

王健, 陈浩, 王秀明等. 2015. 有限元感应测井模拟的背景场选择方法研究. 地球物理学报, 58(6):2177-2187, doi:10.6038/cjg20150630.

Wang J, Chen J, Wang X M, et al. 2015. Research on selection method of background field for finite element simulation of induction logging. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 58(6):2177-2187, doi:10.6038/cjg20150630.

有限元感应测井模拟的背景场选择方法研究

王健^{1,2}, 陈浩¹, 王秀明¹, 张雷¹

1 中国科学院声学研究所 声场与声信息国家重点实验室, 北京 100190

2 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 在感应测井的有限元模拟中,为了消除源的奇异性,一般将总场分解为背景场和散射场.本文定量研究了不同背景场选择方法对计算精度的影响.首先,分析了在均匀和径向分层介质中不同背景电导率对长短源距线圈系有限元模拟结果的影响;其次,利用三层介质模型对比了选择源点附近和线圈系中点附近地层电导率作为背景电导率的结果.研究表明,如果在选择背景场时,只考虑源附近的散射场梯度而不同时考虑源和接收器附近的散射场梯度,计算误差明显增大.在此基础上提出一种利用 Gianzero 几何因子计算的视电导率作为背景电导率的新的背景场方法.该方法综合考虑了围岩、井眼、线圈距等因素,特别是在介质分界面处,可有效减小计算误差,并取得了满意的精度.本研究为复杂环境下的感应测井模拟的背景场选择提供了指导和依据.

关键词 数值模拟; 感应测井; 有限元; 背景场; 几何因子

doi:10.6038/cjg20150630

中图分类号 P631

收稿日期 2014-06-04, 2014-12-23 收修定稿

Research on selection method of background field for finite element simulation of induction logging

WANG Jian^{1,2}, CHEN Hao¹, WANG Xiu-Ming¹, ZHANG Lei¹

1 State Key Laboratory of Acoustics, Institute of Acoustics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

2 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract With the development of petroleum industry, accurate and fast numerical simulation methods are needed to achieve reliable inversion of the measured response of induction logging in complex media. Thereinto, the choice of the background field plays an important role in the forward modeling of electromagnetic. Thus, the objectives are to quantitatively compare the effects of different background fields on the calculation accuracy.

The finite element method is employed to carry out simulation of induction logging. In order to eliminate the singularities, total field is usually decomposed into two parts, background field and scattered field. Analytical method is generally available for the former one, which reflects the drastic change of the field. While for the latter one, due to its character of gentle change, finite element method with sparse grid would be enough. We performed comparisons between results obtained from different background conductivities in several models to find out how background field affects the numerical accuracy. Then, we propose a new method in which use the apparent conductivity calculated by Gianzero geometry factor as the background conductivity.

The main results are as following: (1) in the homogeneous media, error becomes smaller as the background conductivity matches the media's. And taking smaller background conductivity usually gains better results; (2) in the radial layered medium, when the mud is fresh and using short spacing, mud and formation are both used as background field in the calculation. And results turn out the error of former is smaller than the latter's. When the mud is salty, similar results are obtained except the scale of error. (3) in the three layered model, we choose formation conductivity near the source and near the midpoint of transmitter-receiver as background conductivity respectively. The results reveal that error greatly increases without taking scattering field gradient near the source and receiver into consideration simultaneously. (4) we compare the results from Gianzero geometry factor background and cosine background, and the test shows that Gianzero background field has higher precision with long spacing or thin formation. Moreover, Gianzero method is more efficiency due to its concise expression and no need to calculate hankel function transform.

In the simulation of induction logging, background field exerts a significant influence upon the calculation accuracy, and the results can deviate markedly due to the improper conductivity value. For the complex inhomogeneous earth model, such as sand-shale interbedded layers, constant background conductivity cannot ensure the accuracy when the transmitter and receiver are not in the same layer, especially there are thin layers. Besides, ideal background field should take the distribution of field near the transmitter and receiver into account simultaneously. Only in this way can the increase of gradient of scattered field near the receiver be avoided, which is caused by only considering the decrease of gradient of field near the transmitter. The main differences between Gianzero geometry factor background and other step type background are that the Gianzero geometry factor background is more smooth and gentle, and can take many factors into account, such as surrounding rock, borehole, transmitter-receiver interval. When the tool intersects bed boundary, the results of Gianzero background field are more accurate.

Keywords Numerical simulation; Induction logging; Finite element method; Background field; Geometrical factor

1 引言

随着石油、天然气及矿藏勘探和开发需求的增加及测井技术的发展,需要应用更加精确和快速的数值模拟技术对大斜度井或倾斜地层、井洞、裂缝、溶洞和矿体等复杂条件下的感应测井响应进行数值模拟,以便对测量到的视电阻率进行有效的校正和可靠的反演。

在三维数值模拟中,目前主要的方法包括有限差分法(finite difference method; FDM)(Newman et al., 1995; Weiss and Newman, 2002; 汪功礼等, 2003; 沈金松, 2004)、有限体积法(Finite volume method; FVM)(Weiss, 2013)和有限元方法(Finite element method; FEM)(Anderson, 1983; Biro and Preis, 1989; Badea et al., 2001a; Onegova, 2010;

Mukherjee and Everett, 2011; Zhang et al., 2011; 王昌学等, 2013)。感应测井的激励源附近的场强变化非常剧烈,给计算建模带来极大的困难(Badea et al., 2001b)。为了解决此问题,通常将总场分解成背景场和散射场分别进行计算(Newman and Alumbaugh, 1995)。背景场一般可解析求解,它反映了总场中变化比较剧烈的部分,散射场则需要通过数值模拟进行计算。这样分解的主要优点是:源可以由背景场简单方便地引入而不需要模拟源的具体形状;在较少网格条件下比直接模拟源计算的结果精度更高。Chang 和 Anderson(1984)在轴对称模型中选用泥浆电导率作为背景电导率。Badea 等(2001b)比较了有井模型时分别选择均匀介质和径向分层介质作为背景介质对计算精度的影响。Newman 和 Alumbaugh(2002)选择离发射线圈最近的介质为背景介质。王昌学等(2006)认为背景电

导率要尽量接近整个区域的平均电导率. 总之,已有的模拟计算中,一般选择源所在介质的电导率作为背景电导率. 但是随着考虑的地层愈加复杂,这种选择方法已经无法满足感应测井高精度模拟的要求. 目前背景场的选择对数值模拟的精度和速度影响的系统研究据我们所知尚未见报道. 尤其是当源与接收器之间是非均匀介质时,如何综合考虑场的分布、选择一个最佳的背景电导率是一个亟待解决的问题.

本文从感应测井有限元模拟和背景场的基本原理出发,详细研究了不同介质模型下,不同的背景场对有限元模拟精度和速度的影响,分析了影响背景场选择的因素. 提出了利用几何因子得到的视电导率作为有限元模拟的背景电导率及其所具备的优点.

