鲁棒滤波在反舰导弹跟踪中的应用

雷振达，马春草

（中国船舶重工集团第 716 研究所，江苏省连云港市，222061）

摘　要：本文对反舰导弹目标跟踪时参数不确定系统应用鲁棒 H_2/H_∞滤波算法，针对系统中参数不确定性提高系统性能。基于一种方差约束的鲁棒 H_2/H_∞滤波算法，设计跟踪滤波器对系统状态空间中的不确定性予以处理，使跟踪性能得到改善,可以有效地对反舰导弹目标予以跟踪处理。

关键词：鲁棒 H_2/H_∞滤波；方差约束；*Riccati* 方程；参数不确定

中图分类号：TP202　　　**文献标识码**：A

0 引言

描述高速高机动反舰导弹目标实际跟踪系统的模型总是存在着某种不确定性，卡尔曼滤波器是在假定系统模型和噪声统计特性准确已知的前提下推导出来的[1]。然而在实际中，无论采用哪一种建模方法，均无法得到准确的模型结构和模型参数。而对于有参数摄动的不确定系统，采用鲁棒滤波器，当系统参数在允许的范围内变化时，不但使得估计误差动态系统内部稳定，而且使得从噪声到估计误差的传递函数的 H_∞范数满足指定要求[2]。

H_2/H_∞滤波器的特点是对使用协方差配置理论[3]的时变不确定系统研究鲁棒 H_2/H_∞滤波问题，在满足鲁棒 H_∞指标的前提下，不追求 H_2 指标最优，而只要求系统的协方差或方差小于指定的上界。本文引入带有稳态误差方差约束的鲁棒 H_2/H_∞滤波算法，通过解两个 *Riccati* 方程，直接获得对高速高机动反舰导弹目标跟踪滤波器。

1 系统描述

系统的状态空间描述为

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [A+\Delta A(t)]x(t)+Bw(\\ y(t) &= [C+\Delta C(t)]x(t)+Dw \\ z(t) &= Lx(t) \end{aligned} \tag{1}$$

式中，$x(t)\in R^n$ 为状态变量，$w(t)\in R^p$ 为能量有界干扰信号，$y(t)\in R^m$ 为量测输出，$v(t)\in R^m$ 为量测噪声，$z(t)\in R^q$ 为待估计量，A，B，C，D，L 为具有适当维数的定常矩阵；而 $\Delta A(t)$ 和 $\Delta C(t)$ 表示系统的时变参数不确定性，假定可容许的参数不确定满足

$$\begin{bmatrix} \Delta A(t) \\ \Delta C(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} F(t)E \tag{2}$$

式中，$F(t)\in R^{i\times j}$ 为一个未知时变矩阵，满足

$$F(t)F^T(t) \le I, \forall t \tag{3}$$

且 H_1，H_2 和 E 为具有适当维数的定常矩阵，它规定了在 $F(t)$ 中的不确定参数进入标称矩阵的方式。

假设 1：在讨论滤波器方差性能时，设 $w(t)$ 是零均值白噪声过程；在讨论 H_∞ 指标时，设 $w(t)\in L_2[0,\infty)$，且 $w(t)\neq 0$，这里 $L_2[0,\infty)$ 代表 $[0,\infty)$ 上的平方可积函数空间。

假设 2：系统矩阵 A 是稳定矩阵，并且矩阵 D 或矩阵 H_2 行满秩。

设线性滤波器为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= G\hat{x}(t)+Ky(t) \\ \hat{z}(t) &= L\hat{x}(t) \end{aligned} \tag{4}$$

式中，$\hat{x}(t)$ 表示状态估计，G 和 K 是要确定的滤波器参数。

稳态估计误差协方差阵定义为 $P=\lim_{t\to\infty} E[e(t)e^T(t)]$，式中 $e(t)=x(t)-\hat{x}(t)$。

定义

$x_f(t)=\begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$，$A_f=\begin{bmatrix} A & 0 \\ A-G-KC & G \end{bmatrix}$，$D_f=\begin{bmatrix} B \\ B-KD \end{bmatrix}$

$$H_f = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_1 - KH_2 \end{bmatrix}，\quad E_f = \begin{bmatrix} E & 0 \end{bmatrix}，\quad \Delta A_f = H_f F(t) E_f$$

