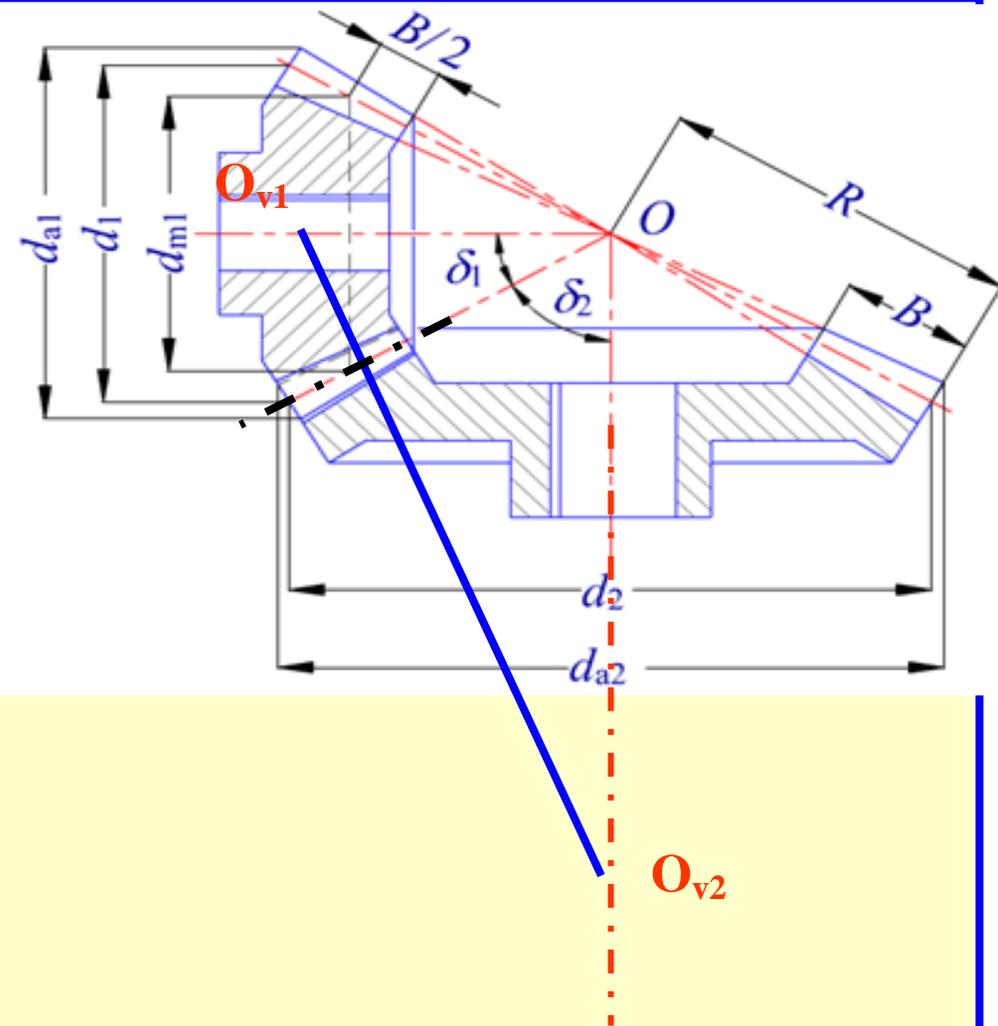
( $d_1$ 变化, 齿厚变化)

(1) 近似认为:

集中力位于齿宽中点;