2 基础理论

由于感应测井的频率比较低,位移电流可以忽略不计(Moran and Kunz, 1962). 电场和磁场所满足的微分 Maxwell 方程为

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= i\omega\mu_0 \mathbf{H}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{J} = \mathbf{J}_s + \sigma\mathbf{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

上式中, ω 是角频率, μ_0 是自由空间的磁导率, σ 是地层电导率. 电流项 \mathbf{J} 由电流源 \mathbf{J}_s 和感应电流项 $\sigma\mathbf{E}$ 组成. 当把介质的电导率分解为背景电导率与差值电导率 $\sigma = \sigma_b + \Delta\sigma$, 而对应的场分解为背景场和散射场 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_b + \mathbf{E}_s$, 并将它们代入公式(1)中,得到散射场方程(Newman and Alumbaugh, 1995):

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_s - i\omega\mu_0 \sigma \mathbf{E}_s = i\omega\mu_0 \Delta\sigma \mathbf{E}_b, \quad (2)$$

其中 $\Delta\sigma$ 是地层电导率和背景场电导率的差值. \mathbf{E}_b 是背景场, \mathbf{E}_s 是散射场, \mathbf{E} 为总场. 对于半径为 a 放置于 $z = z_s$ 处的载流线圈,它在均匀介质中产生的电场的解析式为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_b &= \frac{i\omega\mu_0 \hat{\phi}}{2} \int_0^\infty \frac{1}{k_0} \exp(-k_0 |z - z_s|) \\ &\quad \times J_1(\lambda a) J_1(\lambda \rho) \lambda d\lambda, \end{aligned} \quad (3)$$

上式中 $k_0 = \sqrt{\lambda^2 - i\omega\mu_0 \sigma_b}$, $\hat{\phi}$ 是柱坐标系下的方位矢量. (3)式可用快速汉克尔变换方法(Fast Hankel transform, FHT)计算(Guptasarma and Singh, 1997). 考虑到电磁波在有耗介质中的衰减(Druskin et al., 1999), 在足够远的边界上可采用 Dirichlet 边界条件:

$$\mathbf{n} \times \mathbf{E} |_{\partial\Omega} = 0, \quad (4)$$

\mathbf{n} 为计算区域的外法向方向.

在本文中, \mathbf{E}_s 可通过有限元方法计算得到. 本文的全部算例用已经开发的矢量有限元程序计算完成. 由于电磁场的有限元模拟具体实施过程并不是这篇文章的主要目的,因此不详细阐述,相关研究见文献(Jin, 2002).

为了说明背景场对数值模拟结果的影响,我们考虑一个放置于二层介质模型中的垂直磁偶极子 (Vertical Magnetic Dipole; VMD) 产生的电场强度分布. 如图 1 所示,将磁偶极子源放置在 z 轴上,且在介质分界面($z=0$)下方 1.5 m 处,磁偶极子源的频率为 20 kHz,其中上层介质电导率 $\sigma_{up} = 1$ S/m, 下层介质电导率 $\sigma_{low} = 10$ S/m. 相应的计算公式由文献(Hardman and Shen, 1986)给出. 图 2 是所计算的 VMD 在二层介质模型中激发的电场的总场和

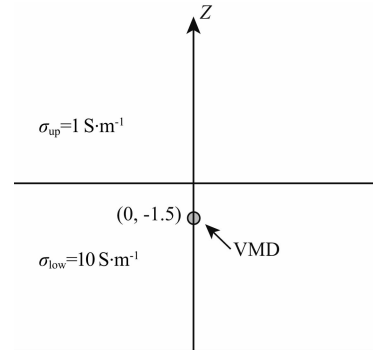


图 1 二层介质中的垂直磁偶极子

Fig. 1 Vertical magnetic dipole in two-layer medium

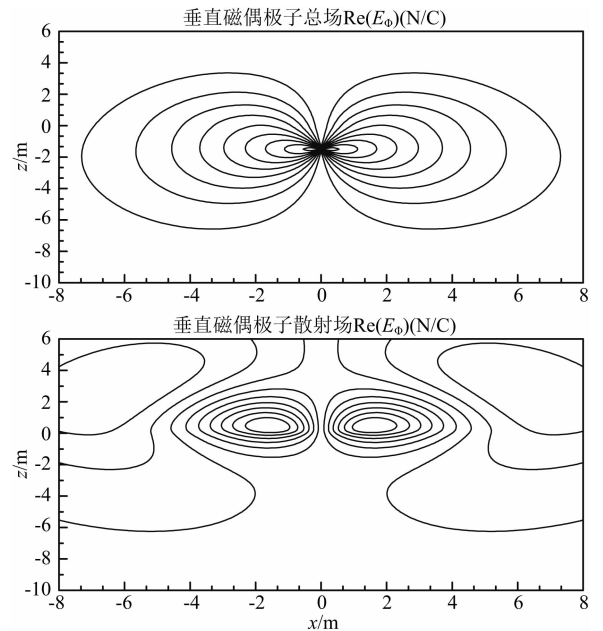


图 2 VMD 在二层介质中激发的总场和散射场电场强度实部等高线

Fig. 2 Contours of real signal for the total and scattered fields excited by VMD in two-layer medium

散射场的等高线. 从图中我们可以看到源附近的总场等高线密集, 在源附近电场梯度比较大, 用有限元模拟电场在网格不够精细或者插值函数阶数不足 (尤其是线性插值) 时, 无法得到足够精确的结果. 而通过选择下层介质作为背景场得到的散射场在源附近等高线变得稀疏, 电场梯度比较小, 因此可以采用较为稀疏的网格或低阶的插值函数.

双线圈系是感应测井仪器的基本结构, 因此下面以双线圈系为例研究背景电导率的不同选择对模拟精度的影响. 模拟中, 电流源的频率 $f=20$ kHz, 线圈系的半径 $a=0.05$ m, 长源距的线圈距 $L=1$ m, 短源距的线圈距 $L=0.3$ m. 有限元模拟中, 采用四面体网格, 计算区域大约为 5 个趋肤深度. 为了方便对比, 相同探测条件下背景电导率改变时的网格划分完全一致.

3 模拟结果和分析

3.1 均匀介质模型的背景场

取地层电导率为 0.1 S/m, 而背景电导率为地层电导率的 $0.001\sim 1000$ 倍, 计算结果如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 背景电导率越接近地层电导率, 有限元模拟计算的精度越高. 当背景电导率比地层电导率小时, 误差变化平缓且保持在相对较低的水平; 当背景电导率大于地层电导率时, 误差迅速地增加. 因此当模型电导率变化不大时, 应尽可能选择与模

型接近的值作为背景电导率, 而模型电导率变化比较剧烈时, 取较小的电导率为背景值要相比取大的电导率作为背景电导率的效果好. 这样可以避免引入过高梯度的背景场而可能导致的散射场梯度的增加. 从图 3 还可以看出, 短源距的计算误差要比长源距的小, 这可能是因为长源距的地方网格比较稀疏.

