

吴小平, 刘洋, 王威. 2015. 基于非结构网格的电阻率三维带地形反演. 地球物理学报, 58(8):2706-2717, doi:10.6038/cjg20150808.

Wu X P, Liu Y, Wang W. 2015. 3D resistivity inversion incorporating topography based on unstructured meshes. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 58(8):2706-2717, doi:10.6038/cjg20150808.

基于非结构网格的电阻率三维带地形反演

吴小平^{1,2}, 刘洋^{1,2}, 王威³

1 中国科学技术大学地球和空间科学学院 地震与地球内部物理实验室, 合肥 230026

2 蒙城地球物理国家野外科学观测研究站, 蒙城 233500

3 中海石油(中国)有限公司深圳分公司研究院, 广州 510240

摘要 地表起伏地形在野外矿产资源勘察中不可避免,其对直流电阻率法勘探影响巨大.近年来,电阻率三维正演取得诸多进展,特别是应用非结构网格我们能够进行任意复杂地形和几何模型的电阻率三维数值模拟,但面向实际应用的起伏地形下电阻率三维反演依然困难.本文基于非结构化四面体网格,并考虑到应用 GPS/GNSS 时,区域地球物理调查中可非规则布设测网的实际特点,实现了任意地形(平坦或起伏)条件下、任意布设的偶极-偶极视电阻率数据的不完全 Gauss-Newton 三维反演.合成数据的反演结果表明了方法的有效性,可应用于复杂野外环境下的三维电法勘探.

关键词 电阻率; 三维反演; 非结构网格; 地形

doi:10.6038/cjg20150808

中图分类号 P631

收稿日期 2014-12-22, 2015-06-30 收修定稿

3D resistivity inversion incorporating topography based on unstructured meshes

WU Xiao-Ping^{1,2}, LIU Yang^{1,2}, WANG Wei³

1 *Laboratory of Seismology and Physics of Earth's Interior, School of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*

2 *National Geophysical Observatory at Mengcheng, Mengcheng 233500, China*

3 *Research Institute, CNOOC Ltd-Shenzhen, Guangzhou 510240, China*

Abstract Surface topographies have a great influence for the direct current (DC) resistivity methods, which cannot be avoided in actual mineral explorations. 3D DC resistivity forward modeling is available in recent years, especially for arbitrary topography and complicated subsurface structures using unstructured grids. However, surface topography is still a challenge for 3D interpretation in realistic applications, which may cause significant error in the 3D resistivity inversion without topography. Additionally it is a hard work to lay measurement points on regular observation network in complex terrains and the corresponding data cannot be simulated on ordinary structured grid. Therefore, 3D resistivity inversion incorporating topography based on unstructured meshes is necessary.

We use unstructured finite element method for 3D resistivity forward modeling in order to simulate arbitrary topography and complicated subsurface structures. Our modeling result for a sphere model shows high accuracy in comparison with analytical solution. On the basis, we

基金项目 国家自然科学基金(41374076, 41130420)、国家高技术研究发展计划(863 计划)(2014AA06A610、2012AA09A201)、天然气水合物资源勘查与试采工程国家专项(GZH201400305)和国家重大科学仪器设备开发专项项目任务(2011YQ05006008)联合资助.

作者简介 吴小平,男,1967 年生,教授,博士生导师,研究方向为电磁测深和地球内部物理. E-mail: wxp@ustc.edu.cn

implement an inexact Gauss-Newton inversion for dipole-dipole configuration on arbitrary surface topography. With the development of GPS/GNSS technique, it is not necessary to lay measurement points on regular observation network exactly in the field survey. The inversion method developed in this paper can inverse the resistivity data from arbitrary dipole-dipole measurements, which is more convenient for 3D interpretation in realistic applications.

A random acquisition system for arbitrary dipole-dipole measurements is designed, including 16 dipoles as transmitted electrodes and 100 random dipoles as receiver electrodes, i. e. 1600 random dipole-dipole apparent resistivities. Firstly, flat terrain models are used to verify our 3D resistivity inversion for the random dipole-dipole apparent resistivities data, obtaining the inverted model in good agreement with subsurface geoelectrical structures. Then a high resistivity model under a mountain ridge is simulated to show the significant influence from surface topography. The 3D resistivity inversion obtains a low resistivity structure if the topography is ignored, showing a wrong subsurface structure. Our 3D resistivity inversion incorporating topography based on unstructured meshes, in which the topography is directly incorporated into the inversion algorithm, obtains the true high resistivity structure under a mountain ridge. The 3D inversions for models with complicated topography also turn out to be very successful. All dipole-dipole apparent resistivities data for synthetic examples above are generated with 5% Gaussian errors. The 3D resistivity inversion for synthetic data with 10% Gaussian errors is presented finally. Good result shows the 3D resistivity inversion algorithm in this study is very robust.

It becomes simple and practicable for the location of measurement points in field geophysical survey using modern GPS/GNSS technique, providing favorable conditions for flexible and efficient 3D resistivity field measurements. In combination to 3D resistivity modeling using unstructured finite element method, we implement an inexact Gauss-Newton 3D resistivity inversion for the random dipole-dipole measurements on arbitrary surface topographies. Synthetic examples show our 3D inversion routines obtain good results for theoretical model and simulated realistic model with complicated topography. The 3D resistivity inversion for synthetic data with 10% Gaussian errors converges stably and the result is also reliable. The 3D resistivity inversion incorporating topography based on unstructured meshes in this paper promotes a key step towards the 3D field interpretation in realistic applications.

Keywords Resistivity; Three-dimensional inversion; Unstructured mesh; Topography

1 引言

直流电阻率法是电法勘探的最经典方法之一,在金属矿产、非金属矿产、煤田、油气及地下水等资源、能源勘探中获得广泛而有效的应用,并已拓展到水文、工程、环境、考古等与国民经济建设、人类社会生活密切相关的探测领域(傅良魁,1983;吴小平和汪彤彤,2002)。电法勘探具灵活性及勘探费用低的显著特点,演变出诸如单极、偶极及多极装置的电剖面法、电测深方法等多种观测方式。特别是 20 世纪末发明的高密度电法仪器,可以高效地获得大量地

电观测数据,使得地下精细结构的电阻率三维反演成像成为可能,并迅速成为该领域国内外学者关注的前沿课题(Park and Van Gregory,1991;Li and Oldenburg,1994;Dabas et al.,1994;Sasaki,1994;Zhang et al.,1995;Loke and Barker,1996;何继善,1997;底青云等,1997;吴小平和汪彤彤,2002;黄俊革等,2004)。

随着计算机及数值计算技术的发展,电阻率三维正、反演取得很大进展,预条件共轭梯度、多重网格等算法的引入大大提高了电阻率三维有限差分法、有限单元法数值模拟的计算速度和精度(Spitzer,1995;Zhou and Greenhalgh,2001;Li and

Spitzer, 2002; Wu, 2003; Wu et al., 2003; Lu et al., 2010; Ren and Tang, 2010; Pan and Tang, 2014; Ren and Tang, 2014), 为电阻率三维快速反演奠定基础. 在电阻率三维反演中, 由于反演参数多和数据量大, 雅可比矩阵(偏导数矩阵)巨大的计算量和存储需求难于克服. 许多学者研究可避开计算雅可比矩阵的反演算法, 如基于 Born 近似的三维反演方法(Li and Oldenburg, 1994), 避开了雅可比矩阵计算, 简单快速地得到地下介质导电率的三维分布. Born 近似在地下介质导电率变化不大时比较精确, 地下介质越复杂, 则精确程度越低, 反演分辨率受到很大限制. Zhang 等(1995)、吴小平和徐果明(2000)引入共轭梯度方法, 解决了电阻率三维有限差分正演效率及三维反演中雅可比矩阵求取、存储两方面问题, 实现了比较快速、有效的电阻率真三维反演. 宛新林等(2005)通过对光滑度矩阵元素进行适当改进, 使之适用于各种情况下光滑度矩阵的求取, 并用最小二乘正交分解法求解反演方程, 有效地提高了计算速度. 李长伟等(2012)基于改进 Krylov 子空间算法实现了井中激电快速反演; 戴前伟等(2012)、刘斌等(2012a)研究了不同约束条件下的电阻率三维反演. Pidlisecky 等(2007)采用预条件双共轭梯度法求解正演中的大型线性方程组, 开发了电阻率三维不完全 Gauss-Newton 反演程序. 电阻率三维反演也逐渐在水文、工程地球物理(Park, 1998; Chambers et al., 2011; 刘斌等, 2012b)、环境地质(Weller et al., 1999; Chambers et al., 2002; Bentley and Gharibi, 2004;)、考古(Papadopoulos et al., 2006, 2007)以及永久冻土探测(Rödder and Kneisel, 2012; Kneisel et al., 2014)等领域获得应用.

