

# 基于径向谱的位场向下延拓正则参数选取方法

曾小牛\*<sup>①</sup> 李夕海<sup>①</sup> 陈鼎新<sup>①②</sup> 杨晓云<sup>①</sup>

(<sup>①</sup>第二炮兵工程大学,陕西西安 710025; <sup>②</sup>清华大学自动化系,北京 100086)

曾小牛,李夕海,陈鼎新,杨晓云. 基于径向谱的位场向下延拓正则参数选取方法. 石油地球物理勘探, 2015, 50(4): 749-754.

**摘要** Tikhonov 正则算法是解决位场向下延拓不适定性广泛采用的一种有效方法,最优正则参数的选取对下延精度和计算时间都有影响。为了快速、有效地选取正则参数,提出一种基于位场径向平均功率谱的 Tikhonov 正则参数选取方法。该方法通过建立由径向平均功率谱确定的截止波数和 Tikhonov 正则低通滤波函数的截止波数的关系来确定正则参数。基于理论重力模型数据及航磁实测数据将新方法同以往普遍采用的  $L$ -曲线法、 $C$ -范数法进行了正则向下延拓效果的对比实验。实验结果表明,新方法实现简单、物理意义明确,且选取的正则参数优于另外两种经典方法。

**关键词** 向下延拓 Tikhonov 正则 径向平均功率谱  $L$ -曲线法

中图分类号:P631 文献标识码:A doi: 10.13810/j.cnki.issn.1000-7210.2015.04.024

## 1 引言

位场向下延拓是位场数据处理中的一种重要方法,作为一个典型的不适定线性反问题,它一直是位场数据处理领域中研究的热点和难点。对该不适定线性反问题的求解通常有两种策略:一是直接法;二是迭代法。直接法中最常用的、效果最好的是 Tikhonov 正则化方法<sup>[1~5]</sup>(与维纳滤波在一定意义上等价<sup>[6]</sup>);迭代法的种类很多<sup>[6~8]</sup>,如泰勒级数迭代法<sup>[8~10]</sup>、积分迭代法<sup>[11~13]</sup>、样条函数法<sup>[14,15]</sup>等等。

根据文献[6]和文献[8]的对比分析,Tikhonov 正则方法的向下延拓精度优于绝大部分迭代法,而两篇文献中提出的改进迭代法的下延精度比 Tikhonov 法虽有提高,但提高得并不多。同时应该注意到,迭代法本身有一些固有的不足<sup>[16]</sup>,如迭代法的半收敛性、迭代次数和迭代停止准则不易确定等。Tikhonov 正则化法也有其实施难点,如正则参数的选取。目前常用的正则参数选取方法有  $L$ -曲线法<sup>[5,6,17]</sup>、 $C$ -范数法<sup>[3,8,18]</sup>、广义交叉校验(GCV, Generalized Cross Validation)法<sup>[19]</sup>等。这些方法

的共同点是,首先确定一个正则参数的范围,设置一个小于或大于1的公比,使正则参数在该范围内递减或递增,然后计算该范围内所有正则参数的下延结果,并最终基于一定的准则来确定最优参数,如  $L$ -曲线法的拐点或最大曲率、 $C$ -范数曲线和 GCV 曲线的最小值等。因此,这些正则参数选取方法要获得精确的最优正则参数需要较长的计算时间。

本文从位场径向平均功率谱的物理特性出发,提出一种新的正则参数选择方法,该方法具有物理意义明确、实现简单等优点。理论模型及实测数据的对比试验说明,此方法同经典的  $L$ -曲线法和  $C$ -范数法相比,在位场向下延拓最优正则参数选择方面具有优越性。

## 2 位场正则向下延拓原理及正则参数选取方法

### 2.1 位场正则向下延拓原理

若  $z=z_1$  观测平面上的位场  $u_{z_1}(x,y)$  为已知,设  $z$  轴向下为正,则由  $u_{z_1}(x,y)$  求  $z=z_2(z_2>z_1)$  平面上的位场数据  $u_{z_2}(x,y)$  称为位场的向下延拓。