3.2 有井存在的径向分层

图 4a 和 b 分别给出了短源距和长源距的双线圈系在淡水泥浆中背景场对有限元计算结果的影响. 其中井径为 0.2 m, 淡水泥浆电导率 $\sigma_{mf}=0.01$ S/m, 无限厚均匀地层的电导率 $\sigma_t=0.005\sim 15$ S/m. 图

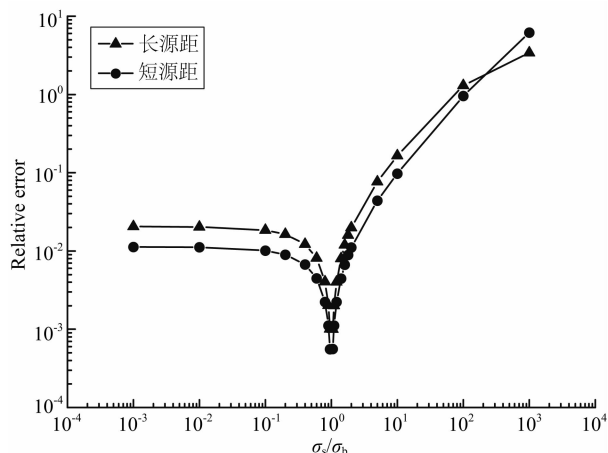


图 3 无限均匀介质中不同背景电导率时有限元计算结果

Fig. 3 FEM solutions with different background conductivities in infinite uniform medium

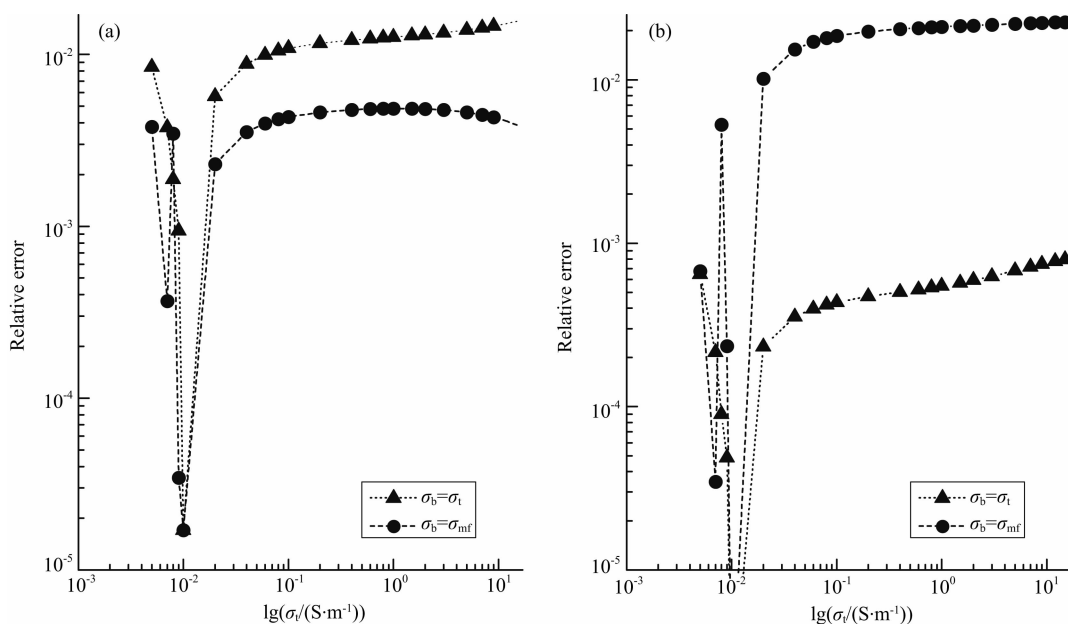


图 4 淡水泥浆时不同背景场有限元计算结果

Fig. 4 FEM solutions with different background conductivities in fresh mud

中圆圈和三角分别是选用泥浆和地层作为背景场介质计算的相对误差. 由图 4 可以看到,当地层电导率等于泥浆电导率即介质是均匀时误差等于 0, 此时有限元计算的结果等同于解析解. 短源距时,用泥浆作背景场的计算误差小于地层作背景场的计算误差. 长源距时,用泥浆作背景场的计算误差总体要大于用地层作背景场的计算误差. 这是因为短源距的线圈系受井眼影响大,源在电导率为泥浆电导率的均匀介质中产生的背景场更接近于总场;长源距线圈系受地层的影响更大,地层背景场更接近于总场. 从图中还可以看出,长源距地层背景场的计算误差要小于短源距井眼背景场的计算误差. 这是因为即使在短源距情况下,由于井眼半径比较小,泥浆电导率比较低,来自于地层的影响仍然占很大的比重,井眼背景场与总场之间仍然存在着相当大的差异. 而在长源距情况下,几乎所有的影响都来自于地层,地层背景场十分接近总场,因而用有限元计算得到更高精度结果.

图 5 中 a 和 b 分别给出了短源距和长源距的双线圈系在咸水泥浆下背景场对有限元计算结果的影响. 咸水泥浆电导率 $\sigma_{mf} = 5 \text{ S/m}$, 地层电导率 $\sigma_t = 0.01 \sim 15 \text{ S/m}$. 与淡水泥浆的情况类似,短源距时用泥浆作背景场的误差更小,而长源距用地层作背景场的误差更小. 同时,长源距以泥浆为背景场的计算误差在地层电导率较低时变得很大,这是因为长源距受到地层的影响比较大,地层电导率比较低,而

背景电导率比较高. 如图 3 在均匀介质中,当背景电导率大于目标电导率时,计算误差会迅速上升. 图 4 和图 5 的结果表明,在感应测井模拟中,需要根据源距的长短以及井眼大小选择背景电导率.