以上所述电阻率三维反演及其应用均是基于平坦地形. 而实际勘探中, 地形影响不可避免, 并对电阻率反演结果可能造成难于预料的偏差. Oppliger (1984)、Holcombe 和 Jiracek(1984)分别利用积分方程、有限元法进行了电阻率三维地形改正, Tsourlos 等(1999)研究了二维情况下各种电极排列的地形影响及其改正. 他们的结果表明: 做地形改正只能是非常近似的, 地下结构稍复杂, 这种改正误差就很大. 只有将地形同时带入反演算法中, 才能精确消除地形影响及其对反演结果的偏差. Yi 等(2001)、吴小平(2005)分别利用有限元和有限差分数值模拟实现了带地形电阻率三维反演, 由于采用结构化的网格单元剖分, 不能适应于复杂地形下的

电阻率三维反演. 近年来, 非结构有限元方法在复杂地形电阻率三维数值模拟中取得极大成功(Rücker et al., 2006; Ren and Tang, 2010, 2014; Wang et al., 2013), 非结构化网格具有单元质量可控、允许局部加密、能够模拟复杂几何模型等优点, 使得三维非结构有限单元求解效率大幅提高, 同等计算精度情况下, 非结构化网格相对于结构化规则网格, 计算时间和存储量均可下降约一个数量级. 在此基础上, Günther 和 Rücker(2006)实现了电阻率带地形三维反演, 是该领域的一个重要进展.

电阻率三维观测方式也是值得研究的重要方面, 它不仅关系到野外观测的效率和成本, 也关系到数据的分辨力和反演效果(吴小平和汪彤彤, 2002). 传统的地面物探往往都需要先进行人工物探测量网布设, 这是一项繁重的野外工作, 其效率低、成本高. 在山区、森林覆盖地区, 通视条件差, 国家控制点少且远离工区, 使得用传统的经纬仪来测定电法观测点的坐标几乎不可能(林君和石磊, 1996; 陈清礼和胡家华, 1998). GPS/GNSS(Global Navigation Satellite System)导航与定位技术快速发展(陈俊勇等, 2007), 中国的北斗卫星导航系统也日趋成熟(杨元喜, 2010), 手持型设备的定位精度也在不断提高(刘少杰等, 2006; 李国防和闫新亮, 2010; 王克晓等, 2012), 为电法勘探网布设提供了一种全新的工作方法(刘会敏和赵灏, 2013), 在进行区域地球物理调查时, 可形成适应于工区地形、环境条件的任意灵活三维测量电极布设方式, 而不必严格按设定的规则测网顺序进行. 然而, 由于任意布极三维测量的观测数据结构复杂, 其三维反演面临诸多挑战, Günther 和 Rücker(2006)的电阻率带地形三维反演没有这方面的解决方案, 也未见有针对性的其他工作发表.

本文将任意布设电极的三维观测方式与电阻率三维非结构有限单元数值模拟相结合, 实现任意地形(平坦或起伏)条件下、任意布设的偶极-偶极视电阻率观测数据的不完全 Gauss-Newton 三维反演. 这是野外数据三维反演解释的关键, 具有显著的实际意义.

2 电阻率三维非结构有限单元正演

双电极供电时的直流电阻率法控制方程可以表示为:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = -I [\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s^+) - \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s^-)],$$

其中, ϕ 为电势, 供电电流为 I , 正电极位置为 \mathbf{r}_s^+ ,

负电极位置为 r_s , σ 为电导率. 用有限元离散求解区域, 可将此式写成矩阵表达形式 (Wang et al., 2013):

$$\mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{u} = \mathbf{q}, \quad (1)$$

\mathbf{u} 是表示三维网格节点上电势分布的向量, \mathbf{A} 表示为拉普拉斯正演算子, 实际是一个与网格剖分及电导率分布有关的对称、稀疏矩阵, \mathbf{q} 是一个描述源分布的向量.

正演问题实际就是在已知区域中电导率和源分布的情况下, 求解电势的分布:

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}^{-1}(\boldsymbol{\sigma})\mathbf{q}. \quad (2)$$

我们实现了电阻率三维非结构有限单元数值模拟 (Wang et al., 2013), 本文利用三维非结构有限

单元可对任意电阻率模型进行正演计算. 图 1a 显示均匀半空间中有一半半径为 35 m 的低阻球体模型及其非结构网格剖分, 图 1b 为供电极及测量电极分布的示意图. 点 A(30, 500) 为供电点, 21 个测量电极位于井中测线 $z=900 \sim 1000$ m ($x=-70$ m) 上, 间隔 10 m. 背景电阻率为 $500 \Omega\text{m}$, 球体电阻率为 $5 \Omega\text{m}$. 该球体模型的电位分布有解析解 (Large, 1971; Zhdanov and Keller, 1994), 可用于检验电阻率三维正演数值解的可靠性. 图 2 是三维非结构有限单元数值模拟结果与解析解的对比, 平均误差为 0.9%, 表明我们的电阻率三维非结构有限单元数值模拟结果是可靠的, 获得较高的计算精度.

图 3 是平坦地形下的高阻体模型示意图, 地下

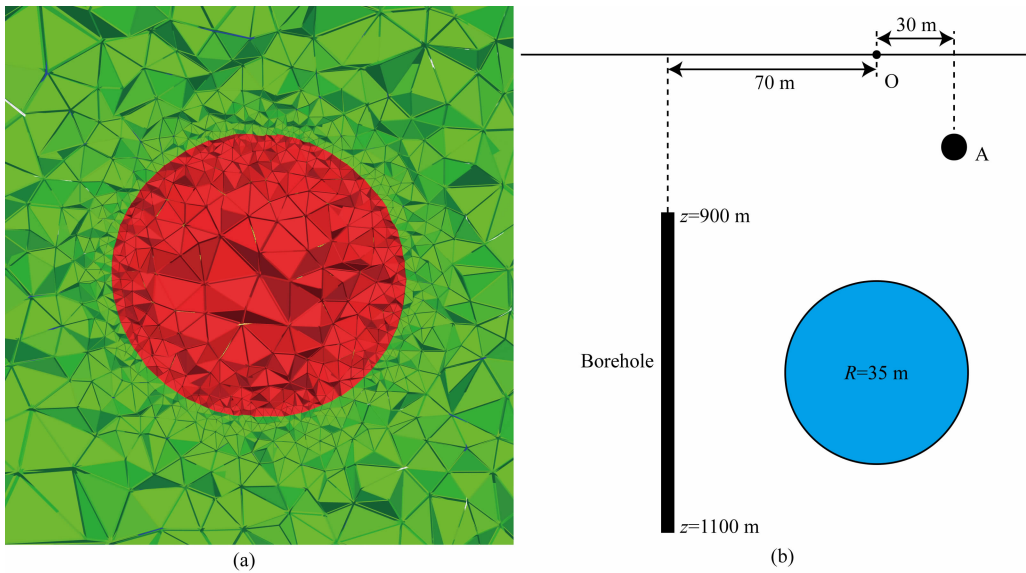


图 1 球体模型

(a) 非结构网格剖分; (b) 供电极及测量电极分布示意图.