并且考虑式(1)和式(4)，可以获得如下的增广系统：

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = (A_f + \Delta A_f)x_f(t) + D_f w \\ \tilde{z}(t) = C_f x_f(t) \end{cases} \tag{5}$$

式中，$C_f = \begin{bmatrix} 0 & L \end{bmatrix}$；$w(t)$ 到 $\tilde{z}(t)$ 的传递函数为 $H(s) = C_f[sI - (A_f + \Delta A_f)]^{-1} D_f$。

当系统(5)是鲁棒渐进稳定的，稳态状态协方差阵

$$X = \lim_{t\to\infty} X(t) = \lim_{t\to\infty} E[x_f(t) x_f^T(t)] = \begin{bmatrix} X_{xx} & X \\ X_{xe}^T & \end{bmatrix} \tag{6}$$

存在，并满足下面的 *Lyapunov* 矩阵方程：

$$(A_f + \Delta A_f)X + X(A_f + \Delta A_f)^T + D_f D_f^T \tag{7}$$

2 鲁棒 H_2/H_∞滤波算法

方差约束鲁棒 H_2/H_∞滤波器的设计目标就是寻找滤波器参数矩阵 G 和 K 对所有容许的参数摄动，同时满足以下的三方面要求[4][5][6]：

a) 增广系统(5)是渐进稳定的。

b) 稳态误差协方差阵 P 满足 $[P]_{ii} \le \sigma_i^2$，$i = 1,2,\cdots n$。式中 $[P]_{ii}$ 代表 P 的第 i 个对角元，σ_i^2 表示对第 i 个状态的稳态估计误差方差限制，它是根据实际性能指标要求确定的。

c) 满足给定的 $w(t)$ 到 $\tilde{z}(t)$ 的扰动衰减系数，即 $\| H(s) \|_\infty \le \gamma$。

定理 1[7]：设 $\delta_1 > 0, \delta_2 > 0$ 是任意小常数，对称正定矩阵 H 满足 $[H]_{ii} = \sigma_i^2$；如果存在 $\varepsilon > 0$ 使得下面两个 *Riccati* 方程：

$$AP_1 + P_1 A^T + \varepsilon H_1 H_1^T + \varepsilon^{-1} P_1 E^T E P_1 + BB^T + \delta_1 I \tag{8}$$

为了简化先作如下定义：

$A_1 = A + (\varepsilon H_1 H_1^T + BB^T)P_1^{-1}$，$R = C + (\varepsilon H_2 H_2^T + DB^T)P_1^{-1}$，$R_1 = R^T(RR^T)^{-1}$ 是 R 的 $M-P$ 逆。

$$\begin{aligned} &[-R_1 RH - \varepsilon R_1 H_2 H_1^T - R_1 DB^T]^T P_2 + P_2[-R_1 RH - \varepsilon R_1 H_2 H_1^T - R_1 D \\ &+ P_2[\varepsilon R_1 H_2 H_2^T R_1^T + R_1 DD^T R_1^T] P_2 + A_1 H + HA_1^T + \varepsilon H_1 H_1^T + BB^T + \\ &\gamma^{-2} HL^T LH + \delta_2 I = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

分别有对称正定解阵 $P_1 > 0$ 和 $P_2 > 0$，那么滤波器参数为

$$\begin{aligned} K &= P_2 R_1 \\ G &= A_1 - KR \end{aligned} \tag{10}$$

且该滤波器对于所有容许的参数不确定性满足下面指标要求：

a) 增广系统(5)是渐进稳定的。

b) 稳态误差协方差矩阵 P 存在，且满足 $[P]_{ii} \le \sigma_i^2$。

c) 满足给定的 $w(t)$ 到 $e(t)$ 的扰动衰减系数 γ。

3 滤波算法应用

在对反舰导弹进行跟踪时目标模型普遍存在不确定性，这是造成跟踪系统不稳定和性能变化的主要原因。在对真实反舰导弹跟踪处理时往往无法获得外部干扰和 H_2/H_∞噪声的统计特性，这将造成噪声不确定性，而且对于已建立的模型，在参数和结构上都存在与实际情况的偏差，从而得出模型参数和结构的不确定性[8]。