3.3 水平三层模型的背景场方法研究

为了考察背景场对用有限元模拟感应测井仪器穿越介质分界面时的计算精度的影响,我们分别计算了长源距双线圈系在模型 1 和模型 2 中的响应(图 6). 分别选择围岩和中间层作为背景场介质. 图 7 和图 8 分别给出了对应于模型 1 和模型 2 的视电导率曲线和相对误差曲线. 图 7 中,从左图可以看出二种背景场计算的视电导率都有较高的精度. 但从右图的相对误差曲线可以看到,选择围岩作为背景电导率时,在围岩处结果的相对误差较小,一般为 10^{-5} ;而在中间层处计算的误差非常大,最大相对误差超过了 10%. 这是由于当线圈系处于围岩且距离目标层比较远时,来自于目标层的影响几乎可以忽略掉,此时围岩背景场接近总场. 当线圈系处于界面或者目标层内时,目标层对其的影响增加,围岩背景

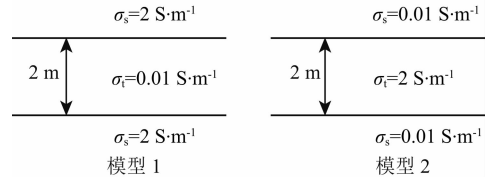


图 6 水平三层模型示意图

Fig. 6 Horizontal three-layer model

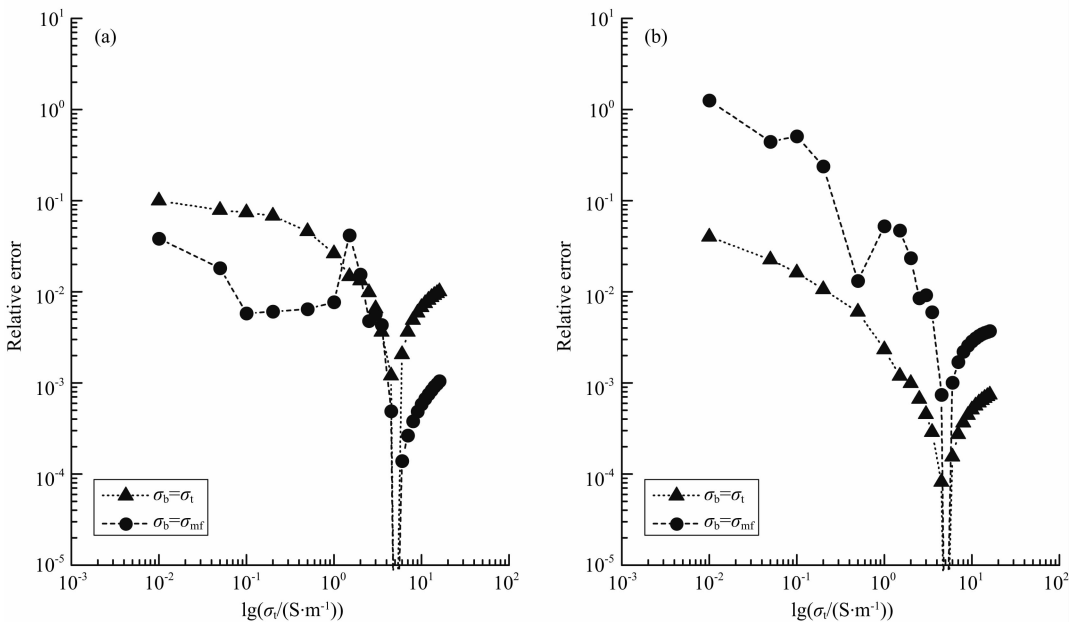


图 5 咸水泥浆时不同背景场有限元计算结果

Fig. 5 FEM solutions with different background conductivities in saltwater mud

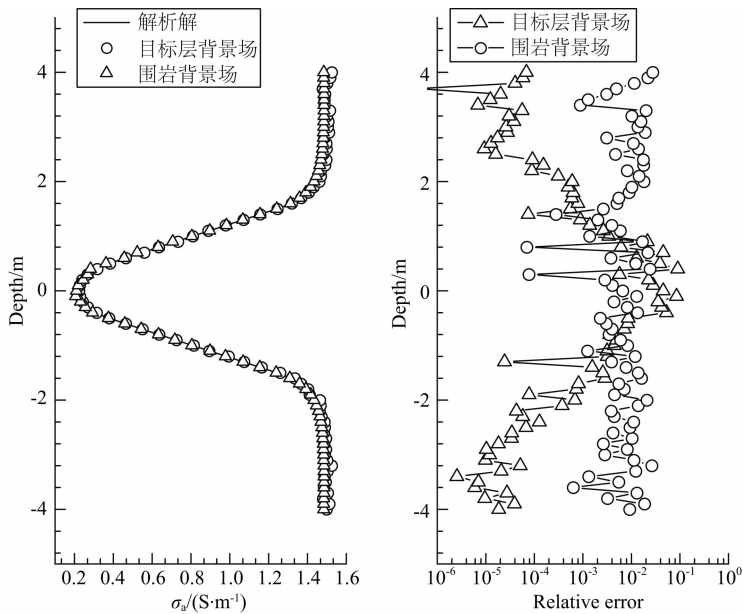


图 7 高阻三层模型视电导率和相对误差曲线

Fig. 7 The apparent conductivity and relative error curves of three-layer model with less conductive medium in the middle

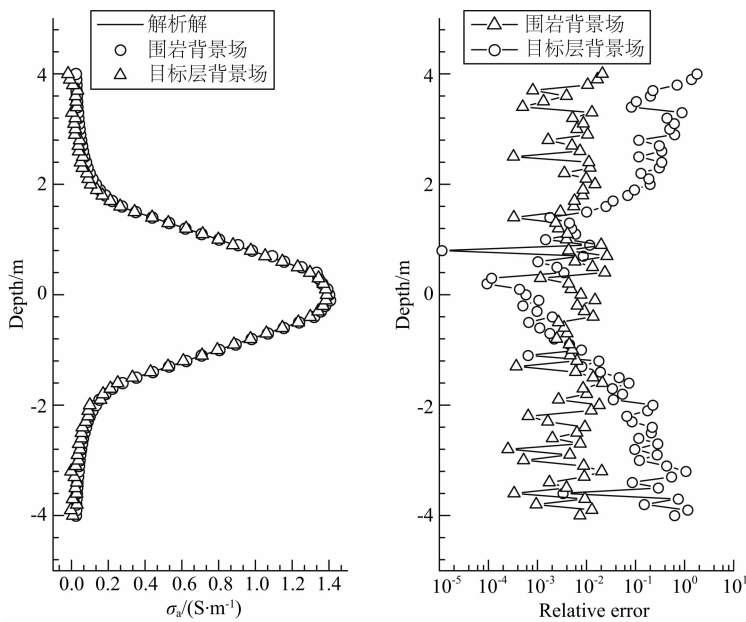


图 8 低阻三层模型视电导率和相对误差曲线

Fig. 8 The apparent conductivity and relative error curves of three-layer model with more conductive medium in the middle

场与总场的差异增大,导致结果误差的增大.选择中间层电导率作为背景电导率时,结果在围岩处误差较大,而在中间层处误差较小.从图中还可以看出,围岩背景场误差曲线变化剧烈,而目标层背景场误差曲线变化平缓.这主要是因为围岩背景场的背景电导率较高,目标层背景场的背景电导率较低的原因,而较低的背景电导率要好于较高的背景电导率,参见图 3.图 8 展示的规律和图 7 基本一致,唯一的

区别是由于中间层电导率较高,围岩电导率较低,因此中间层背景场误差变化的更剧烈,而围岩背景场变化平缓.因此,对感应测井需要模拟随深度变化的地层而言,取固定的背景电导率效果并不好.如果一定要取固定的背景电导率,应该取模型中最低的电导率作为背景值.有限元计算的结果总是在低阻地层精度较高,在高阻地层的精度较低.这是因为在低阻地层时来自于高阻地层的涡流影响很弱,而在高

