

# 第3章 连续基础

---

主要内容：

- § 3-4 文克勒地基上梁的计算
- § 3-5 地基上梁的数值分析(略)
- § 3-6 柱下条形基础
- § 3-7 柱下交叉条形基础

### 3.4.3 地基上梁的柔度指数（长梁和短梁的划分标准）

- 前面讨论了无限长梁和(半无限长梁)的解答，其实工程上使用的梁都是有限长的，尽管如此，前面的讨论仍然很有意义，按照文克勒弹性地基上梁的理论：梁的位移和内力是指数函数和三角函数的乘积，由于  $e^{-\lambda x}$  随  $\lambda x(x > 0)$  的增大迅速减小，例如：

- 当  $\lambda l \rightarrow 0$  时, 即  $l \sqrt[4]{\frac{4}{4E_c I}} = l \sqrt[4]{\frac{k_0 b}{4E_c I}} \rightarrow 0$ , 表明梁的刚度为无限大。
- 其实, 当  $\lambda l = \frac{\pi}{4}$  时, 梁基底压力就接近直线分布, 这种梁就可看作刚性梁。
- 当  $\lambda l \rightarrow \infty$  时,  $l \sqrt[4]{\frac{4}{4E_c I}} = l \sqrt[4]{\frac{k_0 b}{4E_c I}} \rightarrow \infty$ , 表明梁的刚度非常弱, 即梁为无限长梁。
- 通常将  $\lambda l$  称为弹性地基梁的柔度指数。实际上当
- $\lambda l \geq \pi$  时, 其计算结果已与无限长梁的计算结果很相近。所以, 一般认为文克勒地基上梁可按柔度指数划分为:

- (1) 短梁:  $\lambda l < \frac{\pi}{4}$ , 地基反力可按直线分布计算;
- (2) 中长梁:  $\frac{\pi}{4} < \lambda l < \pi$ , 地基反力按有限长梁计算, 中长梁或称有限长梁的计算方法后面介绍;
- (3) 长梁:  $\lambda l > \pi$ , 地基反力按无限长梁或半无限长梁计算。
- 这种按照  $\lambda l$  大小划分地基反力的计算方式, 不是惟一的, 也没有考虑外荷载大小的影响, 因此, 最好按照计算精度要求划分梁的类型。

## 3.4.2 有限长梁的计算

- 若荷载距梁两端的距离都小于 $\pi/\lambda$ ，则对该荷载而言，此梁即为有限长梁（中长梁）。求解有限长梁的方法很多，这里介绍一种以无限长梁的计算公式为基础，利用叠加原理求解有限长梁的方法。这种方法与求解半无限长梁所用的方法完全类同。



# (1) 有限长梁的弯曲

- 与求解半无限长梁时相似，将梁向两端无限延伸得一无限长梁，如图3-14所示。

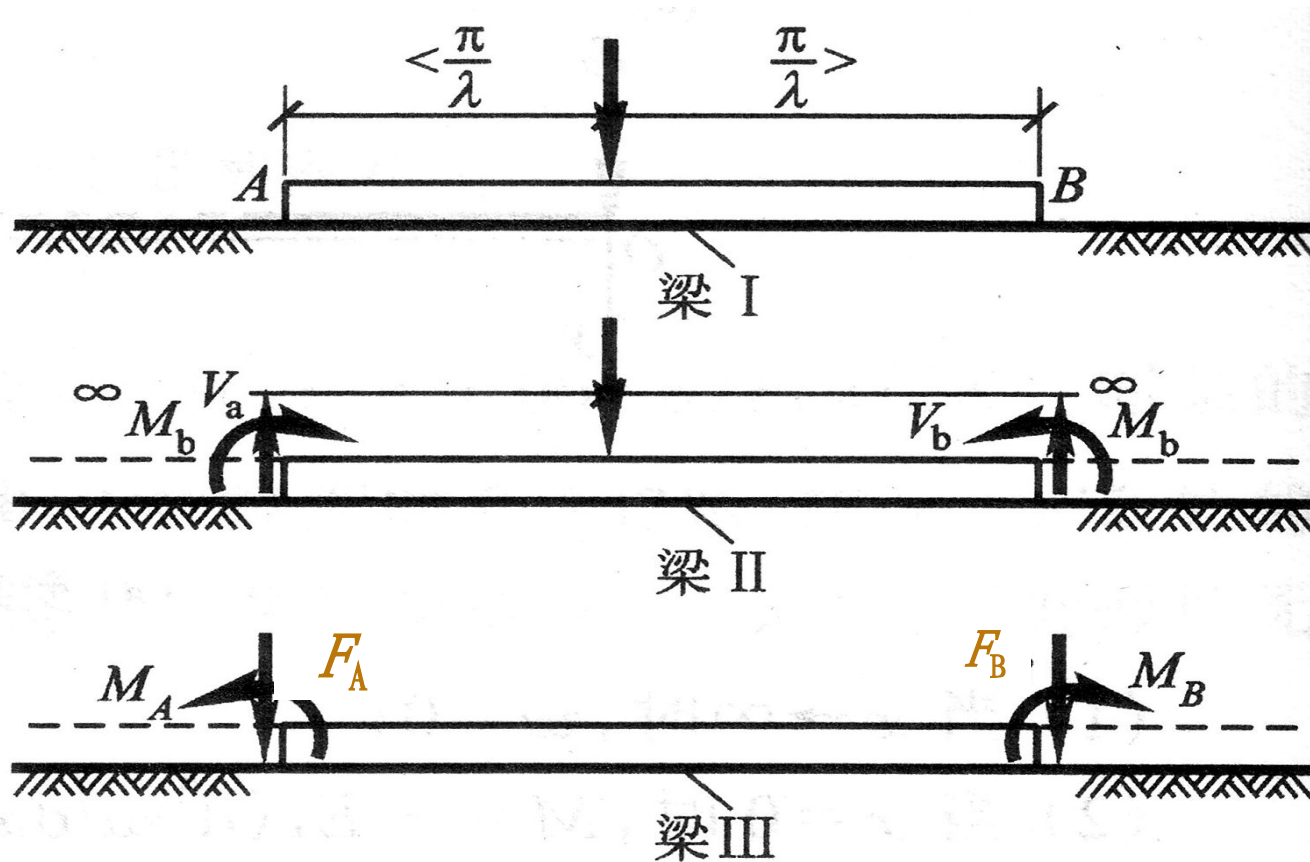


图 3-14 有限长梁内力、位移计算

- 在原有限长梁 $AB$ 的荷载 $P$ 、 $M$ 作用下，在 $A$ 、 $B$ 两截面上将分别产生 $M_a$ 、 $V_a$ 和 $M_b$ 、 $V_b$ ，而 $A$ 、 $B$ 两截面原本为自由端，剪力和弯矩应为零，为了满足力的边界条件，就必须在 $A$ 、 $B$ 处分别施加集中荷载 $[M_A, F_A, M_B, F_B]$ ，称为端部条件力，并使这4个力在 $A$ 、 $B$ 截面产生的弯矩和剪力分别等于外荷载在无限长梁上 $A$ 、 $B$ 截面处所产生弯矩的负值（即： $-M_a$ ， $-M_b$ ， $-V_a$ ， $-V_b$ ），以保证 $A$ 、 $B$ 截面上的弯矩和剪力等于零。以上用数学公式可表达为：

$$\frac{F_A}{4\lambda} + \frac{F_B}{4\lambda} C_l + \frac{M_A}{2} - \frac{M_B}{2} D_l = -M_a$$

$$-\frac{F_A}{2} + \frac{F_B}{2} D_l - \frac{\lambda M_A}{2} - \frac{\lambda M_B}{2} A_l = -V_a$$

$$\frac{F_A}{4\lambda} C_l + \frac{F_B}{4\lambda} + \frac{M_A}{2} D_l - \frac{M_B}{2} = -M_b$$

$$-\frac{F_A}{2} D_l + \frac{F_B}{2} - \frac{\lambda M_A}{2} A_l - \frac{\lambda M_B}{2} A_l = -V_b$$



## — 联立求解以上方程可得端部条件力:

$$F_A = (E_l + F_l D_l) V_a + \lambda (E_l - F_l A_l) M_a - (F_l + E_l D_l) V_b + \lambda (F_l - E_l A_l) M_b \quad (3-24a)$$

$$M_A = -(E_l + F_l C_l) \frac{V_a}{2\lambda} - (E_l - F_l D_l) M_a + (F_l + E_l C_l) \frac{V_b}{2\lambda} - (F_l - E_l D_l) M_b \quad (3-24b)$$

$$P_B = (F_l + E_l D_l) V_a + \lambda (F_l - E_l D_l) M_a - (E_l + F_l D_l) V_b + \lambda (E_l - F_l A_l) M_b \quad (3-24c)$$

$$M_B = (F_l + E_l C_l) \frac{V_a}{2\lambda} + (F_l - E_l D_l) M_a - (E_l + F_l D_l) \frac{V_b}{2\lambda} + \lambda (E_l - F_l D_l) M_b \quad (3-24d)$$

