第7章 机械运转及速度波动的调节

基本要求:

- 了解机械功、能和原动件运动速度的特点
- 掌握等效动力学模型的建立及其求解方法
- 掌握飞轮调速原理及飞轮设计的基本方法
- 了解非周期性速度波动的基本概念和方法

7-1 概述—机械运转过程

一、作用在机械上的力

二、机械运转过程

一、作用在机械上的力

1 工作阻力

- 机械工作时需克服的生产阻力
- 常见工作阻力的机械特性:
  - 常数（如车床）
  - 执行构件位置的函数（如曲柄压力机）
  - 执行构件速度的函数(如鼓风机)
  - 时间的函数（如揉面机）

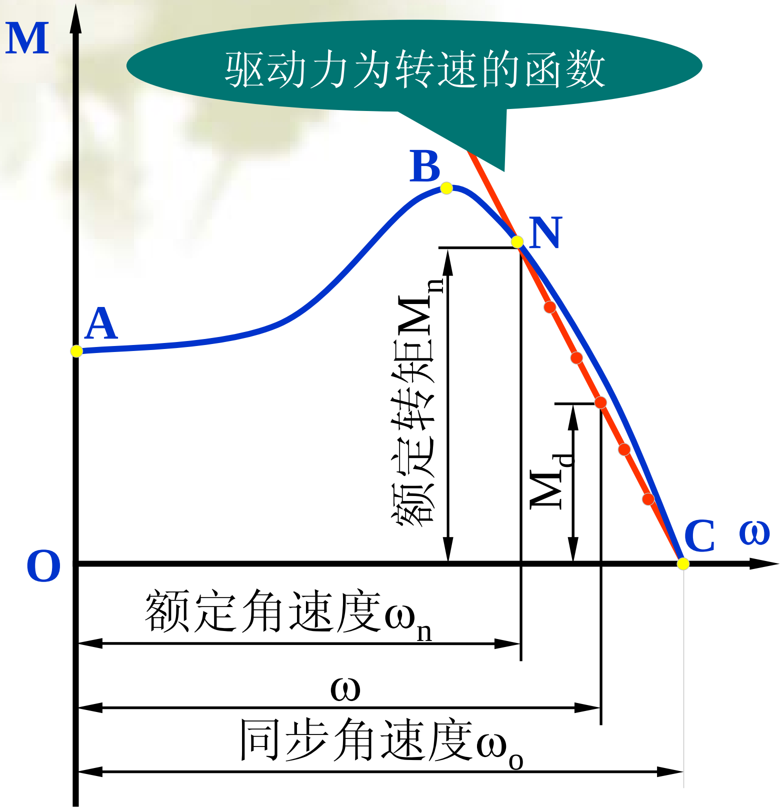
2 驱动力

- 驱动原动件运动的力
- 常见驱动力的机械特性:
  - 驱动力与运动参数之间的函数关系（位置的函数—内燃机，角速度的函数—电动机）

机器动能方程式:

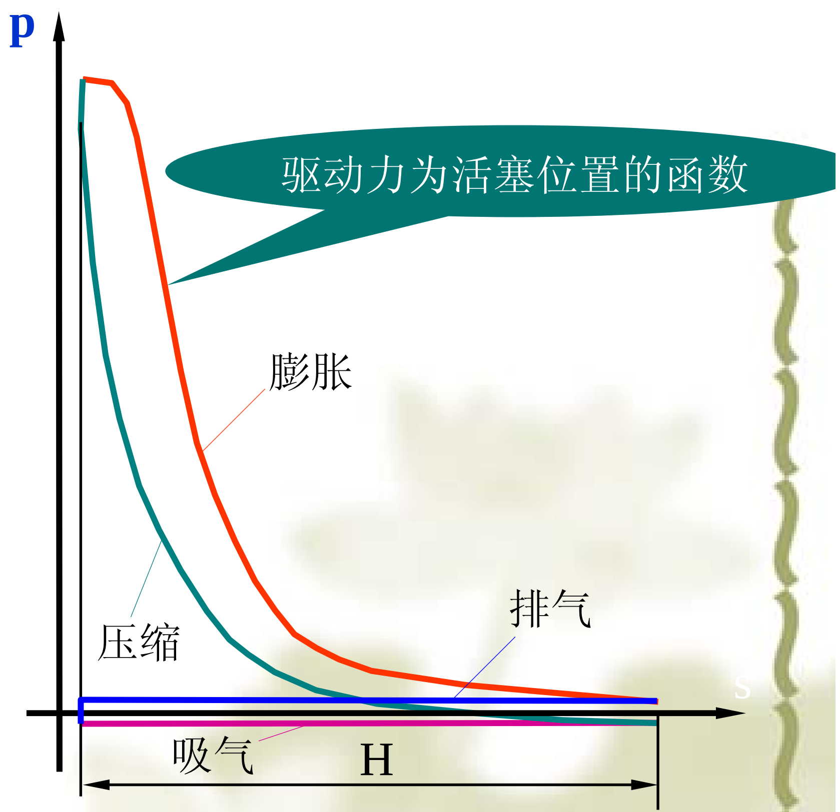
- $W = W_d - (W_r+W_f)=W_d-W_c = E_2 - E_1= \Delta E$
- 外力功 = 驱动功 -- 总耗功 = 系统动能的增量