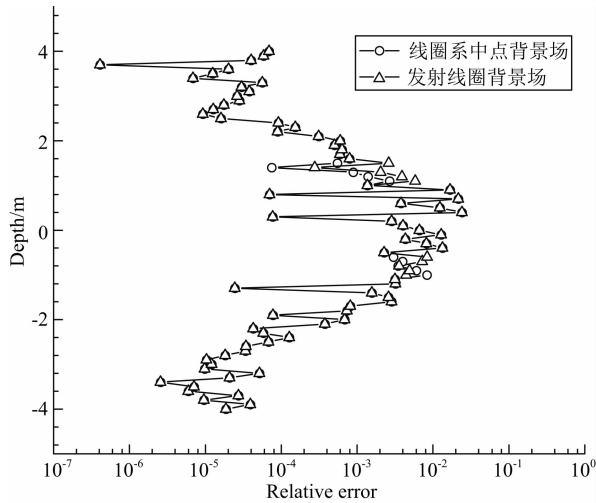


图 9 高阻三层模型线圈系中点背景场和发射线圈背景场计算误差对比

Fig. 9 Comparison between solutions obtained with the midpoint of transmitter-receiver spacing and transmitter background fields in three-layer model with less conductive medium in the middle

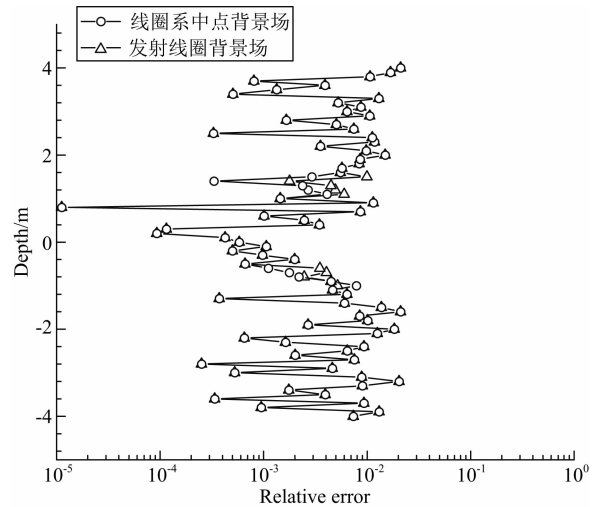


图 10 低阻三层模型线圈系中点背景场和发射线圈背景场计算误差对比

Fig. 10 Comparison between solutions obtained with midpoint of transmitter-receiver spacing and transmitter background fields in three-layer model with more conductive medium in the middle

阻地层时,来自于低阻地层的涡流相对强烈些.因此当线圈系位于低阻地层时,计算所选择的背景场更接近总场,计算精度也就更高.

图 9 和图 10 分别给出了选用线圈系中点所在介质作为背景电导率和发射线圈所在介质作为背景电导率的相对误差曲线.采用的模型为模型 1 和模型 2.同图 7 和图 8 对比,我们可以看到这种随线圈系移动改变背景电导率的方法要远优于选择固定的某种介质作为背景电导率.同时,当线圈系穿越地层时,选择线圈系中点的介质作为背景电导率要好于发射线圈所在介质作为背景电导率.这是因为当线圈中点在界面上时,线圈系受到上下层介质的影响是均等的.当线圈系继续进入上一层时,上层介质的影响增大,这时选用上层介质作为背景电导率获得的结果精度更高.然而当线圈系跨越界面时,无论选取那种介质作为背景电导率得到的背景场都不可能接近总场,导致数值模拟结果在这一区间误差极不稳定,当介质对比度增大时会出现极大的误差.

源附近的总场是由源在均匀介质中形成的场和介质界面处的反射场和折射场组成.当源距离边界较远时,以源在附近均匀介质中产生的场作为背景场会和总场相差不大,且接收器距离源越近,在接收器附近的散射场的梯度也会越小.然而在感应测井问题中,源和接收器要经常穿越界面,特别是当地层厚度比较小、线圈距比较大时,源附近的总场与均匀介质的场会相差很大.当接收器距离源较远时,接

收器的场与源的场也有很大的差异,采用源附近的介质作为背景场很可能使接收器的散射场有较大的梯度而使误差变大.因此在感应测井数值模拟选用背景场时,要同时考虑源和接收器的散射场分布.正如我们在上面几个实例中看到的,选择离源最近的介质作为背景电导率的方法很多情况下并不是最好的选择.

3.4 Gianzero 几何因子背景场

在上面的多个算例中,我们选择的背景电导率都是模型中原有的介质,这种背景场介质的模型是阶跃式的.当模拟的模型含有多层介质时(尤其是薄层),这种阶跃式的背景场会产生非常大的误差.由于影响总场的因素很多,包括层厚、井径、线圈距、以及围岩、目标层和泥浆的电导率差异.这意味着选择模型中原有介质作为背景电导率在整条测井曲线上总会出现误差较大的计算点.为了通过引入背景场能够同时使得源和接收器附近的散射场梯度减小,即需要同时考虑源和接收器之间的场的分布并对二者进行折中,由此我们提出了用几何因子计算得到的视电导率值作为有限元计算的背景电导率.本文主要选用 Gianzero 几何因子,这是因为与 Gianzero 几何因子相比,Doll 几何因子没有考虑电磁波的传播效应,只能在低电导率、低频率条件下,反应感应测井的响应特征,限制了方法的适用范围;Moran 几何因子计算视电导率时需要电导率进行积分运算,步骤较为复杂;而 Born 几何因子不适用于在均

匀地层中描述测井响应(作杰等,2001). Gianzero 几何因子如下式所示(Gianzero and Anderson, 1981):

$$g_{\text{Gian}}(\rho, z) = \frac{1}{2} g_{\text{Doll}} \left\{ (1 - ikr_{\text{T}}) e^{ibr_{\text{T}}} + (1 - ikr_{\text{R}}) e^{ibr_{\text{R}}} \right\}, \quad (5)$$

$$g_{\text{Doll}}(\rho, z) = \frac{L}{2} \frac{\rho^3}{r_{\text{R}}^3 r_{\text{T}}^3}, \quad (6)$$

上式中 g_{Doll} 为 Doll 几何因子, $k = \sqrt{i\omega\mu_0\sigma}$ 为波数, L 是双线圈距, r_{T} 为发射线圈与地层环之间的距离, r_{R} 为接收线圈与地层环之间的距离, (ρ, z) 为地层环的位置.