■ 式中  $E_l = \frac{2e^{\lambda} sh \lambda l}{sh^2 \lambda l - \sin^2 \lambda l}$  ,  $F_l = \frac{2e^{\lambda} \sin \lambda l}{\sin^2 \lambda l - sh^2 \lambda l}$  系

数  $E_l$ ,  $F_l$  手算时可以查表。

■ 当作用在有限长梁上的荷载对称时:

■  $M_a = M_b$ ,  $V_a = V_b$ 。

$$F_A = F_B = (E_l + F_l)[(1 + D_l)V_a + \lambda(1 - A_l)M_a] \quad (3-25a)$$

$$M_A = -M_B = -(E_l + F_l)\left[\frac{V_a}{2\lambda} + \lambda(1 - D_l)M_a\right] \quad (3-25b)$$

- 有限长梁的计算总结(弹性地基梁方法)
- 将已知的外荷载 $F$ 、 $M$ 和边界条件力 $M_A, F_A, M_B, F_B$ 共同作用于有限长梁 $AB$ 上, 按照无限长梁的计算公式分别计算梁在这些力作用下各断面的内力, 然后对应叠加, 就得到有限长梁 $AB$ 在外荷载 $F$ 、 $M$ 作用下的内力。

### 3.4.4 基床系数的确定

- 计算文克勒地基上的梁或板，首先必须确定基床系数 $k$ 或 $k_0$ 的大小。一般各类土的基床系数因土质的不同变化范围较大。许多书籍中都列有按土类名称及其状态给出的经验值。

基床系数 $k_0$ 值表

土的类别	基床系数/( $10^4 \text{kN/m}^3$ )
弱淤泥质或有机土	0.5~1.0
粘性土	
软弱状态	1.0~2.0
可塑状态	2.0~4.0
硬塑状态	4.0~10.0
砂土	
松散状态	1.0~1.5
中密状态	1.5~2.5
密实状态	2.5~4.0
中密的砾石土	2.5~4.0
黄土及黄土状粉质粘土	4.0~5.0



影响基床系数的因素很多。如地基土层的分布情况及其压缩性、基底的大小和形状、基础的刚度和埋深、荷载大小等。

- 下面介绍几种确定基床系数的方法。
- (1) 平均沉降量计算法
- 对于某特定的地基和基础条件，如已探明土层分布情况，经实验已测得土的压缩性指标，可按下式估算基床系数：

$$k = \frac{P_0}{S_m} \quad (3-27)$$

- 式中， $p_0$ 为基底平均附加压力； $s_m$ 为地基平均沉降量。

- (2) 魏锡克建议的公式

$$k_0 = 0.65 \sqrt[12]{\frac{E_0 b^4}{E_c I} \frac{E_0}{(1 - \mu^2) b}}$$

- (3) 按载荷试验成果确定
- 如果地基压缩层范围内的土质比较均匀，则可以利用载荷试验成果估算基床系数。根据基底压力 $p$ 的大小由载荷试验曲线确定刚性载荷板的沉降 $s$ ，按基床系数的定义得载荷板下的基床系数：

$$k = \left(\frac{b_p}{b}\right) k_p \quad (3-30)$$

- 式中  $b_p$ 、 $b$ —分别为载荷板和基础的宽度。
  - 其中：  $k_p = p/s$

## (4) K·太沙基建议的方法

- 国外常采用太沙基建议的方法：采用305mm × 305mm的方形载荷板进行载荷试验。首先按试验成果绘制  $p-s$  曲线，按照前述方法确定载荷板下的基床系数  $k_p$ ，然后对砂土可按下式计算实际基础的基床系数：

- 对粘性土：
$$k = k_p \left( \frac{b + 0.3}{2b} \right)^2 \frac{b_p}{b}$$

$$k = k_p \frac{m + 0.5}{1.5m} \frac{b_p}{b} \quad m = l / b$$

- **【例题3-1】** 例图3-1中的条形基础抗弯刚度  $EI = 4.3 \times 10^3 \text{ MPa} \cdot \text{m}^4$ ，长  $l=17\text{m}$ ，底面宽  $b=2.5\text{m}$ ，预估平均沉降  $s_m=39.7\text{mm}$ 。试计算基础中点处的挠度、弯矩和基底净反力。

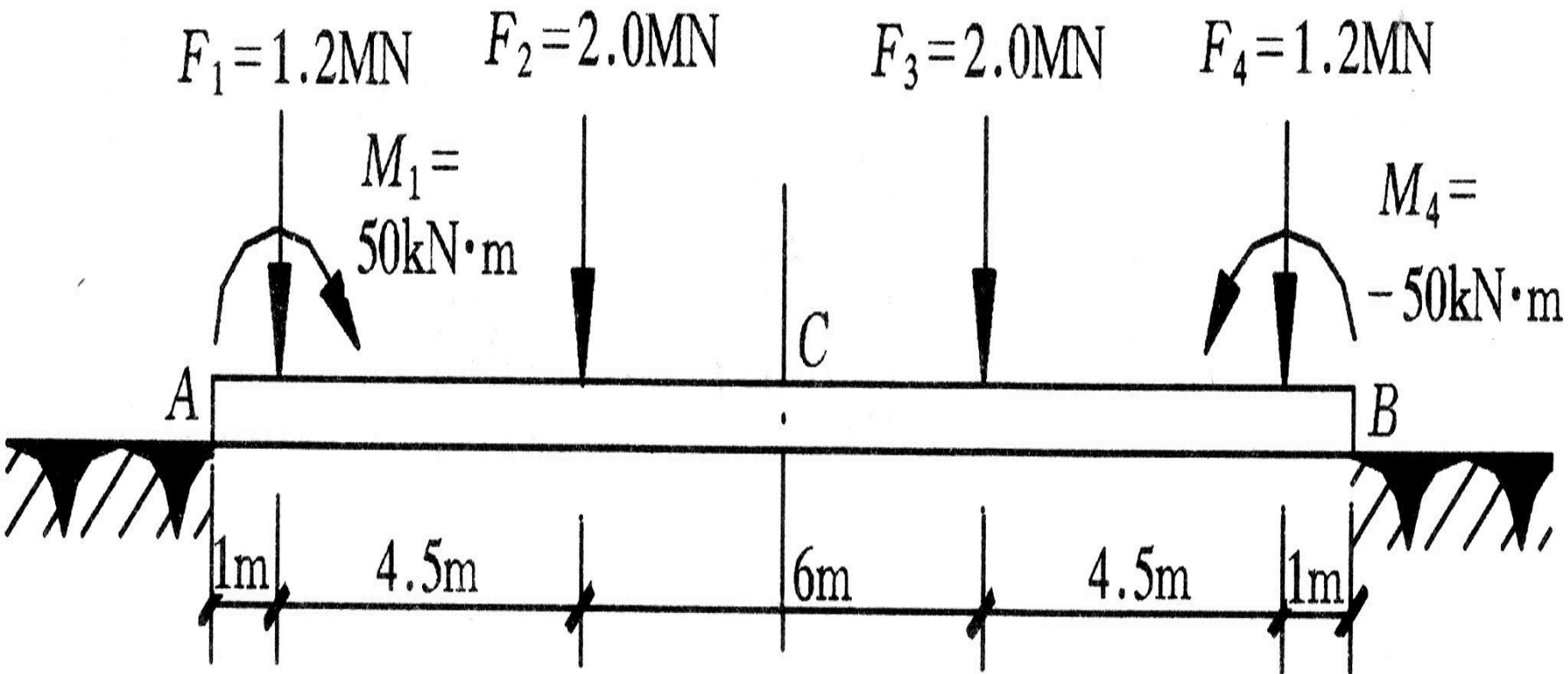
- **【解】** (1) 确定基床系数  $k$  和梁的柔度指数  $\lambda l$
- 设基底附加压力  $p_0$  约等于基底平均净反力  $p_j$ :

$$p_0 = \frac{\sum F}{lb} = \frac{(1200 + 2000) \times 2}{17 \times 2.5} = 150.6 \text{ kPa}$$

- 基床系数:

$$k = \frac{p_0}{s_m} = \frac{0.1506}{0.0397} = 3.8 \text{ MN} / \text{m}^3$$





---

• 柔度指数:  $\lambda = \sqrt[4]{\frac{kb}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{3.8 \times 2.5}{4 \times 4.3 \times 10^3}} = 0.153 \text{m}^{-1}$

$$\lambda l = 0.1533 \times 17 = 2.606$$

- 因为  $\pi/4 < \lambda l < \pi$  , 所以该梁属于有限长梁。
- (2) 计算无限长梁上相应于基础右端B处由外荷载引起的弯矩 $M_b$ 和剪力 $V_b$ , 计算结果列于列表中。注意, 在每一次计算时, 均需把坐标原点移到相应的集中荷载作用点处。由于存在对称性, 故 $M_a = M_b = 374.3 \text{kN.m}$ ,  $V_a = -V_b = -719.1 \text{kN}$ 。