Fig. 1 Sphere model

(a) Unstructured grids; (b) Schematic diagram of electrodes as source and receivers.

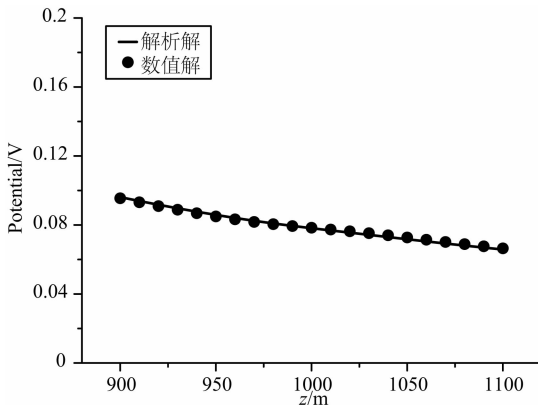


图 2 球体模型的数值解与解析解对比

Fig. 2 Comparison between numerical and analytical solutions of the sphere model

高阻异常体电阻率 $2000 \Omega\text{m}$, 异常尺寸 $20 \text{ m} \times 20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$, 顶部埋深 10 m, 背景电阻率 $200 \Omega\text{m}$, 地表测区 $80 \text{ m} \times 80 \text{ m}$, 相邻电极间距离均为 4 m, 即有 21×21 个测量电极, 供电极距 $AB=100$ m. 图 4 是非结构有限元三维正演计算获得的中间梯度视电阻率平面图, 图中明显可见高阻异常响应.

实际测量中, 地形影响不可避免. 非结构有限元方法在三维地形的数值模拟中具有结构化网格无可比拟的优势. 图 5 是一个用凸起半球模拟山峰地形下的高阻异常体及其非结构网格剖分, 异常体参数与图 3 中的模型相同. 图 6 为山峰地形下高阻体模型的中间梯度视电阻率平面图 ($AB=100$ m), 结果表明: 地形影响非常大, 反映的主体响应为低阻异常,

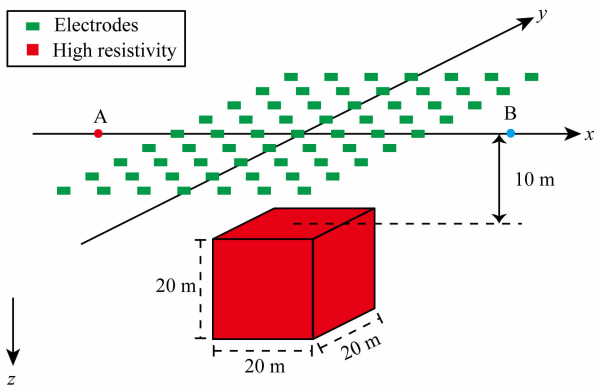


图 3 高阻体模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of the high resistivity model

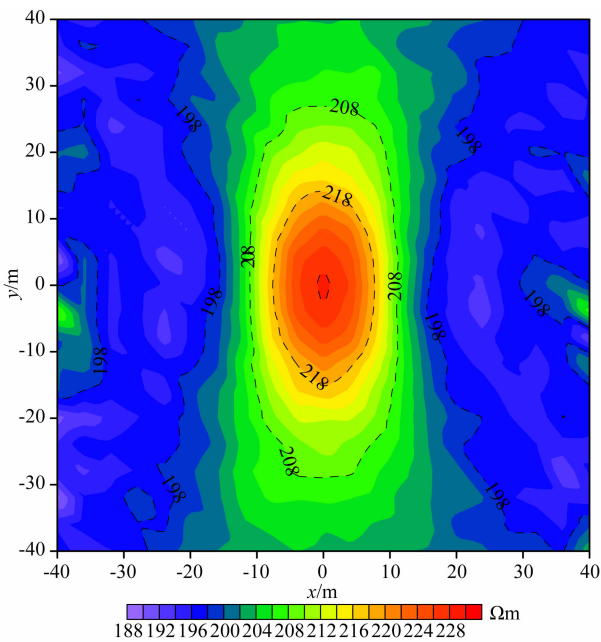


图 4 高阻体模型的视电阻率平面图 (AB=100 m)

Fig. 4 Apparent resistivity of the high resistivity model (AB=100 m)

基本掩盖了地下为高阻异常体的真实结构。

3 电阻率三维不完全 Gauss-Newton 反演

直流电阻率不完全 Gauss-Newton 反演中, 观测数据 d 一般是模型三维剖分网格节点上电位 u 的子集, 即仅在若干个有限的位置上进行观测, 有:

$$d = Qu = QA^{-1}(\sigma)q, \quad (3)$$

其中, Q 是 u 到 d 的映射矩阵. 反演的目的就是这些有限位置观测到的电位 d 得到地下的电导率 σ (或电阻率) 分布. 通常情况下, 为了防止反演不稳定而出现偏差比较大的电导率 (如不符合物理意义的负值), 一般取反演参数 m 为 $\ln(\sigma)$. 经典的最小二乘法反演是对以下泛函求极值:

$$\Phi_d = \|D(d(m) - d_{obs})\|^2, \quad (4)$$

其中, D 为数据加权矩阵 (Pidliscky et al., 2007; 李长伟等, 2012), 取为对角矩阵 $\text{diag}(\frac{1}{\epsilon_i + \epsilon_0})$. ϵ_i 为第 i 组观测数据的误差 (本文的合成数据默认存在 5% 高斯噪声), 引入 ϵ_0 为数据的最小可信精度, 防止分母为零而出现计算错误.

一般采用加上模型约束的正则化方法, 变成无约束的最优化问题, 其目标泛函为:

$$\Phi(m) = \frac{1}{2}\Phi_d + \frac{1}{2}\Phi_m = \frac{1}{2}\|D(d(m) - d_{obs})\|^2 + \frac{\beta}{2}\|W(m - m_{ref})\|^2, \quad (5)$$

其中, $d(m)$ 为计算数据, d_{obs} 为观测值, β 为正则化参数, m_{ref} 为参考模型. W 为模型加权矩阵, 一般取一阶正则化约束, 用梯度算子保证模型的光滑度 (Tikhonov and Arsenin, 1977), 扩展到三维:

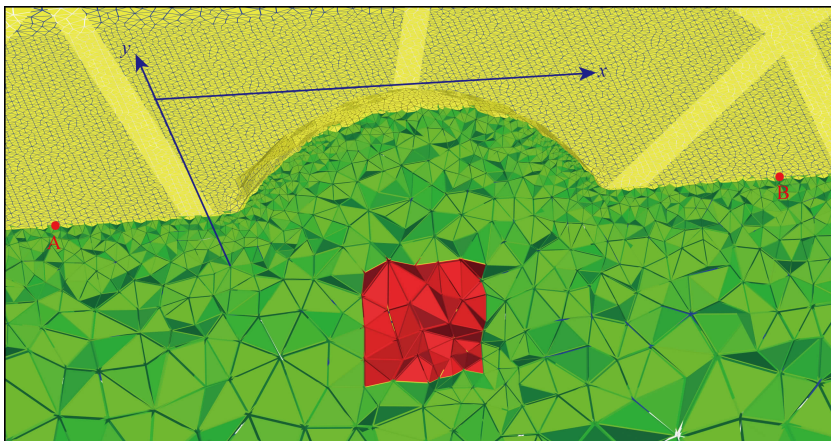


图 5 山峰地形下高阻体模型的非结构网格剖分图

Fig. 5 Unstructured grids of the high resistivity model under a hill

$$\mathbf{W} = (\alpha_s \mathbf{I} + \alpha_x \mathbf{G}_x + \alpha_y \mathbf{G}_y + \alpha_z \mathbf{G}_z)^\top \\ \times (\alpha_s \mathbf{I} + \alpha_x \mathbf{G}_x + \alpha_y \mathbf{G}_y + \alpha_z \mathbf{G}_z),$$

其中, $\mathbf{G}_x, \mathbf{G}_y, \mathbf{G}_z$ 为三个方向的梯度算子; $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$ 为三个方向的光滑度加权, α_s 为最小权重. 一般来说 \mathbf{W} 矩阵可根据先验信息进行调整, 比如 Pidlisecky 等(2007)在 \mathbf{W} 矩阵右端乘上随深度 z 递减的 $1/z^2$ 矩阵, 以模拟地表测量随深度的衰减. 本文不涉及对 \mathbf{W} 矩阵的再调整, 并取 $\alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 1, \alpha_s = 0.01$.

