1-7对偶与范式

1-7.1 对偶式(dual form)

定义1-7.1 在给定的命题公式A中，将联结词∨换成∧，将∧换成∨，若有特殊变元F和T亦相互取代，所得公式A*称为A的对偶式。

显然，A也是A*的对偶式。

1-7.1 对偶式(dual form)

例 : 求对偶式

a) $(P \vee Q) \wedge R$	$(P \wedge Q) \vee R$
b) $(P \wedge Q) \vee T$	$(P \vee Q) \wedge F$
c) $P \uparrow Q$	$P \downarrow Q$
d) $P \downarrow Q$	$P \uparrow Q$

e) $\neg(P \vee Q) \wedge (P \vee \neg(Q \wedge \neg S))$

$\neg(P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg(Q \vee \neg S))$

1-7.1 对偶式(dual form)

定理1-7.1 设A和A*是对偶式，P_1，P_2，P_n 是出现在A和A*中的原子变元，则

$$\neg A(P_1, P_2, \ldots, P_n) \Leftrightarrow A^*(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n)$$

$$A(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n) \Leftrightarrow \neg A^*(P_1, P_2, \ldots, P_n)$$

证明：由德.摩根定律

$$\neg (P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg P \vee \neg Q$$

$$\neg (P \vee Q) \Leftrightarrow \neg P \wedge \neg Q$$

可归纳 得$\neg A(P_1, P_2, \ldots, P_n) \Leftrightarrow A^*(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n)$

同理$A(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n) \Leftrightarrow \neg A^*(P_1, P_2, \ldots, P_n)$

1-7.1 对偶式(dual form)

例题：设$A^*(S,W,R)= \neg S \wedge(\neg W \vee R)$，
求它的等价式

解：由定理知：

$A^*(S,W,R)= \neg S \vee (\neg W \wedge R)$

$A^*(\neg S, \neg W, \neg R)= S \vee (W \wedge \neg R)$

$\neg A^*(\neg S, \neg W, \neg R)= \neg (S \vee (W \wedge \neg R))$

即为A的等价式

1-7.1 对偶式(dual form)

定理1-7.2 设P_1，P_2，P_n 是出现在公式A和B中的所有原子变元，如果$A \Leftrightarrow B$，则$A^* \Leftrightarrow B^*$。

证明：因为$A \Leftrightarrow B$，即

$A(P_1, P_2, \ldots, P_n) \Leftrightarrow B(P_1, P_2, \ldots, P_n)$是一个重言式，

故$A(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n) \Leftrightarrow B(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n)$

也是一个重言式。即

$$A(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n) \Leftrightarrow B(\neg P_1, \neg P_2, \ldots, \neg P_n)$$

由定理1-7.1得

$$\neg A^*(P_1, P_2, \ldots, P_n) \Leftrightarrow \neg B^*(P_1, P_2, \ldots, P_n)$$

因此 $$A^* \Leftrightarrow B^*$$

1-7.2 范式(normal form)

定义1-7.2 合取范式(conjunctive normal form):

一个命题公式称为合取范式，当且仅当它具有形式： $A_1 \wedge A_2 \wedge \ldots \wedge An$，（n≥1）

其中A_1，A_2，…，An都是由命题变元或其否定所组成的析取式。

例 $(P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge \neg Q$是一个合取范式。

$(\neg P \vee Q)$是否是合取范式？ 是

$\neg (P \vee Q)$是否是合取范式？ 不是

1-7.2 范式(normal form)

定义1-7.3 析取范式(disjunctive normal form)：

一个命题公式称为析取范式，当且仅当它具有形式： $A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee An$，（n≥1）

其中A_1，A_2，…，An都是由命题变元或其否定所组成的合取式。

例 $\neg P \vee (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q)$ 是一个析取范式。

$(\neg P \wedge Q)$是否是析取范式？ 是

$\neg (P \vee Q)$是否是析取范式？ 不是

1-7.2 范式(normal form)

求命题公式的合取范式或析取范式的三个步骤

(1) 将公式中的联结词化归成 ∧， ∨及 ¬ 。

(2) 利用德·摩根律将否定符号¬ 直接移到各个命题变元之前。

(3) 利用分配律、结合律将公式归约为合取范式或析取范式。

1-7.2 范式(normal form)