\* 陕西省西安市第二炮兵工程大学 907 教研室,710025。Email:xiaoniuzeng@163.com

本文于2013年12月8日收到,最终修改稿于2015年6月16日收到。

本研究受国家自然科学基金(41374154)资助。

向上延拓公式为

$$u_{z_1}(x, y) = \frac{h}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u_{z_2}(\xi, \eta)}{[(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + h^2]^{3/2}} d\xi d\eta \quad (1)$$

式中:  $h = z_2 - z_1 > 0$  为延拓高度。对式(1)两边同时做二维傅里叶变换可得

$$u_{z_1}(\omega_x, \omega_y) = e^{-2\pi h \omega_r} u_{z_2}(\omega_x, \omega_y) \quad (2)$$

其中:  $u_{z_1}(\omega_x, \omega_y)$  和  $u_{z_2}(\omega_x, \omega_y)$  分别是  $u_{z_1}(x, y)$  和  $u_{z_2}(x, y)$  的傅里叶变换结果;  $\omega_x$  和  $\omega_y$  分别是  $x$  和  $y$  方向的波数;  $\omega_r = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$  为径向波数;  $e^{-2\pi h \omega_r}$  为向上延拓算子。则相应的向下延拓公式为

$$u_{z_2}(\omega_x, \omega_y) = u_{z_1}(\omega_x, \omega_y) e^{2\pi h \omega_r} \quad (3)$$

由于相应的向下延拓算子为  $e^{2\pi h \omega_r}$ , 向下延拓时  $u_{z_1}(\omega_x, \omega_y)$  中的高频噪声会被指数级放大而导致结果不稳定。

对于求解如式(3)的不适定问题, Tikhonov 正则化是一种广泛应用的方法, 它指的是求解一个极小化的正则化泛函<sup>[20]</sup>, 即

$$\min \{ \| e^{-2\pi h \omega_r} \mathbf{U}_{z_2} - \mathbf{U}_{z_1} \|^2 + \alpha \| \mathbf{U}_{z_2} \|^2 \} \quad (4)$$

式中: 设  $\mathbf{U}_{z_1} = u_{z_1}(\omega_x, \omega_y)$ ;  $\mathbf{U}_{z_2} = u_{z_2}(\omega_x, \omega_y)$ ;  $\alpha$  为正则参数, 用于平衡不稳定性及光滑性。上述极小化问题的解为

$$\mathbf{U}_{z_2}^\alpha = \frac{e^{-4\pi h \omega_r}}{e^{-4\pi h \omega_r} + \alpha} e^{2\pi h \omega_r} \mathbf{U}_{z_1} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{U}_{z_2}^\alpha$  表示正则向下延拓值。由式(5)可见, Tikhonov 正则向下延拓算子可分为两部分: Tikhonov 正则低通滤波函数部分  $\frac{e^{-4\pi h \omega_r}}{e^{-4\pi h \omega_r} + \alpha}$  和常规向下延拓算子部分  $e^{2\pi h \omega_r}$ 。正是由于正则低通滤波函数抑制了  $\mathbf{U}_{z_1}$  中的噪声干扰, 才使 Tikhonov 正则向下延拓的结果趋于稳定, 而该滤波函数的滤波特性完全由正则参数  $\alpha$  确定, 因此, 选择合适的  $\alpha$  对 Tikhonov 正则下延至关重要。

## 2.2 正则参数选择方法

正则参数的选取, 依据是否需要预先估计原始数据的噪声水平而分为先验和后验两类策略<sup>[20]</sup>。Morozov 偏差原理<sup>[21]</sup> 是典型的先验策略; GCV 准则<sup>[19]</sup>、 $L$ -曲线准则<sup>[22]</sup> 和拟最优准则<sup>[20]</sup> 是最常用的后验策略。对于位场向下延拓来说, 原始数据的噪声水平一般难以预先估计, 因此通常选择后验策略。本文主要讨论  $L$ -曲线准则和拟最优准则。