Gauss-Newton 方法的法方程形式为:

$$(\mathbf{J}^\top \mathbf{D}^\top \mathbf{D} \mathbf{J} + \beta \mathbf{W}^\top \mathbf{W}) \Delta \mathbf{m} = \\ - \left[\mathbf{J}^\top \mathbf{D}^\top \mathbf{D} (\mathbf{Q} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{q} - \mathbf{d}_{\text{obs}}) + \beta \mathbf{W}^\top \mathbf{W} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{ref}}) \right], \quad (6)$$

令

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^\top \mathbf{D}^\top \mathbf{D} \mathbf{J} + \beta \mathbf{W}^\top \mathbf{W},$$

$$\mathbf{g} = \mathbf{J}^\top \mathbf{D}^\top \mathbf{D} (\mathbf{Q} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{q} - \mathbf{d}_{\text{obs}}) + \beta \mathbf{W}^\top \mathbf{W} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{ref}}),$$

(6)式可简写为:

$$\mathbf{H} \Delta \mathbf{m} = -\mathbf{g}, \quad (7)$$

其中, \mathbf{H} 即为 Hessian 矩阵, 从公式(6)中看出, \mathbf{g} 实际上为目标函数的梯度. 反演过程中面临的主要问题是大型雅可比矩阵 $\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{d}(\mathbf{m})}{\partial \mathbf{m}}$ 的相关计算, 而电阻率三维反演中, 反演参数和数据量均非常大, 导致雅可比矩阵 \mathbf{J} 的计算量和存储量巨大, 一般避免直接计算和存储 \mathbf{J} .

Haber 等(2000)将 \mathbf{J} 表示为:

$$\mathbf{J} = -\mathbf{Q} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}, \quad (8)$$

其中, $\mathbf{B} = \partial(\mathbf{A}(\mathbf{m})\mathbf{u})/\partial \mathbf{m}$, \mathbf{B} 是与模型参数和网格划分有关的一个矩阵. Dembo 等(1982)指出, 对方程组(7)只需要近似求解, 借鉴不完全 Gauss-Newton 法, 采用不精确的预条件共轭梯度算法(PCG)求解方程组(7), 即设置较低的 PCG 迭代收敛准则和迭代次数限制, 预条件矩阵为 $\mathbf{W}^\top \mathbf{W}$ (Haber, 2005). PCG 迭代过程中需要计算矩阵向量积 $\mathbf{H}\mathbf{v}$, 只需要处理 \mathbf{J} 与向量 \mathbf{v} 的乘积 $\mathbf{J}\mathbf{v}$ 或 $\mathbf{J}^\top \mathbf{v}$ 即可, 可按如下步骤:

- (1) 先计算一个中间向量 $\mathbf{w} = \mathbf{B}\mathbf{v}$;
- (2) 然后求解线性系统 $\mathbf{y} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{w}$;
- (3) 之后 \mathbf{y} 向量左乘投影矩阵 \mathbf{Q} 即可.

由于反演过程中需要反复求解三维正演的线性系统 $\mathbf{y} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{w}$ 来完成雅可比矩阵与向量的乘积, 因而求解 Gauss-Newton 反演的法方程非常耗时. 同样基于不完全 Gauss-Newton 思想, 在计算矩阵向量积 $\mathbf{H}\mathbf{v}$ 时, 设置较低的正演计算精度. $\mathbf{J}^\top \mathbf{v}$ 的计算

类似, 详见相关文献(吴小平和徐果明, 1999; 李长伟等, 2012), 大大提高了电阻率三维不完全 Gauss-Newton 反演算法的效率.

引入上述方法之后, 简要的不完全 Gauss-Newton 反演流程如下:

(1) 给定初始模型和参考模型, 均取为均匀半空间.

(2) 利用 PCG 算法不精确求解方程(7), 获得模型修正量 $\Delta \mathbf{m}$.

(3) 确定线性搜索步长 α :

α 初始值为 1, 子迭代中, 每次迭代使 α 减小 (Armijo, 1966), 本文中每次线性搜索迭代使 α 变为之前的一半, 直到满足目标函数优化:

$$\Phi(\mathbf{m}_{i+1}) = \Phi(\mathbf{m}_i + \alpha \Delta \mathbf{m}) \geq \Phi(\mathbf{m}_i) + c\alpha \nabla \Phi^\top(\mathbf{m}_i) \Delta \mathbf{m},$$

其中, c 是常数, 一般取 10^{-4} . 若 α 极小却依然无法满足条件(本文取 0.01 为 α 的极小值), 则跳出迭代, 并判断是否需要结束反演. 一般来说, 当正则化参数 β 的取值比较合理时, 线性搜索都会在 α 等于 1 时便已满足目标函数优化.

(4) 更新模型:

$$\mathbf{m}_{i+1} = \mathbf{m}_i + \alpha \Delta \mathbf{m}.$$

(5) 判断是否继续迭代:

计算目标函数并估计数据残差, 若满足精度要求则反演结束并输出结果; 若不满足, 重复步骤(2)–(4)进行迭代. 对于节点数为 250000 左右的非结构网格, 约 5 次迭代可得到较好的结果, 总迭代次数一般不超过 10 次. 反演程序由 Intel Fortran 编译运行, 在 PC 上计算耗时 30 min 左右 (CPU 为 i5-3.2 GHz, 内存为 8 G).

4 任意偶极-偶极数据的电阻率三维反演

4.1 任意偶极-偶极观测方式

地表测区为 $80 \text{ m} \times 80 \text{ m}$, 相邻电极间距离均为 4 m, 即地表有 21×21 个电极测网. 取 16 组 AB 作为供电偶极; 对于测区 $80 \text{ m} \times 80 \text{ m}$ 的正方形, 有 4 组 AB 为其 4 条边 ($AB=80 \text{ m}$), 2 组 AB 为其对边 ($AB=80\sqrt{2} \text{ m}$), 另 2 组 AB 为过中心点的正交中线 ($AB=80 \text{ m}$), 共 8 组供电 AB 极; 为了进一步增强探测深度, 对于测区外围的 $160 \text{ m} \times 160 \text{ m}$ 的正方形, 也以同样方式取 8 组供电 AB, AB 分别为 160 m 、 $160\sqrt{2} \text{ m}$ 、 160 m . 以上所述观测装置如图 7 所示, 其中源点用红点表示, 测点用蓝点表示. 针对

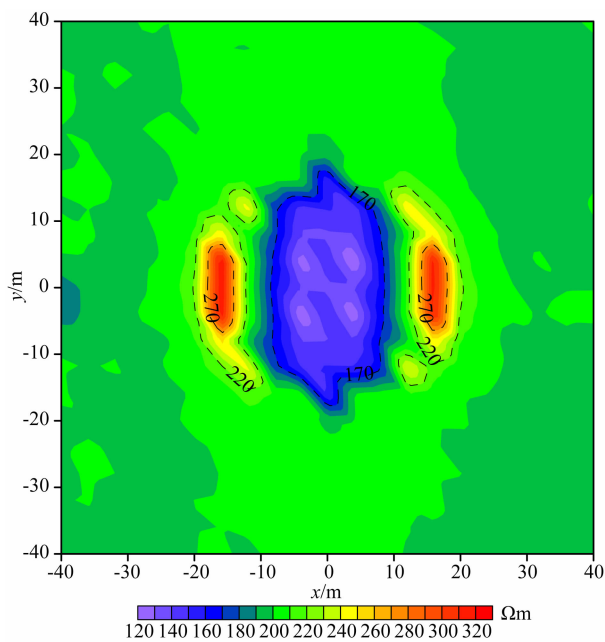


图6 山峰地形下高阻体模型的视电阻率平面图($AB=100\text{ m}$)

