

# 航天器中频段力学环境预示的混合线连接建模方法

朱卫红, 马兴瑞, 韩增尧, 邹元杰

(中国空间技术研究院, 北京 100094)

**摘要:** 针对航天器中频段的力学环境预示问题, 提出了一种航天器结构混合线连接建模方法。首先应用波动理论推导了波数空间下的线连接动态刚度矩阵, 然后通过构造线连接处的位移形函数, 采用傅里叶变换技术建立混合线连接模型。提出了模态插值、三角波和 Shannon 小波三种形函数构造方法, 并对三类形函数的优缺点进行了对比。典型结构的仿真结果表明, 提出的混合线连接建模方法具有较好的预示精度, 可应用于航天器结构的中频段的力学环境预示。

**关键词:** 混合线连接; 形函数; 动态刚度矩阵

**中图分类号:** V414      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-1328(2015)07-0747-08

**DOI:** 10.3873/j.issn.1000-1328.2015.07.001

## A Hybrid Line Junction Modeling Method of Mid-Frequency Mechanical Environment Prediction for Spacecraft

ZHU Wei-hong, MA Xing-rui, HAN Zeng-yao, ZOU Yuan-jie

(China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of mid-frequency dynamics environment prediction for space crafts, a hybrid line junction modeling method is proposed. The dynamic stiffness matrix of line junction is deduced in the wave number coordinate by use of the wave theory, then by using Fourier transform technique, the hybrid line junction model is established on the basis of displacement shape function. Three types of shape function construction method including modal interpolation shape function, triangle wave shape function and Shannon wavelet shape function are presented in this paper, and both advantages and disadvantages of these shape functions are compared. The simulation results of typical structure show that the modeling method presented in this paper has a good prediction accuracy, and can be applied to the mid-frequency prediction of space craft structures.

**Key words:** Hybrid line junction; Shape function; Dynamic stiffness matrix

## 0 引言

准确预示航天器的力学环境是指导航天器设计和地面试验方案与条件制定的重要依据, 但是航天器在发射过程中经历的力学环境频率宽, 一般在 10 Hz ~ 10 kHz, 很难采用单一的分析方法实现精确的力学环境预示<sup>[1]</sup>。在低频段航天器结构和声腔的模态稀疏, 有限元和边界元等基于单元离散技术的方法最为常用; 而在高频段, 结构和声腔的模态密

集且随机特性影响突出, 因此, 统计能量分析和能量有限元分析等都是比较有效的预示手段。但是在低频和高频中间存在一个过渡频段(一般对于航天器系统级模型大约在 300 Hz ~ 1 kHz), 在该频段航天器各子结构或部件之间的动力学特性差异大, 此时传统低频方法和高频方法都无法准确地进行预示, 这就是航天器中频段的力学环境预示问题。目前中频段的响应预示是航天器结构力学环境预示的难点, 也是国内外研究的热点<sup>[2]</sup>, 因此展开航天器

中频段的预示方法研究具有重要的理论价值和工程应用价值。

为了解决中频段的力学环境预示问题,2005 年 Shorter 等<sup>[3]</sup>提出了一种混合 FE-SEA 中频预示方法(Hybrid Finite Element-Statistic Energy Method)。该方法首先将系统根据动力学特性划分为确定性子系统和随机子系统,然后确定性子系统采用有限元方法建模,随机子系统采用 SEA 方法建模,最后耦合求解得到系统不同子系统的响应。该方法提出后受到了广泛关注,目前国外已将其广泛应用于航空航天领域<sup>[4-6]</sup>。我国航天工业部门也在“十一五”初期启动了该方法的理论和应用研究,目前已完成了该方法的基本理论推导和部分仿真分析及试验验证<sup>[7-9]</sup>,但是结合目前我国航天工程中频预示的实际需求,仍然需要针对该方法从建模理论、工程应用和试验验证等方面展开更深入的研究<sup>[2]</sup>。

对于大型复杂航天器,不同部件的连接形式通常复杂多样,总体可归纳为点、线、面三种基本连接形式,其中线连接是航天器结构中一种比较普遍的连接形式,如星体壁板的交界处,又如卫星与火箭连接的星箭界面等。如果线连接的两类结构刚度差异大,这就是典型的中频预示问题。根据混合 FE-SEA 理论,需采用有限元方法对刚性较大的部件建模,而柔性组件则采用统计能量方法建模,然后通过混合线连接耦合进行求解分析。目前国内外公开可查阅的混合线连接建模的资料非常少,因此本文针对航天器结构中频预示的混合线连接建模理论展开研究,最后以典型结构为例验证了本文方法的有效性。

## 1 基于混合线连接模型的 FE-SEA 分析

混合 FE-SEA 基本理论认为统计能量子系统的能量由直接场和混响场两部分能量组成。直接场能量为通过连接输入到子系统后未经过任何边界反射的能量,混响场能量为经过多次反射后的能量,图 1 为线连接结构的直接场和混响场示意图。