### 例表 3-1-1

外荷载 <sup>↙</sup>	$x$ (m) <sup>↙</sup>	$\lambda x$ <sup>↙</sup>	$A_x$ <sup>↙</sup>	$C_x$ <sup>↙</sup>	$D_x$ <sup>↙</sup>	$M_b$ (kN·m) <sup>↙</sup>	$V_b$ (kN) <sup>↙</sup>
$F_1 = 1200kN$ <sup>↙</sup>	16.0 <sup>↙</sup>	2.453 <sup>↙</sup>	— <sup>↙</sup>	-0.1211 <sup>↙</sup>	-0.0664 <sup>↙</sup>	-237.0 <sup>↙</sup>	39.8 <sup>↙</sup>
$M_1 = 50kN \cdot m$ <sup>↙</sup>	16.0 <sup>↙</sup>	2.453 <sup>↙</sup>	-0.0117 <sup>↙</sup>	— <sup>↙</sup>	-0.0664 <sup>↙</sup>	-1.7 <sup>↙</sup>	0.04 <sup>↙</sup>
$F_2 = 2000kN$ <sup>↙</sup>	11.5 <sup>↙</sup>	1.763 <sup>↙</sup>	— <sup>↙</sup>	-0.2011 <sup>↙</sup>	-0.0327 <sup>↙</sup>	-655.9 <sup>↙</sup>	32.7 <sup>↙</sup>
$F_3 = 2000kN$ <sup>↙</sup>	5.5 <sup>↙</sup>	0.843 <sup>↙</sup>	— <sup>↙</sup>	-0.0349 <sup>↙</sup>	0.2864 <sup>↙</sup>	-113.8 <sup>↙</sup>	-286.4 <sup>↙</sup>
$F_4 = 1200kN$ <sup>↙</sup>	1.0 <sup>↙</sup>	0.153 <sup>↙</sup>	— <sup>↙</sup>	0.7174 <sup>↙</sup>	0.8481 <sup>↙</sup>	1403.9 <sup>↙</sup>	-508.9 <sup>↙</sup>
$M_4 = -50kN \cdot m$ <sup>↙</sup>	1.0 <sup>↙</sup>	0.153 <sup>↙</sup>	0.9769 <sup>↙</sup>	— <sup>↙</sup>	0.8481 <sup>↙</sup>	-21.2 <sup>↙</sup>	3.7 <sup>↙</sup>
总·计 <sup>↙</sup>						374.3 <sup>↙</sup>	-719.1 <sup>↙</sup>

…… (3) 计算梁端边界条件力  $F_A$ 、 $M_A$  和  $F_B$ 、 $M_B$

…… 由  $\lambda = 2.606$  查表 3-1 得:  $A_i = -0.02579$ ,  $C_i = -0.10117$ ,

$D_i = -0.06348$ ,  $E_i = 4.04522$ ,  $F_i = -0.30666$ 。代入式 (3-25) 得:

$$F_A = F_B$$

$$\begin{aligned} &= (4.04522 - 0.30666) \times [(1 - 0.06348) \times 719.1 \\ &+ 0.1533 \times (1 + 0.02579) \times 374.3] \\ &= 2737.8 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$M_A = -M_B$$

$$\begin{aligned} &= -(4.04522 - 0.30666) \times \left[ (1 - 0.10117) \times \frac{719.1}{2 \times 0.1533} + (1 + 0.06348) \times 374.3 \right] \\ &= -9369.5 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$



- (4) 计算外荷载与梁端边界条件力同时作用于无限长梁时，基础中点 $c$ 的弯矩 $M_c$ 、挠度 $w_c$ 和基底净反力 $p_c$ ，计算结果列于例表4-1-2中。由于对称，只计算点左半部荷载的影响，然后将结果乘以2。

例表3-1-2

外荷载和边界条件力	$x$ (m)	$\lambda x$	$A_x$	$B_x$	$C_x$	$D_x$	$M_c/2$ (kN·m)	$w_c/2$ (mm)
$F_1 = 1200kN$	7.5	1.150	0.4184	—	-0.1597	—	-312.5	4.1
$M_1 = 50kN \cdot m$	7.5	1.150	—	0.2890	—	0.1293	3.2	0.04
$F_2 = 2000kN$	3.0	0.460	0.8458	—	0.2857	—	931.8	13.6
$F_A = 2737.8kN$	8.5	1.303	0.3340	—	-0.1910	—	-848.8	7.4
$M_A = -9369.5kN \cdot m$	8.5	1.303	—	0.2620	—	0.0719	-336.8	-6.1
总·计							-563.1	19.0
$M_c = 2 \times (-563.1) = -1126.2kN \cdot m$ $w_c = 2 \times 19.0 = 38.0mm$ $p_c = kw_c = 3800 \times 0.038 = 144.4kPa$								



- 
- 依法对其他各点进行计算后，可绘制基底净反力图、剪力图和弯矩图(略)。如按静定分析法计算基础中点 $c$ 处的弯矩(设基底反力为线性分布)，其值为 $-1348.9\text{kN}\cdot\text{m}$ ，此值比按文克勒地基模型计算的结果( $-1126.2\text{kN}\cdot\text{m}$ )大 $19.8\%$ 。若将例题中的基床系数减小一倍，即取 $k=1.9\text{MN}/\text{m}^3$ ，则可算得 $M_c = -1217.6\text{kN}\cdot\text{m}$ 、 $w_c = 77.5\text{mm}$ 、 $p_c = 147.3\text{kPa}$ ，这些数值分别比原结果增加了 $8.1\%$ 、 $103.8\%$ 和 $2\%$ 。由此可见，基床系数的计算误差对弯矩影响不大，但对基础沉降影响很大。

## § 3.6 柱下条形基础

---

### § 3.6.1 柱下条形基础的构造要求

- 柱下条形基础的构造如图3-16~3-17所示。其横截面一般成T倒形，下部伸出部分称为翼板，承担土反力，中间部分称为肋梁，承担弯矩和剪力，并将柱荷载传至翼板。其构造如下：

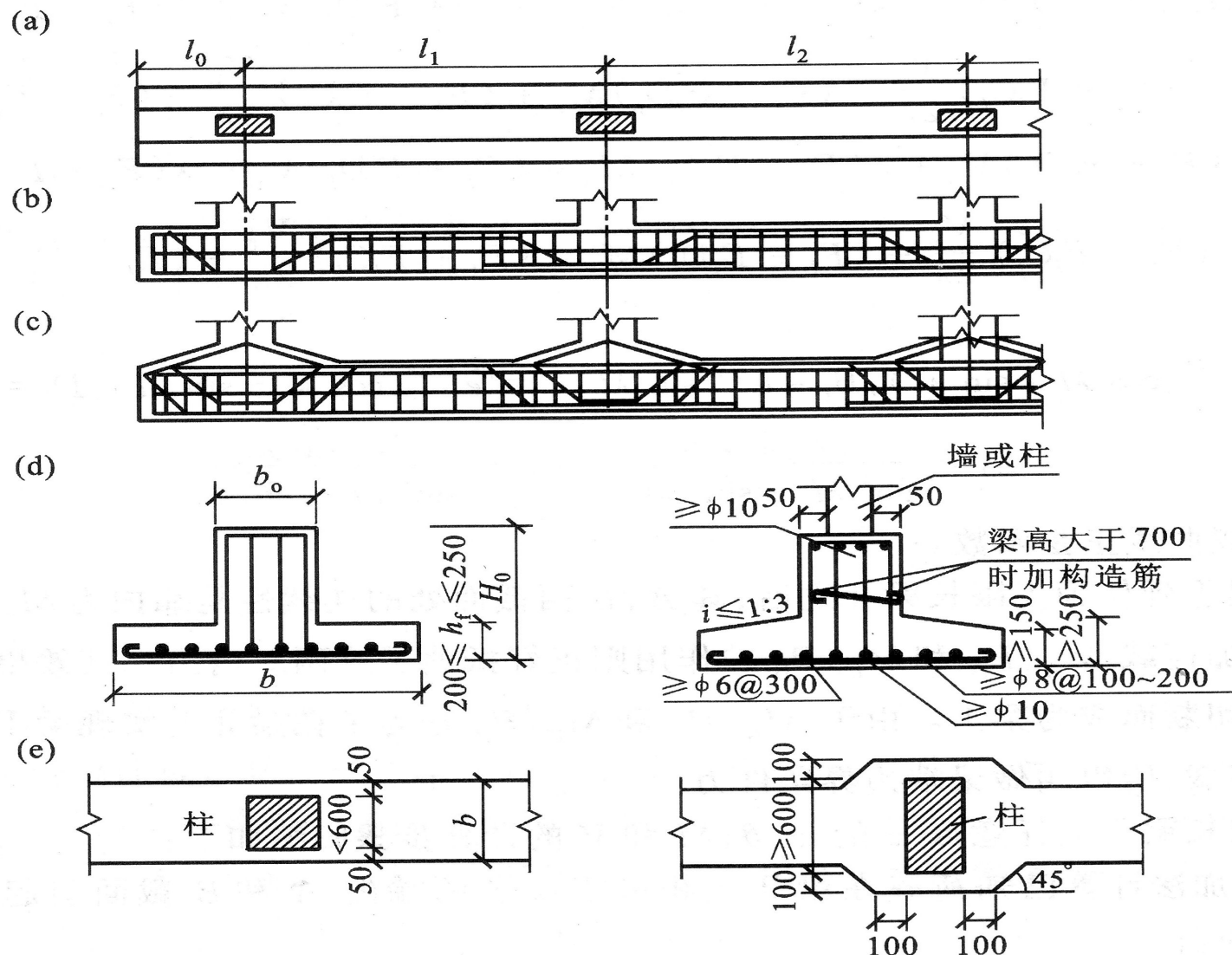
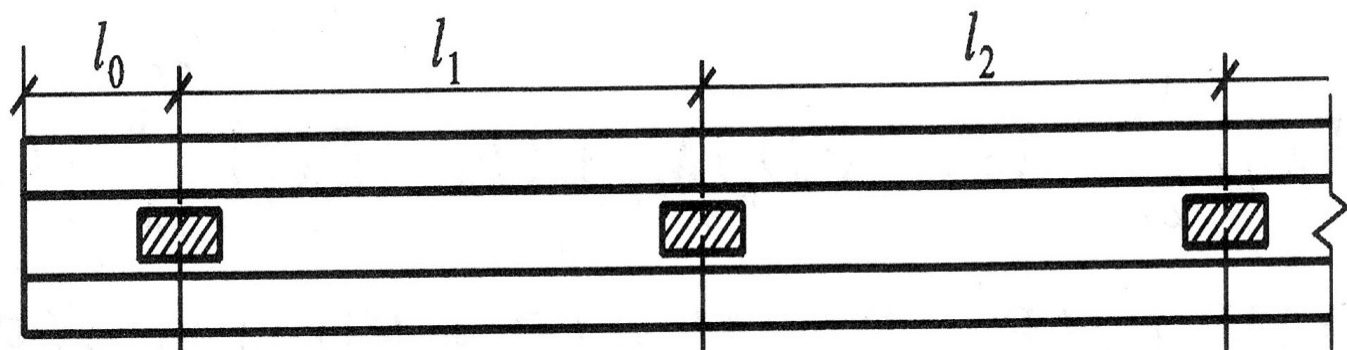