例：求$P\rightarrow ((Q\vee R)\rightarrow S)$的析取范式。

解：原式$\Leftrightarrow \neg P \vee(\neg(Q\vee R)\vee S)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee((\neg Q\wedge\neg R)\vee S)$

$\Leftrightarrow \neg P \vee(\neg Q\wedge\neg R)\vee S$

例：求$(P\rightarrow Q)\rightarrow R$的合取范式。

解：原式$\Leftrightarrow \neg(\neg P\vee Q)\vee R$

$\Leftrightarrow (P\wedge\neg Q)\vee R$

$\Leftrightarrow (P\vee R)\wedge(\neg Q\vee R)$

1-7.2 范式(normal form)

求公式$P\wedge(P \rightarrow Q)$ 的析取范式和合取范式。

解：原式$\Leftrightarrow P \wedge (\neg P \vee Q)$ 为合取范式

$\Leftrightarrow (P\wedge\neg P) \vee (P\wedge Q)$ 为析取范式

$\Leftrightarrow F\vee(P\wedge Q)$

$\Leftrightarrow P\wedge Q$

1-7.3 主析取范式

定义1-7.4 [小项]

n个命题变元的合取式，称为布尔合取或小项，其中每个变元与它的否定不能同时存在，但两者必须出现且仅出现一次。

例如：两个命题变元**P**、**Q**，其小项为

$P \wedge Q$，$P \wedge \neg Q$，$\neg P \wedge Q$，$\neg P \wedge \neg Q$

1-7.3 主析取范式

三个命题变元**P**、**Q**、**R**，其小项为

$P \wedge Q \wedge R$，$P \wedge Q \wedge \neg R$，

$P \wedge \neg Q \wedge R$，$P \wedge \neg Q \wedge \neg R$，

$\neg P \wedge Q \wedge R$，$\neg P \wedge Q \wedge \neg R$，

$\neg P \wedge \neg Q \wedge R$，$\neg P \wedge \neg Q \wedge \neg R$

一般说来，**n**个命题变元共有2^n个小项。

1-7.3 主析取范式

可以得出结论：

（**1**）没有两个小项是等价的

（**2**）每个小项只对应**P**和**Q**的一组真值指派，使得该小项的真值为**T**。

记作：$m_{11}= P \wedge Q$， $m_{10}= P \wedge \neg Q$，小项

$\tilde{p}_1 \wedge \tilde{p}_2 \wedge \cdots \wedge \tilde{p}_n$ 为 1，

当且仅当

$$\tilde{P}_i = \begin{cases} P_i, & \text{若编码中第}i\text{个分量为1} \\ \neg P_i, & \text{若编码中第}i\text{个分量为0} \end{cases}$$

小项的性质

（**1**）每一个小项当其真值指派与编码相同时，其真值为**T**，在其余2^n-1种指派情况下均为**F**。

（**2**）任意两个不同小项的合取式永假。

（**3**）全体小项的析取式永为真，记为：

$$\sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = m_0 \vee m_1 \vee \cdots \vee m_{2^n-1} \Leftrightarrow T$$

1-7.3 主析取范式

定义1-7.5 对于给定的命题公式，如果有一个等价公式，它仅由小项的析取所组成，则该等价式称作原式的主析取范式。

定理1-7.3 在真值表中，一个公式的真值为T的指派所对应的小项的析取，即为此公式的主析取范式。

证明　设给定公式为**A**，其真值为**T**的指派所对应的小项为$m_1', m_2', \ldots, m_k'$,这些小项的析取式记为**B**，为此要证**A**⇔**B**，即要证**A**与**B**在相应指派下具有相同真值。

首先对**A**为**T**的某一指派，其对应的小项为m_i'，则因为m_i'为**T**，而$m_1', m_2', \ldots, m_{i-1}', m_{i+1}', \ldots, m_k'$均为**F**，故**B**为**T**。

其次，对**A**为F的某一指派，其对应的小项不包括在B中，即$m_1', m_2', \ldots, m_k'$均为F，故B为F。因此**A**⇔**B** 。

1-7.3 主析取范式

例：求$(P \to Q) \to R$的主析取范式。

解：用真值表法：

P	Q	R	$P\to Q$	$(P\to Q)\to R$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	F
T	F	T	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	T
F	T	F	T	F
F	F	T	T	T
F	F	F	T	F

