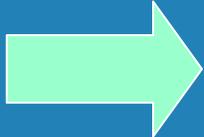
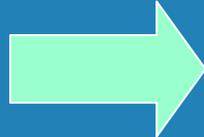


# 第四章 断裂韧性

- 按照传统的力学方法进行构件强度设计时，构件的许用应力是按材料强度的 $1/n$ 来确定的
- $[\sigma] = \sigma_s/n$  塑性材料
- $[\sigma] = \sigma_b/n$  脆性材料
- $n$ 为安全系数
- 认为只要构件的工作应力 $\sigma \leq [\sigma]$ ，工件就是安全的。
- 随着高强度和超高强度材料的应用，工程构件的大型化、焊接工艺的普遍化，就接二连三地发生了传统设计观点不能解释的灾难性脆断事故。这些事故的共同特点是断裂时的应力低于材料的屈服强度 $\sigma_s$ ，也往往低于许用应力 $[\sigma]$ ，断裂的形式是脆性断裂，塑性材料也是这样，这些都称为低应力脆断。

- 对低应力脆断事故的分析表明。物件的低应力脆断是由**宏观裂纹失稳扩展**引起的。而实际金属构件中，宏观裂纹往往是难以避免的。
- 例如导弹发动机壳体
- 传统设计认为材料是均匀连续的，这时按  $\sigma \leq [\sigma]$  设计是安全的。考虑到构件内存在宏观裂纹，则按这一方式进行强度设计就难于保证安全了。

- 为了研究含有宏观裂纹构件的安全性，逐渐形成了一门新的学科——断裂力学。

裂纹  失稳扩展  破坏

断裂力学认为材料抵抗脆性破坏的能力应当用材料阻止裂纹失稳扩展的能力来衡量。

提出了“断裂韧性”这个力学性能指标。

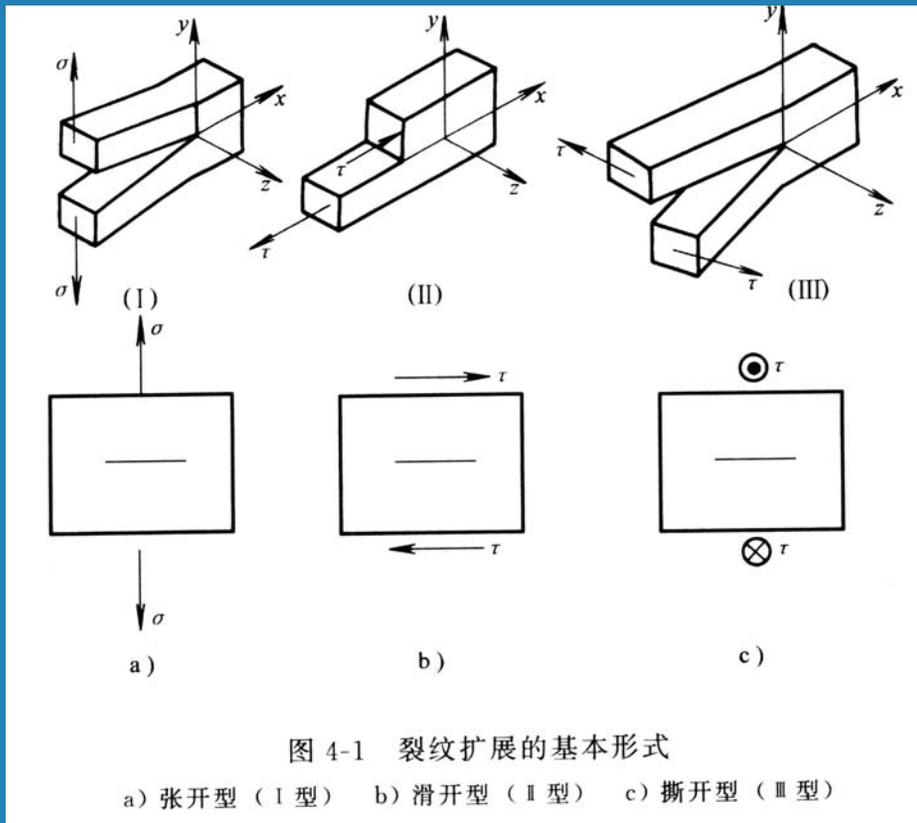
建立了材料性质、裂纹尺寸和工作应力之间的关系。

- 断裂韧性是在断裂力学基础上，建立的表征材料抵抗裂纹扩展能力的性能指标。
- 断裂韧性是指金属材料抵抗裂纹扩展断裂的韧性性能。综合反映了材料的强度和塑性。在进行构件设计时，为防止低应力脆断，根据材料的断裂韧性，可以对机件允许的工作应力和裂纹尺寸进行定量计算。提出明确的数据要求。因此，和常规塑性韧性指标相比，断裂韧性具有很高的实用和科学意义。

## § 1 线弹性断裂力学和断裂韧性 $K_{IC}$ 、 $G_{IC}$

- 含裂纹工程构件的低应力脆断，构件破坏前宏观裂纹没有明显的扩张。裂纹前端的塑性区尺寸很小，因此，可以将裂纹周围材料仍看成是均匀的，连续的弹性介质。这样，可用弹性力学的方法来定量研究裂纹前端的应力、应变场，以及和裂纹扩展有关的能量关系。
- 研究应力、应变场——断裂K判据  $K_{IC}$  (学习重点)
- 能量关系——断裂G  $G_{IC}$

# 1、裂纹尖端的应力应变场



## • 1.1 裂纹扩展的基本形式

- 典型的裂纹扩展有三种基本形式：
  - ①张开型 (I)：外加应力与裂纹平面垂直，裂纹在作用力方向张开，沿裂纹而扩展。
  - ②滑开型 (II)：切应力与裂纹面平行，与裂纹垂直，裂纹在切应力作用下，上下两面产生相对滑移，裂纹扩展方向与切应力同向。
  - ③撕开型 (III)：切应力与裂纹面平行。与裂纹平行，裂纹在切应力作用下撕开，裂纹扩展方向与切应力垂直。
- 在这三种型式中，以 I 型裂纹最为危险。容易引起脆性断裂。

# 1.2 裂纹尖端附近的应力场

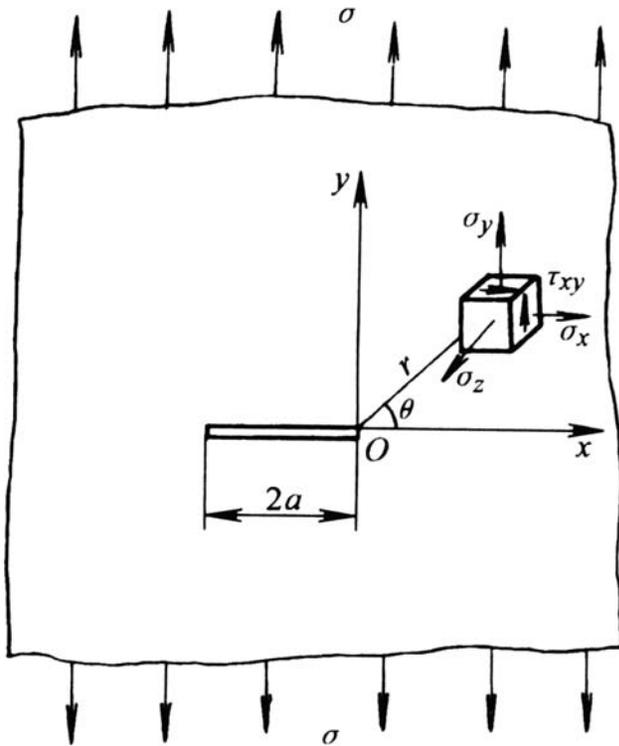


图 4-2 具有 I 型穿透裂纹无限大板的应力分析

- 设有一无限大板，其中有一个  $2a$  长的裂纹，在远处受到均匀拉应力，因而是 I 型裂纹。
- 板很薄时，是平面应力问题，即  $\sigma_x \neq 0$   $\sigma_y \neq 0$   $\sigma_z = 0$ ;
- 板很厚时，是平面应变问题，  
 $\sigma_x \neq 0$   $\sigma_y \neq 0$   
 $\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$ ，平面应变是比平面应力更危险的应力状态。裂纹尖端存在应力集中。利用弹性力学方法可解出裂纹顶端附近距离为  $(r, \theta)$  点的应力分量、应变分量和位移分量。