图3-16~3-17 柱下条形基础的构造

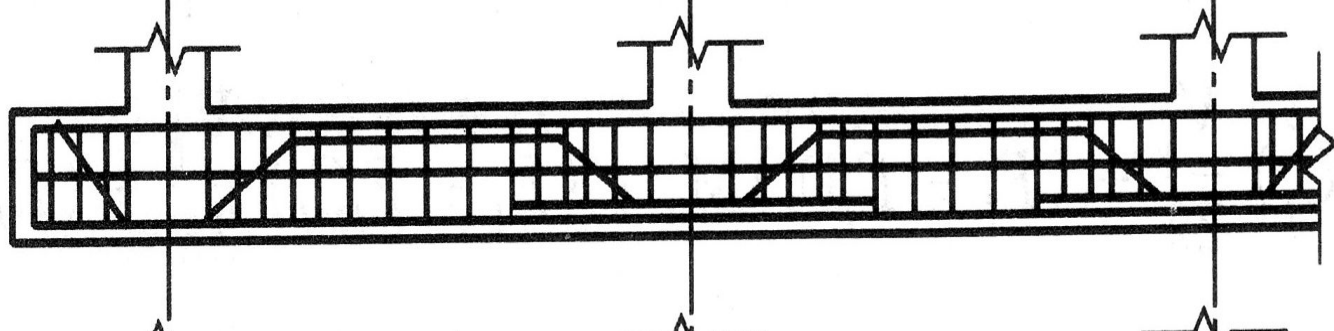
(a) 平面图; (b), (c) 纵剖面图; (d) 横剖面图; (e) 现浇柱与条形基础梁交接处平面尺寸



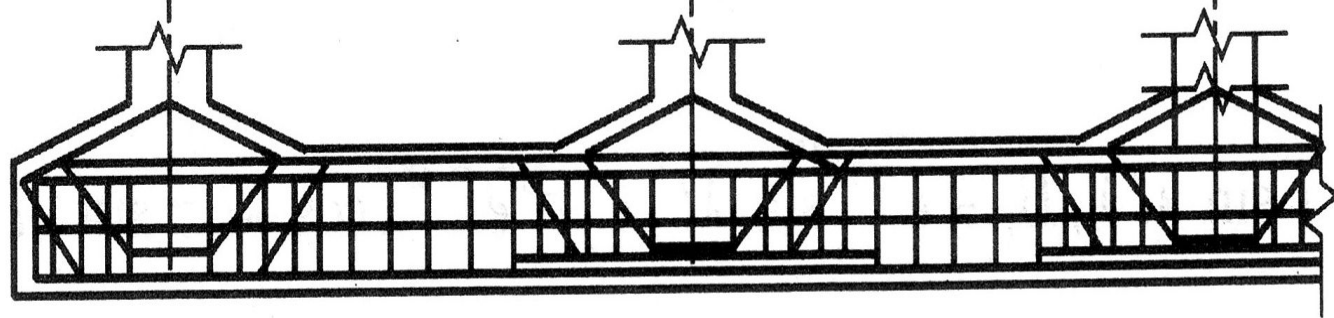
(a)



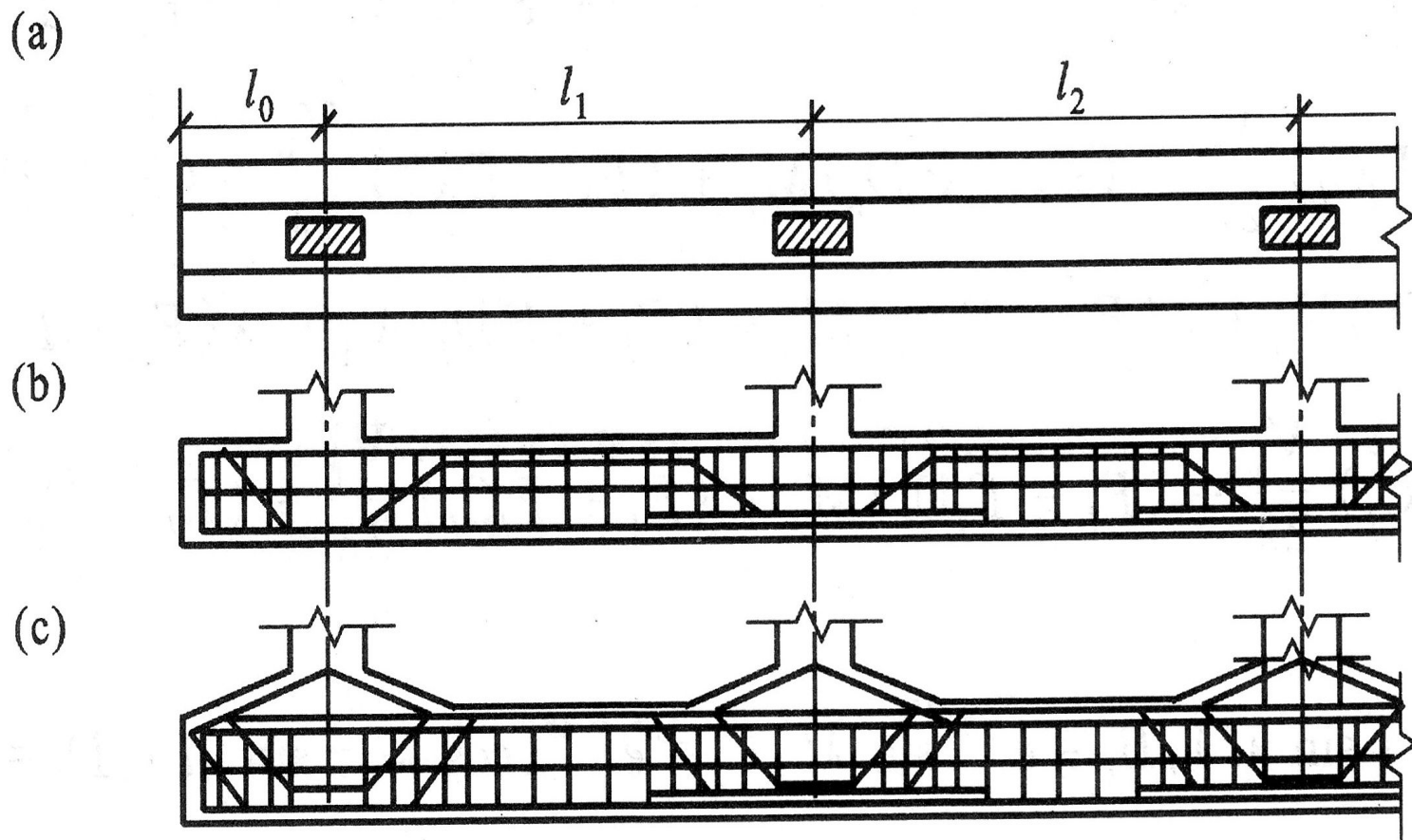
(b)