P	Q	R	P→ Q	(P→Q)→R
T	T	T	T	T
T	F	T	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

上式的主析取范式为：

$(P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge R)\vee(P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$

$\vee(\neg P\wedge Q\wedge R)\vee(\neg P\wedge\neg Q\wedge R)$

$\Leftrightarrow m_{111}\vee m_{101}\vee m_{100}\vee m_{011}\vee m_{001}$

$=\sum_{1,3,4,5,7}$

1-7.3 主析取范式

求主析取范式的方法分为：

（1）真值表法

（2）等价公式法

推演步骤:

（1）化归为析取范式。

（2）除去析取范式中所有永假的析取项。

（3）将析取式中重复出现的合取项和相同的变元合并。

（4）对合取项补入没有出现的命题变元，即添加(PP)式，然后，应用分配率展开公式。

例题8 设一公式A的真值表，如下表所示。求公式A的主析取范式。

P	Q	R	A
T	T	T	T
T	T	F	F
T	F	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F
F	T	F	F
F	F	T	F
F	F	F	T

解 公式A的主析取范式为：

$$A \Leftrightarrow (P\wedge Q\wedge R) \vee (P\wedge\neg Q\wedge\neg R) \vee (\neg P\wedge\neg Q\wedge\neg R)$$

除了用真值表方法外，也可利用等价公式构成主析取范式。

例题9 求$(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge R)\vee(Q\wedge R)$的主析取范式。

解 原式$\Leftrightarrow (P\wedge Q\wedge(R\vee\neg R))\vee(\neg P\wedge R\wedge(Q\vee\neg Q))$

$\vee(Q\wedge R\wedge(P\vee\neg P))$

$\Leftrightarrow (P\wedge Q\wedge R)\vee(P\wedge Q\wedge\neg R)\vee(\neg P\wedge R\wedge Q)$

$\vee(\neg P\wedge R\wedge\neg Q)$

1-7.3 主析取范式

例：求$(P \rightarrow Q) \rightarrow R$的主析取范式。

解：用等价公式推导法:

原式$\Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge (R \vee \neg R)) \vee ((P \vee \neg P) \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge R)$

$\Leftrightarrow \underline{(P \wedge \neg Q \wedge R)} \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee$
$(\neg P \wedge Q \wedge R) \vee \underline{(P \wedge \neg Q \wedge R)} \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee$
$(\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) = \sum_{1,3,4,5,7}$

1-7.4 主合取范式

定义1-7.6 [大项]

n个命题变元的析取式，称为布尔析取或大项，其中每个变元与它的否定不能同时存在，但两者必须出现且仅出现一次。

例如：两个命题变元**P**、**Q**，其大项为

$P\vee Q$，$P\vee\neg Q$，$\neg P\vee Q$，$\neg P\vee\neg Q$

1-7.4 主合取范式

三个命题变元P、Q、R，其大项为$P \vee Q \vee R$，$P \vee Q \vee \neg R$，

$P \vee \neg Q \vee R$，$P \vee \neg Q \vee \neg R$，

$\neg P \vee Q \vee R$，$\neg P \vee Q \vee \neg R$，

$\neg P \vee \neg Q \vee R$，$\neg P \vee \neg Q \vee \neg R$

一般说来，**n**个命题变元共有2^n个大项。

1-7.4 主合取范式

也可以得出结论：

（1）没有两个大项是等价的

（2）每个大项只对应P和Q的一组真值指派，使得该大项的真值为F。

记作： **M_{00}=P∨Q， M_{01}=P∨¬ Q，**

M_{10}= ¬P∨Q， M_{11}=¬P∨¬Q

总结出规律：在大项 $\tilde{p}_1 \vee \tilde{p}_2 \vee \cdots \vee \tilde{p}_n$ 中，

$$\tilde{P}_i = \begin{cases} P_i, & \text{若编码中第 } i \text{个分量为 } 0 \\ \neg P_i, & \text{若编码中第 } i \text{个分量为 } 1 \end{cases}$$