(2) 近似认为强度与以齿宽中点处的背锥母线长度为分度圆半径的直齿圆柱齿轮相当。

计算当量圆柱齿轮的强度



# 10.8 直齿圆锥齿轮传动的强度计算



## 10.8.2 受力分析

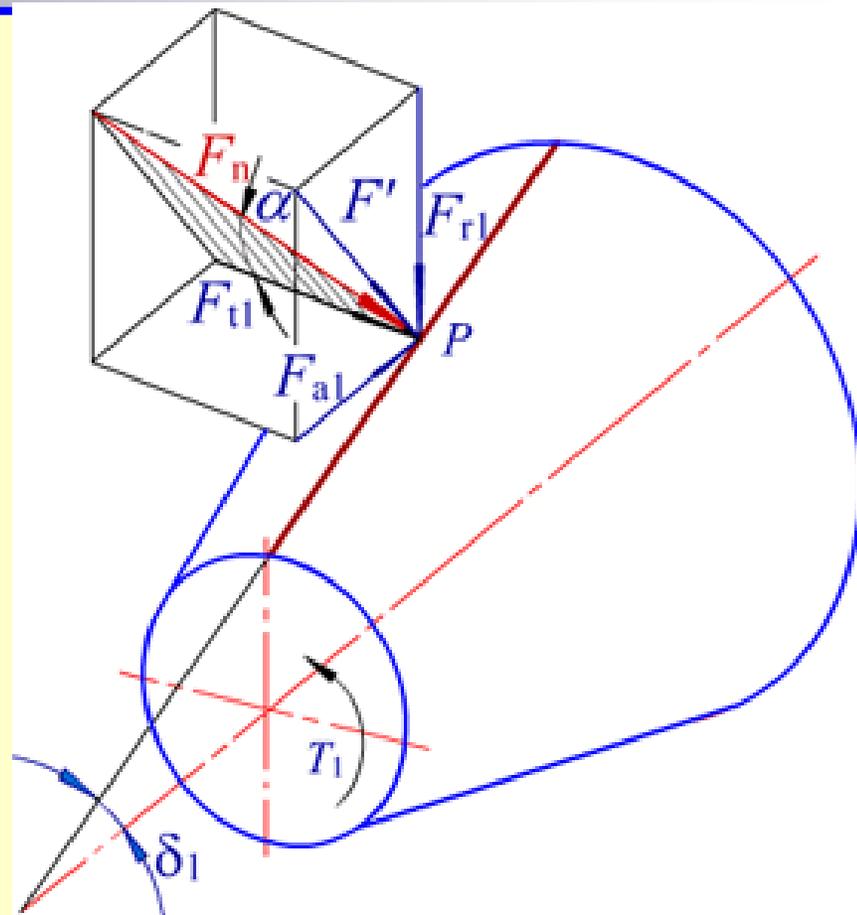
### 1) 计算式

$$F_t = 2T_1/d_{m1}$$

$$d_{m1} = (1 - 0.5 \Psi_R)d_1, (\text{平均直径})$$

$$F_{r1} = F_t \operatorname{tg} \alpha \cos \delta ;$$

$$F_{a1} = F_t \operatorname{tg} \alpha \sin \delta$$



# 10.8 直齿圆锥齿轮传动的强度计算



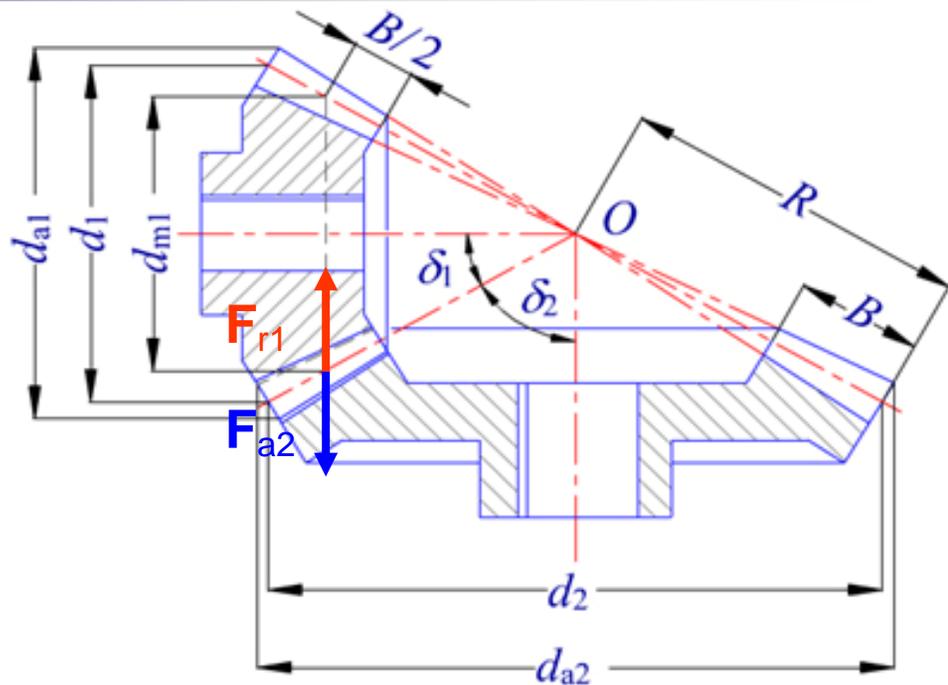
## 10.8.2 受力分析

2)主、从动轮作用力关系

$$\vec{F}_{t1} = -\vec{F}_{t2}$$

$$\vec{F}_{r1} = -\vec{F}_{a2}$$

$$\vec{F}_{a1} = -\vec{F}_{r2}$$





# 10.8 直齿圆锥齿轮传动的强度计算

## 10.8.3 强度计算

### (1) 接触疲劳强度

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{4KT_1}{\phi_R (1 - 0.5\phi_R)^2 d_1^3 u}} \leq [\sigma_H]$$