# 应力分量

$$\sigma_x = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} f_x(\theta)$$

$$\sigma_y = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} f_y(\theta)$$

$$\sigma_z = 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} f_\tau(\theta)$$

## 应变分量

$$\varepsilon_x = \frac{(1 + \nu) K_1}{E \sqrt{2 \pi r}} f_x(\theta)$$

$$\varepsilon_y = \frac{(1 + \nu) K_1}{E \sqrt{2 \pi r}} f_y(\theta)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{2(1 + \nu) K_1}{E \sqrt{2 \pi r}} f_{xy}(\theta)$$

## 位移分量

$$u = \frac{(1 + \nu)}{E} K_1 \sqrt{\frac{2r}{\pi}} f_x(\theta)$$

$$v = \frac{(1 + \nu)}{E} K_1 \sqrt{\frac{2r}{\pi}} f_x(\theta)$$

这些应力、应变、位移分量表达式都是近似式，越接近裂纹尖端，其精度越高，所以，它们最适用于  $r \ll a$  的情况。

- 在裂纹延长线上， $\theta = 0$ 。则：

$$\sigma_y = \sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

- $\tau_{xy} = 0$
- 切应力分量为0，拉应力分量最大，
- 裂纹易沿X轴扩展

# 1.3 应力场强度因子 $K_I$

- 由应力应变的表达式可知，裂纹前端应力、应变场都和 $K_I$ 有关。对于裂纹前端任意一点，当其坐标确定后。该点的应力应变就完全由 $K_I$ 决定了。 $K_I$ 越大，应力分量越大，即 $K_I$ 表示了应力场的强弱程度，故称为应力场强度因子。下标 I 表示 I 型裂纹。 $k_{II}$ 、 $k_{III}$ 分别表示 II、III 型裂纹的应力场强度因子。

- 由应力应变分量表达式可知，当r趋于零时，全部应力分量都趋于无限大，这就表明，裂纹尖端应力应变是奇点，即裂纹尖端应力应变场具有奇异性，应力场强度因子 $K_I$ 是用来描述这种奇异性的力学参量。
- 无限大板穿透裂纹  $K_I = \sigma\sqrt{\pi a}$

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a}$$

- Y为裂纹形状系数。
- 由此可知， $K_I$ 是一个决定于所受应力 $\sigma$ 和裂纹长度a的复合力学参量。裂纹长度不变，应力强度因子 $K_I$ 随 $\sigma$ 增加而增大。
- 应力不变时，应力强度因子 $K_I$ 随裂纹长度a增加而增大
- $K_I$ 的单位为MPa. m<sup>1/2</sup>或MN. m<sup>-3/2</sup>

## 2、断裂韧性 $K_{Ic}$ 和断裂判据

- 2.1平面应变断裂韧性 $K_{Ic}$
- 应力场强度因子 $K_I$ 随外加应力 $\sigma$ 和裂纹半长度 $a$ 的单独或共同增大而增加。一旦 $K_I$ 达到某个临界值，那么在裂纹尖端足够大的范围内，应力便会达到材料的断裂强度。裂纹沿x轴方向失稳扩展，导致材料断裂，这个临界值的 $K_I$ 记作 $K_{Ic}$ 或 $K_{Ic}$ ，称为断裂韧性。
- 随着板厚的不同，裂纹前端的应力应变状态是不同的，厚板中裂纹前端处于三向拉应力。材料不易发生塑性变形，而易发生脆性断裂。即平面应变是比平面应力更为危险的状态。这说明在平面应变状态下发生断裂时的应力强度因子的临界值最低。这个值用 $K_{Ic}$ 表示。因此，下标I既表示I型裂纹，又表示平面应变状态。

- 试验结果也表明，断裂韧性 $K_{Ic}$ 随试样厚度增大而减小。当试样厚度满足平面应变条件时，测得的断裂韧性值最低，并与厚度无关。因此，测定断裂韧性时要满足平面应变的要求，对试样厚度有一定的要求。 $K_{Ic}$ 指平面应变状态下的断裂韧性。
- 与 $K_{Ic}$ 对应的平均应力和裂纹半长度，分别称断裂应力 $\sigma_c$ 和临界裂纹长度 $a_c$
- 这表明，材料的 $K_{Ic}$ 越高，含裂纹构件的断裂应力或临界尺寸就越大，表明难以断裂。因此， $K_{Ic}$ 反映了材料抵抗断裂的能力或者说抵抗裂纹失稳扩展的能力。它是评定材料抵抗脆性断裂的力学性能指标。

## 2.2 $K_{Ic}$ 与 $K_I$

- 根据应力场强度因子 $K_I$ 和断裂韧性 $K_{Ic}$ 的相对大小，可以建立裂纹失稳扩展而脆断的判据。
- 即当 $K_I \geq K_{Ic}$ ，构件将发生脆性断裂。
- 当 $K_I \leq K_{Ic}$ 时，构件内裂纹不会发生失稳扩展，即构件是安全的。
- 这是一个很有用的定量式，它将材料断裂韧性与机件的工作应力和裂纹尺寸定量地联系起来。用它可以分析，计算许多实际问题。如
- ①判断构件否发生脆断
- ②计算构件的承载能力
- ③确定构件中临界裂纹尺寸，为选材和设计提供依据。

- 1)确定构件的承载能力
- 试验测定了材料的断裂 $K_{IC}$ ，根据探伤检验测出了构件中的最大裂纹尺寸 $a$ ，就能根据

$$\sigma_c = \frac{K_{1C}}{Y\sqrt{a}}$$

确定使裂纹失稳扩展而导致脆断的临界载荷。

- $\sigma_c$ 为构件的最大承载能力。

- 2) 确定构件的安全条件
- 根据测出的裂纹尺寸和构件的工作应力，可以计算出裂纹前端的应力场强度因子 $K_I$
- 当 $K_I < K_{Ic}$ 时，构件是安全的，否则就可能发生脆性断裂。因而也可知道所选择的材料是否合理。
- 这提出了强度设计的新思想。一般来说，材料的强度越高，断裂韧性愈低。在进行强度设计时，如果只注意高强度，即便强度安全系数很高，由于断裂 $K_{Ic}$ 很低，很容易造成低应力脆断。而适当降低强度等级，取较小的安全系数，在保证强度的条件下，增大材料的断裂韧性 $K_{Ic}$ ，反而保证了构件的安全。

- 3) 确定临界裂纹尺寸 $a_c$
- 已知材料的断裂韧性 $K_{IC}$ 和工作应力 $\sigma$ ，则可根据：

$$a_c = \left( \frac{K_{IC}}{Y\sigma} \right)^2$$

• 确定出构件的脆性断裂的临界裂纹尺寸 $a_c$ ，构件中的裂纹 $a < a_c$ ，则是安全的。

# 3 裂纹尖端塑性区及其修正

- 由应力的表达式可知，当 $r \rightarrow 0$ 时，即很靠近裂纹尖端时， $\sigma_y \rightarrow \infty$ ，但对实际的金属材料来说，当裂纹前端正应力大于有效屈服应力 $\sigma_{ys}$ 时，材料就要屈服，发生塑性变形，从而使裂纹尖端区的应力松弛。
- 这时未考虑加工硬化，认为屈服区内的应力恒等于 $\sigma_{ys}$ ，就是说，裂纹尖端附近的应力不可能无限大。材料一旦屈服，就不遵从弹性规律。故线弹性断裂力学不适用于屈服区，但如果屈服区很小，则其周围广大区域仍是弹性区，经过必要的修正后，裂纹尖端应力场的强度仍可用于修正的应力强度因子 $K_{Ic}$ 描述。