$L$ -曲线准则是指以对数尺度来描述 ( $\| e^{-2\pi h \omega_r} \times \mathbf{U}_{z_2}^\alpha - \mathbf{U}_{z_1}^\alpha \|^2$ ,  $\| \mathbf{U}_{z_2}^\alpha \|^2$ )。  $L$ -曲线中水平部分对应的正则解范数  $\| \mathbf{U}_{z_2}^\alpha \|^2$  对  $\alpha$  的选取较敏感, 而垂直部分对应的正则解残差范数  $\| e^{-2\pi h \omega_r} \mathbf{U}_{z_2}^\alpha - \mathbf{U}_{z_1}^\alpha \|^2$  对  $\alpha$  的选取较敏感。因此正则参数  $\alpha$  的选取应在这两个量之间取得平衡。  $L$ -曲线准则的关键是定义  $L$ -曲线的拐点(或称隅角), 文献[22]建议定义  $L$ -曲线的拐点为最大曲率, 但要稳定地计算曲率不是一个简单的过程。因此 Reginska<sup>[23]</sup> 提出并证明了一种极小化准则(Local Minimum Criterion), 即通过求解函数

$$\psi(\alpha) = \| e^{-2\pi h \omega_r} \mathbf{U}_{z_2}^\alpha - \mathbf{U}_{z_1}^\alpha \|^2 \| \mathbf{U}_{z_2}^\alpha \|^2 \quad (6)$$

的极小值来达到求解  $L$ -曲线拐点的目的, 文献[6]就使用了该方法。

拟最优准则又被称为  $C$ -范数准则<sup>[3,8,18]</sup>, 即最优正则参数由如下准则确定

$$\alpha_{\text{opt}} = \min \left\{ \left\| \alpha \frac{d\mathbf{U}_{z_2}^\alpha}{d\alpha} \right\| \right\} \quad (7)$$

该方法的基本思想是让正则参数  $\alpha$  和正则解对该参数的变化率同时稳定在尽可能小的水平上。由式(7)不难求得

$$\alpha \frac{d\mathbf{U}_{z_2}^\alpha}{d\alpha} = \frac{-\alpha e^{-2\pi h \omega_r}}{(e^{-4\pi h \omega_r} + \alpha)^2} \mathbf{U}_{z_1} \quad (8)$$

## 3 基于径向平均功率谱的正则参数选取方法

Spector 等<sup>[24]</sup> 提出径向平均功率谱的概念, 并被广泛应用于位场数据处理<sup>[26~28]</sup>。径向谱的定义如下: 设位场异常的功率谱为  $u(\omega_x, \omega_y)$ , 其在径向方向  $\phi$  上的取值为  $u'(\omega_r, \phi)$ , 则

$$u'(\omega_r, \phi) = u(\omega_r \cos \phi, \omega_r \sin \phi) \quad (9)$$

其中  $\phi$  为径向与  $\omega_x$  轴的夹角, 当  $\phi$  取定值时,  $u'(\omega_r, \phi)$  仅是  $\omega_r$  的函数。求取径向平均谱的具体实施步骤为: ①计算位场数据功率谱; ②以位场功率谱的中心作圆, 圆的半径分别为基频的整数倍, 从而形成一系列环带; ③对环带内所有点的功率谱值计算其平均值; ④以径向波数  $\omega_r$  为横坐标, 各频带内功率谱平均值作为纵坐标(取对数坐标), 即可得径向平均功率谱。

一个假想的径向平均功率谱如图1所示。从图1可知, 如果假设观测噪声为白噪声, 则与位场信号不相关的白噪声的功率谱应该为常数, 即对应

图 1 中的水平部分。这样,对于位场的径向平均功率谱,存在一个截止频率  $\omega_c$  将位场信号谱和噪声谱大致分开。另一方面,式(5)中的 Tikhonov 正则低通滤波函数  $\frac{e^{-4\pi h\omega_r}}{e^{-4\pi h\omega_r} + \alpha}$  同样也存在一个截止频率(其对应函数值为 0.5),如图 2 所示。如果设定径向平均功率谱的截止频率  $\omega_c$  为该低通滤波函数的截止频率,则可以简单地得到正则参数和该截止频率的关系为

$$\alpha = e^{-4\pi h\omega_c} \quad (10)$$

这样的设定具有明确物理意义。因为大于位场径向平均功率谱截止频率  $\omega_c$  的频谱分量大部分都为噪声贡献,设此截止频率为 Tikhonov 正则低通滤波函数的截止频率将有效抑制噪声干扰,同时很好地保持有效信号不被衰减。