(c)



(1) 翼板厚度 $h_f$ 不宜小于200mm，当 $h_f = 200 \sim 250\text{mm}$ 时，翼板做成等厚度，当 $h_f > 250\text{mm}$ 时可做成缓坡形，坡度 $i \leq 1:3$ ，当柱荷载较大时，可在柱位处加腋，如图3-16(c)。





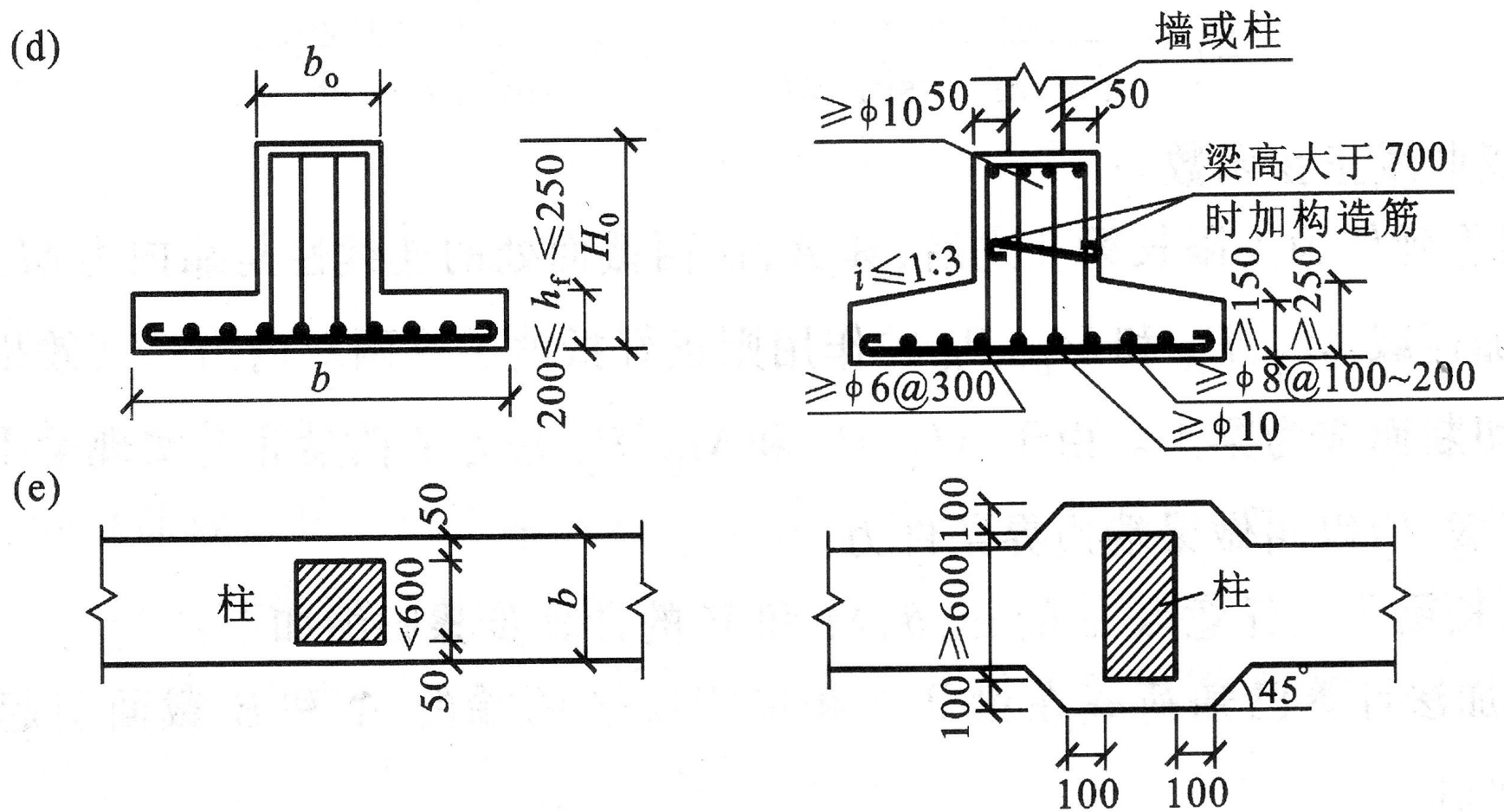


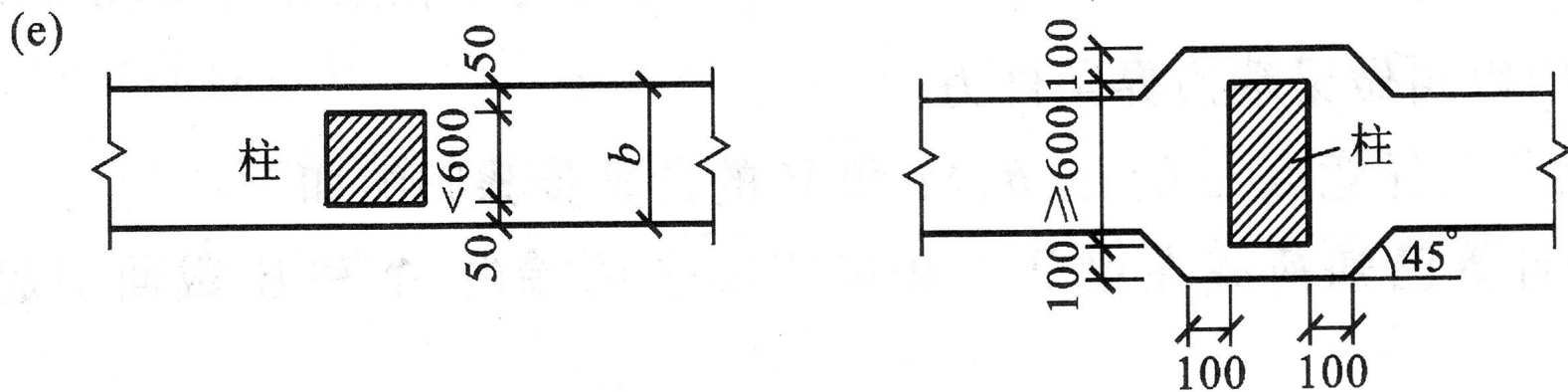
图3-17 柱下条形基础的构造

(a) 平面图；(b), (c) 纵剖面图；(d) 横剖面图；(e) 现浇柱与条形基础梁交接处平面尺寸

- (2) 肋梁的高度可取柱距的 $1/4 \sim 1/8$ ，肋宽 $b_0$ 应比该方向的柱或墙截面稍大些，每边宽出50mm，翼板的宽度 $b$ 由地基承载力确定。
- (3) 为了调整基础底面形心的位置，条形基础两端应伸出柱边，其悬挑长度宜为第一跨度0.25倍。