机械特性举例



交流异步电机的机械特性

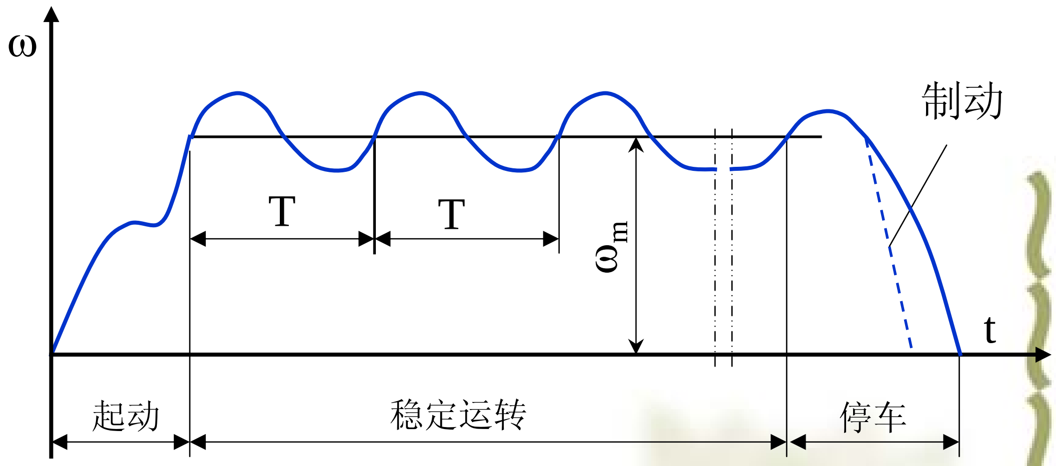
$$M_d = M_n \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_n}$$ /产品目录



四冲程内燃机发动机示功图

驱动力为活塞位置的离散函数

二、机械系统运转过程（功、能转换）



1 起动阶段($0 \rightarrow \omega_m$)

特点：$W_d > W_r \rightarrow \omega\uparrow \rightarrow \omega=\omega_m$

2 稳定运转阶段(ω_m)

特点：$W_d = W_r \rightarrow \omega=\omega_m$

- 匀速稳定运转：$\omega_m = C$
- 变速稳定运转：周期性的速度波动，$\omega_m \neq C$
- 非周期性波动：$\omega_m \neq C$

3 停车阶段($\omega_m \rightarrow 0$)

特点：$W_d < W_r \rightarrow \omega\downarrow \rightarrow \omega_m=0$

总之，只要 $w_d \neq w_c$，则 $\Delta E \neq 0 \rightarrow \omega$变化（速度波动）

7-2 机械的等效动力学模型

一、机械运动方程的一般表达式

二、等效动力学模型的建立

三、等效量的计算

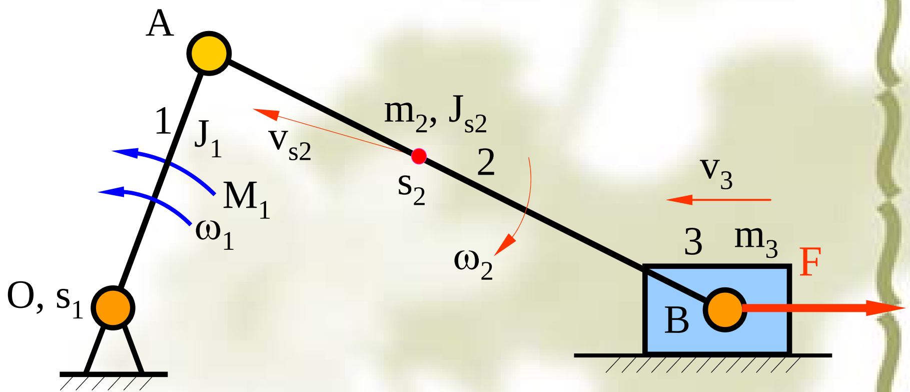
一、机械运动方程的一般表达式

- 机械运动方程：作用在机械上的力、构件的质量、转动惯量和运动参数之间的函数关系
- 单自由度系统：F=1
- 由动能定理：机械在某一瞬时总动能增量dE等于该瞬时作用于该机械上各外力所作的元功之和dW
- dE=dW
- 机械系统示例
- 系统在dt内的动能增量：

$$dE = d(J_1\frac{\omega_1^2}{2} + m_2\frac{v_{s2}^2}{2} + J_{s2}\frac{\omega_2^2}{2} + m_3\frac{v_3^2}{2})$$

- 各外力在dt内所作的元功之和：

$$dW = (M_1\omega_1 - F_1 v_3)dt = Ndt$$



（续）

$$d\left(J_1\frac{\omega_1^2}{2}+m_2\frac{v_{s2}^2}{2}+J_{s2}\frac{\omega_2^2}{2}+m_3\frac{v_3^2}{2}\right)=(M_1\omega_1-F_1v_3)dt$$

n个活动构件组成的一般机械系统:

动能

$$E=\sum_{i=1}^{n}E_i=\sum_{i=1}^{n}\left(m_i\frac{v_{si}^2}{2}+J_{si}\frac{\omega_i^2}{2}\right)$$

功率

$$N=\sum_{i=1}^{n}N_i=\sum_{i=1}^{n}(F_iv_i\cos\alpha_i\pm M_i\omega_i)$$

$$d\left[\sum_{i=1}^{n}\left(m_i\frac{v_{si}^2}{2}+J_{si}\frac{\omega_i^2}{2}\right)\right]=\left[\sum_{i=1}^{n}(F_iv_i\cos\alpha_i\pm M_i\omega_i)\right]dt$$

各参数意义及“±”讨论？

二、等效动力学模型的建立

❖机械的运动方程式：外力与运动参数间的函数表达式

$$d\left[\sum_{i=1}^{n}\left(m_i\frac{v_{si}^2}{2}+J_{si}\frac{\omega_i^2}{2}\right)\right]=\left[\sum_{i=1}^{n}\left(F_i v_i\cos\alpha_i\pm M_i\omega_i\right)\right]dt$$

求解不便!!

有无简单的处理方法?