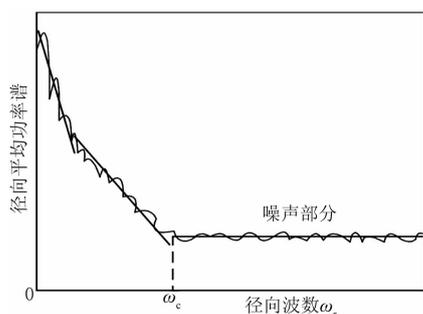


图 1 径向平均功率谱示意图

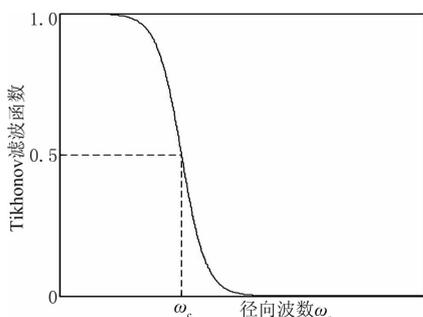


图 2 Tikhonov 滤波函数示意图

## 4 数值试验及结果比较

### 4.1 理论模型试验

采用文献[6]和文献[12]中都使用过的双球体重力模型来验证本文所提方法的有效性。两个球体的参数相同:剩余密度  $\Delta\sigma = 1.0\text{t/m}^3$ 、半径  $r = 500\text{m}$ 、中心埋深  $1800\text{m}$ 、球心  $x$  坐标分别为  $10000\text{m}$

和  $15000\text{m}$ 、球心  $y$  坐标为  $12500\text{m}$ 。观测线数  $M$  和每线点数  $N$  同为 512、点距  $\Delta x$  和线距  $\Delta y$  都为  $50\text{m}$ 。为了模拟实际情况,在  $z=0$  高度重力异常中加入均值为零、标准差为  $5.8 \times 10^{-3}\text{mGal}$  的白噪声(与文献[6]一致),其等值线如图 3a 所示。

计算该模型  $z=0$  高度含噪重力异常数据的径向平均功率谱,如图 3b 所示(红线为径向谱中拟合得到的线性部分)。通过功率谱形状分析,显然可将功率谱分为  $0 \sim 7.5 \times 10^{-4}$  和  $7.5 \times 10^{-4} \sim 1.0 \times 10^{-2}$  两段,将前段视为信号部分,后一段近似视为噪声部分。如此,则可以确定功率谱的截止频率为  $\omega_c = 7.5 \times 10^{-4}$ 。令 Tikhonov 正则滤波函数的截止波数  $\omega_c$  等于  $7.5 \times 10^{-4}$ ,则利用正则参数和截止波数的关系  $\alpha = e^{-4\pi h\omega_c}$  可求得对应的正则参数为  $\alpha = 0.8 \times 10^{-4}$ 。文献[6]中对该模型利用式(6)求得的正则参数为  $\alpha = 4.0 \times 10^{-4}$ ;本文采用 C-范数法(结合式(7)和式(8))求得的正则参数为  $\alpha = 2.0 \times 10^{-4}$ (图 3c)。

下面以  $z=0$  平面处的含噪重力数据为观测数据,采用三个正则参数下的 Tikhonov 正则法将其向下延拓  $1000\text{m}$ (20 倍点距),并用得到的延拓值  $u_c$  与  $1000\text{m}$  高度处的真实重力场值  $u_t$  采用均方误差(Root mean square error, RMSE)

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N [u_c - u_t]^2} \quad (11)$$

和相对误差(Relative error, RE)

$$\text{RE} = \frac{\|u_c - u_t\|_2}{\|u_t\|_2} \quad (12)$$

来计算、对比延拓误差。

三个正则参数下的正则下延误差对比如表 1 所示。为使延拓效果直观对比,将三个正则参数条件下正则向下延拓后得到的延拓数据与  $z=1000\text{m}$  平面上真实重力数据在两球心上方主剖面上的值放在一起,其对比如图 3d 所示。从图中可见,各正则参数下的延拓误差从大到小依次为 L-曲线法、C-范数、本文方法,本文方法得到的正则参数最优。