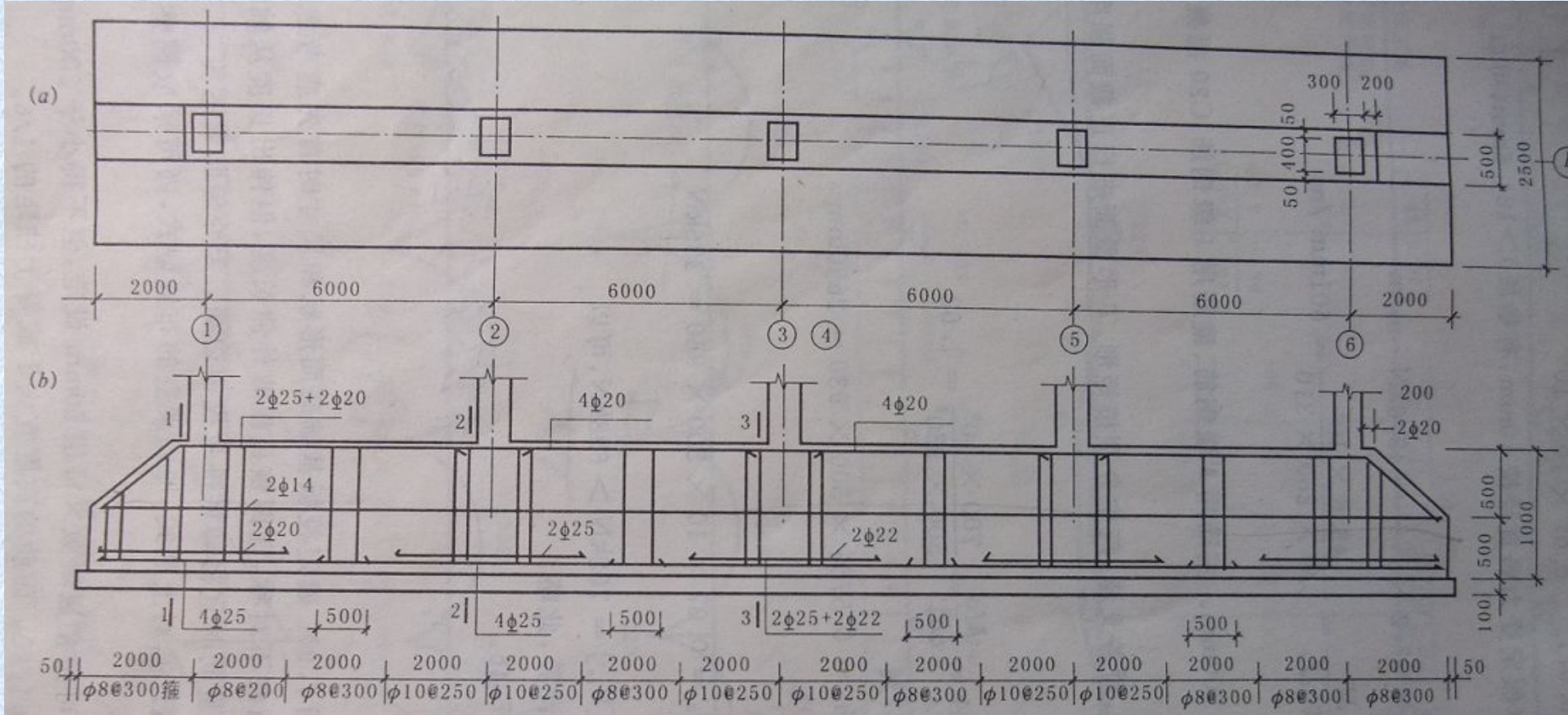
- (4) 条形基础肋梁的纵向受力钢筋应按计算确定，顶部钢筋按计算配筋全部贯通，底部通长钢筋不少于底部受力钢筋总面积的1/3。纵向钢筋一般用I级或II级钢筋。翼板受力钢筋按计算确定，直径不宜小于10mm，间距为100~200mm，可用I级或II级钢筋。箍筋直径6~8mm，在距支座轴线为(0.25~0.30)l (l为柱距)范围内箍筋应加密布置。当梁肋宽 $b_0 < 350\text{mm}$ 时用双肢箍；当时 $350 < b_0 \leq 800\text{mm}$ 用四肢箍；当 $b_0 > 800\text{mm}$ 时用六肢箍，一般用I级钢筋。

- (5) 现浇柱与条形基础梁交接处的平面尺寸见图3-17 (b)。

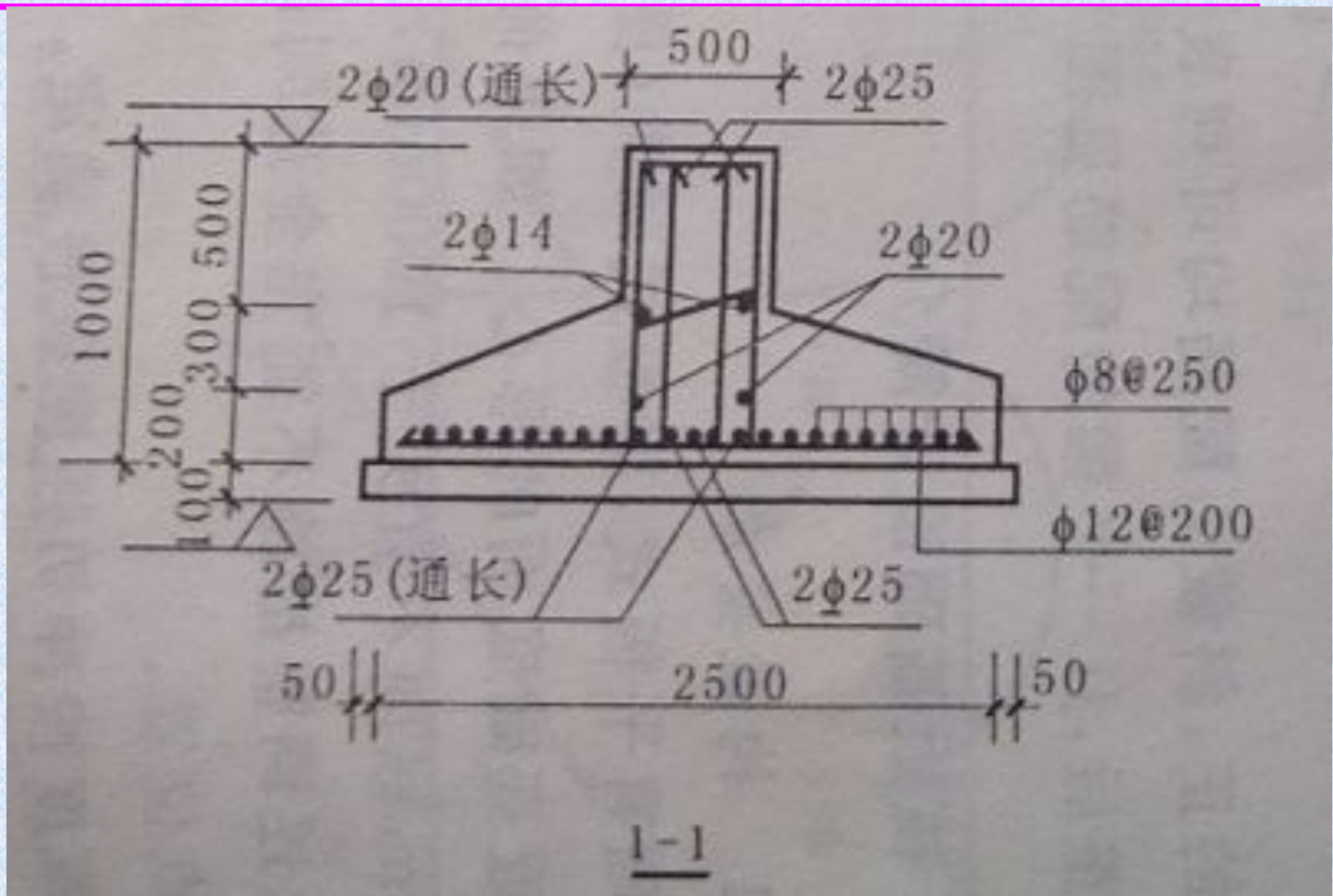


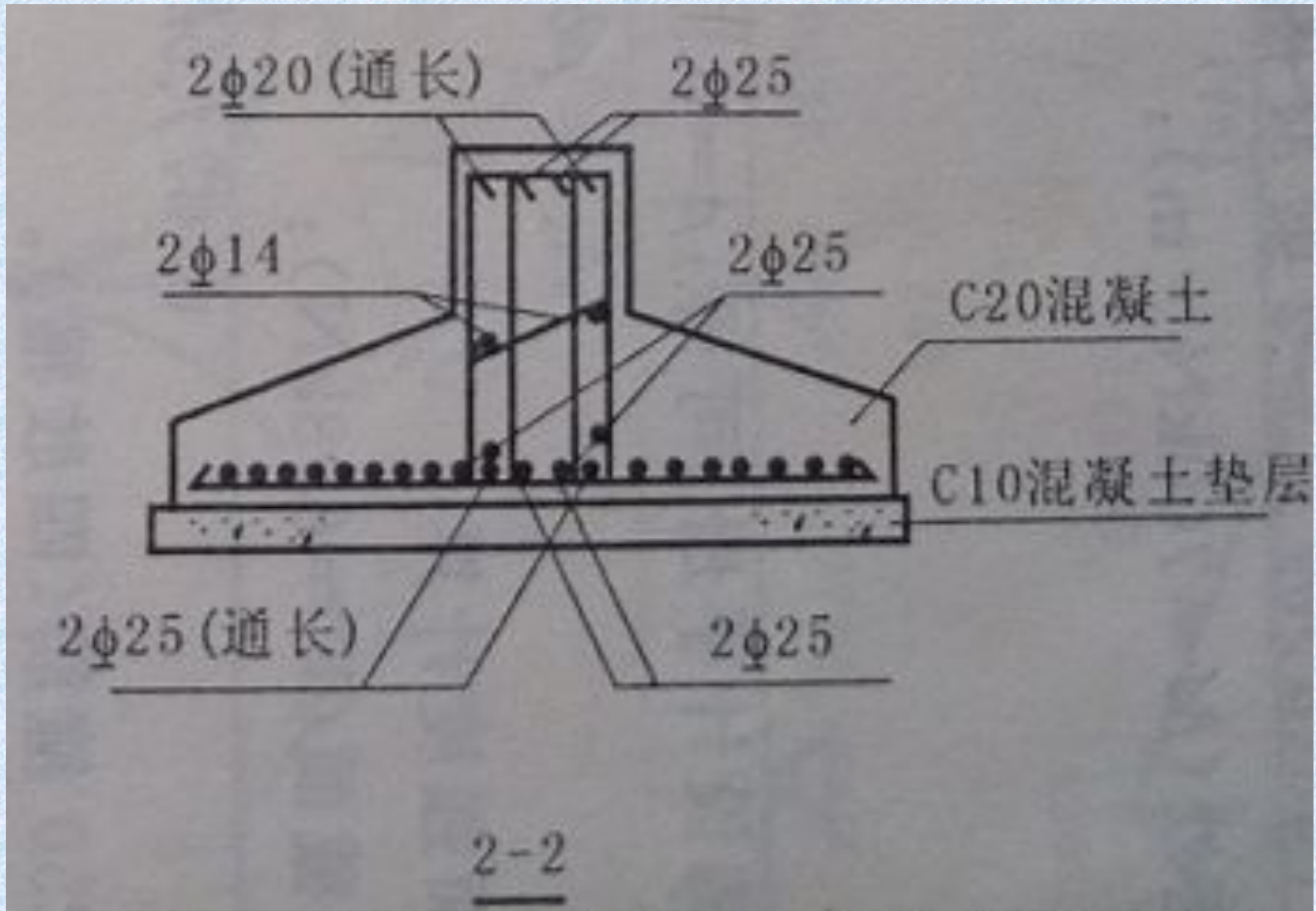
- (6) 柱下条形基础的混凝土强度等级，不应低于C20。垫层为C10，厚度宜为70~100mm。