❖对单自由度（**F=1**）的机械系统，只要知道一个构件的运动规律，其余构件的运动规律即可确定

❖将复杂的机械系统简化成一个构件(称等效构件)，建立最简单的等效动力学模型

例：曲柄滑块机构

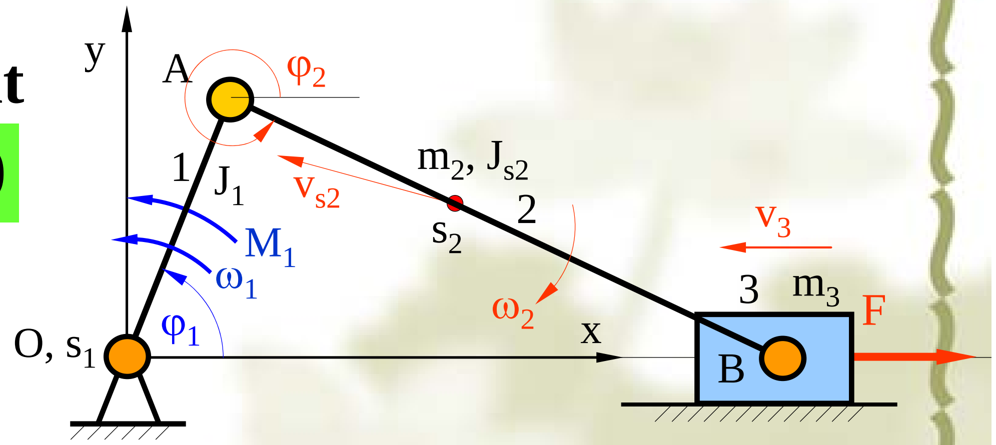
❖曲柄滑块机构，取 1 为原动件，φ_1为独立的广义坐标，则

$$d\left(J_1\frac{\omega_1^2}{2}+m_2\frac{v_{s2}^2}{2}+J_{s2}\frac{\omega_2^2}{2}+m_3\frac{v_3^2}{2}\right)=(M_1\omega_1-F_1v_3)dt$$

$$\Rightarrow d\left\{\frac{\omega_1^2}{2}\left[\underbrace{J_1+J_{s2}\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2+m_2\left(\frac{v_{s2}}{\omega_1}\right)^2+m_3\left(\frac{v_3}{\omega_1}\right)^2}_{J_e}\right]\right\}=\omega_1\left[\underbrace{M_1-F_1\left(\frac{v_3}{\omega_1}\right)}_{M_e}\right]dt$$

J_e——等效转动惯量**equivalent moment of inertia** $\boldsymbol{J_e=J_e(\varphi_1)}$

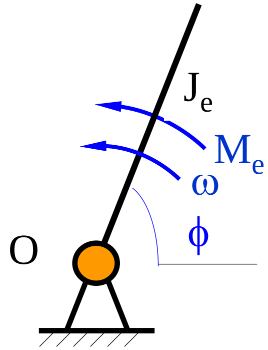
M_e——等效力矩**equivalent moment** $\boldsymbol{M_e=M_e(\varphi_1,\ \omega_1,\ t)}$

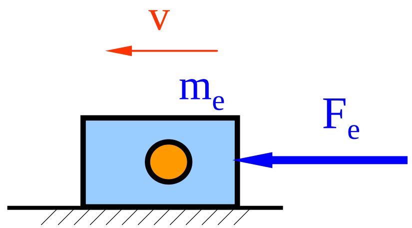


$$d\left(J_e\frac{\omega_1^2}{2}\right)=M_e\omega_1 dt$$

归纳与理解:

❖一个由n个活动构件组成的单自由度机械系统运动，可用一个**假想的转动构件**代替，该构件具有**等效转动惯量J_e**，在其上作用有**等效力矩M_e**。这一**假想构件**称为**等效构件**（**equivalent link**）。





$$d\left(J_e\frac{\omega^2}{2}\right)=M_e\omega\, dt$$

$$J_e=\sum_{i=1}^{n}\left[m_i\left(\frac{v_{si}}{\omega}\right)^2+J_{si}\left(\frac{\omega_i}{\omega}\right)^2\right]$$

$$M_e=\sum_{i=1}^{n}\left[F_i\cos\alpha_i\left(\frac{v_{si}}{\omega}\right)+M_i\left(\frac{\omega_i}{\omega}\right)\right]$$

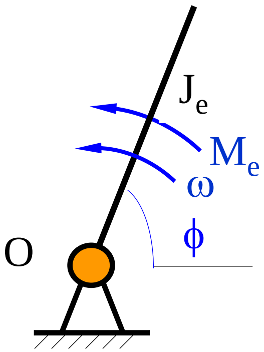
同理:

选移动构件为等效构件时：该构件具有**等效质量m_e**(equivalent mass),在其上作用有**等效力F_e**(equivalent force)。

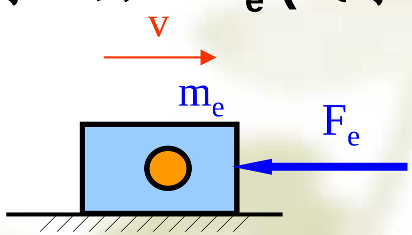
$$d\left(m_e\frac{v^2}{2}\right)=F_e v\, dt$$

总结:

- 将复杂的机械系统简化成一个假想构件(称等效构件)，建立最简单的等效动力学模型
- 等效动力学模型: 具有等效转动惯量，作用有等效力矩的等效构件
- 转化原则: 使系统转化前后的动力学效果保持不变
- 即: 满足等动能原则、等功原则或等功率原则
- 等效构件参数: 转动惯量J_e (或质量m_e)，等效力矩M_e (或等效力F_e)



$$d\left(\frac{1}{2}J_e\omega^2\right) = M_e\omega\, dt$$



$$d\left(\frac{1}{2}m_e v^2\right) = F_e v\, dt$$

三、等效量的计算

1. 等效力矩和等效力

等功率条件： 等效力F_e或等效力矩M_e 通过等效构件对整个机械系统所作的功或功率(等效功或功率)等于机械中所有外力F_i、外力矩 M_i所作的功或功率的总和。

若等效构件为定轴转动的构件：

等效构件上作用的等效力矩所产生的功率应等于整个机械系统中所有外力、外力矩所产生的功率之和

$$M_e\omega = P = \sum_{i=1}^{n} F_i v_i \cos\theta_i + \sum_{j=1}^{m} \pm M_j \omega_j$$

$$M_e = \left(\sum_{i=1}^{n} F_i v_i \cos\theta_i + \sum_{j=1}^{m} \pm M_j \omega_j\right) / \omega$$