Fig. 6 Apparent resistivity of the high resistivity model under a hill ($AB=100\text{ m}$)

每组供电 AB , 在测量电极中随机选取 100 组 MN 观测电极组合, 即每次随机取两个蓝点的电位差计算视电阻率, 共形成 1600 组视电阻率观测数据, 用于以下各个模型的反演实验。

实际上, 由于非结构网格单元的建模优势, 可以针对不同地形特点, 设计该地形条件下最合理的观测方式, 即对任意形式的偶极-偶极测量数据, 无论观测方式简单或复杂, 均可用于本文任意地形条件下的三维电阻率反演。

4.2 平坦地形下高阻体模型的反演

模型设置如前文图 3 中模型, 即平坦地形下有一立方体高阻异常, 背景电阻率为 $200\ \Omega\text{m}$, 异常体电阻率为 $2000\ \Omega\text{m}$. 反演结果如图 8 所示, 该结果表明地下存在高阻异常, 与图 3 所示的模型示意图相

当一致, 定位准确, 反演获得很好的效果。

4.3 平坦地形下多异常体的反演

为了验证反演算法的正确性与分辨率, 反演更为复杂一些模型很有必要. 图 9 为平坦地形下并排两个立方体异常模型, 其中一个为低阻体, 电阻率 $20\ \Omega\text{m}$; 另一个为高阻体, 电阻率 $2000\ \Omega\text{m}$, 顶部埋深均为 10 m , 异常间隔 20 m , 背景电阻率为 $200\ \Omega\text{m}$.

反演结果如图 10 所示, 清楚地反映了地下低阻与高阻异常体并存, 横向分辨率很好, 并且没有其他的多余结构会影响解释结果. 与图 9 所示的真实模型示意图相比, 定位准确, 吻合好, 反演结果很好地分辨了地下真实的电性结构。

4.4 山峰地形下高阻体模型的反演

模型设置如前文图 5 中模型, 山峰地形下有一立方体高阻异常, 背景电阻率为 $200\ \Omega\text{m}$, 异常体电阻率为 $2000\ \Omega\text{m}$. 倘若不考虑山峰地形的影响, 直接使用平坦地形下的电阻率三维反演, 则结果如图 11 所示, 显示地下为一低阻异常体, 与图 5 的真实模型完全不一致. 可见, 地形造成的影响非常大, 甚至获得相反的异常结果。

吴小平(2005)的结果表明, 无论是在数据空间还是在模型空间进行地形校正, 起伏地形条件下的电阻率三维反演均不能完全消除地形影响, 必须在反演中直接引入地形信息, 进行带地形的电阻率三维反演才有可能. 图 12 为该模型的带地形电阻率三维反演结果, 清晰地反映了山峰地形下的高阻异常体, 与图 5 的真实模型相当一致, 有效地消除了地形影响。

4.5 复杂起伏地形条件下的电阻率三维反演

实际野外勘察工作中, 山峰、山谷起伏不定, 地形条件十分复杂. 随着 GPS/GNSS 技术的日益成熟, 复杂环境中观测点的准确定位变得简单易行, 为灵活、高效的野外电阻率三维测量创造了有利条件。

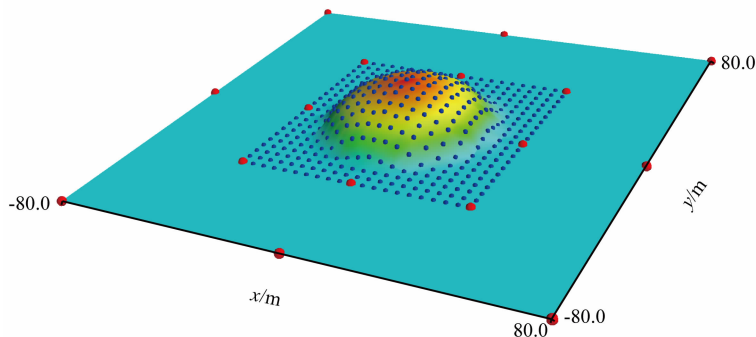


图7 随机观测装置示意图

Fig. 7 Schematic of the random acquisition

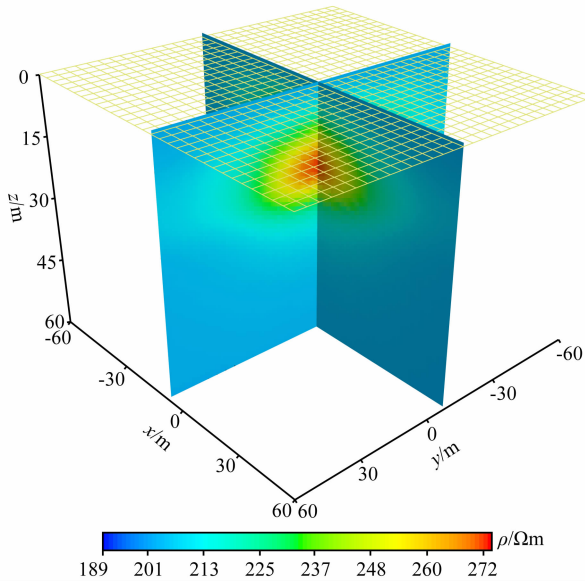


图 8 高阻体模型的反演结果

Fig. 8 Inversion of the high resistivity model

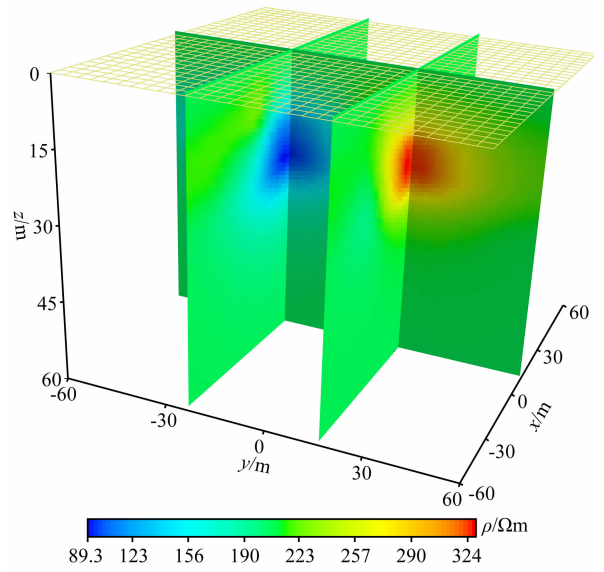


图 10 低阻和高阻异常体的组合模型反演结果

Fig. 10 Inversion of the combination model with a low resistivity and a high resistivity anomalous bodies

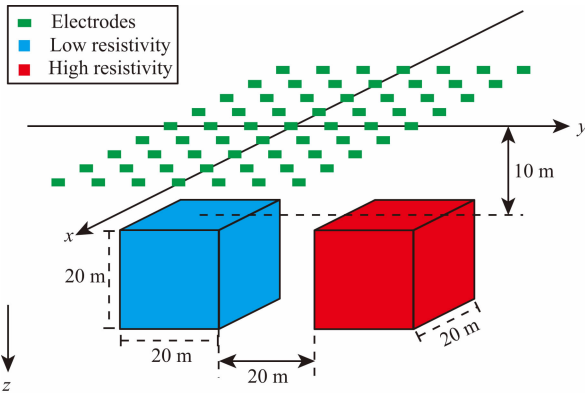


图 9 低阻和高阻共存的组合模型示意图

Fig. 9 Schematic diagram of the model with low and high resistivity anomalous bodies

结合本文实现的任意偶极-偶极视电阻率观测数据的带地形三维反演,将在野外实际数据的三维反演解释中发挥重要作用.