看P37 大项的性质

大项的性质

（**1**）每一个大项当其真值指派与编码相同时，其真值为**F**，在其余**2^n-1**种指派情况下均为**T**。

（**2**）任意两个不同大项的析取式永真。

（**3**）全体大项的合取式为永假，记为：

$$\prod_{i=0}^{2^n-1} M_i = M_0 \wedge M_1 \wedge \cdots \wedge M_{2^n-1} \Leftrightarrow F$$

1-7.4 主合取范式

定义1-7.7 对于给定的命题公式，如果有一个等价公式，它仅由大项的合取所组成，则该等价式称作原式的主合取范式。

定理1-7.4 在真值表中，一个公式的真值为F的指派所对应的大项的合取，即为此公式的主合取范式。

证明 略。

1-7.4 主合取范式

例：求$(\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)$的主合取范式

解：用真值表法：

P	Q	$\neg P\wedge Q$	$P\wedge\neg Q$	$(\neg P\wedge Q)\vee(P\wedge\neg Q)$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	F	F	F

原式$\Leftrightarrow(\neg P\vee\neg Q)\wedge(P\vee Q)\Leftrightarrow M_{11}\wedge M_{00}=\Pi_{0,3}$

1-7.4 主合取范式

求主合取范式的方法分为：

（1）真值表法

（2）等价公式法

推演步骤:

（1）化归为合取范式。

（2）除去合取范式中所有为永真的合取项。

（3）合并相同的析取项和相同的变元。

（4）对析取项补入没有出现的命题变元，

即添加 $(P \wedge \neg P)$ 式，然后，应用分配率展开公式。

例题11 化 $(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge R)$ 为主合取范式。

解 $(P\wedge Q)\vee(\neg P\wedge R) \Leftrightarrow ((P\wedge Q)\vee\neg P)\wedge((P\wedge Q)\vee R)$

$\Leftrightarrow (P\vee\neg P)\wedge(Q\vee\neg P)\wedge(P\vee R)\wedge(Q\vee R)$

$\Leftrightarrow (Q\vee\neg P)\wedge(P\vee R)\wedge(Q\vee R)$

$\Leftrightarrow (Q\vee\neg P\vee(R\wedge\neg R))\wedge(P\vee R\vee(Q\wedge\neg Q))$

$\wedge(Q\vee R\vee(P\vee\neg P))$

$\Leftrightarrow (Q\vee\neg P\vee R)\wedge(Q\vee\neg P\vee\neg R)\wedge(P\vee R\vee Q)$

$\wedge(P\vee R\vee\neg Q)\wedge(Q\vee R\vee P)\wedge(Q\vee R\vee\neg P)$

$\Leftrightarrow (\neg P\vee Q\vee R)\wedge(\neg P\vee Q\vee\neg R)$

$\wedge(P\vee\neg Q\vee R)\wedge(P\vee Q\vee R)$

1-7.4 主合取范式

例：求$(P \rightarrow Q) \rightarrow R$的主合取范式。

解：用等价公式推导法：

原式$\Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (P \vee R) \wedge (\neg Q \vee R)$

$\Leftrightarrow (P \vee R \vee (Q \wedge \neg Q)) \wedge (\neg Q \vee R \vee (P \wedge \neg P))$

$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge \underline{(P \vee \neg Q \vee R)} \wedge \underline{(P \vee \neg Q \vee R)} \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R)$

$\Leftrightarrow (P \vee Q \vee R) \wedge (P \vee \neg Q \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg Q \vee R) = \prod_{0,2,6}$

1-7.3 主析取范式

例：求$(P \rightarrow Q) \rightarrow R$的主析取范式。

解：用等价公式推导法：

原式$\Leftrightarrow \neg(\neg P \vee Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q) \vee R$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge (R \vee \neg R)) \vee ((P \vee \neg P) \wedge (Q \vee \neg Q) \wedge R)$

$\Leftrightarrow \underline{(P \wedge \neg Q \wedge R)} \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\underline{P \wedge \neg Q \wedge R}) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R)$

$\Leftrightarrow (P \wedge \neg Q \wedge R) \vee (P \wedge \neg Q \wedge \neg R) \vee (P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge Q \wedge R) \vee (\neg P \wedge \neg Q \wedge R) = \sum_{1,3,4,5,7}$