图 11 和图 12 分别给出了用 Gianzero 几何因子背景场与线圈中点背景场在模型 1 和模型 2 中的误差比较. 可以看到, Gianzero 几何因子背景场的计算误差在低阻地层比线圈中点背景场稍大, 在高阻地层和分界面处要明显好于线圈中点背景场, 最大误差小于 1%, 而线圈中点背景场最大误差为 2.4%. 虽然 Gianzero 几何因子背景场在低阻地层误差较大, 但是其计算误差变化平缓, 不同位置下都保持在较低的水平, 总体可以控制在 1% 以内. 而目标

层背景场则在分界面和高阻地层有着非常大的误差.

图 13 给出在二层介质模型中用 Gianzero 几何因子背景场和发射线圈背景场的有限元计算结果与解析解的对比. 上层介质电导率为 10 S/m, 下层介质的电导率为 0.001 S/m. 可以看到, 在介质电导率对比度比较大时, 采用发射线圈背景场的有限元解在界面处误差非常大, 而用 Gianzero 几何因子背景场的有限元解误差很小. 因此与传统的背景场方法相比, 这种方法在大电导率对比度下优势更为明显.

利用图 14 的轴对称模型, 图 15 比较 Gianzero 几何因子背景场与 Badea 提出 (Badea et al., 2001b) 的余弦背景场的误差. 余弦背景场的背景电导率模型是由井眼和外部地层组成的同心圆柱地层, 其计算得到的背景场是径向分层地层的解析解 (详细的计算公式参见附录, 由于这种背景场需要计算余弦变换, 所以又称为余弦背景场). 本文取模式匹配法 (谭茂金等, 2007; 张雷等, 2012) 的结果为标准值, 模拟线圈系长度为 1 m 的长源距. 从图 15 中可以看到, 虽然 Gianzero 几何因子背景场在围岩处误差相对较大, 但在目标层和分界面处优于余弦背

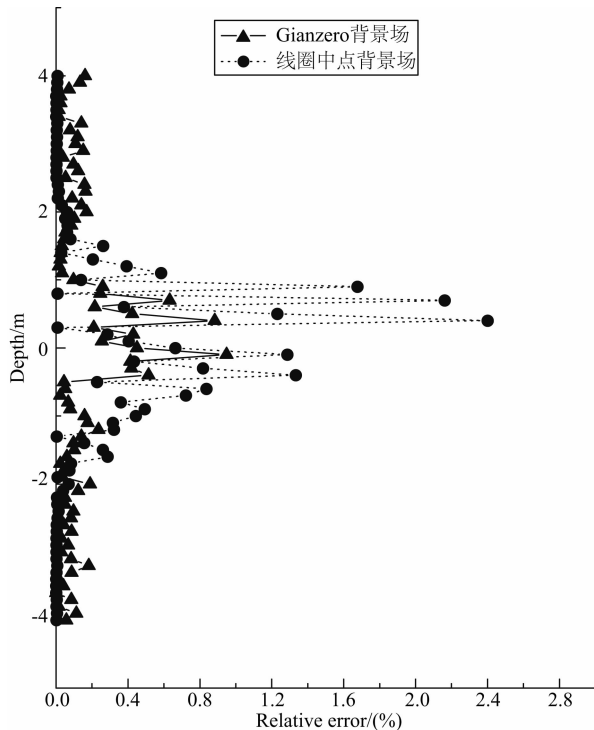


图 11 高阻三层模型 Gianzero 背景场和线圈中点背景场的计算误差对比

Fig. 11 Comparison between solutions obtained with Gianzero and midpoint of transmitter-receiver spacing background fields in three-layer model with less conductive medium in the middle

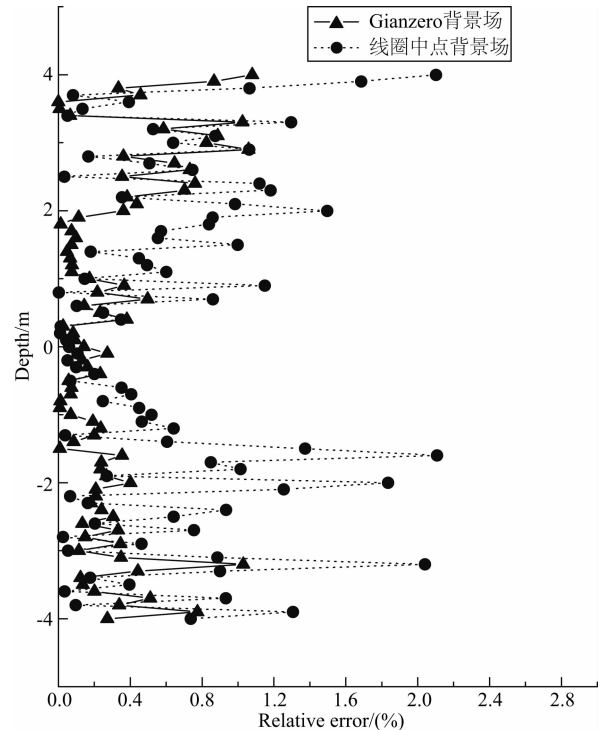


图 12 低阻三层模型 Gianzero 背景场和线圈中点背景场的计算误差对比

Fig. 12 Comparison between solutions obtained with Gianzero and midpoint of transmitter-receiver spacing background fields in three-layer model with more conductive medium in the middle

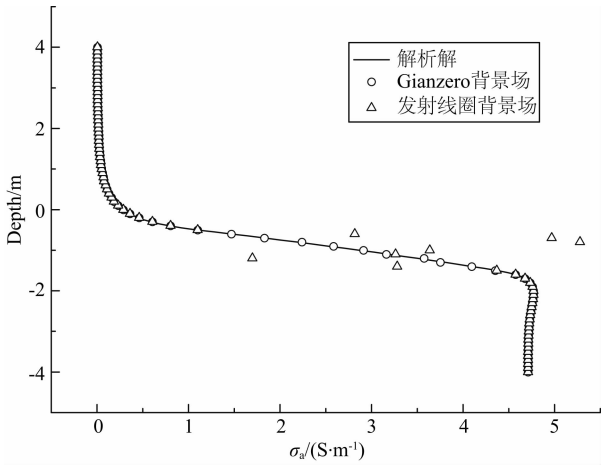


图 13 Gianzero 背景场与发射线圈背景场计算的有限元结果对比

Fig. 13 Comparison solutions obtained with Gianzero and transmitter background fields

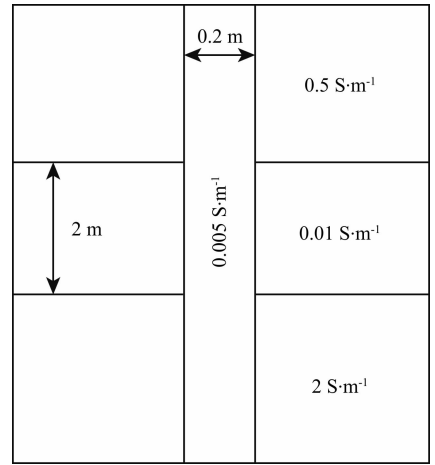


图 14 轴对称井眼模型图

Fig. 14 Axisymmetric model with borehole

景场且总体误差都较小(一般小于 1%),而余弦背景场在目标层的误差大于 3%,因此在线圈系探测范围内存在纵向分层时,Gianzero 几何因子计算的背景场明显好于余弦背景场.正如前面在分析径向分层时所提到的,源距比较大时井眼的影响远不如外部地层的,当线圈系在目标层时,受到围岩的显著影响,此时考虑了这种影响的 Gianzero 几何因子背景场获得了更高的精度.而余弦背景场只考虑了井的影响却没有考虑围岩的影响.在围岩处,远离目标层时由于余弦背景场相对于 Gianzero 几何因子背景场更接近总场,因此精度更高.虽然在线圈系探测范围内不存在纵向分层时,余弦背景场计算得到的是精确解,但是采用基于 Gianzero 几何因子背景

场的有限元模拟结果对多种复杂地层环境(如砂泥岩薄互储层)更加具有普适性.