若等效构件为移动的构件：

$$F_e v = P = \sum_{i=1}^{n} F_i v_i \cos\theta_i + \sum_{j=1}^{m} \pm M_j \omega_j$$

$$F_e = \left(\sum_{i=1}^{n} F_i v_i \cos\theta_i + \sum_{j=1}^{m} \pm M_j \omega_j\right) / v$$

若M_e, F_e为正，表示M_e和ω、F_e和 v 的方向一致，否则相反

2. 等效转动惯量和等效质量

等动能条件：等效构件所具有的动能等于机械系统中所有构件所具有的动能之总和。

若等效构件为定轴转动的构件：

$$\frac{1}{2}J_e\omega^2 = E = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_{si}^2 + \sum_{j=1}^{m}\frac{1}{2}J_{sj}\omega_j^2$$

$$J_e = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_{si}^2 + \sum_{j=1}^{m} J_{sj}\omega_j^2\right)/\omega^2$$

若等效构件为移动的构件：

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = E = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_{si}^2 + \sum_{j=1}^{m}\frac{1}{2}J_{sj}\omega_j^2$$

$$m_e = \left(\sum_{i=1}^{n} m_i v_{si}^2 + \sum_{j=1}^{m} J_{sj}\omega_j^2\right)/v^2$$

注意几点：

(1) M_e 和 J_e 应取相同构件作为等效构件。

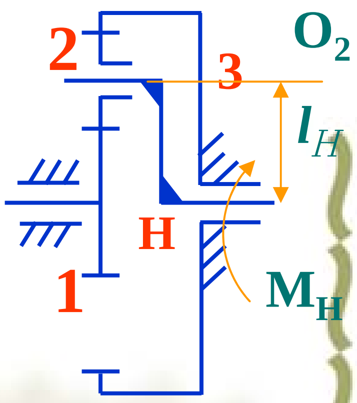
(2) M_e 和 J_e均为抽象的，但等效构件是真实的，它们的运动规律是系统的真实的运动

习题

例题1：

已知: $z_1=z_2=20, z_3=60$,各构件质心均在其相对回转轴线上，$J_1=J_2=0.01kg.m^2$, $J_H=0.16kg.m^2$, $m_2=2kg$, $m=10mm$,作用在H上的力矩$M_H=40N.m$。

求：构件1为等效构件时的M_e, J_e



解: 1. 求等效力矩M_e

$$M_e=(\sum_{i=1}^{n}F_iv_i\cos\theta_i+\sum_{j=1}^{m}\pm M_j\omega_j)/\omega$$

$$M_e=M_H\frac{\omega_H}{\omega_1}$$

$$i_{13}^H=\frac{\omega_1-\omega_H}{\omega_3-\omega_H}=\frac{\omega_1-\omega_H}{0-\omega_H}=(-\frac{z_2}{z_1})\cdot\frac{z_3}{z_2}=-\frac{z_3}{z_1}=-3 \Rightarrow \frac{\omega_H}{\omega_1}=\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{M_e=M_H\frac{\omega_H}{\omega_1}=40\times\frac{1}{4}=10\ N\cdot m}$$

2. 求等效转动惯量J_e

$$J_e=(\sum_{i=1}^{n}m_iv_{si}^2+\sum_{j=1}^{m}J_{sj}\omega_j^2)/\omega^2$$

$$J_e=J_1(\frac{\omega_1}{\omega_1})^2+J_2(\frac{\omega_2}{\omega_1})^2+m_2(\frac{v_{o2}}{\omega_1})^2+J_H(\frac{\omega_H}{\omega_1})^2=J_1+J_2(\frac{\omega_2}{\omega_1})^2+(m_2l_H^2+J_H)(\frac{\omega_H}{\omega_1})^2$$

$$i_{12}^H=\frac{\omega_1-\omega_H}{\omega_2-\omega_H}=-\frac{z_2}{z_1}=-1 \Rightarrow \frac{\omega_2}{\omega_1}=-\frac{1}{2}$$

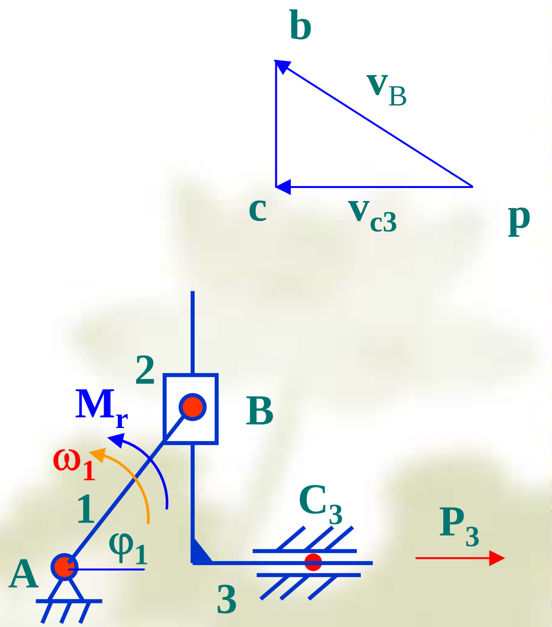
$$\Rightarrow \boxed{J_e=0.01+(2\times0.2^2+0.16)\times(\frac{1}{4})^2+0.01\times(-\frac{1}{2})^2=0.0275\ kg\cdot m^2}$$

习题

例题2：

已知: l_1, J_1, m_2,m_3, 取曲柄为等效构件
求：机构的等效转动惯量J_e
又如P_3=AV_{c3}(A为一常数, Ns/m), 求阻力P_3的等效阻力矩

解: 求等效转动惯量J_e



等动能条件

$$\frac{1}{2}J_e\omega_1^2=\frac{1}{2}J_1\omega_1^2+\frac{1}{2}m_2v_B^2+\frac{1}{2}m_3v_{c3}^2$$