$$K = K_A K_v K_\beta$$

$K_v$ —图10-8用 $d_{m1}$ 代替 $d_1$ ,降低一级精度查取

设计式 (10-26)



# 10.8 直齿圆锥齿轮传动的强度计算

## 10.8.3 强度计算

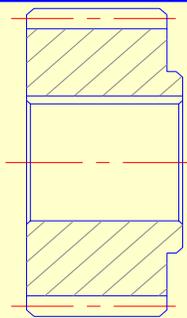
### (2) 齿根弯曲疲劳强度计算

$$\sigma_F = \frac{4KT_1}{\phi_R (1 - 0.5\phi_R)^2 m^3 Z_1^2 \sqrt{u^2 + 1}} Y_{Fa} Y_{Sa} \leq [\sigma_F]$$

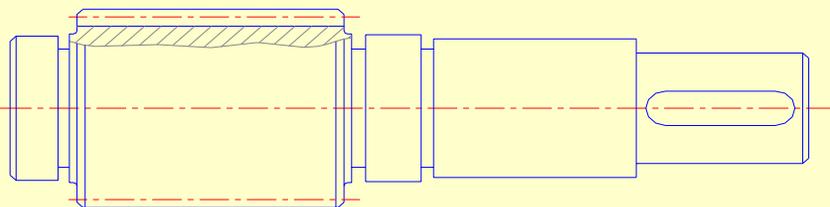
齿数用当量齿数 $Z_v$ 。

设计式 (10-24)

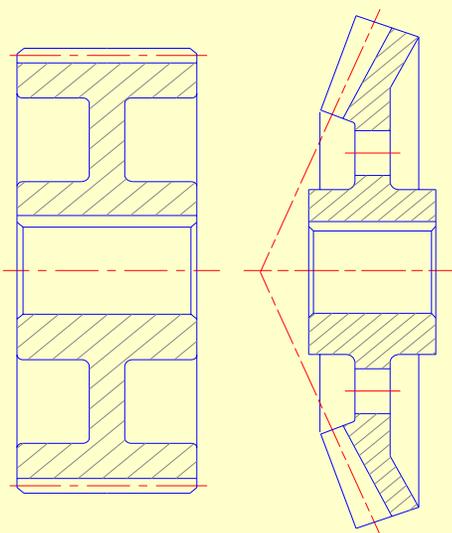
# 10.9 齿轮的结构



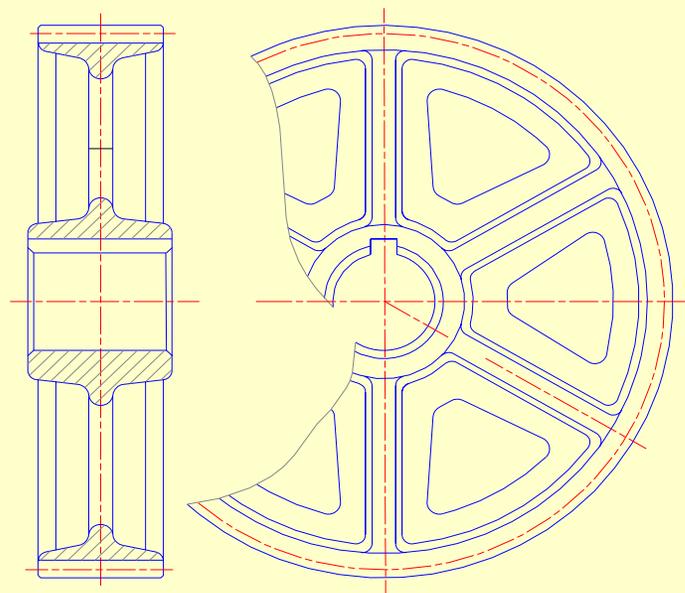
实心式齿轮



齿轮轴



腹板式结构



轮辐式结构