假设统计能量子系统的混合线连接  $m$  的位移自由度为  $\mathbf{q}^{(m)}$ ,则混合线连接的动力学响应可表示为:

$$\mathbf{D}_{\text{dir}}^{(m)} \mathbf{q}^{(m)} = \mathbf{f}_{\text{ext}}^{(m)} + \mathbf{f}_{\text{rev}}^{(m)} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{D}_{\text{dir}}^{(m)}$  为第  $m$  个线连接直接场动刚度矩阵,

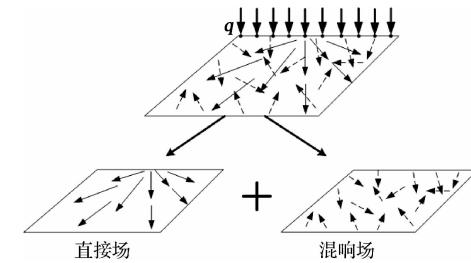


图 1 线连接的直接场和混响场

Fig. 1 Direct field and diffuse reverberant field for line junction

$\mathbf{f}_{\text{rev}}^{(m)}$  为混响场能量在线连接处产生的受挡混响力,  $\mathbf{f}_{\text{ext}}^{(m)}$  为作用于线连接上的外载荷。耦合后的有限元的动力学方程可写为:

$$\mathbf{D}_{\text{tot}} \mathbf{q} = \mathbf{f}_{\text{ext}} + \sum_m \mathbf{f}_{\text{rev}}^{(m)} \quad (2)$$

式中:  $\mathbf{D}_{\text{tot}} = \mathbf{D}_d + \sum_m \mathbf{D}_{\text{dir}}^{(m)}$ ,  $\mathbf{D}_d$  为有限元模型的动刚度矩阵,  $\mathbf{q}$  和  $\mathbf{f}_{\text{ext}}$  分别为系统的总自由度和总外载荷向量。由式(2)可给出总自由度的响应互谱:

$$\mathbf{S}_{\text{qq}} = \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-1} \mathbf{S}_{\text{ff}} \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-H} \quad (3)$$

上标  $-H$  为共轭转置求逆运算符, 力互谱矩阵  $\mathbf{S}_{\text{ff}}$  包括外载荷互谱和混响受挡力互谱:

$$\mathbf{S}_{\text{ff}} = \mathbf{S}_{\text{ff,ext}} + \sum_m \mathbf{S}_{\text{ff,rev}}^{(m)} \quad (4)$$

式中: 外载荷互谱  $\mathbf{S}_{\text{ff,ext}}$  由外载荷决定, 受挡混响力  $\mathbf{S}_{\text{ff,rev}}^{(m)}$  的互谱未知, 但通过直接场与混响场的互易关系可建立受挡混响力和混响场能量之间的转换关系<sup>[10]</sup>:

$$\mathbf{S}_{\text{ff,rev}}^{(m)} = \frac{4E}{\omega \pi n} \text{Im}(\mathbf{D}_{\text{dir}}^{(m)}) \quad (5)$$

式中:  $\text{Im}(\cdot)$  为取虚部,  $E$  为统计能量子系统的混响能量,  $\omega$  为分析频率,  $n$  为模态密度。方程描述了统计能量子系统的能量响应与其在混合线连接  $m$  处产生的反力之间的关系。同时基于该关系可建立耦合后的统计能量模型的功率流平衡方程<sup>[11]</sup>:

$$\begin{aligned} \omega(\eta_j + \eta_{d,j}) E_j + \sum_e \omega \eta_{je} n_j E_j / n_e - \\ \sum_e \omega \eta_{je} n_j E_e / n_e = P_{\text{in}}^j + P_{\text{in,ext}}^j \end{aligned} \quad (6)$$

式中:

$$\eta_{d,j} = \left( \frac{2}{\pi n_j \omega} \right) \sum_{r,s} \text{Im}(\mathbf{D}_d)_{rs} \{ \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-1} \text{Im}(\mathbf{D}_{\text{dir},j}) \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-H} \}_{rs}$$

$$\eta_{je} = \frac{2}{\pi n_j \omega} \sum_{r,s} \text{Im}(\mathbf{D}_{\text{dir},j})_{rs} \{ \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-1} \text{Im}(\mathbf{D}_{\text{dir},e}) \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-H} \}_{rs}$$

$$P_{\text{in,ext}}^j = \frac{\omega}{2} \sum_{r,s} \text{Im}(\mathbf{D}_{\text{dir},j})_{rs} \{ \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-1} \mathbf{S}_{\text{ff,ext}} \mathbf{D}_{\text{tot}}^{-H} \}_{rs}$$