图 13 是模拟野外实际情况构建的一个相对复杂的起伏地形及其非结构网格剖分.我们分别反演该复杂地形下的低阻异常体和 high 阻异常体三维模型,低阻异常体电阻率为 $20 \Omega\text{m}$,高阻异常体电阻率为 $2000 \Omega\text{m}$,背景电阻率均为 $200 \Omega\text{m}$,其他模型参数见图 3.当起伏地形下分别存在低阻异常体和 high 阻异常体时,带地形电阻率三维反演结果见图 14、图 15,均清晰地反映了地下的真实电阻率结构,获得很好的反演效果,表明本文基于非结构网格的电阻率三维反演方法在野外复杂地形条件下亦可获得可靠结果.

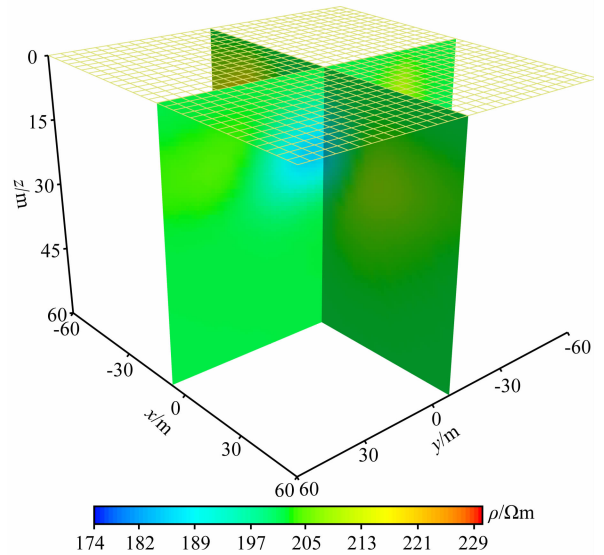


图 11 山峰地形下高阻体模型的反演结果,反演中没有考虑地形

Fig. 11 Inversion of the high resistivity model under a hill, ignoring the influence of the topography

4.6 数据含 10% 高斯噪声的三维反演

模型设置与 4.2 节相同,即平坦地形下有一立方体高阻异常,背景电阻率为 $200 \Omega\text{m}$,异常体电阻率为 $2000 \Omega\text{m}$.在生成合成数据时,将默认引入的 5% 高斯噪声增加为 10% 高斯噪声.反演结果如图 16 所示,同样取得较好的反演结果,电阻率结构清晰并且无多余的虚假信息.与图 8 的反演结果相比,只是在高阻异常中心处的电阻率值略有减小,表明本文的电阻率三维反演结果可靠,反演方法对观测

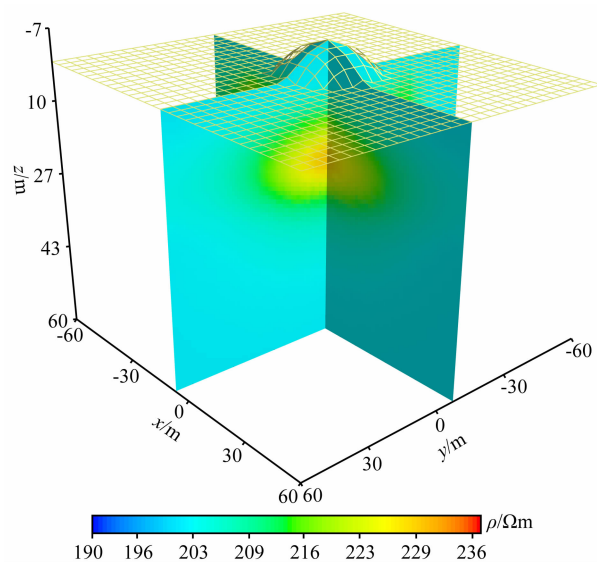


图 12 山峰地形下高阻体模型的带地形反演结果

Fig. 12 Inversion of the high resistivity model under a hill, considering the influence of the topography

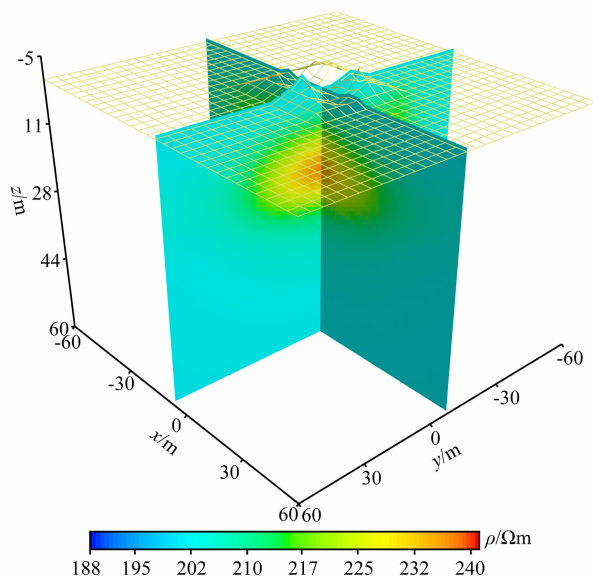


图 15 复杂起伏地形下存在高阻异常体的带地形反演结果

Fig. 15 Inversion of the high resistivity model under a complex topography, considering the influence of the topography

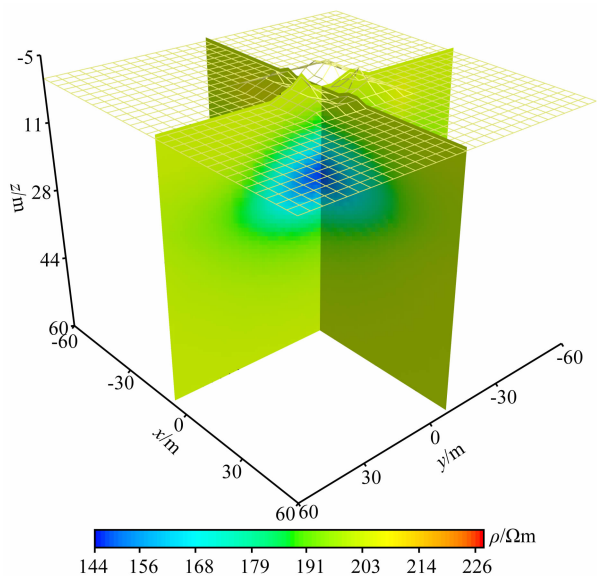


图 14 复杂起伏地形下存在低阻异常体的带地形反演结果

Fig. 14 Inversion of the low resistivity model under a complex topography, considering the influence of the topography