据速度多边形知:

$$v_{c3}=v_B\sin\varphi_1=\omega_1 l_1\sin\varphi_1$$

$$\Rightarrow\quad J_e=J_1+m_2l_1^2+m_3l_1^2\sin^2\varphi_1$$

等功率条件

$$M_r\omega_1=P_3v_{c3}\cos 180^\circ$$

$$\Rightarrow\quad \boxed{M_r=-P_3v_{c3}/\omega_1=-A\omega_1l_1^2\sin^2\varphi_1}$$

7-3 机械运动方程式的建立及求解

一、机械运动方程式的建立

二、机械运动方程式的求解

一、机械运动方程式的建立

1. 能量形式方程式

$$\Delta W = \Delta E$$

若等效构件为转动构件: $$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M_e d\varphi = \frac{1}{2}J_{e2}\omega_2^2 - \frac{1}{2}J_{e1}\omega_1^2$$

若等效构件为移动构件: $$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} F_e ds = \frac{1}{2}m_{e2}v_2^2 - \frac{1}{2}m_{e1}v_1^2$$

2. 力矩形式方程式

若等效构件为转动构件: $$dW = dE \rightarrow M_e d\varphi = d\left(\frac{1}{2}J_e\omega^2\right)$$

$$\rightarrow \boxed{M_e = J_e\frac{d\omega}{dt} + \frac{\omega^2}{2}\frac{dJ_e}{d\varphi}} \qquad \boxed{M_e = J_e\frac{d\omega}{dt} = J_e\varepsilon}$$

若等效构件为移动构件: $$\boxed{F_e = m_e\frac{dv}{dt} + \frac{v^2}{2}\frac{dm_e}{ds}} \qquad \boxed{F_e = m_e\frac{dv}{dt} = m_e a}$$

$$\boxed{M_e = M_{ed} - M_{er}}$$

M_{ed}等效驱动力矩　　M_{er}等效阻力矩

二、机械运动方程式的求解

1. 当等效力矩是机构位置函数时:

如已知 **$M_d=M_d(\varphi)$, $M_r=M_r(\varphi)$, $J=J(\varphi)$**

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi} M_e d\varphi = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{ed} d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_{er} d\varphi = \frac{1}{2} J\ \omega^2 - \frac{1}{2} J_0 \omega_0^2$$

$$\frac{1}{2} J\ \omega^2 = \frac{1}{2} J_0 \omega_0^2 + \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_d d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_r d\varphi$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\omega = \omega(\varphi)}$$

$$\boldsymbol{\omega(\varphi) = d\varphi / dt} \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{\omega = \omega(t)}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\varphi}\frac{d\varphi}{dt} = \omega\frac{d\omega}{d\varphi}}$$

2. 等效转动惯量是常数, 等效力矩是速度的函数

3. 等效转动惯量是位置的函数, 等效力矩是位置和速度的函数

7-4 周期性速度波动及其调节

一、周期性速度波动产生原因

二、周期性速度波动特点

三、周期性速度波动的衡量指标

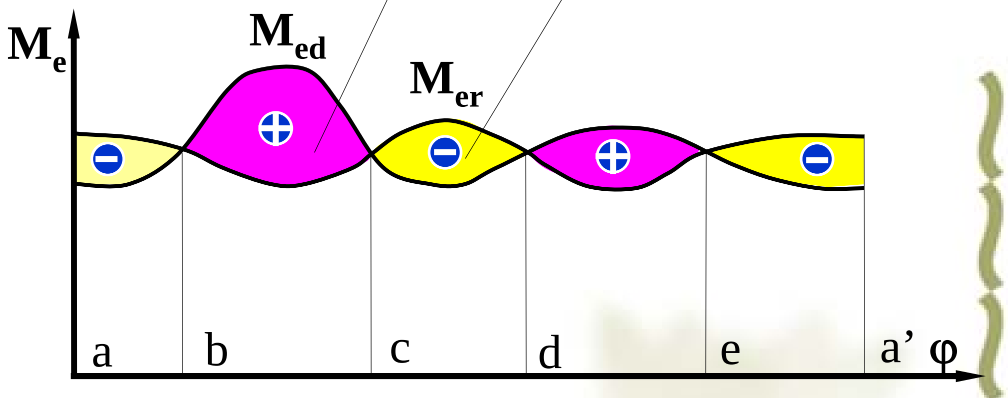
四、飞轮设计

一、周期性速度波动产生原因

等效力矩以等效驱动力矩和等效阻力矩分别计算时

$$M_d(\varphi)=M_{ed}(\varphi)-M_{rd}(\varphi)$$

均为原动件转角的函数，呈周期性变化



驱动功与阻抗功:

$$W_d(\varphi)=\int_{\varphi_a}^{\varphi}M_{ed}(\varphi)d\varphi$$

$$W_r(\varphi)=\int_{\varphi_a}^{\varphi}M_{er}(\varphi)d\varphi$$

机械动能增量:

$$\Delta E=W_d(\varphi)-W_r(\varphi)=\int_{\varphi_a}^{\varphi}[M_{ed}(\varphi)-M_{er}(\varphi)]d\varphi$$