式中:  $D_{\text{dir},j}$  为第  $j$  个统计能量子系统所有混合线连接直接场动刚度矩阵之和,  $\eta_{d,j}$  为有限元模型对统计能量模型  $j$  的等效损耗因子,  $\eta_{je}$  为 SEA 子系统  $j$  和 SEA 子系统  $e$  间的等效耦合损耗因子,  $P_{\text{in}}^j$  为施加在统计能量子系统  $j$  上的外载荷,  $P_{\text{in,ext}}^j$  为有限元模型的外载荷输入到 SEA 子系统  $j$  的等效输入功率,  $n_j$  为 SEA 子系统  $j$  的模态密度。分析时首先求解耦合后的功率流平衡方程(6), 求解得到统计能量模型的能量响应, 然后由式(5)得混合连接边界处的混响受挡力, 代入方程(3)求得有限元模型的响应。

从上述求解流程可以看出, 混合 FE-SEA 分析关键在于混合连接的建模, 即混合线连接的直接场动刚度矩阵。下面将针对如何建立混合线连接的直接场动刚度矩阵展开研究。

## 2 混合线连接建模

### 2.1 波数空间下线连接动刚度矩阵

航天器结构以具有大面质比的板壳结构为主, 如星体壁板结构和太阳翼等, 因此本文重点研究板壳结构的混合线连接模型。假设板  $j$  通过线连接与其他结构相连, 定义其局部坐标系为  $ox_jy_jz_j$ , 如图 2 所示。线连接沿  $x_j$  轴, 其运动可由沿三个方向的平动  $[u_j, v_j, w_j]^T$  与绕  $x_j$  轴的转角  $\theta_j$  描述, 这里主要考虑面外运动  $[w_j, \theta_j]^T$ , 面内运动的建模将不再赘述。根据各向同性薄板理论, 板的横向自由运动的控制方程为:

$$D_j \nabla^4 w_j + \rho_j h_j \frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} = 0 \quad (7)$$

式中:  $\nabla^4 = (\partial^4 / \partial x_j^4) + (2 \partial^4 / \partial x_j^2 \partial y_j^2) + (\partial^4 / \partial y_j^4)$ ,  $D_j$  为板  $j$  的弯曲刚度,  $t$  为时间,  $\rho_j$  和  $h_j$  分别为板的密度和厚度。

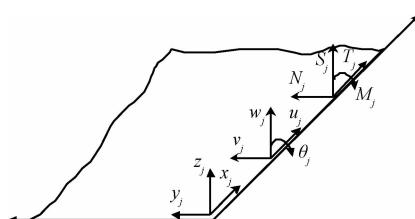


图 2 线连接的局部坐标系

Fig. 2 The local coordinate of line junction

波从线连接处向板结构内部传递能量, 波的形式可写为  $\exp(-ikx_j + \mu y_j + i\omega t)$ , 负号表示波沿  $x_j$  轴正

方向传播,  $k$  为该方向波数, 则横向位移可写为:

$$w_j = \alpha \exp(-ikx_j + \mu y_j + i\omega t) \quad (8)$$

式中:  $\alpha$  为横向位移的幅值, 将式(8)代入式(7)则可得出:

$$\mu^2 = k^2 \pm k_B^2 \quad (9)$$

式中: 板的弯曲波数  $k_B = (\rho_j h_j \omega^2 / D_j)^{1/4}$ 。由方程可求出 4 个  $\mu$  值, 由于  $y_j$  方向的波只能沿正方向传播, 因此  $\mu$  只能取负值。当  $k \geq k_B$  时,  $\mu$  取两个负实数, 这表明此时  $y_j$  方向的波为近场波, 不传递能量; 当  $k < k_B$  时,  $\mu$  取一个负实数和一个负虚数, 此时  $y_j$  方向的波为一个近场波和一个远场波。假设  $\mu$  的两个可能值分别为  $\mu_{B1}$  和  $\mu_{B2}$ , 相对应的两类波的横向位移幅值分别为  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$ , 则板的横向位移可以表示为:

$$w = (\alpha_1 \exp(\mu_{B1} y_j) + \alpha_2 \exp(\mu_{B2} y_j)) \exp(-ikx_j + i\omega t) \quad (10)$$

$x_j$  方向的转角  $\theta_j$  可由横向位移的偏导给出:

$$\theta_j = \frac{\partial w_j}{\partial y_j} \quad (11)$$

考虑到线连接位于  $x_j$  轴, 省略时间项, 则由式(10)和式(11)可求出:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_{B2}}{\mu_{B2} - \mu_{B1}} & \frac{-1}{\mu_{B2} - \mu_{B1}} \\ \frac{-\mu_{B1}}{\mu_{B2} - \mu_{B1}} & \frac{1}{\mu_{B2} - \mu_{B1}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_j \\ \theta_j \end{bmatrix} \quad (12)$$