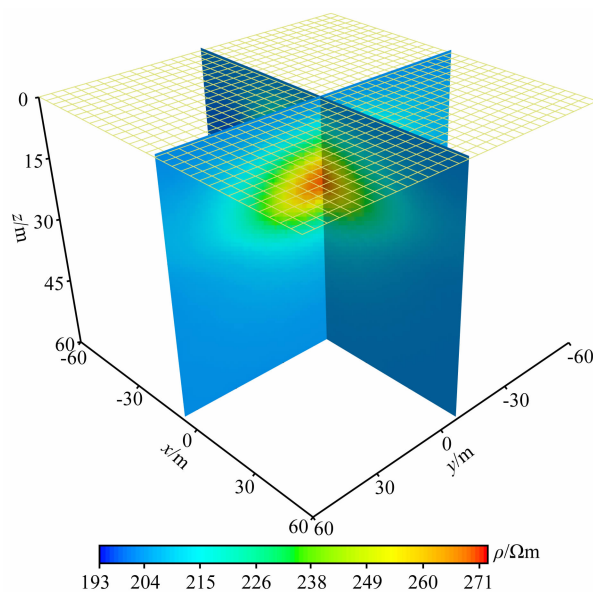


图 16 引入 10% 测量误差时高阻体模型的反演结果

Fig. 16 Inversion of the high resistivity model with a measurement error of 10%

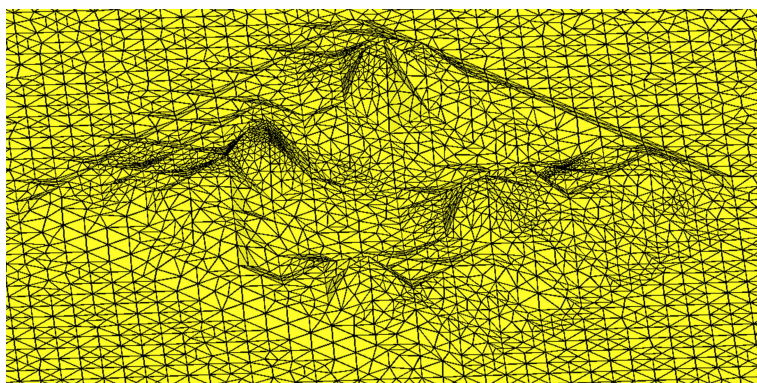


图 13 复杂起伏地形的非结构网格剖分示意图

Fig. 13 Unstructured grids of a complex topography

数据的噪声依赖性不大。

5 结论

随着 GPS/GNSS 技术的日益成熟,野外区域地球物理调查中观测点的准确定位变得简单易行,为灵活、高效的野外电阻率三维测量创造了有利条件。结合电阻率三维非结构有限单元数值模拟,本文实现了任意偶极-偶极视电阻率观测数据的带地形三维反演,理论模型反演以及模拟野外实际地形的复杂模型反演均取得很好的效果,模拟实际数据带高斯噪声的三维反演也取得可靠的结果,将对野外实际数据的三维反演解释向前推进关键一步。

References

- Armijo L. 1966. Minimization of functions having Lipschitz continuous first partial derivatives. *Pac. J. Math.*, 16(1): 1-3.
- Bentley L R, Gharibi M. 2004. Two- and three-dimensional electrical resistivity imaging at a heterogeneous remediation site. *Geophysics*, 69(3): 674-680.
- Chambers J E, Ogilvy R D, Kuras O, et al. 2002. 3D electrical imaging of known targets at a controlled environmental test site. *Environ. Geol.*, 41(6): 690-704.
- Chambers J E, Wilkinson P B, Kuras O, et al. 2011. Three-dimensional geophysical anatomy of an active landslide in Lias Group mudrocks, Cleveland Basin, UK. *Geomorphology*, 125(4): 472-484.
- Chen J Y, Dang Y M, Cheng P F. 2007. Development and progress in GNSS. *Journal of Geodesy and Geodynamics* (in Chinese), 27(5): 1-4.
- Chen Q L, Hu J H. 1998. The use of portable GPS in electrical prospecting. *Geophysical Prospecting for Petroleum* (in Chinese), 37(4): 128-133.
- Dabas M, Tabbagh A, Tabbagh J. 1994. 3-D inversion in subsurface electrical surveying-I. Theory. *Geophys. J. Int.*, 119(3): 975-990.
- Dai Q W, Chai X C, Chen D P. 2012. 3D DC resistivity inversion based on damped Gauss-Newton method. *Chinese Journal of Engineering Geophysics* (in Chinese), 9(4): 375-379.
- Dembo R S, Eisenstat S C, Steihaug T. 1982. Inexact newton methods. *SIAM J. Numer. Anal.*, 19(2): 400-408.
- Di Q Y, Wang M Y, Yan S M, et al. 1997. The application of the high density resistivity method for the seawave-proof dam in Zhuhai-harbour. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 12(2): 79-88.
- Fu L K. 1983. *Electrical Prospecting Tutorial* (in Chinese). Beijing: Geological Publishing House.
- Günther T, Rücker C, Spitzer K. 2006. Three-dimensional modelling and inversion of DC resistivity data incorporating topography—II. Inversion. *Geophys. J. Int.*, 166(2): 506-517.
- Haber E, Ascher U M, Oldenburg D. 2000. On optimization techniques for solving nonlinear inverse problems. *Inverse Problems*, 16(5): 1263-1280.
- Haber E. 2005. Quasi-newton methods for large-scale electromagnetic inverse problems. *Inverse Problems*, 21(1): 305-323.
- He J S. 1997. Development and prospect of electrical prospecting method. *Chinese J. Geophys. (Acta Geophysica Sinica)* (in Chinese), 40(S1): 308-316.
- Holcombe H T, Jiracek G R. 1984. Three-dimensional terrain corrections in resistivity surveys. *Geophysics*, 49(4): 439-452.
- Huang J G, Ruan B Y, Bao G S. 2004. Resistivity inversion on 3-D section based on FEM. *Journal of Central South University (Science and Technology)* (in Chinese), 35(2): 295-299.
- Kneisel C, Emmert A, Kästl J. 2014. Application of 3D electrical resistivity imaging for mapping frozen ground conditions exemplified by three case studies. *Geomorphology*, 210: 71-82.
- Large D B. 1971. Electric potential near a spherical body in a conducting half-space. *Geophysics*, 36(4): 763-767.
- Li C W, Xiong B, Wang Y X, et al. 2012. Inversion of IP logging based on improved Krylov subspace methods. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 55(11): 3862-3869, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.11.034.
- Li G F, Yan X L. 2010. Positioning accuracy test of portable GPS receiver and its application in geological exploration of mineral. *Geotechnical Engineering World* (in Chinese), 1(4): 380-384.
- Li Y G, Oldenburg D W. 1994. Inversion of 3-D DC resistivity data using an approximate inverse mapping. *Geophys. J. Int.*, 116(3): 527-537.
- Li Y G, Spitzer K. 2002. Three-dimensional DC resistivity forward modelling using finite elements in comparison with finite-difference solutions. *Geophys. J. Int.*, 151(3): 924-934.
- Lin J, Shi L. 1996. Prospect for application of GPS survey in geophysical exploring. *Equipment for Earth Science* (in Chinese), 4: 1-5.
- Liu B, Li S C, Li S C, et al. 2012a. 3D electrical resistivity inversion with least-squares method based on inequality constraint and its computation efficiency optimization. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 55(1): 260-268, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.01.025.
- Liu B, Nie L C, Li S C, et al. 2012b. 3D electrical resistivity inversion tomography with spatial structural constraint. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering* (in Chinese), 31(11): 2258-2268.
- Liu H M, Zhao H. 2013. The use of portable GPS in electrical and magnetic prospecting for network layout. *West-China Exploration Engineering* (in Chinese), 25(8): 86-88.
- Liu S J, Song Z C, Liu G. 2006. Error analysis of handheld GPS positioning in field geological survey. *Surveying and Mapping of Sichuan* (in Chinese), 29(1): 11-14.