针对高速高机动反舰导弹目标运动模型中的参数不确定性，引入鲁棒 H_2/H_∞滤波。当系统同时受到白噪声以及能量有界干扰信号的作用时，用卡尔曼滤波理论以及 H_∞ 滤波理论都不能很好地对系统进行状态估计[9]。在实际目标跟踪过程中，许多滤波问题是以给出估计误差方差上界的形式来描述的[10]，根据估计误差协方差配置理论，可以得出估计误差协方差矩阵可配置的充要条件，并且在满足可配置条件下，给出滤波器增益矩阵的集合。利用增益矩阵可以在一个集合内自由选取的特点，就可以优化其它的性能指标，如系统的 H_∞ 性能指标。本文提出的方差 H_2/H_∞滤波方法可以在满足方差约束的条件下，对机动目标运动模型中的不确定参数进行处理，从而优化系统的 H_∞性能指标。

以一阶时间相关模型(singer 模型)为例

目标的状态空间方程如下

$$\begin{bmatrix}\dot{x}(t)\\ \ddot{x}(t)\\ \dddot{x}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&-4.8\delta(t)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ \dot{x}(t)\\ \ddot{x}(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}w(t)$$

$$y(t)=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ \dot{x}(t)\\ \ddot{x}(t)\end{bmatrix}+w(t)$$

$$z(t)=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t)\\ \dot{x}(t)\\ \ddot{x}(t)\end{bmatrix}$$

其中，$\delta(t)$ 为时变不确定参数，干扰 $w(t)$ 满足假设 1。确定滤波公式(4)中的参数矩阵 G 和 K，使稳态误差协方差满足 $\mathrm{var}[e_1(t)]\le 0.28, \mathrm{var}[e_2(t)]\le 0.24, \mathrm{var}[e_3(t)]\le 0.22$，且滤波器的扰动衰减系数 $\gamma \le 10000 = 80dB$。由上式得 $\alpha = 4.8\delta(t)$ 是可变参数，可以对转弯机动、逃避机动和大气扰动参数 α 做不确定参数处理，从而使得机动性能得到改善。

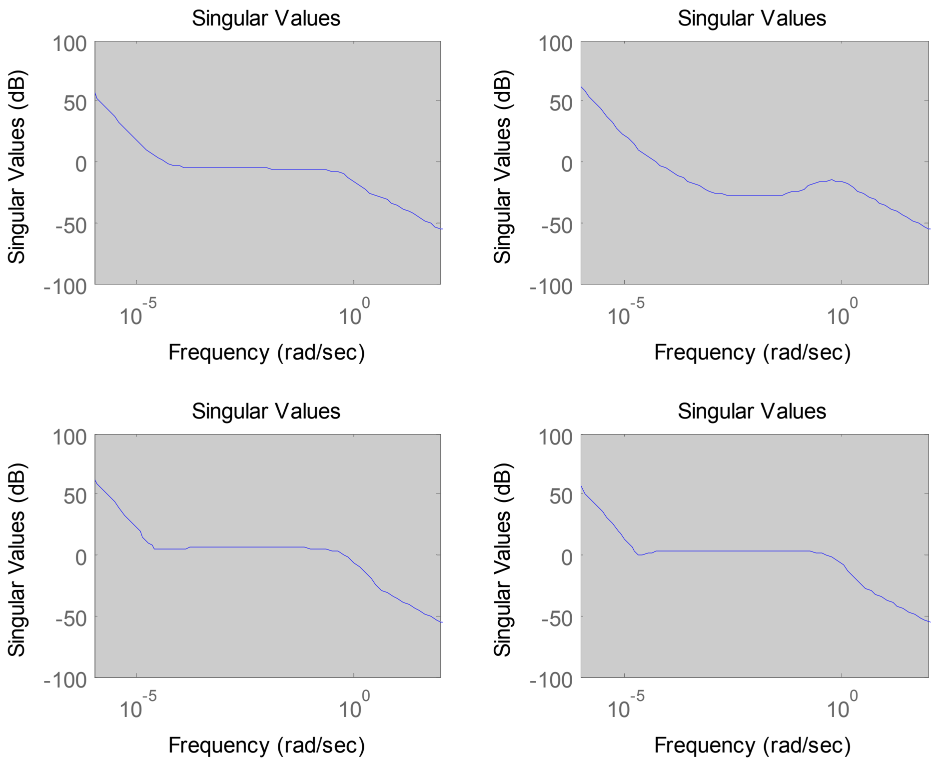

图 1 连续系统奇异值曲线，$\delta(t)=1,0.5,-0.5,-1$

系统参数项和不确定项可表示如下

$$A=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{bmatrix},B=\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix},C=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix},D=1,L=\begin{bmatrix}1&0&0\end{bmatrix}$$

$$\Delta A(t)=\begin{bmatrix}0&0&8\end{bmatrix}^T\delta(t)\begin{bmatrix}0&0&-0.6\end{bmatrix},\Delta C(t)=0$$