线连接上  $x_j$  轴的力矩与横向力可表示为:

$$M_j = D_j \left( \frac{\partial^2 w_j}{\partial y_j^2} + v_0 \frac{\partial^2 w_j}{\partial x_j^2} \right)_{y_j=0} \quad (13)$$

$$S_j = -D_j \left( \frac{\partial^3 w_j}{\partial y_j^3} + (2 - v_0) \frac{\partial^3 w_j}{\partial x_j^2 \partial y_j} \right)_{y_j=0} \quad (14)$$

式中:  $v_0$  为板的泊松比。将式(10)~(12)代入式(13)(14)中即可求得波数空间下线连接的动刚度矩阵为<sup>[12]</sup>:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_\infty = D_j & \begin{bmatrix} \mu_{B1}\mu_{B2}(\mu_{B1} + \mu_{B2}) & -(\mu_{B1}\mu_{B2} + v_0 k^2) \\ -(\mu_{B1}\mu_{B2} + v_0 k^2) & \mu_{B1} + \mu_{B2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)即为应用波动理论得到的波数空间下线连接处的动刚度矩阵。注意式(15)为基于波数坐标  $k$  建立的, 因此无法应用到混合 FE-SEA 分析中。另一方面从推导过程中可以看出, 在基于波动理论推导线连接动刚度矩阵时, 线连接沿  $x_j$  方向为

无限长,所以需要进一步处理。

## 2.2 混合线连接直接场动刚度矩阵

由于有限元模型是基于节点坐标系的,所以需要将波数空间下的动刚度矩阵变换到节点坐标系下。设基于广义坐标  $a_n$  的线连接的面外运动可表示为:

$$\mathbf{U}(x) = \sum_{n=1}^N a_n \boldsymbol{\varphi}_n(x) \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{U}(x) = [w(x), \theta(x)]^T$ ,  $\boldsymbol{\varphi}_n(x)$  线连接的面外位移与转角的形函数向量。假设在线连接外的位移为 0,即线连接具有固支边界条件,则线连接上直接场动刚度矩阵的第  $mn$  项  $\{\mathbf{D}_{\text{dir}}\}_{mn}$  可表示为<sup>[13]</sup>:

$$\{\mathbf{D}_{\text{dir}}\}_{mn} = \int_L \boldsymbol{\varphi}_m^H(x) \mathbf{f}_n(x) dx \quad (17)$$

式中:  $L$  为实际结构中线连接的长度,  $\mathbf{f}_n(x)$  为线连接处的外力  $\mathbf{f}(x)$  在  $\boldsymbol{\varphi}_n(x)$  上的分量, 对形函数  $\boldsymbol{\varphi}_m(x)$  应用空间傅立叶变换:

$$\boldsymbol{\Phi}_m(k) = \int_L \boldsymbol{\varphi}_m(x) \exp(-ikx) dx \quad (18)$$

在波数空间下线连接处位移形函数与其引起的相关分布力之间的关系可表示为:

$$\mathbf{F}_n(k) = \mathbf{D}_\infty(k) \boldsymbol{\Phi}_n(k) \quad (19)$$

式中:  $\mathbf{D}_\infty(k)$  为波数空间下半无限板线连接的动刚度阵,由式(15)给出。对式(19)应用傅立叶逆变换可得:

$$\mathbf{f}_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{D}_\infty(k) \boldsymbol{\Phi}_n(k) \exp(ikx) dk \quad (20)$$

将式(20)代入式(17)有:

$$\{\mathbf{D}_{\text{dir}}\}_{mn} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\Phi}_m^H(k) \mathbf{D}_\infty(k) \boldsymbol{\Phi}_n(k) dk \quad (21)$$

式(21)给出了线连接直接场动刚度矩阵的第  $mn$  项的计算格式,可以看出线连接的直接场动刚度矩阵与形函数相关,形函数的构造方法是本文研究的重点。

## 3 形函数构造及变换

由式(21)可以看出,形函数是直接场动刚度矩阵的计算的关键参数。本文提出了三种位移形函数构造方法,下面将对三种方法逐一进行介绍。

### 3.1 模态线性插值形函数

形函数的选取可基于线连接处的有限元模态分析结果。首先对混合模型中的有限元模型进行模态

分析,提取线连接上与其节点相关的  $N$  阶模态,然后对模态进行线性插值获得第  $m$  个形函数  $\varphi_m(x)$ :

$$\varphi_m(x) = \begin{cases} a_m^1 x + b_m^1, & x_1 \leq x < x_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_m^{N-1} x + b_m^{N-1}, & x_{N-1} \leq x < x_N \\ 0, & x < x_1 \text{ 或 } x \geq x_N \end{cases} \quad (22)$$