表 1 模型数据向下延拓误差

	正则参数	RMSE/(mGal)	RE/(%)
L-曲线	$4.0 \times 10^{-4}$	0.033	9.63
C-范数	$2.0 \times 10^{-4}$	0.028	7.50
本文方法	$0.8 \times 10^{-4}$	0.026	5.40

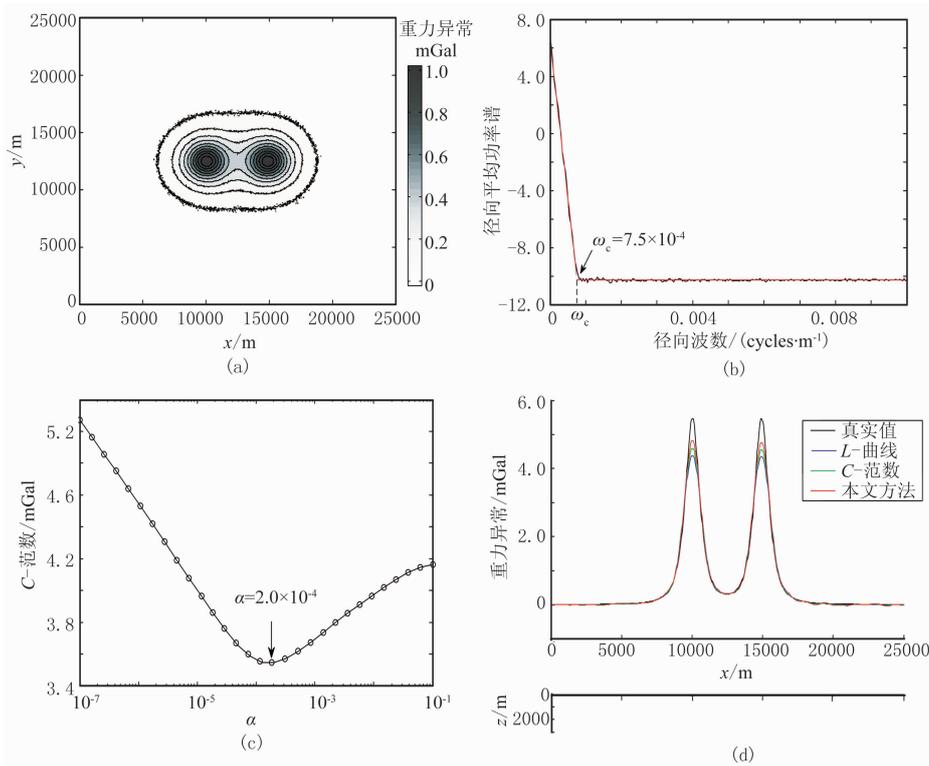


图3 模型重力数据向下延拓实验

(a)  $z=0$  平面重力数据; (b) 径向平均功率谱; (c) 求正则参数的  $C$ -范数曲线; (d) 模型重力数据向下延拓效果在主剖面的对比

## 4.2 实测数据试验

航磁实测数据点距和线距均为 50m, 其等值线如图 4a 所示。将原始数据向上延拓 1000m (20 倍点距) 以构建另一个平面的数据; 同时, 考虑到向上延拓具有的平滑效应, 为模拟实际情况, 本文在向上延拓后得到的航磁数据中加入零均值、均方差为该延拓高度航磁数据绝对均值 1% (1.2 nT) 的高斯白噪声, 加噪后航磁数据等值线如图 4b 所示。

计算该含噪航磁异常数据的径向平均功率谱, 如图 4c 所示 (红线为径向谱中拟合得到的线性部分)。通过功率谱形状分析, 可以确定功率谱的截止频率为  $\omega_c = 8.0 \times 10^{-4}$  Hz。利用正则参数和截止波数的关系  $\alpha = e^{-4\pi h \omega_c}$  可求得对应的正则参数为  $\alpha = 0.4 \times 10^{-4}$ 。采用文献 [6] 中的  $L$ -曲线法 (式 (6)) 和  $C$ -范数法 (结合式 (7) 和式 (8)) 求得的正则参数均为  $\alpha = 1.0 \times 10^{-4}$  (图 4d 和图 4e)。