Gianzero 几何因子背景场相对于余弦背景场的优势不仅仅在于计算的精度,其计算速度也得到较大的提升.计算余弦背景场时无论是采用 801 点的快速汉克尔函数变换(Anderson,1983)还是序列外推积分方法(Quadrature Integration with Sequence Extrapolation:QWE)(Key,2012)都需要计算大量的贝塞尔函数,而影响计算效率.表 1 给出了有限元程序分别采用余弦和 Gianzero 背景场在单个仪器记录点所花费的时间.程序采用 Gianzero 背景场的计算效率要比用余弦背景场高 4 倍.使用的计算机配置为 4 核 3.1 GHz 的 CPU,内存 12G.例如,按照表 1 中单个记录点所需要耗费的时间,模拟一段厚度为 200 m 的非均匀模型,深度采样间隔为 0.05 m,则总

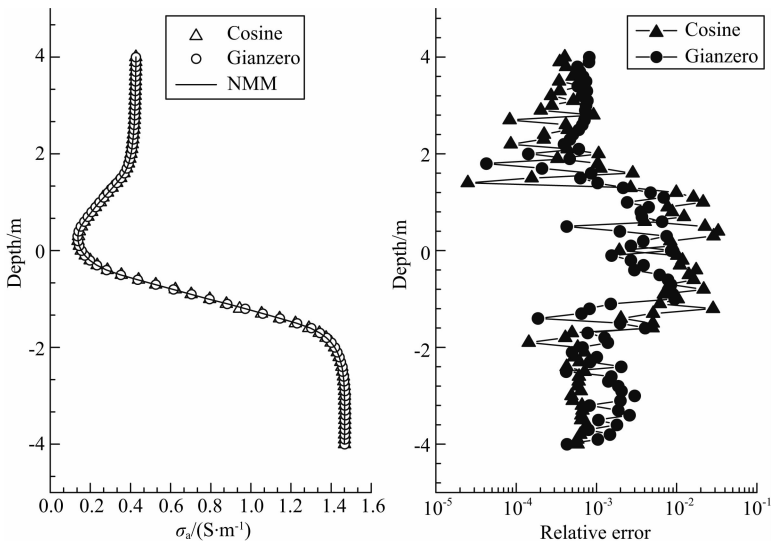


图 15 Gianzero 背景场和余弦背景场计算的有限元结果对比

Fig. 15 Comparison solutions obtained with Gianzero and cosine background fields

表 1 采用余弦和 Gianzero 背景场的有限元程序计算时间比较

Table 1 Comparison between time of FEM program with cosine and Gianzero background fields

	四面体数	自由度	总时间	网格剖分	求解和后处理	刚度矩阵集成(含背景场计算)
余弦背景场	301702	360562	12.712 s	0.822 s	2.25 s	9.642 s
Gianzero 背景场	301702	360562	3.262 s	0.822 s	2.37 s	0.203 s

的计算点数为 4000. 采用余弦背景场比采用 Gianzero 背景场约多花费 10.5 h. Gianzero 方法由于其解可以被认为偶极子源在均匀介质中产生的场, 有着简单的解析表达式而不需要计算汉克尔函数变换, 因此其所花费的时间相对应用快速汉克尔函数变换所用的时间完全可以忽略不计. 一般情况下, 这种假设在电磁勘探问题中可以满足精度的要求.

4 结论

背景电导率的大小对电磁场计算精度有较大的影响, 背景电导率选择不当会使计算结果严重偏离真实值, 如选择背景电导率远大于介质电导率时, 计算误差会急剧增加. 对于非均匀复杂的计算模型, 如砂泥岩薄互层, 选择固定背景电导率难以保证源-接收器移动到不同地层, 尤其当源-接收器之间存在多个薄层时的精度.

理想的背景场选择要同时考虑源和接收器附近的散射场分布, 这样可以避免单纯地考虑源附近散射场梯度减小而可能导致的接收器附近散射场的梯度增大. 文中径向分层和水平分层的例子验证了这种考虑的重要性, 由此提出了基于 Gianzero 几何因子的背景场电导率计算方法. 与以往的阶跃式的背景场不同, 这种几何因子背景场更加平滑. 它同时考虑了源和接收器的间距、井眼和围岩等影响因素. 尽管在一些高导地层, Gianzero 计算的背景场的计算误差较其他方法大, 但维持在很低的水平. 当源和接收器处于分界面附近时, 这种背景场更加接近于总场, 避免了介质分界面处出现较大的误差, 因此它的计算误差曲线更加平缓. 数值模拟的例子证明了这种方法的可靠性和优越性. 本文所提出的背景场方法可以有效地提高感应测井仪器正演模拟的精度和速度, 尤其适用于砂泥岩薄互层等复杂的多层介质模型, 进而为将来的快速反演提供坚实的基础. 针对于这种方法在水平井, 大斜度井和倾斜地层中的应用效果的精度评估有待于进一步验证.

附录 A 有限尺寸载流线圈源在井外无限厚地层中电场强度公式推导

井眼半径 b , 泥浆电导率 σ_0 , 外部地层电导率 σ_1 , (ρ, z) 是考察点坐标, 电流强度等于 I , 载流线圈半径为 a .