## 3.1 裂纹尖端的应力与有效屈服应力

- 根据材料力学，在平面状态下，主应力与  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  之间有如下关系：

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{平面应力}$$

$$\sigma_3 = \nu(\sigma_1 + \sigma_2) \quad \text{平面应变}$$

- 将  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  式代入, 可以得到裂纹尖端附近任一点的主应力:

$$\sigma_{1,2} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 \pm \sin \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{平面应力}$$

$$\sigma_3 = \frac{2\nu K_1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad \text{平面应变}$$

- 在裂纹延长线上（即X轴上）， $\theta = 0$ ，可得：

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}}$$

$$\sigma_3 = 0 \quad \text{平面应力}$$

$$\sigma_3 = 2\nu\sigma_1 \quad \text{平面应变}$$

- 塑性区中的最大主应力  $\sigma_1$  叫做有效屈服应力，记作  $\sigma_{ys}$ ，根据Tresca判据： $\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s$
- 平面应力状态： $\sigma_3 = 0$
- $\sigma_{ys} = \sigma_1 = \sigma_s$
- 平面应变状态：

$$\sigma_3 = 2\nu\sigma_1$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_1 - 2\nu\sigma_1 = \sigma_s$$

$$\sigma_{ys} = \sigma_1 = \frac{\sigma_s}{1 - 2\nu} = 2.5\sigma_s \quad (\nu = 0.3)$$

$$= 3\sigma_s \quad (\nu = 1/3)$$

实际上该式从Mises判据也可以得出

- 由此可知，平面应变条件下的有效屈服应力  $\sigma_{ys}$  比平面应力下大3倍。这是因为在平面应变条件下，裂纹尖端附近横向塑性变形受到约束，形成三向拉应力状态所致，但实际上，厚试样的前后表面仍是平面应力状态，再考虑到裂纹钝化效应。平面应变的有效屈服应力并没有这么大，欧文建议

$$\sigma_{ys} = \sqrt{2\sqrt{2}} \sigma_s$$

因此

$$\begin{aligned} \sigma_{ys} &= \sigma_s \quad \text{平面应力} \\ &= \sqrt{2\sqrt{2}} \sigma_s \quad \text{平面应变} \end{aligned}$$

## 3.2 塑性区尺寸

- 为求出塑性区大小，将求出的主应力代入 Mises 屈服判据，得到：

$$r = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_S} \right)^2 \left[ \cos^2 \frac{\theta}{2} \left( 1 + 3 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \right] \quad \text{平面应力}$$

$$r = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_S} \right)^2 \left[ (1 - 2\nu)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin^2 \theta \right] \quad \text{平面应变}$$

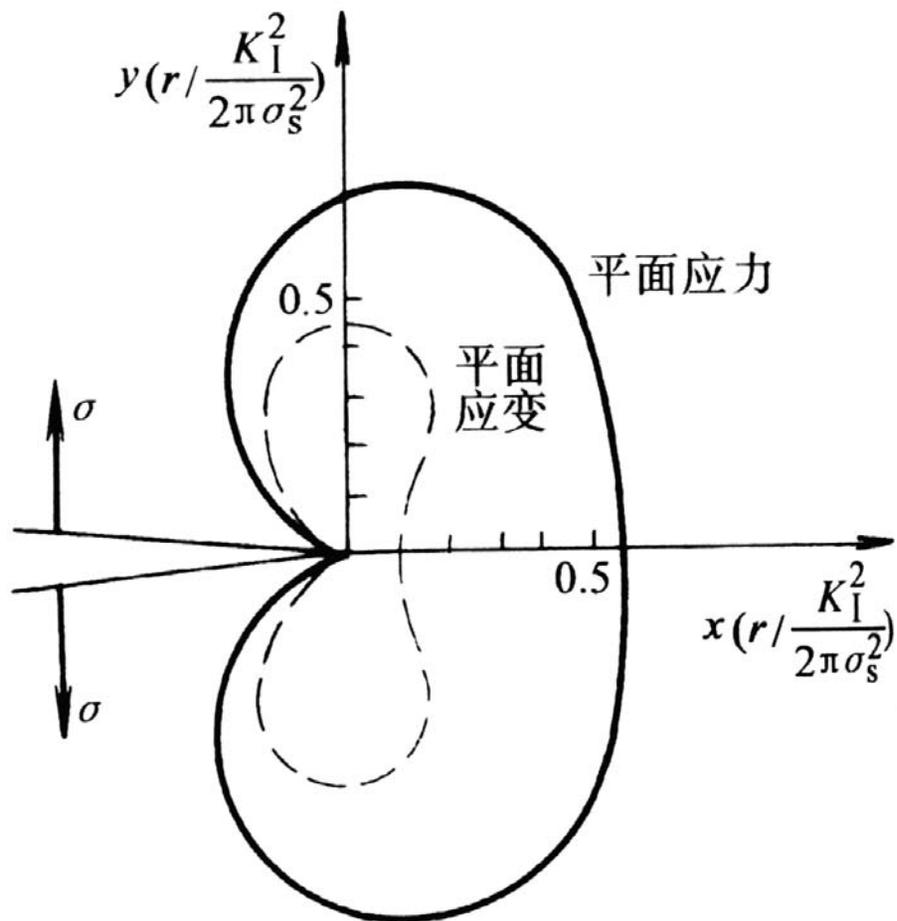


图 4-3 裂纹尖端附近塑性区的形状和尺寸

- 这两个式子是塑性区边界曲线方程，图形形状如示，在 X 轴上， $\theta = 0$ ，得到塑性区宽度为

$$r_0 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_s} \right)^2 \quad \text{平面应力}$$

$$r_0 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_s} \right)^2 (1-2\nu)^2 \quad \text{平面应变}$$