与模型对比试验相同, 采用两个不同正则参数下的 Tikhonov 正则法分别将加噪向上延拓数据向下延拓回原来的数据平面, 其结果如图 4f (对应本文方法) 和图 4g (对应  $L$ -曲线法和  $C$ -范数法) 所示。所得到的延拓值与原高度处的真实航磁异常值的均

方误差和相对误差对比如表 2 所示。由表 2 和图 4f、图 4g 同图 4a 的对比可见, 本文方法得到的正则参数要优于  $L$ -曲线法和  $C$ -范数法。

表2 实测数据向下延拓误差

	正则参数	RMSE/(nT)	RE/(%)
$L$ -曲线和 $C$ -范数	$1.0 \times 10^{-4}$	27.14	6.32
本文方法	$0.4 \times 10^{-4}$	25.66	4.90

## 5 结论

应用 Tikhonov 正则化算法进行位场向下延拓, 正则化参数的适当选择至关重要。本文提出一种新的基于径向平均功率谱的正则化参数选取方法。该选取方法从位场功率谱的物理特性出发, 具有计算时间短和物理意义明确的特点。应用该方法对模型重力异常数据和航磁实测数据向下延拓结果进行了验证, 并同广泛使用的基于  $L$ -曲线法和  $C$ -范数法的正则化下延结果进行了比较。对比实验结果表明, 本文所提方法要优于  $L$ -曲线法和  $C$ -范数法。