$$=J_e(\varphi)\frac{\omega^2(\varphi)}{2}-J_{ea}\frac{\omega_a^2}{2}$$

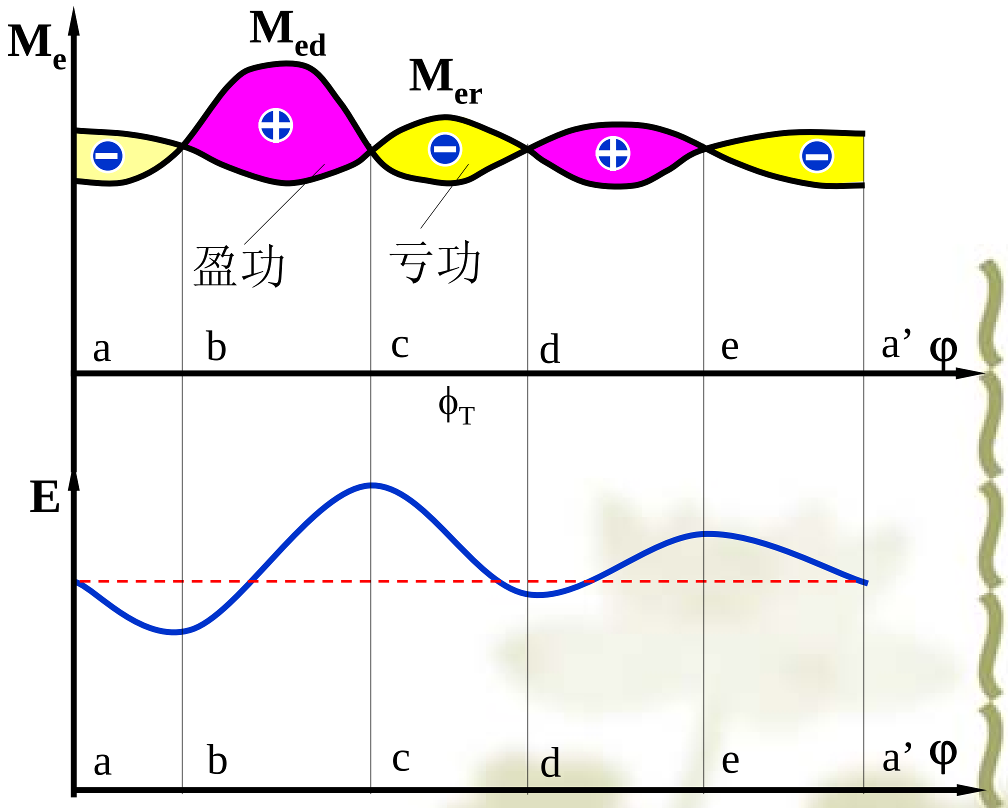
（续）

在M_e与J_e的公共周期内

$$\int_{\varphi_a}^{\varphi_a'}[M_{ed}(\varphi)-M_{er}(\varphi)]d\varphi$$

$$=J_{ea'}(\varphi)\frac{\omega_{a'}^2(\varphi)}{2}-J_{ea}\frac{\omega_a^2}{2}$$

$$=0$$



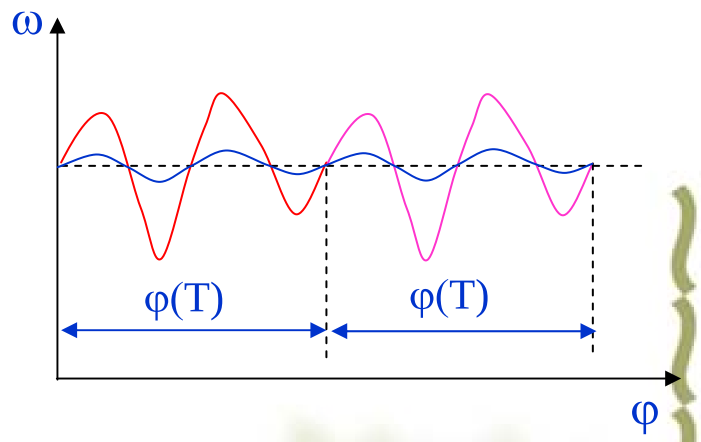
即，下一周期，动能又恢复到原来的值，动能变化呈周期限性，等效构件的角速度呈周期性变化。

周期性变化的等效力矩（力）引起周期性速度波动。

速度波动⇒动压力⇒振动，噪音，工作质量降低。

二、周期性速度波动特点及调节方法

1 周期性速度变动的特点



- 特点: (1) 在一个周期T内: $W_d - W_c = \Delta E = 0$

  (2) 等效构件的位置、速度、加速度和受力等呈周期性的变化

根据等效运动方程力矩形式：

$$M_e = J_e \frac{d\omega}{dt} = J_e \varepsilon$$

2 调节方法

飞轮——转动惯量很大的回转构件(能量储存器)

飞轮作用：调速

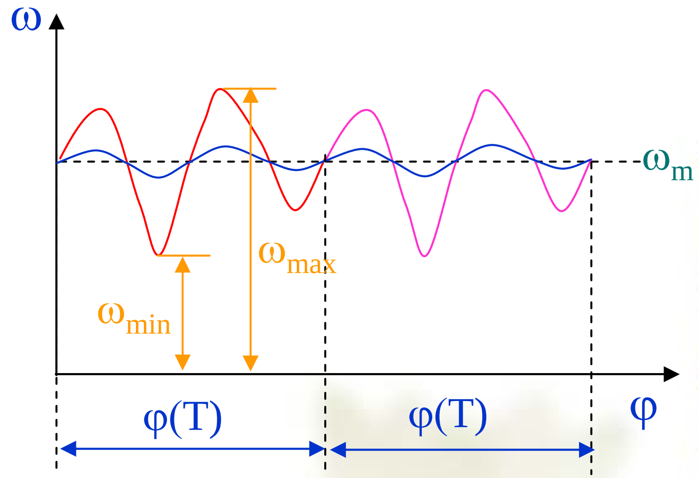
飞轮调速原理:

$W_d > W_r \Rightarrow$ 盈功 $\Rightarrow$ 动能$\Uparrow \Rightarrow \omega \Uparrow \Rightarrow$ 飞轮储存能量，使$\Delta\omega \Downarrow$;

$W_d < W_r \Rightarrow$ 亏功 $\Rightarrow$ 动能$\Downarrow \Rightarrow \omega \Downarrow \Rightarrow$ 飞轮释放能量，使$\Delta\omega \Downarrow$;