$$\frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2$$

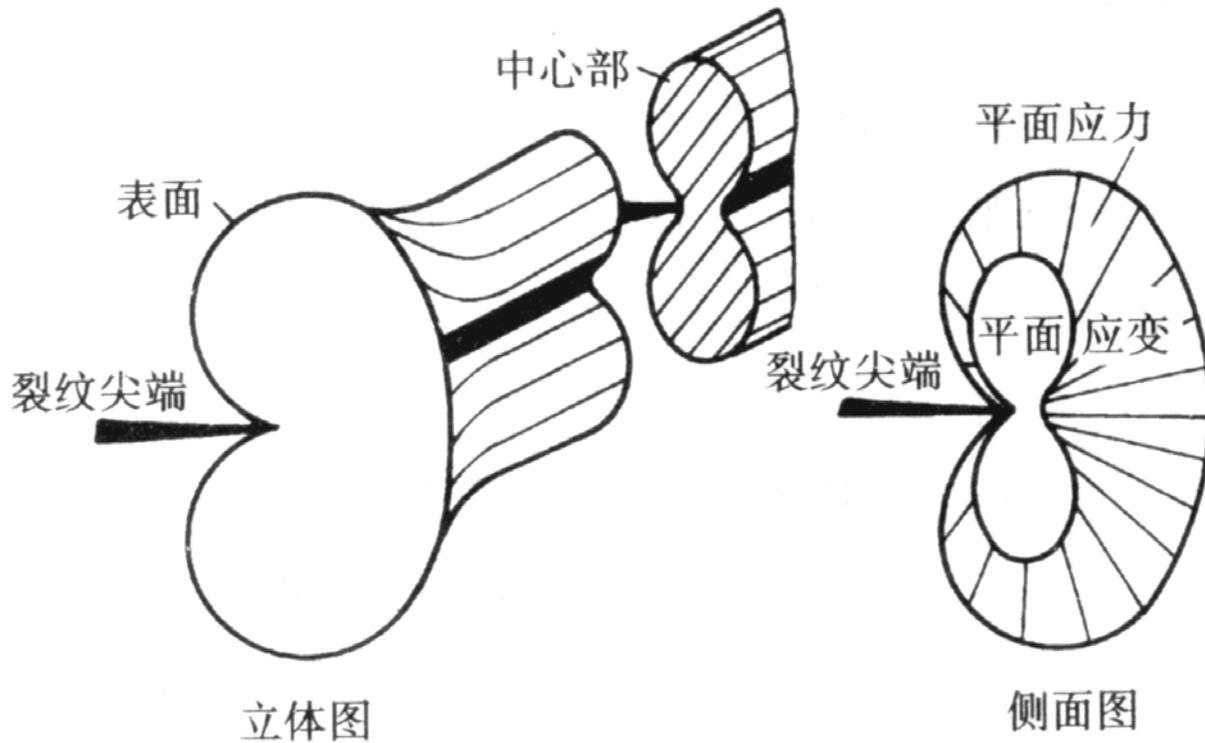


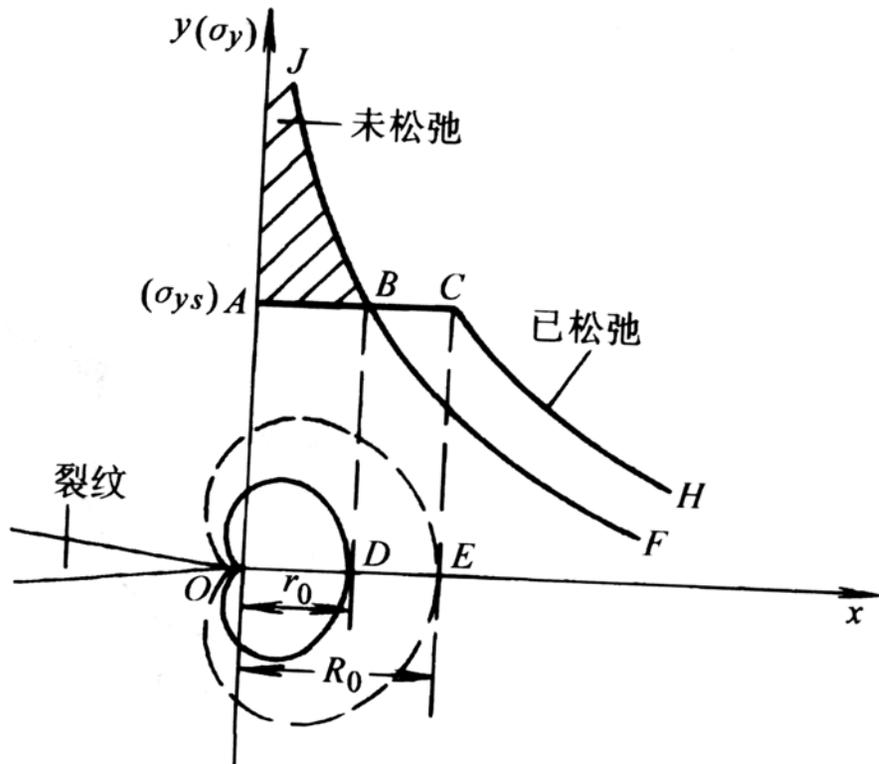
图 4-5 实际试样塑性区的形状和大小

- 平面应变的塑性区宽度只有平面应力塑性区的 $1/6$ 。这也说明平面应变是危险的应力状态。 $(\nu=0.3)$

- 采用Tresca判据，同样可以得到塑性区，其形状与Mises塑性区形状有所不同，但在X轴上的宽度是一样的。
- 若将平面应变状态下修正后的有效屈服应力代入，则得平面应变塑性区尺寸为

$$r_0 = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_s} \right)^2$$

# 3.3 塑性区修正



在未考虑屈服时，裂纹尖端（ $X$ 轴）上的应力分布为  $\sigma_y$ ， $\sigma_y$  随  $r$  的变化规律如图所示。考虑屈服后，在  $r < r_0$  的区域内， $\sigma_1 > \sigma_{ys}$  材料屈服，由此得出了塑性区的尺寸  $r_0$ 。然而，在考虑屈服后，在屈服区内多出来的那部分应力（阴影面积  $ABJ$ ）就要松弛掉。这部分应力传给  $r > r_0$  区域。它使  $r_0$  前方局部区域的应力升高。从而使这部分区域也发生屈服。这样，屈服区内应力松弛的结果将导致屈服区进一步的扩大。从  $r_0$  扩大到  $R_0$ 。从能量平衡考虑，可以得到：阴影面积  $ABJ =$  矩形面积  $BCED$ 。

$$\int_0^{r_0} \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} dr = \sigma_{ys} R_0$$

积分得

$$K_1 \sqrt{\frac{2r_0}{\pi}} = \sigma_{ys} R_0$$

$$R_0 = \frac{K_1}{\sigma_{ys}} \sqrt{\frac{2r_0}{\pi}}$$

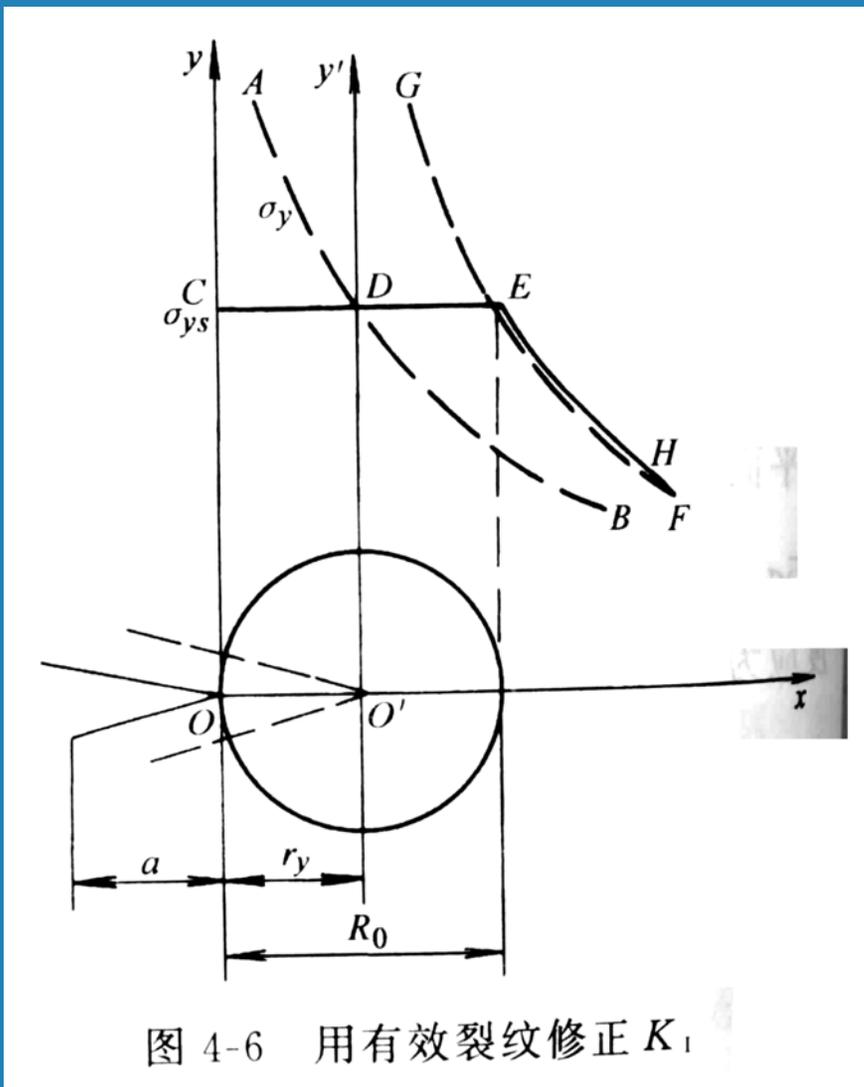
$$\text{由 } r_0 = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_{ys}} \right)^2$$

$$R_0 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_{ys}} \right)^2 = 2r_0$$