大家可以看到，当用等价公式推导的方法求得一公式的主析取范式或主合取范式时，可以方便地用编码求得另一种主范式，比真值表法快一些。

请做P39 (3) c)

求 $\neg(P\rightarrow Q)$的主析取范式，再用编码大项写出主合取范式。

解：原式$\Leftrightarrow P\wedge\neg Q \Leftrightarrow m_{10} = \sum_{2}$

原式$\Leftrightarrow M_{00} \wedge M_{01} \wedge M_{11} \Leftrightarrow (P\vee Q) \wedge (P\vee\neg Q) \wedge (\neg P\vee\neg Q) = \prod_{0,1,3}$

作业(1-7)

P39 (4) a) ,c) ,e)

(7)

1-8 推理理论

定义1-8.1 设A和C是两个命题公式，当且仅当 $A \rightarrow C$ 为一重言式，即 $A \Rightarrow C$ ，称C是A的有效结论。或C可由A逻辑地推出。

定义1-8.2 设 H_1，H_2，…，H_m 和C为命题公式，若 $H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m \Rightarrow C$，则称C为一组前提 H_1，H_2，…，H_m 的有效结论。

证明方法如下：

(1)真值表法（分析法）

(2)公式推导：分为①直接证法、 ②反证法和 ③CP规则， 后两种称为间接证法。

1-8 推理理论

要证$H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m \rightarrow C$是重言式

设P_1，P_2，…，P_n是出现在H_1，H_2，…，H_m和C中的所有命题变元。

真值表：

P_1，P_2，…，P_n，H_1，H_2，…，H_m，C

共n+m+1列

1-8.1 真值表法

如果有**n**个命题变元，则真值表**n+m+1**列，使得H_1，H_2，…，H_m均为**T**的真值指派，**C**也为**T**；

或者看使得**C**为**F**的真值指派的行，在每一个这样的行中H_1，H_2，…，H_m中至少有一个为**F**也可。

1-8 推理理论

例：**P47 (2) a)** 证明：$A \to \neg C$是前提 $\neg A \lor B$，$C \to \neg B$的有效结论。

A	B	C	$\neg A \lor B$	$C \to \neg B$	$A \to \neg C$
T	T	T	T	F	F
T	T	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	T	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T

1-8.2 直接证法

任务是构造命题公式序列

P 规则：前提在论证过程中随时可以引用。**(premise)**

T规则：在推导中，如果有一个或多个公式蕴含着公式**S**，则公式**S**可以引入推导之中。

1-8.2 直接证法

例题：如果张老师来了，这个问题可以得到解答，如果李老师来了，这个问题也可以得到解答，总之张老师或李老师来了，这个问题就可以得到解答。

解：设 **P**：张老师来了。**Q**：李老师来了。

R：这个问题可以得到解答。

$$(P\rightarrow R)\wedge(Q\rightarrow R)\wedge(P\vee Q)\Rightarrow R$$

1-8.2 直接证法

E: Equivalent

I: Implication

证：$(P \to R) \land (Q \to R) \land (P \lor Q) \Rightarrow R$

证明：

(1) $P \to R$	P
(2) $Q \to R$	P
(3) $P \lor Q$	P
(4) $\neg P \to Q$	T(3) E
(5) $\neg P \to R$	T(4),(2) I_{13}
(6) $(P \to R) \land (\neg P \to R)$	T(1),(5) I_9
(7) R	T(6) E

1-8.2 直接证法

请做P47 (1) b)

证明：$J \rightarrow (M \vee N), (H \vee G) \rightarrow J, H \vee G \Rightarrow M \vee N$

证明：(1) $J \rightarrow (M \vee N)$ P

(2) $(H \vee G) \rightarrow J$ P

(3) $(H \vee G) \rightarrow (M \vee N)$ T(1),(2) I_{13}

(4) $H \vee G$ P

(5) $M \vee N$ T(3),(4) I_{11}

1-8.3 间接证法

1. 反证法

反证法的根据如下：

要证 $H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m \Rightarrow C$

记$A=H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m$，

即是要证 $A \Rightarrow C$，$A \rightarrow C$是重言式，

$\neg A \vee C$是重言式，$A \wedge \neg C$是矛盾式，

即是要证$H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m \wedge \neg C$是矛盾式

等于多了一个前提$\neg C$，用直接证明方法证得矛盾即可

1-8.3 间接证法

例：证：$S\to\neg Q, S\vee R, \neg R, \neg P \rightleftarrows Q \Rightarrow P$ [P47 (4) b)]

