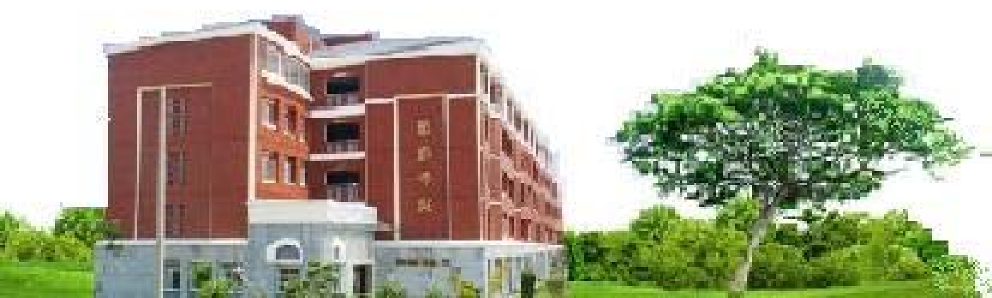
离散数学讲义

福建师范大学软件学院
杨淑群

09/01/2009

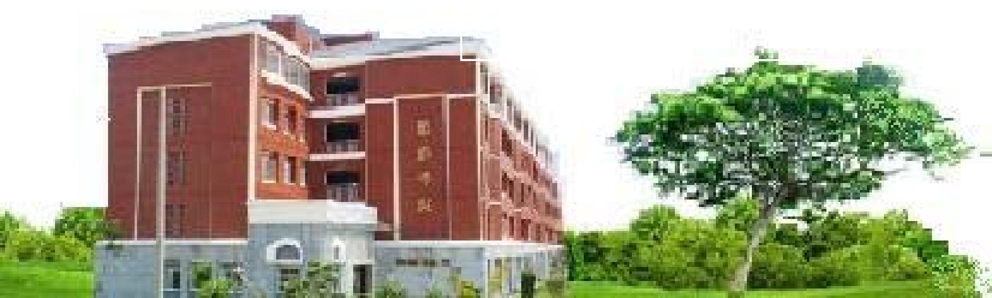


参考书

- 离散数学，左孝凌、李为鉴、刘永才编著，上海科学技术文献出版社
- 离散数学，耿素云、屈婉玲编著，高等教育出版社
- Discrete Mathematics and its Applications，Kenneth H.Rosen， McGraw Hill 公司
- Discrete Mathematics Structure，Bernard kolman etc.， Prentice Hall 出版公司