利用定理 1 的设计方法，根据方程(8)和方程(9)，当 $\varepsilon=0.25,\delta_1=0.05,\delta_1=0.25$ 时，取正定对称矩阵 H（H 满足 $[H]_{ii}=\sigma_i^2$）：

$$H=\begin{bmatrix}0.28 & 0.1 & 0.1\\ 0.1 & 0.24 & 0.1\\ 0.1 & 0.1 & 0.22\end{bmatrix}$$

通过方程(8)，(9)和(10)，解得滤波器参数矩阵为

$$G=\begin{bmatrix}-1.6922 & 0.3970 & 0.3187\\ -1.1270 & -0.4016 & 1.2122\\ -14.7163 & -3.4624 & 1.8297\end{bmatrix}, K=\begin{bmatrix}-0.1919\\ -0.1278\\ 3.8983\end{bmatrix}$$

设干扰 $w(t)$ 是零均值高斯白噪声，图 1 是 $\delta(t)=1,0.5,-0.5,-1$ 时 $w(t)$ 到 $\tilde{z}(t)$ 的奇异值曲线，满足 $\|H(s)\|_\infty \le \gamma$。

4 结论

本文引入了一种鲁棒 H_2/H_∞滤波器设计算法，通过求解两个 *Riccati* 方程，可以直接获得跟踪滤波器的设计参数，同时保证稳态误差协方差不大于由实际情况确定的上边界。滤波算法通过在机动目标跟踪模型中的应用，有效地解决了针对反舰导弹跟踪时系统中不确定性的滤波问题，为反舰导弹跟踪处理奠定了坚实的基础。

参考文献

[1].Kalman,R.E.A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems[J].Transaction of ASME-Journal of Basic Engineering,pp.35-45,Match 1960

[2].Minyue Fu,Carlos E.de Souza and Zhi-Quan Luo. Finite Horizon Robust Kalman Filter Design[C]. Proceedings of the 38th Conference on Decision & Control Phoenix, Afizona USA 1999.12:4555-4560

[3].E.Yaz and R.E.Skelton. Continuous and Discrete State Estimation with Error Covariance Assignment[C]. Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control.1990, 44(2): 163-170

[4].Zidong Wang and H. unbehauen. Robust H_2/H_∞ -state Estimation for Systems with Error Variance Constraints: The Continuous-Time Case [J].IEEE Trans on Automatic Control, Vol.44, No.5,1999.5:1061-1065

[5].Ran Yang ,Xiaoming Xu,Weidong Zhang. A New Approach to Robust Filtering with Specified Error Variance Constrains[C].Proceedings of the 3rd World Congress on Intelligent Control and Automation, China 2000.7:2235-2239

[6].胡键，周百令，马云峰. 鲁棒最小方差滤波在惯导初始对准中的应用研究[J].船舶电子工程，2007，27(2)：76-79

[7]Ran Yang, Xiaoming Xu, Weidong Zhang. A New Approach to Robust Filtering with Specified Error Variance Constraints[C].Proceedings of the 3rd World Congress On Intelligent Control and Automation.2002.6:2235-2239.

[8].Masataka Hashirao, Tetsuya kawase and Iwao Sasase. A Variable γ H_∞ Filter For a Maneuvering Target Tracking Using Acceleration Estimate[C].IEEE International Radar Conference,2000: 76-80.

[9].Pramod P. Khargonekar and Mario A.Rotea. Mixed H_2/H_∞Filtering[C]. Proceedings of the 31st Conference on Decision and Control.1992, 2: 2299-2304

[10].W.M.Haddad,D.S.Berstain and D.Mustafa. Mixed-Norm H_2/H_∞ Regulation and Estimation: The Discrete-Time case [J]. Systems & Control Letters.1991,16:235-247