这说明，在考虑了应力松弛，修正后塑性区尺寸R。正好是原来r。两倍。

### 3. 4等效裂纹及 $K_I$ 的修正 (屈服等效于裂纹扩展)

- 由于裂纹尖端塑性区的存在和应力松弛的结果，使裂纹尖端应力分布发生了变化。因而，应力场强度因子 $K_I$ 也会发生相应的变化。需对 $K_I$ 进行适当的修正，简单实用的办法是在计算 $K_I$ 时采用虚拟等效裂纹取代实际裂纹。



- 其原理如图所示。裂纹a尖端在未屈服前，其 $\sigma_y$ 的分布曲线为ADB（由弹性力学求出的）。屈服并应力松弛后的 $\sigma_y$ 分布为CDEF。如果将裂纹由a延长到 $a+r_y$ 。即裂纹顶点相当于移到 $O'$ ，则在 $O'$ 外的弹性应力 $\sigma_y$ 分布曲线为GEH。基本上和因塑性区存在的实际应力分布曲线中的弹性应力EF相重合。这样，线弹性理论仍然有效，只不过这时的裂纹长度为 $a+r_y$ ，我们称之为虚拟裂纹。这时，应按
  - $K_I = Y \sigma (a+r_y)^{1/2}$  计算应力场强度因子。

- 因为 $r=R_0$ 处真实裂纹塑性区边界的应力是 $\sigma_{ys}$ ，虚拟等效裂纹在该点应力为：

$$\sigma'_y = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi(R_0 - r_y)}} = \sigma_{ys}$$

$$r_y = R_0 - \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_{ys}} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_{ys}} \right)^2 - \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_{ys}} \right)^2 = \frac{R_0}{2}$$

$$\sigma_{ys} = \sqrt{2} \sqrt{2} \sigma_y$$

$$r_y = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_s} \right)^2 & \text{平面应力} \\ \frac{1}{4\sqrt{2}\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_s} \right)^2 & \text{平面应变} \end{cases}$$

将 $r_y$ 代入可以得到修正后的 $K_I$ 值

$$K_I = Y\sigma \left[ a + \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$K_I = \frac{Y\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{1 - \frac{Y^2}{2\pi} \left( \frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^2}}$$

$$K_I = \begin{cases} \frac{Y\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{1 - 0.16Y^2 \left( \frac{\sigma}{\sigma_s} \right)^2}} & \text{平面应力} \\ \frac{Y\sigma\sqrt{a}}{\sqrt{1 - 0.056Y^2 \left( \frac{\sigma}{\sigma_s} \right)^2}} & \text{平面应变} \end{cases}$$

当 $\sigma > 0.7\sigma_s$ 时, 应考虑修正

$$\sigma_c = \frac{K_{Ic}}{Y \sqrt{a + 0.056 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2}}$$

# 4 裂纹扩展能量释放率 $G_I$ 及 断裂韧性 $G_{Ic}$

- 前已指出，在用线弹性断裂力学分析裂纹体断裂问题时，可以采用前面讨论的应力场强度分析方法，得到 $K_{Ic}$ 判据。再就是采用能量分析方法。现在就从能量角度讨论这一问题。

- 裂纹扩展过程中要消耗能量，消耗的能量一方面用于形成新表面所需的表面能 $r_s$ ，另一方面用于塑性变形所需之塑性功 $r_p$ ，将裂纹扩展单位面积所消耗的总能量记为 $R$
- $R=2r_s+r_p$
- 显然，这是裂纹扩展的阻力。
- 要使裂纹扩展，必须对它提供“动力”，设裂纹扩展单位面积，试验系统提供的动力为 $G_I$ ，显然，要使裂纹能够扩展，就必须要求动力大于或等于阻力 $R$ ，即 $G_I \geq R$ 。
- 设整个系统的势能为 $u$ 。裂纹扩展 $\Delta A$ 面积，这相当于系统势能下降 $\Delta u$ ，即
- $G_I \Delta A = -\Delta u$
- 在极限条件下，当 $\Delta A \rightarrow 0$ 时，有

在极限条件下，当 $\Delta A \rightarrow 0$ 时，有

$$G_1 = -\frac{\partial u}{\partial A}$$

单位MJ. m<sup>-1</sup>

若裂纹体厚度为B，裂纹长度为a，则

$$G_1 = -\frac{1}{B} \frac{\partial u}{\partial a}$$

B=1时，

$$G_1 = -\frac{\partial u}{\partial a}$$

- $G_1$ 为使裂纹扩展单位长度的原动力, 又称  $G_1$ 为裂纹扩展力, 表示裂纹扩展单位长度所需的力
- 知道U的表达式就可确定 $G_1$
- 在恒位移条件下,

$$G_1 = \begin{cases} \frac{\pi a \sigma^2}{E} \\ \frac{(1 - \nu^2) \pi \sigma^2 a}{E} \end{cases}$$

- 类似于 $K_{1C}$ , 也可得 $G_{1C}$

$$G_{1C} = \frac{1 - \nu^2}{E} K_{1C}^2$$

平面应变

## 5. $K_{IC}$ 的工程应用

## § 2 弹塑性条件下的断裂韧性

- $K_I$ 、 $K_{Ic}$ 、 $G_I$ 、 $G_{Ic}$ 在线弹性的条件下得出，适用于小范围屈服，即相对塑性区尺寸较小的情况。 $R/B$ 、 $R/a$ 相比很小的情况。
- ①  $R$ 的绝对值很小，如对超高强度钢， $\sigma_s$ 很高， $K_{Ic}$ 低， $R$ 的绝对值很小，即使对薄壁容器，也能满足小范围屈服的要求。
- ② 相对塑性区小，即  $R$ 大，截面大，如对广泛使用的中低强度钢。由于  $\sigma_s$ 低， $K_{Ic}$ 较高， $R$ 的绝对尺寸较大，这时当构件截面很大的时候，如汽轮发电机的转子，相对塑性区尺寸才比较小，这时也可用线弹性断裂力学来处理。

- 但用中低强度钢制造一般中小型零件时，相对塑性区尺寸就很大。这时为大范围屈服，线弹性断裂力学已不适用。从而要求发展弹塑性断裂力学来解决断裂问题。
- 另一方面，在测试 $K_{Ic}$ 时，为保证平面应变和小范围屈服，要求试样厚度 $B \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$ 。这对高强度钢容易实现。而对中低强度钢来说，要满足这一要求，试样尺寸很大。因而希望能用小尺寸试样在弹塑性范围内进行试验，测得的数据经换算到线弹性条件下的 $K_{Ic}$ 。
- 由于弹塑性力学分析裂纹问题十分复杂，理论上不及线弹性断裂力学完善。现在讨论常用的J积分法和C O D法。