离散数学

- 离散数学
- 离散数学的内容：数理逻辑、集合论、代数系统、图论及组合数学



要求

作业：

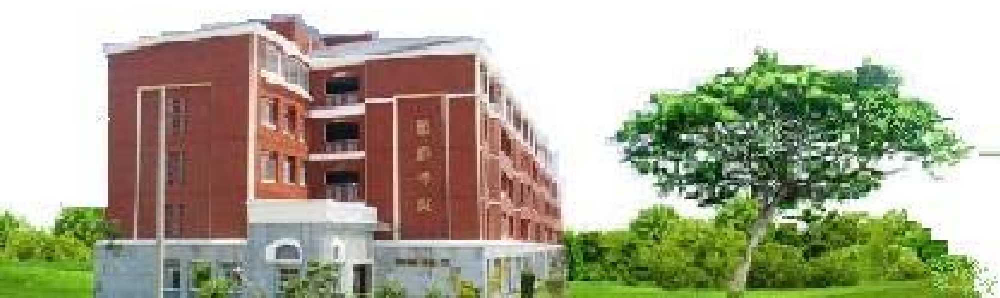
基本要求：每次课布置作业，每周二上课前交作业。

特别要求：书后习题全部完成。

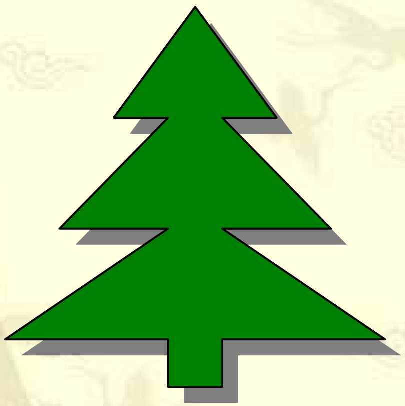
考试：期中、期末

第一篇 数理逻辑

- 第一章 命题逻辑
- 第二章 谓词逻辑



代数的认知过程



树

$\longrightarrow$ 1 数 $\longrightarrow$ x 变元 $\longrightarrow$ $(x+y)^2$ 表达式

$\downarrow$

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

等式公式

$\longleftarrow$

$(1+y)^2-y^2-2y=1$

运用等式公式的推理结果

注：表达式定义（递归定义）

推理方法：

1）直接证明

2）间接证明

- 反证法
- C-R法

例：三角形内角和为180度

第一章 命题逻辑

1-1 命题及其表示法

定义 1-1.1 命题(Proposition)：

具有确定真值的陈述句称为命题。

定义 1-1.2 真值：

命题总是具有一个“值”，称为真值。

真值只有“真”、“假”两种，记作**True**(真)和**False**(假)，分别用符号**T**和**F**表示。

1-1 命题及其表示法

例1： (1) 我们生活在地球上。

(2) 雪是黑的。

(3) 我学英语，或者我学日语。

(4) 如果天气好，那么我去散步。

(5) 别的星球上有生物。

1-1 命题及其表示法

例2： (1) 全体立正！

(2) 明天是否开大会？

(3) 天气多好啊！

(4) 我正在说谎。

(5) 1+101=110

1-1 命题及其表示法

定义 1-1.3 原子命题和复合命题：

不能分解为更简单的陈述语句称为原子命题。

由联结词、标点符号和原子命题复合构成的命题称为复合命题。

1-1 命题及其表示法

在数理逻辑中，我们使用大写字母A，B，…，P，Q，…，或用带下标的大写字母或用数字表示命题。

例如：

P：今天下雨。

[12]：今天下雨。

A_1：今天下雨。

P、[12]和 A_1称为命题标识符。

1-1 命题及其表示法

定义1-1.4 命题常量和命题变元：

如果一个命题标识符表示确定的命题，就称为命题常量。

如果一个命题标识符只表示任意命题的位置标志，就称为命题变元。

命题变元可以表示任意命题，所以它不能确定真值，故命题变元不是命题。

注：1与X

1-2 联结词（四则运算）

(1) 否定 $\neg$

(2) 合取 $\wedge$

(3) 析取 $\vee$

(4) 条件 $\rightarrow$

(5) 双条件 $\rightleftarrows$

(1) 否定

定义1-2.1 否定(Negation)：

“非”，用“¬”表示。

设**P**为一个命题，**P**的否定是一个新的命题，记作¬ **P**。

读作“非**P**”。

P	¬ P
T	F
F	T

(1) 否定(Negation)

例　　**P**：上海是个大城市。

　$\neg$ **P**：上海并不是个大城市。

　$\neg$ **P**：上海是个不大的城市。

否定联结词是一个一元运算。

(2) 合取

定义1-2.2 合取(Conjunction)：

“和”，“与”，用“∧”表示。两个命题P和Q的合取是一个复合命题，记作P∧Q。读作“P合取Q”，“P与Q”，“P并且Q”。当且仅当P、Q同时为T时，P∧Q为T，在其它情况下，P∧Q的真值都是F。

P	Q	P ∧ Q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(2) 合取(Conjunction)

例　　**P**：今天下雨。

Q：明天下雨。

P∧Q：今天下雨而且明天下雨。

P∧Q：今天与明天都下雨。

P∧Q：这两天都下雨。

“合取”是一个二元运算。

(3) 析取

定义1-2.3 析取(Disjunction)：

“或”，用“∨”表示。两个命题P和Q的析取是一个复合命题，记作P∨Q。读作“P或Q”，“P析取Q”。当且仅当P、Q同时为F时，P∨Q的真值为F，否则P∨Q的真值为T。

P	Q	P∨Q
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

(3) 析取(Disjunction)

例1 今天晚上我在家看电视或去剧场看戏。

例2 他可能是100米或400米赛跑的冠军。

在例1中的“或”是“排斥或”，例2中的“或”是“可兼或”，而析取指的是“可兼或”。

例3 他昨天做了二十或三十道习题。

这个“或”字，只是表示了习题的近似数目，不能用联结词析取表达，例3是个原子命题。

“析取”是二元运算。

(4) 条件

定义1-2.4 条件(Condition)：

给定两个命题P和Q，其条件命题是一个复合命题，记作P→Q，读作“如果P，那么Q”，或“若P则Q”。当且仅当P的真值为T，Q的真值为F时， P→Q的真值为F，否则P→Q的真值为T。

P	Q	P→Q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

(4) 条件(Condition)

例**1** 如果某动物为哺乳动物，则它必胎生。

例**2** 如果我得到这本小说，那么我今夜就读完它。

例**3** 如果雪是黑的，那么太阳从西方出。

这三个例子都可以用条件命题**P→Q**表达。

条件联结词亦是二元运算。

下面对如此定义条件联结词运算规则的原因给出解释

(5) 双条件

定义1-2.5 双条件：

给定两个命题**P**和**Q**，其复合命题**P⇄Q**称作双条件命题，读作“**P**当且仅当**Q**”，当**P**和**Q**的真值相同时，**P⇄Q**的真值为**T**,否则**P⇄Q**的真值为**F**。

P	Q	P⇄Q
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

(5) 双条件

例**1** 两个三角形全等，当且仅当它们的三组对应边相等。

例**2** 燕子飞回来了，春天来了。

例**3** **2+2=4**当且仅当雪是白的。

这些例子都可以用双条件$P \rightleftarrows Q$来表示。双条件联结词亦可记作“$\leftrightarrow$” 或“**iff**”（**if and only if)**。双条件也是二元运算。

作业（1-1，1-2）

P8 （6）