式中:系数  $a_m$  和  $b_m$  通过对第  $m$  个模态进行线性插值获得,对式(22)进行傅里叶变换:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Phi}_m(k) = & -\frac{1}{k^2} \sum_{j=1}^{N-1} (a_m^j \cos(kx_j) + a_m^j kx_j \sin(kx_j) + \\ & b_m^j k \sin(kx_j) - a_m^j \cos(kx_{j+1}) - \\ & a_m^j kx_{j+1} \sin(kx_{j+1}) - b_m^j k \sin(kx_{j+1})) + \\ & \frac{i}{k^2} \sum_{j=1}^{N-1} (a_m^j \sin(kx_j) - a_m^j kx_j \cos(kx_j) - \\ & b_m^j k \cos(kx_j) - a_m^j \sin(kx_{j+1}) + \\ & a_m^j kx_{j+1} \cos(kx_{j+1}) - b_m^j k \cos(kx_{j+1})) \end{aligned} \quad (23)$$

式(23)即为由模态  $j$  线性插值构造得到波数空间下的形函数。可以看出模态插值形函数的计算比较复杂,首先必须进行有限元分析提取线连接节点的模态,然后进行线性插值后求其傅里叶变换,最后才能代入式(21)中求解节点坐标系的动力学刚度矩阵。

### 3.2 三角波线性插值形函数

模态函数的插值和傅里叶变换计算繁琐复杂,形函数的数目取决于模态的数目,因此当模型模态密集且分析频率范围非常宽时,采用该方法建立线连接模型就非常困难了。为了解决这个问题,本节构造一种三角波线性插值形函数。构造方法如下:第  $m$  个形函数定义为线连接上节点  $m$  处的位移为 1,其余节点位移为 0,节点间的位移采用线性插值,如图 3 所示。

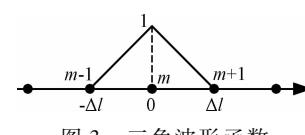


图 3 三角波形函数

Fig. 3 Triangle wave shape function

若节点的位置为  $x = 0$  时,形函数可写为:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{|x|}{\Delta l}, & |x| \leq \Delta l \\ 0, & |x| > \Delta l \end{cases} \quad (24)$$

式中:  $\Delta l$  为节点间的距离。该三角波形函数的空间傅里叶变换可写为:

$$\Phi(k) = 4 \frac{\sin^2(k\Delta l/2)}{k^2 \Delta l} \quad (25)$$

根据傅里叶变换的时移特性,若第  $m$  个形函数的位置为  $x = x_m$ , 则有:

$$\Phi_m(k) = 4 \frac{\sin^2(k\Delta l/2)}{k^2 \Delta l} \exp(-ikx_m) \quad (26)$$

式(26)给出了三角波形函数的表达式。从推导过程可以看出,基于三角波插值的形函数特点在于形函数的数目由线连接上的节点数目决定,这是

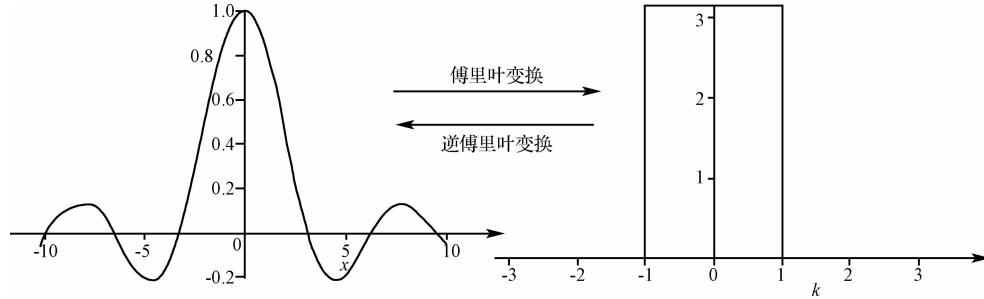


图 4 Shannon 小波函数及其傅里叶变换

Fig. 4 Shannon wavelet and its Fourier transform

定义以 Shannon 小波函数为基的形函数为:

$$\varphi(x) = \frac{\sin(k_s x)}{k_s x} \quad (27)$$

式中:  $k_s$  与节点相关,本文取  $k_s = 2\pi/\Delta l$ 。对上式进行傅里叶变换有:

$$\Phi(k) = \begin{cases} \pi/k_s, & |k| \leq k_s \\ 0, & |k| > k_s \end{cases} \quad (28)$$

由傅里叶变换的时移定理,第  $m$  个形函数  $\varphi_m(x)$  的傅里叶变换为:

$$\Phi_m(k) = \Phi(k) \exp(-ikx_m) \quad (29)$$

将式(28)和式(29)代入式(21)可以得到基于 Shannon 小波形函数的线连接刚度矩阵为:

$$\{\mathbf{D}_{\text{dir}}\}_{mn} = \frac{2\pi}{(\Delta l)^2} \int_{-k_s}^{k_s} \mathbf{D}_\infty(k) \exp(-ik(x_n - x_m)) dk \quad (30)$$