- J越大，调速作用越好
- 瞬时过载时，利用飞轮释放的能量克服，减小原动机功率

三、周期性速度波动的衡量指标



1. 绝对不均匀度 $\omega_{max}-\omega_{min}$

2. 平均角速度

$$\omega_m = \frac{\int_0^{\varphi_T} \omega \, d\varphi}{\varphi_T}$$

$$\omega_m = \frac{\omega_{max}+\omega_{min}}{2} \qquad \omega_m = \frac{\pi n}{30}$$

3. 速度不均匀系数(相对不均匀度）

$$\delta = \frac{\omega_{max}-\omega_{min}}{\omega_m} \le [\delta]$$

许用不均匀系数[δ] 见表7-2

得

$$\omega_{max} = \omega_m(1+\frac{\delta}{2})$$

$$\omega_{min} = \omega_m(1-\frac{\delta}{2})$$

$$\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2 = 2\delta\omega_m^2$$

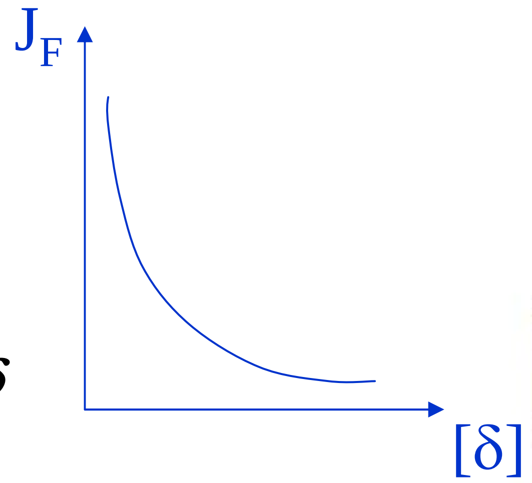
四、飞轮设计

1 飞轮设计的基本原理

2 最大盈亏功ΔW_{max}的确定

3 飞轮主要尺寸的确定

1 飞轮设计的基本原理



关键：根据ω_m、[δ]确定飞轮的J_F.

最大盈亏功ΔW_{max}与动能的增量的关系：

$$\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min} = \frac{1}{2}(J_e + J_F)(\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = (J_e + J_F)\omega_m^2\delta$$

$$\delta = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 (J_e + J_F)} \le [\delta] \Rightarrow \boxed{J_F \ge \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2[\delta]} - J_e}$$

$$J_F >> J_e \qquad \boxed{J_F \ge \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2[\delta]} = \frac{900\Delta W_{\max}}{\pi^2 n^2[\delta]}}$$

❖分析：(1) ΔW_{max}、 ω_m=const.→J_F - δ 成反比 -----不宜选取过小的[δ]

-----不能完全消除系统周期性速度波动

(2) J_F 、 ω_m=const. → ΔW_{max} - δ 成正比

----- ΔW_{max} 愈大机器速度波动愈严重

(3) ΔW_{max} 、 δ =const. → J_F - ω^2_m成反比

-----为减少J_F,飞轮宜安装在转速较高的轴上

2 最大盈亏功ΔWmax的确定

设 在T内，M_d与M_r变化规律如图示，J_e为常数

当 $M_d > M_r$ 时→外力对系统作正功，(盈功)→动能↑，速度↑

$M_d < M_r$ 时→外力对系统作负功，(亏功) →动能↓，速度↓

$M_d = M_r$时→α=0，出现ω_{min} 和 ω_{max}(如图示)

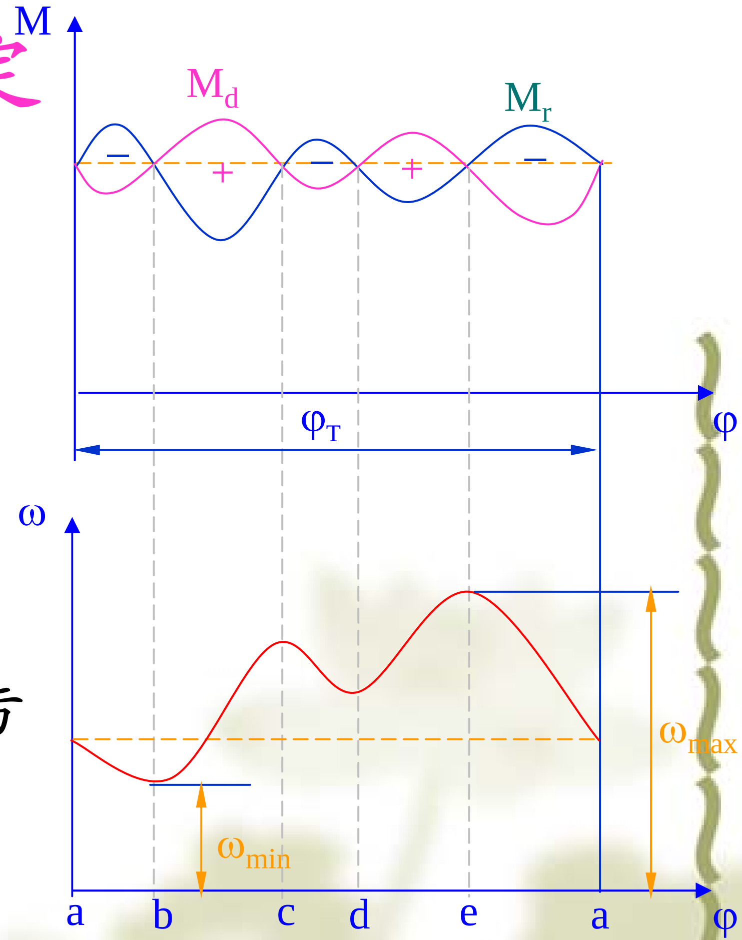
$\omega_{min} \rightarrow \varphi_{\omega min}(\varphi_b)$ $\omega_{max} \rightarrow \varphi_{\omega max}(\varphi_e)$