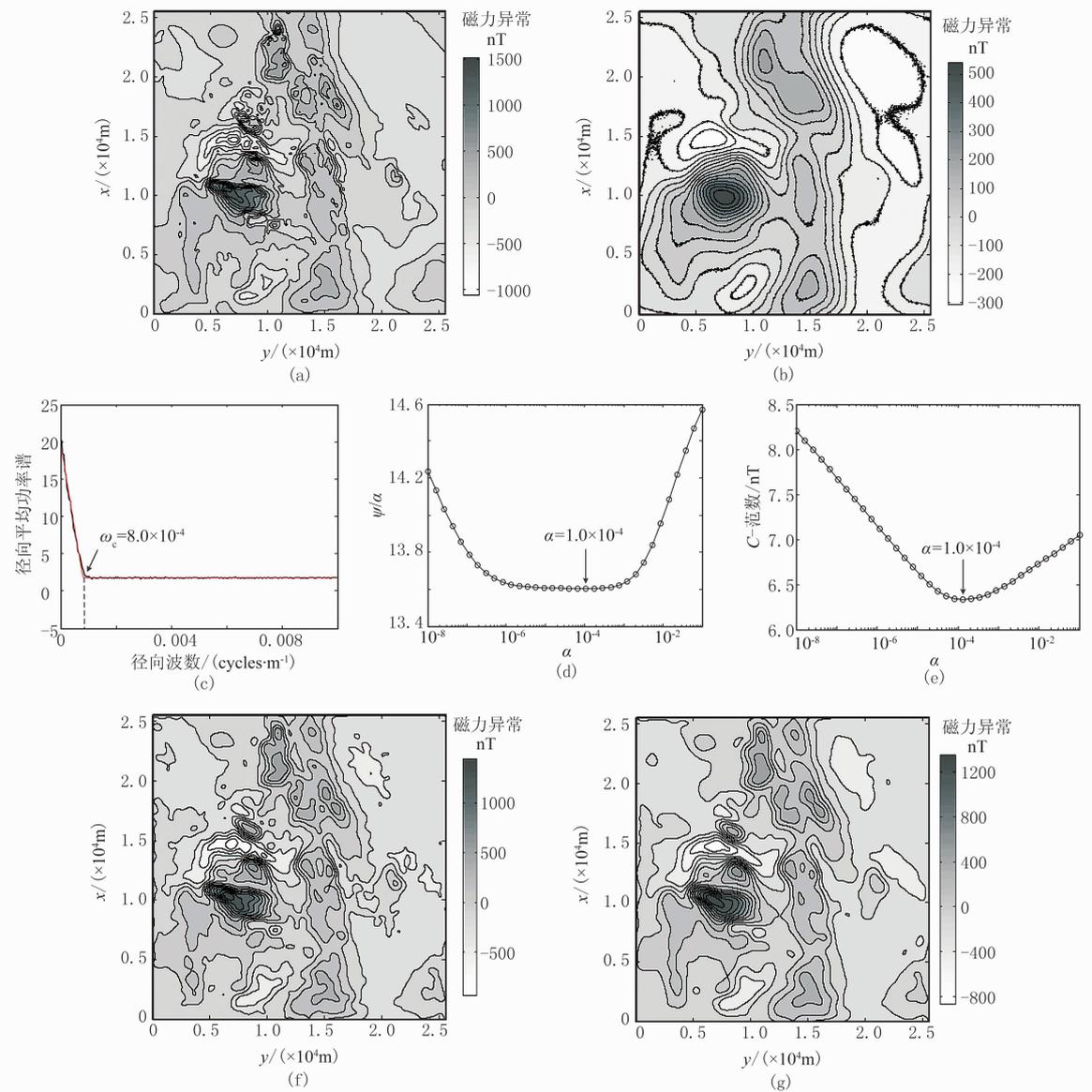


图 4 航磁实测数据向下延拓效果对比

(a)原始航磁异常;(b)向上延拓 20 倍点距航磁异常加噪;(c)图 b 数据径向平均功率谱;(d)求正则参数的 L-曲线(式(6));(e)求正则参数的 C-范数曲线;(f)本文方法求得的正则参数的向下延拓结果;(g)L-曲线法和 C-范数法求得的正则化参数的向下延拓结果

参 考 文 献

[ 1 ] 梁锦文. 位场向下延拓的正则化方法. 地球物理学报, 1989, 32(5): 600-608.  
Liang Jinwen. The regularization method for downward continuation of potential field. Chinese Journal of Geophysics, 1989, 32(5): 600-608.

[ 2 ] 陈生昌, 肖鹏飞. 位场向下延拓的波数域广义逆算法. 地球物理学报, 2007, 50(6): 1816-1822.  
Chen Shengchang, Xiao Pengfei. Wavenumber domain generalize inverse algorithm for potential field downward continuation. Chinese Journal of Geophysics, 2007, 50(6): 1816-1822.

[ 3 ] Pašteka R, Karcol R, Kušnirák D et al. Regcont: a Matlab based program for stable downward continuation of geophysical potential fields using Tikhonov regularization. Computers & Geosciences, 2012, 49: 278-289.

[ 4 ] Abedi M, Gholami A, Norouzi G H. A stable downward continuation of airborne magnetic data: A case study for mineral prospectivity mapping in Central Iran. Computers & Geosciences, 2013, 52: 269-280.

[ 5 ] Li Y G, Devriese S G R, Krahenbuhl R A et al. Enhancement of magnetic data by stable downward continuation for UXO application. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2013, 51(6): 3605-3614.