证明: (1) $\neg P$	P(附加前提)
(2) $S\vee R$	P
(3) $\neg R$	P
(4) S	T(2),(3) I_{10}
(5) $S\to\neg Q$	P
(6) $\neg Q$	T(4),(5) I_{11}
(7) $\neg P\rightleftarrows Q$	P
(8) $(\neg P\to Q)\wedge(Q\to\neg P)$	T(7) E
(9) $\neg P\to Q$	T(8) I_1
(10) Q	T(9) I_{11}
(11) $Q\wedge\neg Q$(永假）	T(6),(10) I_9

1-8.3 间接证法

2. CP规则（condition premise)

若要证$H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m \Rightarrow R \rightarrow C$

记$A=H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m$，

即是要证 $A \Rightarrow R \rightarrow C$,

$A \rightarrow (R \rightarrow C)$是重言式，

$\neg A \vee (\neg R \vee C)$是重言式，

$\neg (A \wedge R) \vee C$是重言式，

$(A \wedge R) \rightarrow C$是重言式， $(A \wedge R) \Rightarrow C$

即要证$H_1 \wedge H_2 \wedge \ldots \wedge H_m \wedge R \Rightarrow C$

R作为附加前提，用直接证法得到C即可

例：证：$A\vee B\rightarrow C\wedge D,\ D\vee E\rightarrow F\Rightarrow A\rightarrow F$ P47 (2) c)

证明:利用CP规则

(1)	A	P(附加前提)
(2)	$A\vee B$	T(1) I_3
(3)	$A\vee B\rightarrow C\wedge D$	P
(4)	$C\wedge D$	T(2),(3) I_{11}
(5)	D	T(4) I_2
(6)	$D\vee E$	T(5) I_3
(7)	$D\vee E\rightarrow F$	P
(8)	F	T(6),(7) I_{11}
(9)	$A\rightarrow F$	CP规则

请做P47 (1) d)

证：$P \to Q,\ (\neg Q \vee R) \wedge \neg R,\ \neg(\neg P \wedge S) \Rightarrow \neg S$

证明: (1) $(\neg Q \vee R) \wedge \neg R$ P

(2) $\neg Q \vee R$ T(1) I_1

(3) $\neg R$ T(1) I_1

(4) $\neg Q$ T(2),(3) I_{10}

(5) $P \to Q$ P

(6) $\neg P$ T(4),(5) I_{12}

(7) $\neg(\neg P \wedge S)$ P

(8) $P \vee \neg S$ T (7) E

(9) $\neg S$ T(6),(8) I_{10}

证：**$P\rightarrow Q$, $(\neg Q\vee R)\wedge\neg R$, $\neg(\neg P\wedge S)\Rightarrow\neg S$ P47 (1) d)**

证明:(1) S	P（附加前提）
(2) $\neg(\neg P\wedge S)$	P
(3) $P\vee\neg S$	T (2) E
(4) P	T(1),(3) I
(5) $(\neg Q\vee R)\wedge\neg R$	P
(6) $\neg Q\vee R$	T(5) I
(7) $\neg R$	T(5) I
(8) $\neg Q$	T(6),(7) I
(9) $P\rightarrow Q$	P
(10) $\neg P$	T(8),(9) I
(11) $(\neg P\wedge P)$矛盾	T(4),(10) I

明天是晴天，或者是下雨；如果是晴天，我就去看电影；如果我去看电影，我就不看书。

结论：如果我在看书，则天在下雨。

解：**A**：明天晴天,**B**：明天下雨,**C**：我去看电影,
D：我在看书。

本命题符号化为：$A \vee B, A \to C, C \to \neg D \Rightarrow D \to B$

(1)	D	P(附加前提)
(2)	$C \to \neg D$	P
(3)	$\neg C$	T(1),(2), I
(4)	$A \to C$	P
(5)	$\neg A$	T(3),(4), I
(6)	$A \vee B$	P
(7)	B	T(5),(6), I
(8)	$D \to B$	CP

作业(1-8)

P47 (2) b)

(4) c)