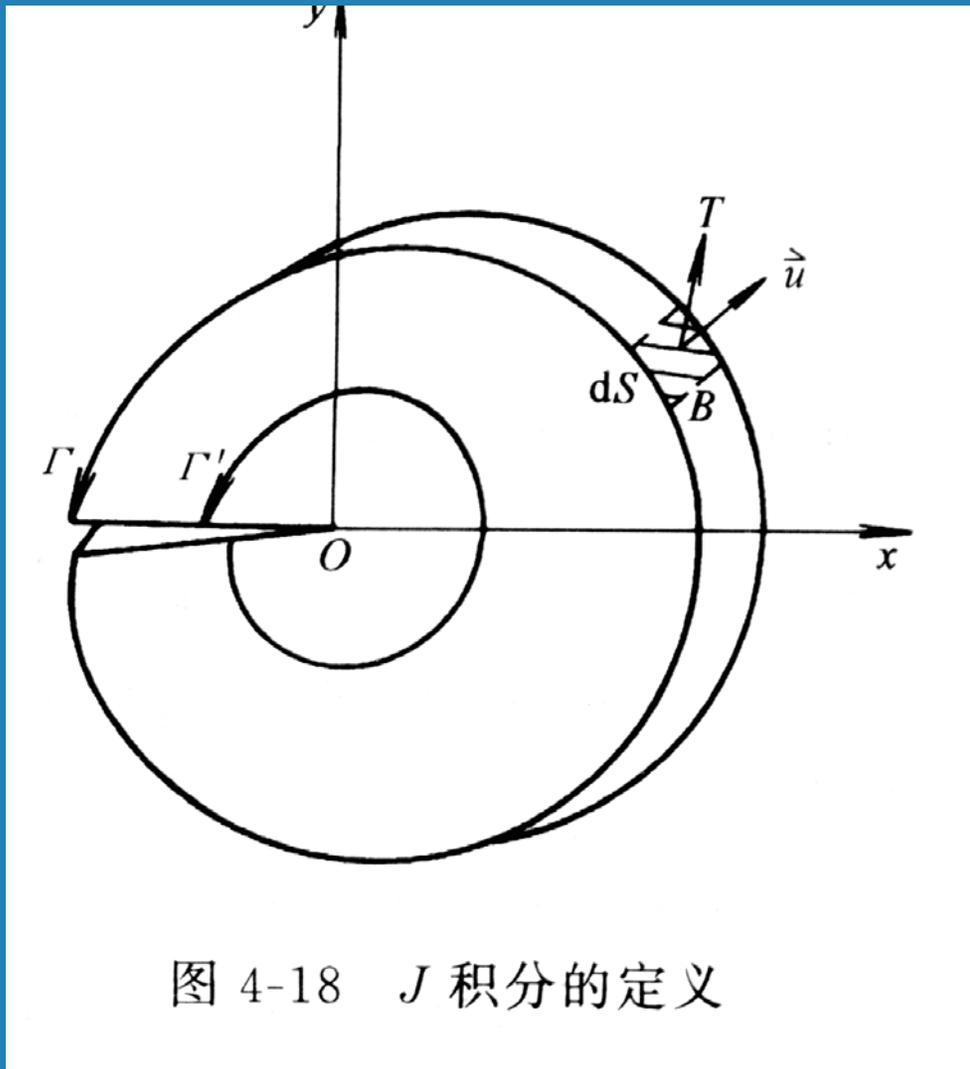
# 1 J 积分原理及断裂韧性 $J_{Ic}$

- 1.1 J 积分原理
- 对于单位厚的试样 ( $B = 1$ )

$$G_1 = -\frac{\partial u}{\partial a}$$

$$u = u_e - W$$

$u$  系统势能,  $u_e$  弹性应变能,  $W$  外力作的功



先求 $u_e$ ，如图所示，围绕 I 型裂纹体，逆时针取一回路  $\Gamma$ ， $V$  和  $A$  分别为  $\Gamma$  回路的体积和面积， $\Gamma$  回路内的应变能密度(单位体积应变能)为  $w$

$$dV = B dA = B dx dy = dx dy$$

微小体积内的弹性应变能为：

$$du_e = w dV = w dx dy$$

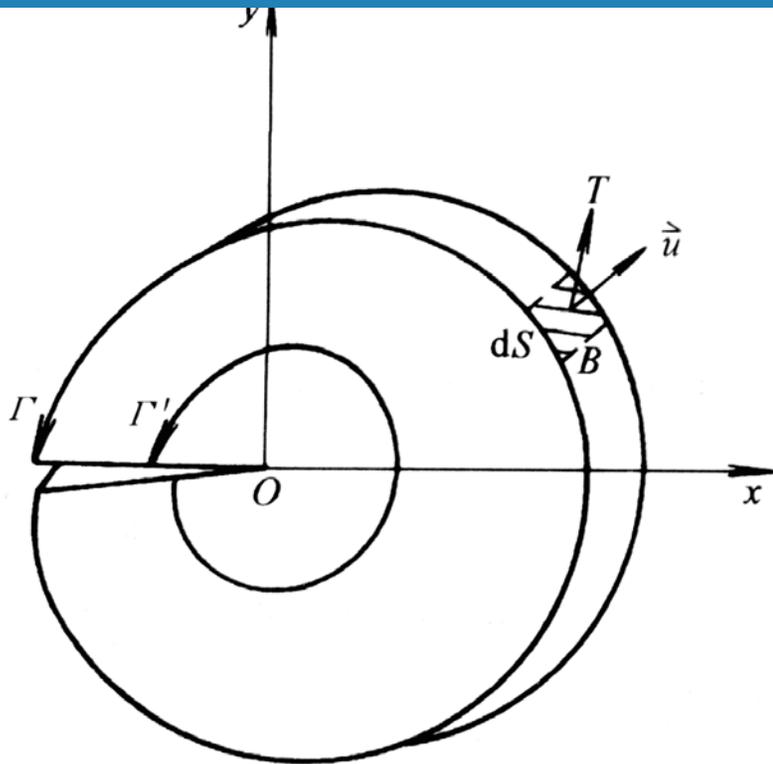


图 4-18 J 积分的定义

$\Gamma$  内总应变能为

$$u_e = \int_{\Gamma} du_e = \iint w dx dy$$

②再求W，设 $\Gamma$ 边界上作用有张力 $\vec{T}$ ，该点外侧圆面积 $dF=Bds$ （ $S$ 为周界弧长）上作用的外力为 $\vec{P}=\vec{T}dF=\vec{T}ds$ 。设该点的位移矢量为 $\vec{u}$ ，则外力在该点所做的功为 $dw=\vec{u}\cdot\vec{T}ds$ 。在整个外围边界上外力做功为：

$$W = \int_{\Gamma} dw = \int_{\Gamma} \vec{u} \cdot \vec{T} ds$$

因此

$$u_e - W = \iint w dx dy - \int_{\Gamma} \vec{u} \cdot \vec{T} ds$$

可以证明：

$$G_1 = \int_{\Gamma} \left( w dy - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \vec{T} ds \right)$$

该式在线弹性条件下成立。在弹塑性条件下，如果将应变能密度改为弹塑性应变能密度。该式右边的积分也是存在的，称为J积分。

$$J_1 = \int_{\Gamma} \left( w dy - \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \vec{T} ds \right)$$

显然在线弹性条件下， $J$  积分就等于裂纹扩展力 $G_I$

$$J_1 = G_1 = -\frac{\partial u}{\partial a} \quad 2-6$$

可以证明，在弹塑性小应变（即弹性与塑性应变之和较小）条件下，2—6式仍然成立。

2—6式就是 $J$ 积分的能量表达式，与 $G_I$ 不同的是，由于塑性变形是不可逆的，卸载后存在残余塑变，再次加载时路径就和原来完全不同。裂纹扩展就意味着局部卸载，因此，在弹塑性条件下， $J$ 已不能认为是裂纹扩展单位长度的系统势能下降率。而应解释为裂纹相差单位长度的两个等同试样的势能差。这表明， $J$ 积分不能用来描写裂纹的扩展过程。 $J$ 积分的临界点对应的只是开裂点，而不一定是最后失稳断裂点。