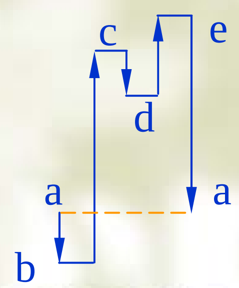
在φ_b到φ_e区间外力对系统作的功称为最大盈亏功 ΔW_{max}

$$\Delta W_{\max} = \Delta E_{\max} = E_{\max} - E_{\min}$$

$$\Delta W = \int_0^{\varphi} (M_{ed} - M_{er}) d\varphi = \Delta E$$

$$\boxed{J_F \ge \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 [\delta]} = \frac{900 \Delta W_{\max}}{\pi^2 n^2 [\delta]}}$$

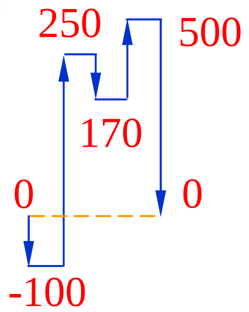


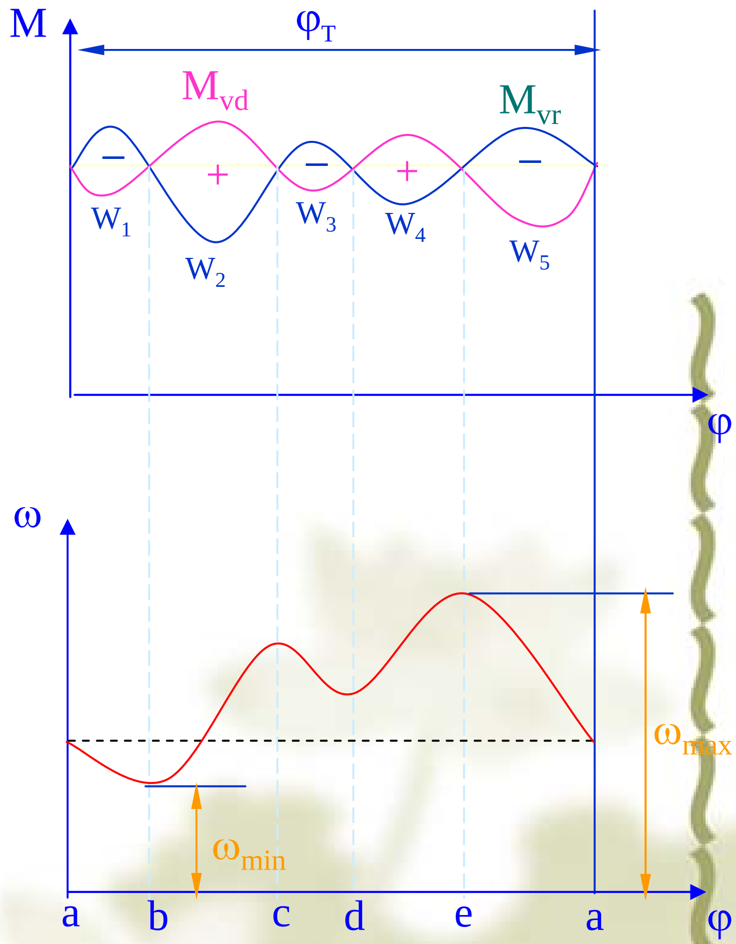


能量指示图

例题:

假设： W_1=-100，W_2=350，W_3=-80，W_4=330，W_5=-500





$$\Delta W_{\max} = W_d - W_r = E_{\max} - E_{\min} = 500 - (-100) = 600 N \cdot m$$

或

$$\Delta W_{\max} = W_2 + W_3 + W_4 = 350 + (-80) + 330 = 600 \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$$

3 飞轮主要尺寸的确定

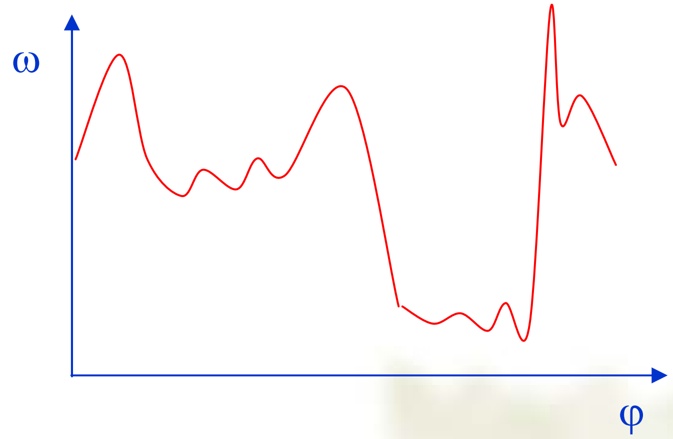
- 参见 教材 177页

7-5 非周期性速度波动及调节

一、非周期性速度波动产生原因

二、非周期性速度波动调节方法

一、非周期性速度波动产生的原因



1. 产生原因

- 非周期性变化的等效力矩
- $M_d(\varphi)=M_{ed}(\varphi) - M_{rd}(\varphi)$

2. 影响

- $M_{ed}>M_{er} \Rightarrow W_d>W_r \Rightarrow$ 盈功 $\Rightarrow$ 动能$\Uparrow$ $\Rightarrow$ $\omega\Uparrow$ $\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow$ “飞车“
- $M_{ed}<M_{er} \Rightarrow W_d<W_r \Rightarrow$ 亏功 $\Rightarrow$ 动能$\Downarrow$ $\Rightarrow$ $\omega\Downarrow$ $\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow$“闷车“

二、非周期性速度波动的调节

1. 调节方法

- 自调节——原动机的驱动力矩是速度的函数，且具有下降的趋势时
- 调速器——见书图7-12

2. 调节原理

- Med>Mer ⇒ Wd＞Wr ⇒ 盈功 ⇒ 动能⇑ ⇒ ω⇑ ⇒ 调速器 ⇒Med⇓ ⇒ Med=Mer
- Med<Mer ⇒ Wd＜Wr ⇒ 亏功 ⇒ 动能⇓ ⇒ ω⇓ ⇒ 调速器 ⇒Med⇑ ⇒ Med=Mer

调速器工作原理图