$$\sigma(\rho) = \begin{cases} \sigma_0 & \rho < b, \\ \sigma_1 & \rho \geq b, \end{cases} \quad (\text{A1})$$

$$\mathbf{E}_b = E_\phi(\rho, z) \hat{\phi} = \int_0^\infty \tau(\rho, z) \cos[\lambda(z - z_s)] d\lambda,$$

$$\tau(\rho, \lambda) = \frac{i\mu_0 I a}{2} U(\rho, \lambda),$$

$$U = H_1^{(1)}(k_0 a) J_1(k_0 \rho) + R J_1(k_0 a) J_1(k_0 \rho) \quad \rho \leq a,$$

$$U = H_1^{(1)}(k_0 \rho) J_1(k_0 a) + R J_1(k_0 a) J_1(k_0 \rho) \quad a \leq \rho \leq b,$$

$$U = T J_1(k_0 a) H_1^{(1)}(k_1 \rho) \quad b \leq \rho.$$

R 和 T 是 EM 在井壁上的反射和透射系数, 他们的表达式分别为

$$R = [k_0 H_1^{(1)}(k_1 b) H_0^{(1)}(k_0 b) - k_1 H_1^{(1)}(k_0 b) H_0^{(1)}(k_1 b)] \\ \times [k_1 H_0^{(1)}(k_1 b) J_1^{(1)}(k_0 b) - k_0 J_0(k_0 b) H_1^{(1)}(k_1 b)]^{-1}$$

$$T = \left(\frac{2I}{\pi b}\right) \cdot [k_1 H_0^{(1)}(k_1 b) - k_0 J_0(k_0 b) H_1^{(1)}(k_1 b)]^{-1}$$

其中 $k_i = \sqrt{i\omega\mu_0\sigma_i - \lambda^2}$, $i = 0, 1$. J_0 和 J_1 是 0 阶和 1 阶的第一类 Bessel 函数, $H_0^{(1)}$ 和 $H_1^{(1)}$ 是 0 阶和 1 阶第三类 Bessel 函数.

References

- Anderson W L. 1983. Fourier Cosine and Sine Transforms Using Lagged Convolutions in Double-precision (Subprograms DLAGF0/DLAGF1). // US Geological Survey Open File Report, 83-320.
- Badea E A, Everett M E, Newman G A, et al. 2001a. Finite-element analysis of controlled-source electromagnetic induction using Coulomb-gauged potentials. *Geophysics*, 66(3): 786-799.
- Badea E A, Everett M E, Shen L C, et al. 2001b. Effect of background fields on three-dimensional finite element analysis of induction logging. *Radio Science*, 36(4): 721-729.

- Biro O, Preis K. 1989. On the use of the magnetic vector potential in the finite-element analysis of three-dimensional eddy currents. *IEEE Transactions Magnetics*, 25(4): 3145-3159.
- Chang S K, Anderson B. 1984. Simulation of induction logging by the finite-element method. *Geophysics*, 49(11): 1943-1958.
- Druskin V L, Knizhnerman L A, Lee P. 1999. New spectral Lanczos decomposition method for induction modeling in arbitrary 3-D geometry. *Geophysics*, 64(3): 701-706.
- Gianzero S, Anderson B I. 1981. A new look at skin effect. // SPWLA 22nd Annual Logging Symposium, Society of Petrophysicists and Well-Log Analysts.
- Guptasarma D, Singh B. 1997. New digital linear filters for Hankel J_0 and J_1 transforms. *Geophysical Prospecting*, 45(5): 745-762.
- Hardman R H, Shen L C. 1986. Theory of induction sonde in dipping beds. *Geophysics*, 51(3): 800-809.
- Jin J M. 2002. *The Finite Element Method in Electromagnetic*. New York: Wiley.
- Key, K. 2012. Is the fast Hankel transform faster than quadrature?. *Geophysics*, 77(3): F21-F30.
- Onegova E V. 2010. Effect of multicoil electromagnetic tool eccentricity on measured signals. *Russian Geology and Geophysics*, 51(4): 423-427.
- Moran J, Kunz K S. 1962. Basic theory of induction logging and application to study of two-coil sondes. *Geophysics*, 27(6): 829-858.
- Mukherjee S, Everett M E. 2011. 3D controlled-source electromagnetic edge-based finite element modeling of conductive and permeable heterogeneities. *Geophysics*, 76(4): F215-F226.
- Newman G A, Alumbaugh D L. 1995. Frequency-domain modelling of airborne electromagnetic responses using staggered finite differences. *Geophysical Prospecting*, 43(8): 1021-1042.
- Newman G A, Alumbaugh D L. 2002. Three-dimensional induction logging problems, Part 2: A finite-difference solution. *Geophysics*, 67(2): 484-491.
- Shen J S. 2004. Modeling of the multi-component induction log in anisotropic medium by using finite difference method. *Progress in Geophysics* (in Chinese), 19(1): 101-107.
- Tan M J, Zhang G J, Yun H Y, et al. 2007. 3-D numerical mode-matching (NMM) method for resistivity logging responses in nonsymmetric conditions. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 50(3): 939-945.
- Wang C X, Zhou C C, Chu Z T, et al. 2006. Modeling of electromagnetic response in frequency domain to electrical anisotropic formations. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 49(6): 1873-1883.
- Wang C X, Chu Z T, Xiao C W, et al. 2013. The analysis of effect of the borehole environment on response of array induction logging. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 56(4): 1392-1403.
- Wang G L, Zhang G J, Cui F X, et al. 2003. Application of staggered Grid Finite Difference Method to the Computation of 3-D Induction Logging Response. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 46(4): 561-568.
- Weiss C J, Newman G A. 2002. Electromagnetic induction in a fully 3-D anisotropic earth. *Geophysics*, 67(4): 1104-1114.
- Weiss C J. 2013. Project APHiD: A Lorenz-gauged $A-\Phi$ decomposition for parallelized computation of ultra-broadband electromagnetic induction in a fully heterogeneous. *Earth, Computers & Geosciences*, 58: 40-52.
- Zhang L, Chen H, Wang X M. 2012. Numerical modeling of responses to a tilted-coil antenna in a transversely isotropic formation. *Chinese Journal of Geophysics* (in Chinese), 55(10): 3493-3505.
- Zhang Z Q, Zhang X, Mu L X. 2011. Simulation of electromagnetic logging-while-drilling tools using vector finite element methods. // 2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI). Spokane, WA: IEEE, 2011: 2499-2502.

附中文参考文献

- 沈金松. 2004. 用有限差分法计算各向异性介质中多分量感应测井的响应. *地球物理学进展*, 19(1): 101-108.
- 谭茂金, 张庚骥, 运华云等. 2007. 非轴对称条件下用三维模式匹配法计算电阻率测井响应. *地球物理学报*, 50(3): 939-945.
- 王昌学, 周灿灿, 储昭坦等. 2006. 电性各向异性地层频率域电磁响应模拟. *地球物理学报*, 49(6): 1873-1883.
- 王昌学, 储昭坦, 肖承文等. 2013. 井环境对阵列感应测井响应的影响分析. *地球物理学报*, 56(4): 1392-1403.
- 汪功礼, 张庚骥, 崔锋修等. 2003. 三维感应测井响应计算的交错网格有限差分法. *地球物理学报*, 46(4): 561-568.
- 作杰, 庞巨丰, 徐景硕. 2001. 感应测井几何因子理论及其应用研究. *测井技术*, 25(6): 417-422
- 张雷, 陈浩, 王秀明. 2012. 横向各向同性地层中倾斜线圈系响应特征的数值模拟. *地球物理学报*, 55(10): 3493-3505.

(本文编辑 胡素芳)