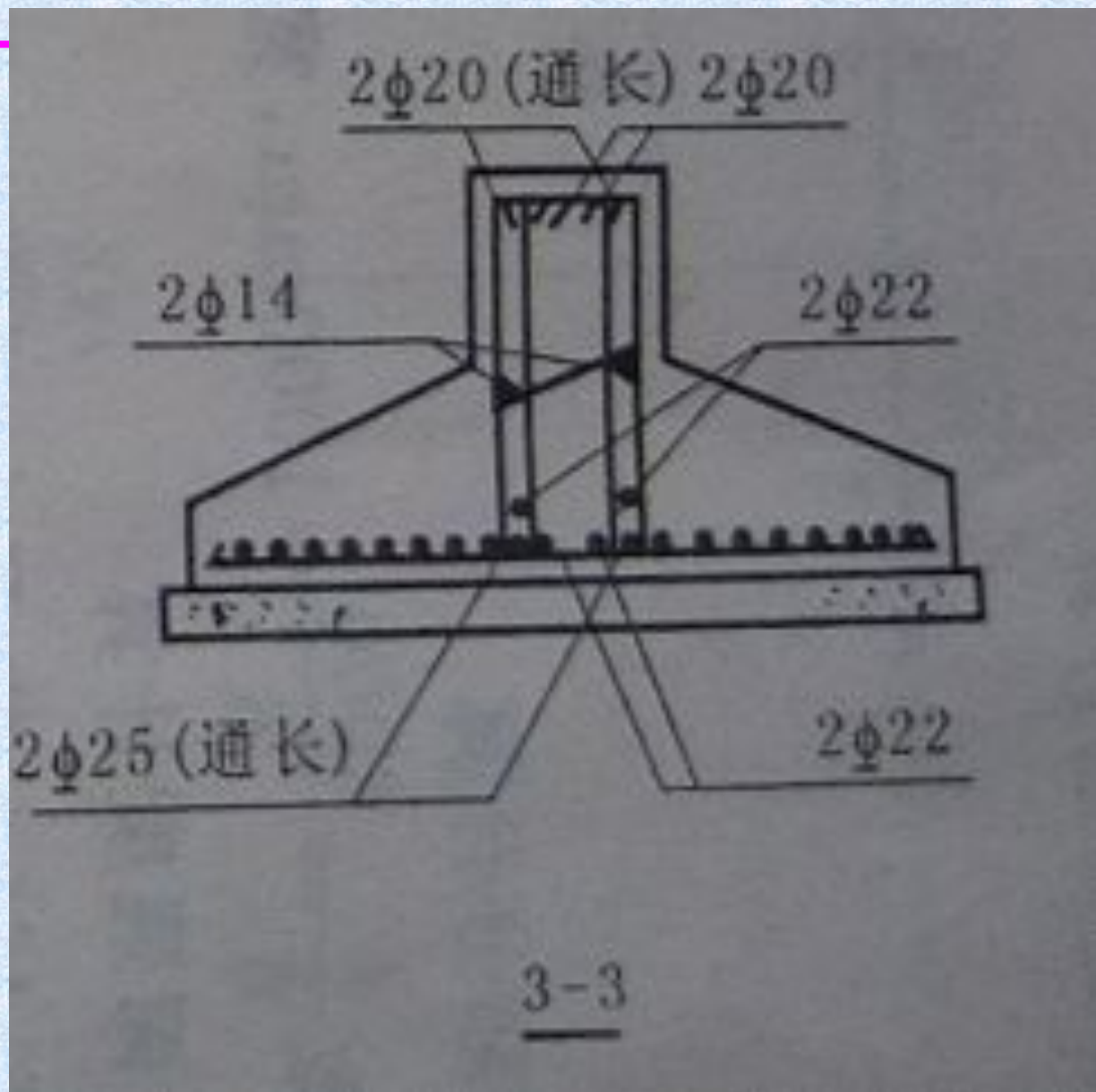












## 3.6.2 内力计算

---

- 条形基础内力计算方法主要有简化计算法和弹性地基梁法两种。



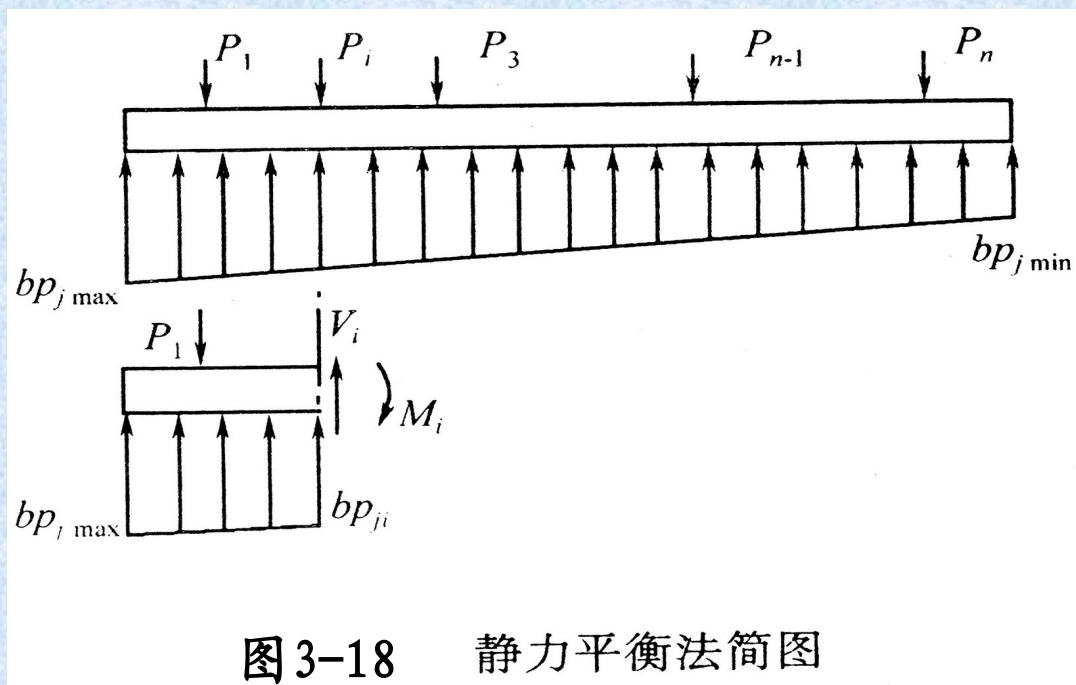
# 1 条形基础内力的简化算法

柱下条形基础可以看成是放在地基上的梁，受有上部结构传来的荷载及地基反力。由于梁的变形在梁中产生弯矩和剪力，根据荷载条件，考虑上部结构与地基基础的协同工作，以及设计基础的重要程度，条形基础内力计算方法可以分为3种类型：



# 1. 简化计算方法

(1) 当柱荷载大小比较均匀，柱距也相差不大，基础与地基相对刚度较大时，以致可忽略各柱不均匀沉降，仅按静力平衡条件计算梁的内力，这就是**静力平衡法**。



(2) 如果假定地基反力成线性分布，并作用于基础上，将柱子看作是条形基础的支座，则条形基础就是一倒置的连续梁，求解此连续梁就可求得条形基础的内力，此法称为**倒梁法**。