式(30)表明利用 Shannon 小波函数的傅里叶变换特性,直接场的刚度矩阵的积分变为有界积分,且积分只与节点间的相对位置有关,因此简化了计算,可采用常规的积分算法求解式(30)。

其优于模态插值函数的一个重要特点,尤其是在宽频带分析时。但是注意到式(21)是奇异积分,因此采用上述两种形函数构造方法可能存在积分不收敛的问题。

### 3.3 基于 Shannon 小波的形函数

为了解决式积分由可能存在不收敛的问题,本节提出了一种基于 Shannon 小波(Sinc 函数)的线连接位移形函数构造方法,该函数的傅里叶变换在波数空间下是窗函数(如图 4 所示),可有效简化线连接建模并解决积分奇异问题。

### 4 仿真试验

为了校验本文提出的混合线连接模型的有效性,设计如图 5 所示的星体壁板与连接结构的组合模型对本文提出的混合线连接模型进行校验。模型为星体壁板连接的简化模型,两块星体壁板结构通过复杂的刚性结构连接,每个壁板结构与刚性连接结构之间通过线连接进行耦合。星体壁板结构杨氏模量为 71 GPa, 密度 2700 kg/m<sup>3</sup>, 泊松比 0.3296, 刚性连接结构杨氏模量为 210 GPa, 密度为 7800 kg/m<sup>3</sup>, 泊松比 0.3125, 整个结构的损耗因子为 1%, 模型的几何参数如表 1 所示。载荷为点载荷, 垂直施加在其中一个星体壁板结构上, 分析频率范围为 1 Hz ~ 1 kHz。考虑到整个系统的动力学特性,柔性的较大的板面外位移采用 SEA 建模, 刚性较大的板的面内位移和连接结构采用 FEM 建模, 两种模型通过两个混合线连接耦合, 如图 6 所示。参考算法采用基于有限元的能量流分析与蒙特卡洛仿真(Monte Carlo Simulation)相结合的方法<sup>[14]</sup>,

并与国外商用软件 VA One<sup>[15]</sup>的计算结果进行对比。

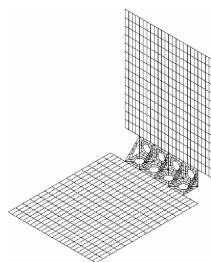


图 5 组合结构模型

Fig. 5 Combined structure model

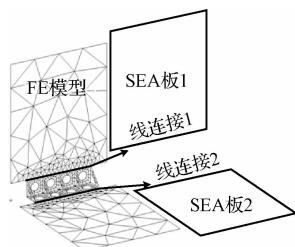


图 6 混合线连接模型

Fig. 6 Hybrid line junction model

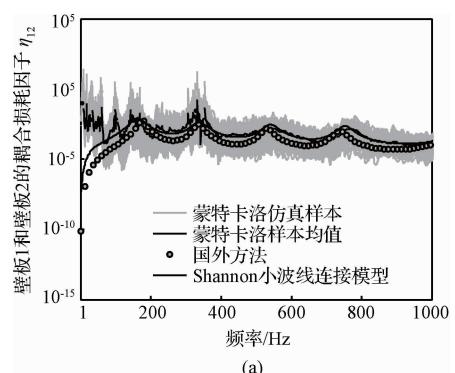
表 1 结构的几何参数

Table 1 Geometrical parameters of the structure

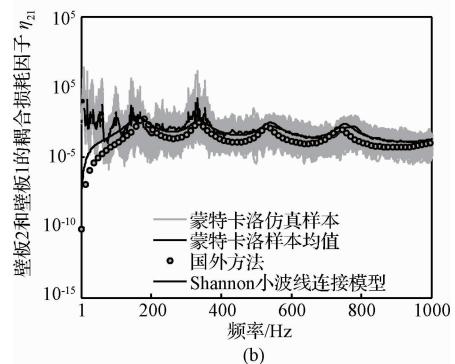
子结构	长/m	宽/m	厚/m	孔半径 R/m
板 1/板 2	0.6	0.7	0.001	/
连接结构	0.1(×4)	0.1	0.004	0.025

为了描述中高频响应对参数摄动的敏感性,在壁板结构中引入不确定性参数,本文中在每块板上附加 20 个随机分布的集中质量块,集中质量块总质量为壁板结构的 15%,以有限元能量流分析—蒙特卡洛仿真得到系统的平均响应作为参考。图 7 为两个统计能量子系统间的耦合损耗因子计算结果。仿真结果表明,本文提出的基于 Shannon 小波的线连接建模方法和 VA One 的计算结果均与 Monte Carlo 仿真的结果都相吻合。但是 VA One 计算结果偏于保守,尤其是在非共振峰位置。