- [6] Zeng Xiaoniu, Li Xihai, Su Juan et al. An adaptive iterative method for downward continuation of potential-field data from a horizontal plane. *Geophysics*, 2013, 78(4): J43-J52.
- [7] Zhou Jun, Shi Guiguo, Ge Zhilei. Study of iterative regularization methods for potential field downward continuation in geophysical navigation. *Journal of Astronautics*, 2011, 32(4): 787-794.
- [8] Zhang Henglei, Ravat D, Hu Xiangyun. An improved and stable downward continuation of potential field data: The truncated Taylor series iterative downward continuation method. *Geophysics*, 2013, 78(5): J75-J86.
- [9] Fedi M, Florio G. A stable downward continuation by using the ISVD method. *Geophysical Journal International*, 2002, 151(1): 146-156.
- [10] 王彦国, 张凤旭, 王祝文等. 位场向下延拓的泰勒级数迭代法. *石油地球物理勘探*, 2011, 46(4): 657-662.  
Wang Yanguo, Zhang Fengxu, Wang Zhuwen et al. Taylor series iteration for downward continuation of potential field. *OGP*, 2011, 46(4): 657-662.
- [11] 徐世浙. 位场延拓的积分-迭代法. *地球物理学报*, 2006, 49(4): 1176-1182.  
Xu Shizhe. The integral-iteration method for continuation of potential field. *Chinese Journal of Geophysics*, 2006, 49(4): 1176-1182.
- [12] 刘东甲, 洪天求, 贾志海等. 位场向下延拓的波数域迭代法及其收敛性. *地球物理学报*, 2009, 52(6): 1600-1605.  
Liu Dongjia, Hong Tianqiu, Jia Zihai et al. Wave number domain iteration method for downward of potential fields and its convergence. *Chinese Journal of Geophysics*, 2009, 52(6): 1599-1605.
- [13] 曾小牛, 李夕海, 牛超等. 位场向下延拓的波数域正则-积分迭代法. *石油地球物理勘探*, 2013, 48(4): 643-650.  
Zeng Xiaoniu, Li Xihai, Niu Chao et al. The regularization-integral iteration method in wave number domain for downward continuation of potential fields. *OGP*, 2013, 48(4): 643-650.
- [14] 汪炳柱, 王硕儒. 二维位场向上延拓和向下延拓的样条函数法. *物探化探计算技术*, 1998, 20(2): 125-129.  
Wang Bingzhu, Wang Shuru. Spline function methods for upward continuation and downward continuation of 2D potential field. *Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration*, 1998, 20(2): 125-129.
- [15] Wang Bingzhu. 2D and 3D potential-field upward continuation using splines. *Geophysical Prospecting*, 2006, 54(2): 199-209.
- [16] 姚长利, 李宏伟, 郑元满等. 重磁位场转换计算中迭代法的综合分析与研究. *地球物理学报*, 2012, 55(6): 2062-2078.  
Yao Changli, Li Hongwei, Zheng Yuanman et al. Research on iteration method using in potential field transformations. *Chinese Journal of Geophysics*, 2012, 55(6): 2062-2078.
- [17] 马涛, 陈龙伟, 吴美平等. 基于L曲线法的位场向下延拓正则化参数选择. *地球物理学进展*, 2013, 28(5): 2485-2494.  
Ma Tao, Chen Longwei, Wu Meiping et al. The selection of regularization parameter in downward continuation of potential field based on L-curve method. *Progress in Geophysics*, 2013, 28(5): 2485-2494.
- [18] Pašteka R, Richter F P, Karcol R et al. Regularized derivatives of potential fields and their role in semi-automated interpretation methods. *Geophysical Prospecting*, 2006, 57(4): 507-516.
- [19] Golub G H, Heath M, Wahba G. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 1979, 21: 215-223.
- [20] 王彦飞. 反演问题的计算方法及其应用. 北京: 高等教育出版社, 2007.
- [21] Morozov V A. *Methods for solving incorrectly posed problems*. New York: Springer-Verlag, 1984.
- [22] Hansen P C, O'Leary D P. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM J Sci Comput*, 1993, 14(6): 1487-1503.
- [23] Reginska T. A regularization parameter in discrete ill-posed problems. *SIAM J Sci Comput*, 1996, 17(3): 740-749.
- [24] Spector A, Grant F S. Statistical models for interpreting aeromagnetic data. *Geophysics*, 1970, 35(2): 293-302.
- [25] Pawlowski R S. Preferential continuation for potential-field anomaly enhancement. *Geophysics*, 1995, 60(2): 390-398.
- [26] Stefan M, Vijay D. Potential field power spectrum inversion for scaling geology. *Journal of Geophysical Research*, 1995, 100(B7): 12605-12616.
- [27] Ravat D, Pignatelli A, Nicolos I et al. A study of spectral methods of estimating the depth to the bottom of magnetic sources from near-surface magnetic anomaly data. *Geophysical Journal International*, 2007, 169(2): 421-434.
- [28] Guo Lianghui, Meng Xiaohong, Chen Zhaoxi et al. Preferential filtering for gravity anomaly separation. *Computers & Geosciences*, 2013, 51: 247-254.

(本文编辑:冯杏芝)

## 作者简介



曾小牛 博士研究生, 1987年生; 分别于2008年和2011年获第二炮兵工程大学信息工程专业工学学士学位和信号与信息处理专业工学硕士学位; 现为该校兵器科学与技术专业博士研究生, 主要从事地球物理数据分析与处理方面的研究。