# 1.2 J 积分的特性

- 1 ) 线弹性条件下
- $J_1 = G_1$
- 2 ) J 积分与路径无关。
- 在小应变的条件下，从裂纹下表面取任意路径到上表面，J 积分是相当的，这称为 J 积分的守恒性。
- 3 ) J 积分可以描述弹塑性状态下裂纹尖端的应力应变场及其奇异性。
- 裂纹尖端的应力应变场由应力强度因子  $k_I$  决定，通式：

$$\sigma_{ij} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta)$$

- 在线弹性条件下，

$$J_1 = G_1 = \frac{K_1^2}{E} \quad \text{得} \quad K_1 = \sqrt{E} J^{1/2}$$

可得

$$\sigma_{ij} = \sqrt{\frac{E}{2\pi r}} J^{1/2} f_{ij}(\theta)$$

可见，J 积分与 $k_1$ 因子一样，决定了裂纹尖端的应力场大小，在小应变的弹塑性条件下， $k$ 判据已不适用，但可以证明，弹塑性状态下裂纹尖端附近的应力应变场完全由J 积分决定，J 积分反映了弹塑性应力场的强度。

# 1.3 断裂韧性 $J_{Ic}$ 及断裂 $J$ 判据

- 既然  $J$  积分可以表示裂纹尖端附近应力应变场的强度，那么也可以作为断裂判据。当应力应变场达到使裂纹开始扩展的临界状态时， $J$  积分达到临界值  $J_{Ic}$ 。注意不同的是  $J_{Ic}$  表示材料抵抗裂纹开始扩展的能力。
- 断裂判据为  $J_I \geq J_{Ic}$
- $J_{Ic}$  的单位与  $G_{Ic}$  相同，也是  $\text{MPa}\cdot\text{mm}$  或  $\text{MJ}\cdot\text{m}^{-2}$

- 然而很少用 J 积分判据计算构件的承载能力，其原因：
  - ①  $J_{Ic}$  的表达式不清楚，无法计算。
  - ②  $J_{Ic}$  表示开裂点，而对韧性开裂，裂纹开裂后的扩展阶段很长，因而用  $J_{Ic}$  不能判定韧性断裂。
- 研究 J 判据的目的：
- 目前主要用小试样测出  $J_{Ic}$ ，换算成  $K_{Ic}$ ，然后按 K 判据。

$$J_{1c} = G_{1c} = \frac{\pi \sigma^2 a}{E} = \frac{K_{1c}^2}{E}$$

## 2 裂纹尖端张开位移 C O D 及断裂韧性 $\delta_c$

- 2.1 断裂韧性  $\delta_c$  及断裂  $\delta$  判据
- 该力学性能指标是为解决低、中强度钢构件的低应力脆断而提出的。这些构件中，裂纹尖端塑性区较大，研究表明，当裂纹尖端附近的应变达到某一临界值时，裂纹开始扩展。由于应变难以测量。用裂纹尖端的张开位移（Crack Opening Displacement）C O D 来间接表示应变量的大小，符号为  $\delta$ 。
- 当裂纹张开位移  $\delta$  超过某一临界值  $\delta_c$  后，裂纹开始扩展，因而断裂韧性  $\delta_c$  也是表示材料阻止裂纹开始扩展的能力。 $\delta_c$  的单位是 mm。
- 断裂判据： $\delta \geq \delta_c$
- $\delta_c$  表示开裂点，显然也是比较保守的。

## 2.2 线弹性条件下的 $\delta$

- 在介绍应力场强度因子  $K_I$  的塑性区修正时，曾假定裂纹由  $a$  虚拟扩展  $ry$  到  $a+ry$ ，即由  $O$  点扩展至  $O'$  点。在这种情况下，厚裂纹  $a$  尖端在  $O$  点的  $y$  方向张开位移  $\delta = 2v$
- 现在来求解  $\delta$ ，由  $v$  表达式，在平面应力条件下：

$$v = \frac{2K_I}{E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[ 2 - (1 + \nu) \cos \frac{\theta}{2} \right]$$

- 将 O 点的坐标代入上式,

$$r = r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_1}{\sigma_s} \right)^2 \quad \theta = \pi$$

$$\delta = 2\nu = \frac{4K_1^2}{\pi E \sigma_s}$$

即

$$\delta = \frac{4\sigma^2 a}{E \sigma_s}$$

在临界条件下

$$\delta_c = \frac{4\sigma_c^2 a_c}{E \sigma_s}$$

该式可用于小范围  
屈服构件的断裂分  
析和破损安全设计

## 2.3 弹塑性条件下的C O D表达式

- 设理想塑性材料的无限大薄板中有长为 $2a$ 的I型穿透裂纹。远处作用力为 $\sigma$ ,裂纹尖端的塑性区 $\rho$ 呈尖劈形。假定沿X轴将塑性区割开,使裂纹长度由 $2a$ 变为 $2c$ ,认为在割面上、下方作用有应力 $\sigma_s$ ,以阻止裂纹张开。于是模型就成为在 $(a,c)$   $(-a,-c)$ 区间作用有一 $\sigma_s$ ,在无限远处作用有均匀应力 $\sigma$ 的线弹性问题。计算A、B两点的裂纹张开位移为:

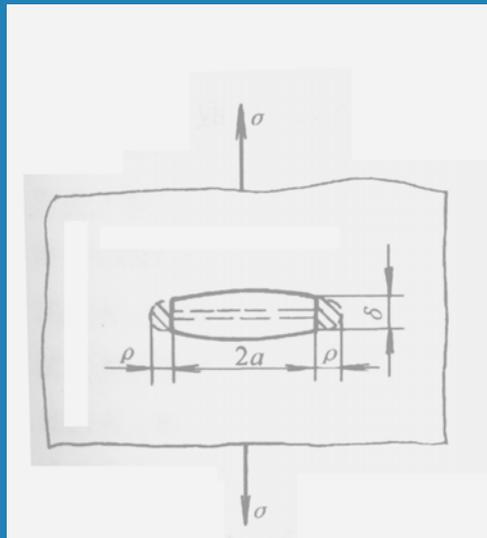


图 4-20 裂纹张开位移

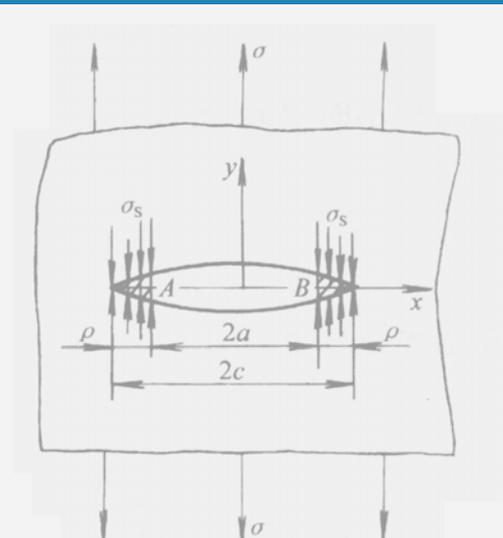


图 4-21 带状屈服模型

$$\delta = \frac{8}{\pi E} \sigma_s a \ln \sec \frac{\pi \sigma}{2 \sigma_s}$$

将该式用级数展开，当  $\sigma$  较小时，忽略高次项，只取第一项得

$$\delta = \frac{\pi \sigma^2 a}{E \sigma_s}$$

临界条件为：

$$\delta_c = \frac{\pi \sigma_c^2 a_c}{E \sigma_s}$$

该式定量表达了断裂韧性  $\delta_c$  与应力  $\sigma$ 、裂纹长度  $a$ ，以及材料  $E$ 、 $\sigma_s$  之间的关系，具有实用价值。

## 2.4 $\delta_c$ 与其它断裂韧性指标的关系

- 当断裂应力  $\sigma_c \leq 0.5 \sigma_s$  时,

$$\delta_c = \frac{\pi \sigma_c^2 a_c}{E \sigma_s} = \frac{K_{1c}^2}{E \sigma_s} = \frac{G_{1c}}{\sigma_s} = \frac{J_{1c}}{\sigma_s} \quad \text{平面应力}$$

$$\delta_c = \frac{(1-\nu^2) K_{1c}^2}{2E \sigma_s} = \frac{G_{1c}}{2\sigma_s} = \frac{J_{1c}}{2\sigma_s} \quad \text{平面应变}$$