图 8 给出了壁板子系统的无量纲响应结果(子系统能量与系统输入能量的比值)。从图中可以看出,对于能量输入的壁板结构 1,本文方法和 VA One 均与 Monte Carlo 试验相吻合,但是对壁板结构 2,本文提出的方法在低频处与 Monte Carlo 试验存在误差,其余频段都比较吻合,而 VA One 误差在非共振峰位置相对较大。低频处的差异主要是由于在



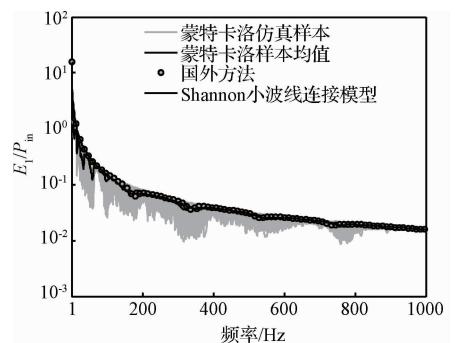
(a)



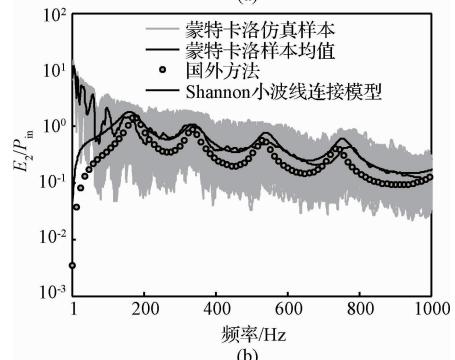
(b)

图 7 基于 Shannon 小波方法的耦合损耗因子

Fig. 7 The coupling loss factor based on the Shannon wavelet method



(a)



(b)

图 8 基于 Shannon 小波方法的壁板响应

Fig. 8 The plates response based on the Shannon wavelet method

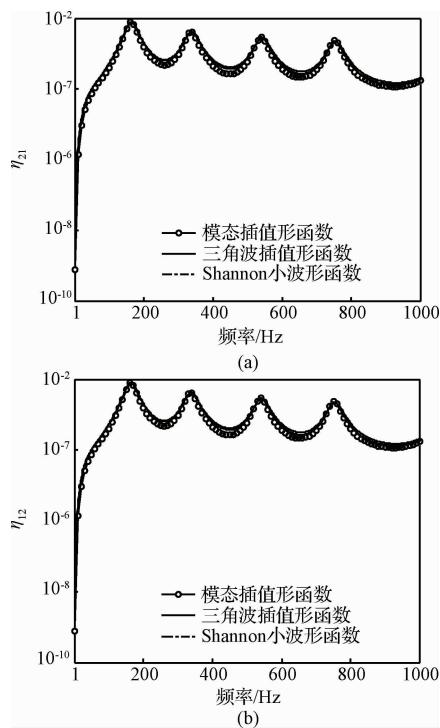


图 9 不同形函数的壁板之间的耦合损耗因子计算结果

Fig. 9 The coupling loss factor of two plates with different shape function

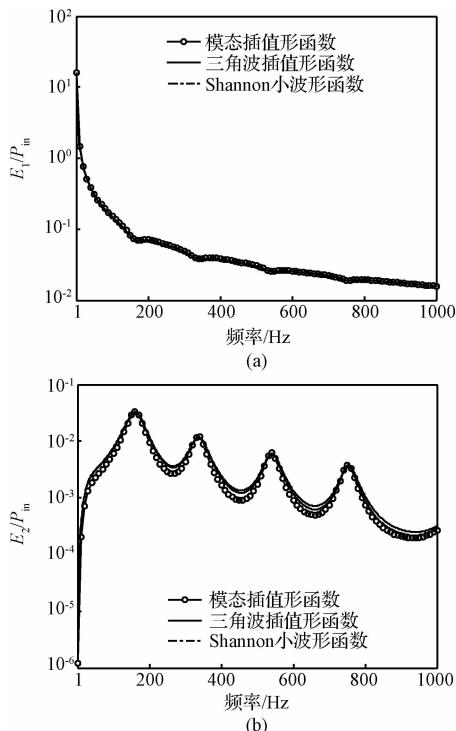


图 10 不同形函数的壁板响应预示结果对比

Fig. 10 The plates response results with different shape function

混合线连接建模中引入的固支边界假设造成的。

图 9 和图 10 为基于不同形函数的线连接模型计算得到的两个壁板之间的耦合损耗因子和壁板结构响应的对比曲线。从图中可以看出,三种形函数模型下得到的结果基本吻合,但是模态形函数的误差相对较大,这是由于模态截断和线性插值引入的误差导致的。从结果的对比可以看出,本文提出的三种形函数都可以有效建立混合线连接模型,对结构的响应进行正确预示。但是基于 Shannon 小波形函数的线连接模型构造最为简单,能够有效简化计算过程,解决奇异积分不收敛的问题,因此更适合于航天器工程应用。

## 5 结 论

本文研究了航天器结构中频段力学环境预示的混合线连接建模方法,并针对典型结构展开了仿真校验,主要内容和结论如下:

(1)采用傅里叶变换方法,将波数空间下的线连接动刚度矩阵变换为有限元节点坐标系下的线连接直接场动刚度矩阵,傅里叶变换技术同样也实现了将无限线连接模型转化为符合实际结构的有限线连接模型。

(2)提出的三种形函数构造方法中,Shannon 小波形函数线连接模型具有建模简单、可解决动刚度矩阵积分奇异的问题等特点;模态插值线连接模型建模相对比较复杂,特别是当分析频带非常宽且模态密集时,该模型的求解效率急剧下降。

(3)算例仿真分析表明,本文提出的混合线连接建模方法具有较好的预示精度。同时对比三种形函数线连接模型的预示结果可以看出预示结果基本吻合,其中模态线性插值函数误差相对较大。

(4)本文的验证对象是简化的星体壁板连接结构,下一步工作应当从算法优化、更加复杂的航天器结构的应用和试验验证两方面展开深入研究。

## 参 考 文 献

- [1] 马兴瑞,于登云,韩增尧,等. 星箭力学环境分析与试验技术研究进展[J]. 宇航学报, 2006, 27(3):323-331. [Ma Xing-rui, Yu Deng-yun, Han Zeng-yao, et al. Research evolution on the satellite-rocket mechanical environment analysis & test technology[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(3): 323-331.]
- [2] 马兴瑞,韩增尧,邹元杰,等. 航天器力学环境分析与条件设计研究进展[J]. 宇航学报, 2012, 33(1): 1-12. [Ma

- Xing-rui, Han Zeng-yao, Zou Yuan-jie, et al. Review and assessment of spacecraft mechanical environment analysis and specification determination [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(1): 1–12.]
- [3] Shorter P J, Langley R S. Vibro-acoustic analysis of complex systems [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 288(3): 669–699.
- [4] Jeffrey M L, Coton V. Vibro-acoustic response of the NASA ACTS spacecraft antenna to launch acoustic excitation [R]. Washington D C, Glenn Research Center, NASA/TM – 2008 – 215168, 1–15, 2008.
- [5] Chen S M, Wang D F, Zan J M. Interior noise prediction of the automobile based on hybrid FE-SEA method [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2011, 2011(4): 1–20.
- [6] Prasanth S, Charpentier A, Fukui K. Using the hybrid FE-SEA model of a trimmed full vehicle to reduce structure born noise from 200Hz to 1kHz [C]. 12th Symposium on International Automotive Technology, Pune, India, 2011.
- [7] 张瑾. FE-SEA方法在航天器力学环境预示中的应用研究 [D]. 北京: 中国空间技术研究院, 2011. [Zhang Jin. Spacecraft mid-frequency dynamic predication using FE-SEA hybrid method [D]. Beijing: China Academy of Space Technology, 2011.]
- [8] 邹元杰, 韩增尧, 张瑾. 航天器全频域力学环境预示技术研究进展 [J]. 力学进展, 2012, 42(4): 445–454. [Zou Yuan-jie, Han Zeng-yao, Zhang Jin. Research progress on full-frequency predication techniques of spacecraft's mechanical environment [J]. Advances in Mechanics, 2012, 42(4): 445–454.]
- [9] 朱卫红, 马兴瑞, 韩增尧. 航天器中频力学环境预示技术研究进展 [J]. 航天器工程, 2014, 23(1): 110–117. [Zhu Wei-hong, Ma Xing-rui, Han Zeng-yao. Research evolution on mid-frequency mechanical environment predication of spacecraft [J]. Spacecraft Engineering, 2014, 23(1): 110–117.]
- [10] Shorter P J, Langley R S. On the reciprocity relationship between direct field radiation and diffuse reverberant loading [J]. The Journal of the Acoustic Society of America, 2005, 117(1): 85–95.
- [11] Langley R S, Cordioli J A. Hybrid deterministic – statistical analysis of vibro-acoustic systems with domain coupling on statistical components [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 321(1): 893–912.
- [12] Langley R S, Heron K H. Elastic wave transmission through plate/beam junction [J]. Journal of Sound and Vibration, 1990, 143(2): 241–253.
- [13] Coton V, Shorter P J. Numerical and experimental validation of a hybrid finite element-statistical energy analysis method [J]. The Journal of the Acoustic Society of America, 2007, 122(1): 259–270.
- [14] Mace B R, Shorter P J. Energy flow models from finite element analysis [J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 233(3): 369–389.
- [15] VA One 2010.5 user's guide [Z]. ESI Group, Paris, France, 2010.

#### 作者简介:

朱卫红(1985–),男,博士生,研究方向为飞行器结构动力学。通信地址:北京市海淀区友谊路102号青年公寓401室(100094)电话:13810273147  
E-mail: zhuweihong–2004@163.com

(编辑:曹亚君)