- Loke M H, Barker R D. 1996. Practical techniques for 3D resistivity surveys and data inversion. *Geophysical Prospecting*, 44(3): 499-523.
- Lu J J, Wu X P, Spitzer K. 2010. Algebraic multigrid method for 3D DC resistivity modelling. *Chinese J. Geophys.*, 53(3): 700-707.
- Oppliger G L. 1984. Three-dimensional terrain corrections for mise-à-la-masse and magnetometric resistivity surveys. *Geophysics*, 49(10): 1718-1729.
- Pan K J, Tang J T. 2014. 2. 5-D and 3-D DC resistivity modelling using an extrapolation cascading multigrid method. *Geophys. J. Int.*, 197(3): 1459-1470.
- Papadopoulos N G, Tsourlos P, Tsokas G N, et al. 2006. Two-dimensional and three-dimensional resistivity imaging in archaeological site investigation. *Archaeol. Prospect.*, 13(3): 163-181.
- Papadopoulos N G, Tsourlos P, Tsokas G N, et al. 2007. Efficient ERT measuring and inversion strategies for 3D imaging of buried antiquities. *Near Surf. Geophys.*, 5(6): 349-361.
- Park S K, Van Gregory P. 1991. Inversion of pole-pole data for 3-D resistivity structure beneath arrays of electrodes. *Geophysics*, 56(7): 951-960.
- Park S. 1998. Fluid migration in the vadose zone from 3-D inversion of resistivity monitoring data. *Geophysics*, 63(1): 41-51.
- Pidlisecky A, Haber E, Knight R. 2007. RESINVM3D: A 3D resistivity inversion package. *Geophysics*, 72(2): H1-H10.
- Ren Z Y, Tang J T. 2010. 3D direct current resistivity modeling with unstructured mesh by adaptive finite-element method. *Geophysics*, 75(1): H7-H17.
- Ren Z Y, Tang J T. 2014. A goal-oriented adaptive finite-element approach for multi-electrode resistivity system. *Geophys. J. Int.*, 199(1): 136-145.
- Rödder T, Kneisel C. 2012. Permafrost mapping using quasi-3D resistivity imaging, Murtèl, Swiss Alps. *Near Surface Geophysics*, 10(2): 117-127.
- Rücker C, Günther T, Spitzer K. 2006. Three-dimensional modelling and inversion of dc resistivity data incorporating topography—I. Modelling. *Geophys. J. Int.*, 166(2): 495-505.
- Sasaki Y. 1994. 3-D resistivity inversion using the finite-element method. *Geophysics*, 59(12): 1839-1848.
- Spitzer K. 1995. A 3-D finite-difference algorithm for DC resistivity modelling using conjugate gradient methods. *Geophys. J. Int.*, 123(3): 903-914.
- Tikhonov A N, Arsenin V A. 1977. Solutions of Ill-posed Problems. Washington: W. H. Winston and Sons.
- Tsourlos P I, Szymanski J E, Tsokas G N. 1999. The effect of terrain topography on commonly used resistivity arrays. *Geophysics*, 64(5): 1357-1363.
- Wan X L, Xi D Y, Gao E G, et al. 2005. 3-D resistivity inversion by the least-squares QR factorization method under improved smoothness constraint condition. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 48(2): 439-444, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2005.02.030.
- Wang K X, Li F Y, Liu H L, et al. 2012. Handheld GPS positioning accuracy and error. *GNSS World of China* (in Chinese), 36(6): 83-86.
- Wang W, Wu X P, Spitzer K. 2013. Three-dimensional DC anisotropic resistivity modelling using finite elements on unstructured grids. *Geophys. J. Int.*, 193(2): 734-746.
- Weller A, Frangos W, Seichter M. 1999. Three-dimensional inversion of induced polarization data from simulated waste. *J. Appl. Geophys.*, 41(1): 31-47.
- Wu X P, Xu G M. 1999. Derivation and analysis of partial derivative matrix in resistivity 3-D inversion. *Oil Geophysical Prospecting* (in Chinese), 34(4): 363-372.
- Wu X P, Xu G M. 2000. Study on 3-D resistivity inversion using conjugate gradient method. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 43(3): 420-427, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2000.03.016.
- Wu X P, Wang T T. 2002. Progress of study on 3D resistivity inversion methods. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 17(1): 156-162, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2002.01.023.
- Wu X P. 2003. A 3-D finite-element algorithm for DC resistivity modelling using the shifted incomplete Cholesky conjugate gradient method. *Geophys. J. Int.*, 154(3): 947-956.
- Wu X P, Xiao Y F, Qi C, et al. 2003. Computations of secondary potential for 3D DC resistivity modelling using an incomplete Choleski conjugate-gradient method. *Geophysical Prospecting*, 51(6): 567-577.
- Wu X P. 2005. 3-D resistivity inversion under the condition of uneven terrain. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 48(4): 932-936, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2005.04.028.
- Yang Y X. 2010. Progress, contribution and challenges of compass/Beidou satellite navigation system. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica* (in Chinese), 39(1): 1-6.
- Yi M J, Kim J H, Song Y, et al. 2001. Three-dimensional imaging of subsurface structures using resistivity data. *Geophysical Prospecting*, 49(4): 483-497.
- Zhang J, Mackie R L, Madden T R. 1995. 3-D resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients. *Geophysics*, 60(5): 1313-1325.
- Zhdanov M S, Keller G V. 1994. The Geo-Electrical Methods in Geophysical Exploration (Vol. 31). Netherlands: Elsevier Science Limited.
- Zhou B, Greenhalgh S A. 2001. Finite element three-dimensional direct current resistivity modelling: accuracy and efficiency considerations. *Geophys. J. Int.*, 145(3): 679-688.

附中文参考文献

- 陈俊勇, 党亚明, 程鹏飞. 2007. 全球导航卫星系统的进展. 大地测量与地球动力学, 27(5): 1-4.
- 陈清礼, 胡家华. 1998. 手持式 GPS 在电法勘探中的应用. 石油物

- 探, 37(4): 128-133.
- 戴前伟, 柴新朝, 陈德鹏. 2012. 基于阻尼型高斯牛顿法的三维直流电阻率反演. 工程地球物理学报, 9(4): 375-379.
- 底青云, 王妙月, 严寿民等. 1997. 高密度电阻率法在珠海某防波堤工程中的应用. 地球物理学进展, 12(2): 79-88.
- 傅良魁. 1983. 电法勘探教程. 北京: 地质出版社.
- 何继善. 1997. 电法勘探的发展和展望. 地球物理学报, 40(增刊): 308-316.
- 黄俊革, 阮百尧, 鲍光淑. 2004. 基于有限单元法的三维地电断面电阻率反演. 中南大学学报(自然科学版), 35(2): 295-299.
- 李长伟, 熊彬, 王有学等. 2012. 基于改进 Krylov 子空间算法的井中激电反演. 地球物理学报, 55(11): 3862-3869, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.11.034.
- 李国防, 闫新亮. 2010. 手持 GPS 定位精度测试及其在矿产勘查中的应用. 矿产勘查, 1(4): 380-384.
- 林君, 石磊. 1996. GPS 在地球物理勘探中的应用展望. 地学仪器, 4: 1-5.
- 刘斌, 李术才, 李树忱等. 2012a. 基于不等式约束的最小二乘法三维电阻率反演及其算法优化. 地球物理学报, 55(1): 260-268, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.01.025.
- 刘斌, 聂利超, 李术才等. 2012b. 三维电阻率空间结构约束反演成像方法. 岩石力学与工程学报, 31(11): 2258-2268.
- 刘会敏, 赵灏. 2013. 手持 GPS 在电、磁法勘探网布设工作中的应用. 西部探矿工程, 25(8): 86-88.
- 刘少杰, 宋在超, 刘刚. 2006. 野外地质测量中手持 GPS 定位的误差分析. 四川测绘, 29(1): 11-14.
- 宛新林, 席道瑛, 高尔根等. 2005. 用改进的光滑约束最小二乘正交分解法实现电阻率三维反演. 地球物理学报, 48(2): 439-444, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2005.02.030.
- 王克晓, 李凤友, 刘焕玲等. 2012. 手持 GPS 定位精度与误差的研究. 全球定位系统, 36(6): 83-86.
- 吴小平, 徐果明. 1999. 电阻率三维反演中偏导数矩阵的求取与分析. 石油地球物理勘探, 34(4): 363-372.
- 吴小平, 徐果明. 2000. 利用共轭梯度法的电阻率三维反演研究. 地球物理学报, 43(3): 420-427, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2000.03.016.
- 吴小平, 汪彤彤. 2002. 电阻率三维反演方法研究进展. 地球物理学进展, 17(1): 156-162, doi: 10.3969/j.issn.1004-2903.2002.01.023.
- 吴小平. 2005. 非平坦地形条件下电阻率三维反演. 地球物理学报, 48(4): 932-936, doi: 10.3321/j.issn:0001-5733.2005.04.028.
- 杨元喜. 2010. 北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战. 测绘学报, 39(1): 1-6.

(本文编辑 何燕)