该式适用于线弹性条件，在弹塑性条件下，这些关系仍成立。但  $k_I$ 、 $G_I$  判据已失效。

# § 3 影响断裂韧性的因素

- 1 断裂韧性与常规力学性能之间的关系
- 1.1  $k_{Ic}$  与强度、塑性的关系
- 断裂韧性与材料的强度和塑性有关，是材料性能的综合表现，断裂韧性与常规力学性能的关系依断裂机理不同而有所不同。
- 在微孔聚集型韧断时，设基体中均匀分布有第二相质点。在裂纹尖端前方处，第二相质点的间距为  $d_T$ ，塑性区大小等于  $d_T$ ，由虎克定律在塑性区边界上应变为

$$e_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{K_1}{E\sqrt{2\pi r}} = \frac{K_1}{E\sqrt{2\pi d_T}}$$

- 认为塑性区内的应变规律和单向拉伸应变规律相同，当y方向上的应变达到颈缩临界值 $e_B$ 时，裂纹尖端的应力集中会使第二相破裂或基体与第二相界面脱离，形成微孔。随着 $k_I$ 增大，微孔长大并和主裂纹联接，裂纹扩展，此时， $k_I = k_{Ic}, e_y = e_B = n$ .因而得到：

$$K_{1c} = nE \sqrt{2\pi d_T}$$

这样就建立了断裂韧性与材料的弹性模数和形变硬化指数之间的关系。

由此可以看出 $k_{Ic}$ 是材料强度（E）和塑性（n）的综合表现。

- 对于解理断裂，认为当裂纹尖端两个晶粒范围内的应力达到材料解理断裂强度  $\sigma_c$  时，材料产生脆性断裂，由此导出断裂韧性  $k_{Ic}$  与材料强度及裂纹尖端曲率半径  $\rho_0$  之间的关系式为：

$$K_{Ic} = 2.9\sigma_s \left[ \exp\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_s} - 1\right) - 1 \right]^{1/2} \rho_0^{1/2}$$

材料强度愈高， $\rho_0$  越小。

由此式，根据材料的  $\sigma_s$ 、 $\sigma_c$  和  $\rho_0$  可以计算出材料  $k_{Ic}$ ，该式适用于高强度钢。

# 1.2 断裂韧性与冲击韧性之间的关系

断裂韧性与冲击韧性都反映了材料的韧性性能。但两者有明显的不同：

1. 在断裂韧性中， $G_{1C}$ ,  $J_{1C}$ 是能量表示的，而缺口冲击韧性也是以能量表示的，两者具有能量韧性的共性
2. 裂纹和裂纹前端应力集中程度不同。冲击试样的小。
3. 应力状态不同，断裂韧性 $k_{Ic}$ 能满足平面应变要求，而冲击试验一般不满足。
4. 应变速率不同，冲击是在应变速率高的冲击载荷下得到的，而 $k_{Ic}$ 是在静载下进行的，在高速冲击载荷下对材料的组织、缺陷等因素反应更加敏感。
5.  $k_{Ic}$ 反映了材料抵抗裂纹失稳提高扩展的能力，而冲击 $A_k$ 则反映了裂纹形成和扩展全过程所消耗的总能量。
6. 应用不同， $A_k$ 是安全性指标， $k_{Ic}$ 用于定量。

- 因此，它们有不同的变化规律。物理意义也很不相同，很难建立它们之间的普遍关系，只是根据大量的实验数据，建立了中高强度钢的 $k_{Ic}$ 和 $A_{kv}$ 及 $\sigma_{0.2}$ 之间经验关系。（ $A_{kv}$ 单位为J， $\sigma_{0.2}$ : MPa）

$$K_{Ic} = 0.79[\sigma_{0.2}(A_{KV} - 0.01\sigma_{0.2})]^{1/2} \quad \text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$$

## 2 影响断裂韧性的组织因素

- 断裂韧性为材料的性能指标。它主要决定于材料的成分、组织状态和结构。因此，可以通过适当调整成分、合理的冶炼、加工和热处理工艺以获得最佳的组织状态，提高材料的断裂韧性。影响材料断裂韧性的因素很多，着重介绍几种：

## 2.1 夹杂和第二相对 $k_{Ic}$ 的影响

- 钢中夹杂物，如硫化物，氧化物，以及某些第二相如碳化物（ $Fe_3C$ ）等，其韧性比基体材料差，故称为脆性相，它们的存在，一般都使材料断裂韧性下降。夹杂体积百分数 $f_v$ 增大，间距减小， $k_{Ic}$ 降低。这与前面的介绍 $k_{Ic} = nE \sqrt{2\pi d_T}$ 是一致的。因此，材料愈纯， $f_v$ 愈小， $k_{Ic}$ 愈高。
- 不仅夹杂物和第二相的数量对 $k_{Ic}$ 有影响，其形状对 $k_{Ic}$ 也有很大的影响。如球状 $Fe_3C$ 的韧性高。因此采用球化工艺，使珠光体球化（即使渗碳体球化）就可大改变塑性和韧性。又如硫化锰杂夹，一般呈长条状态分布。横向韧性很差，如通过加入稀土，使它变成球状，就可使横向韧性大为提高。

## 2.2 晶粒度对 $k_{Ic}$ 的影响

- 由于晶粒边界两边晶粒的取向不同，因而晶界是原子排列紊乱的地区，当塑性变形由一个晶粒穿过晶界进入另一晶粒时，由于晶界阻力大，穿过晶界困难。另外，穿过晶界后滑移方向又需改变。因此和晶内变形相比，这种穿过晶界而又改变方向的变形需消耗更大的能量。我们知道，塑性变形能 $r_p$ 是裂纹扩展阻力 $R$ 的主要部分。这说明，穿过晶界 $r_p$ 增大， $R$ 增大， $k_{Ic}$ 也增大。材料晶粒愈细，晶界面积愈小， $r_p$ 越大， $k_{Ic}$ 越高。应注意，细化晶粒也有强化作用。一般说来，细化晶粒是同时提高强度和韧性的有效手段。

- 如何获得细晶粒的组织呢？目前行之有效的  
方法有：
- 1) 加入细化晶粒的元素，如用Al代替Si-Mn  
脱氧，可获得本质细晶粒钢，也可加入Ti、  
V、Zr、Nb等元素来细化晶粒。
- 2) 热轧时用控制的工艺可获得细晶粒组  
织，控制轧制就是低温、快速、大变形量轧  
制，轧后快冷。这样可获得细到12—13级的  
细晶粒。
- 3) 通过反复而迅速的奥氏体化热处理可获  
得超细晶粒。

## 2.3 显微组织的影响

- 板条马氏体、位错亚结构、裂纹扩展阻力较大、 $k_{Ic}$ 较高。
- 针状马氏体，孪晶亚结构、裂纹扩展阻力较小， $k_{Ic}$ 较低。
- 回火M，随着回火温度升高，强度降低塑性升高，断裂韧性逐渐升高，经高温回火，当强度与P相同时，其 $k_{Ic}$ 高得多。
- 下贝氏体的断裂韧性高于上贝和孪晶M。
- A是韧性相，当马氏体基体上有少量残余A时，增加韧性，当裂纹扩展遇到韧性相时，阻力突然升高，甚至导致止裂，故A使韧性增加。

## § 4 断裂韧性的测试

# 小结:

- 断裂韧性的建立, 其意义, 解决的问题, 影响因素, 测试方法。
- 线弹性力学判据: ①应力场  $k_I \geq k_{Ic}$
- ②能量
- 弹塑性力学判据:
- 对断裂韧性的意义, 以及与冲击韧性的区别应清清楚楚。