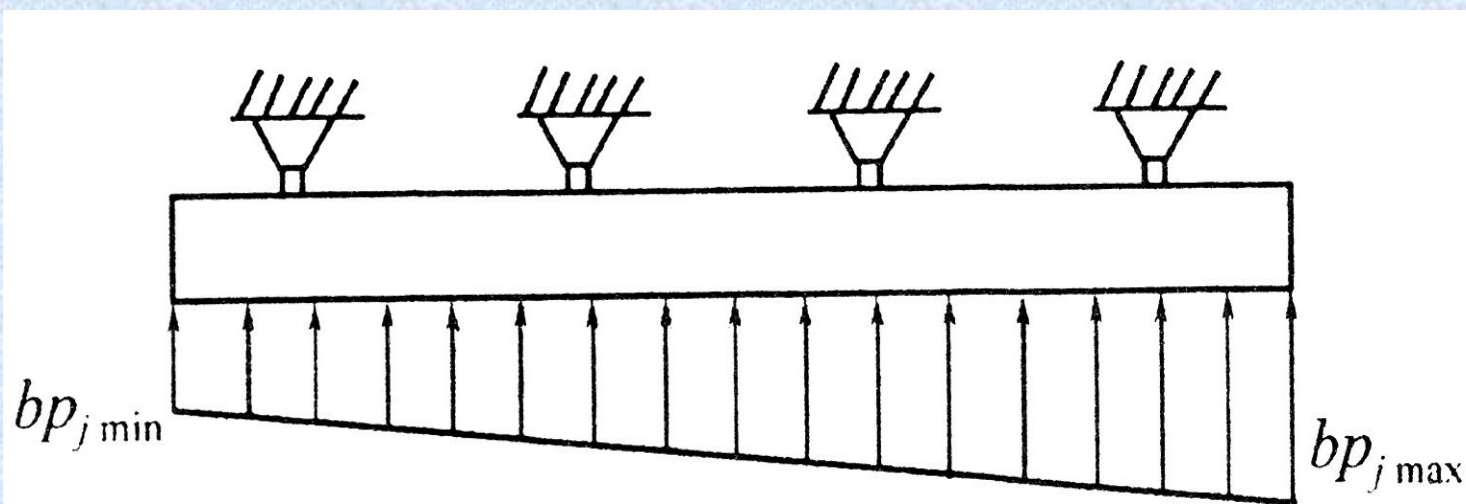


图 3-19 倒梁法简图

## 2. 地基上梁的计算方法

地基上梁的计算方法是考虑了**基础与地基的相互作用**，以静力平衡条件和变形协调条件为基础，利用不同的地基土应力-应变关系建立满足上述条件的方程，求得地基反力或近似的地基反力，进而求得基础梁内力或其近似值。这类方法如文克勒地基上梁的解法、半无限弹性地基上梁的解法、有限压缩层地基上梁的解法、有限单元法、有限差分。这类计算方法均**没有考虑上部结构刚度**的影响，内力计算结果与实际并不相符，计算结果对基础一般偏于安全。



### 3. 考虑上部结构刚度的计算方法

这类方法由于考虑了上部结构与地基基础的相互作用，符合基础实际受力性状，其计算结果更符合实际。但是，计算复杂，工作量很大。

本节介绍地基上梁的简化计算方法。

# 1. 简化计算方法

## 1) 静力平衡法

此法有时也称为“刚性基础法”，认为基础是**绝对刚性的**，在外荷载作用下基础仅产生刚体运动，不产生相对变形，假定地基反力成线性分布，按**基础上的静力平衡条件**即可确定地基反力的大小与分布，然后就可求得基础内力。

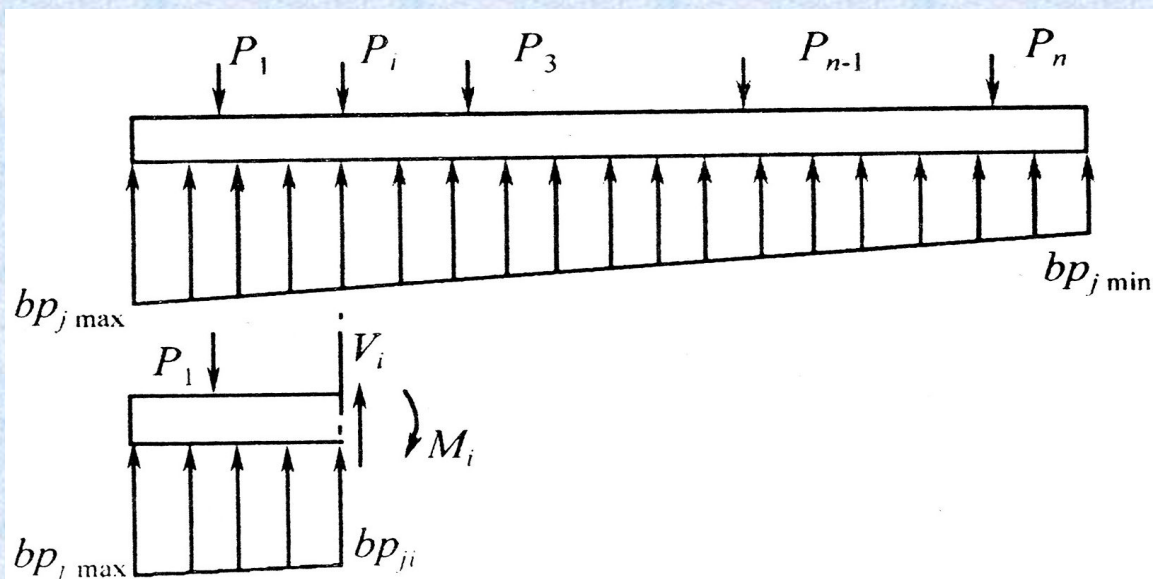


图 3-18 静力平衡法简图



如图3-18所示：一基础长 $l$ 、宽 $b$ ，承受外荷载 $P_1, P_2, \dots, P_n$ ，则基底净反力 $P_{j\max}, P_{j\min}$ 为：

$$P_{j\max} = \frac{\sum P_i}{bl} + \frac{6\sum P_i e_i}{bl^2} \quad (4-7)$$

$$P_{j\min} = \frac{\sum P_i}{bl} - \frac{6\sum P_i e_i}{bl^2} \quad (4-8)$$

式中， $P_i$ 为上部结构传来的荷载； $e_i$ 为 $P_i$ 与基础中心之间的距离。

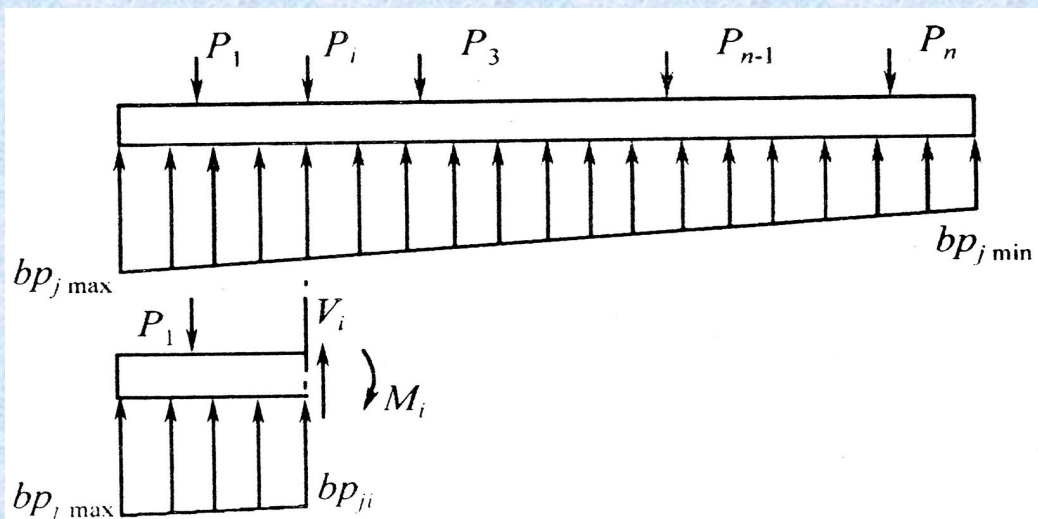


图3-18 静力平衡法简图

## 2) 倒梁法

倒梁法是将柱下条形基础假设为以柱脚作为固定铰支座，以线性分布的基底反力为荷载求解基础梁内力的方法。

用倒梁法计算所得的支座反力与上部柱传来的竖向荷载间有较大的不平衡力，这个不平衡力主要是由于未考虑基础梁挠度与地基土变形协调条件而造成的。为了解决这个问题，实践中提出了反力的局部调整法：将支座反力与柱轴力的差值（正或负）均匀的分布在相应支座两侧各三分之一跨度范围内，作为地基反力的调整值，然后再进行一次连续梁分析。如果调整一次后的结果仍不满意，还可继续调整直到满意为止。

应用该法进行计算时要求相邻柱荷载差不超过20%，柱间距不宜过大，并应尽量等间距。一般来说，在比较均匀的地基上，上部结构刚度较好，荷载分布比较均匀，基础梁的高度大于 $1/6$ 柱距时，地基反力可按直线分布。如果实际情况不符合上述情况，特别是地基的压缩性显著不均匀时，地基反力直线分布的假定可能完全不反映实际情况，此时，应按其它更为**精确的方法**进行分析。

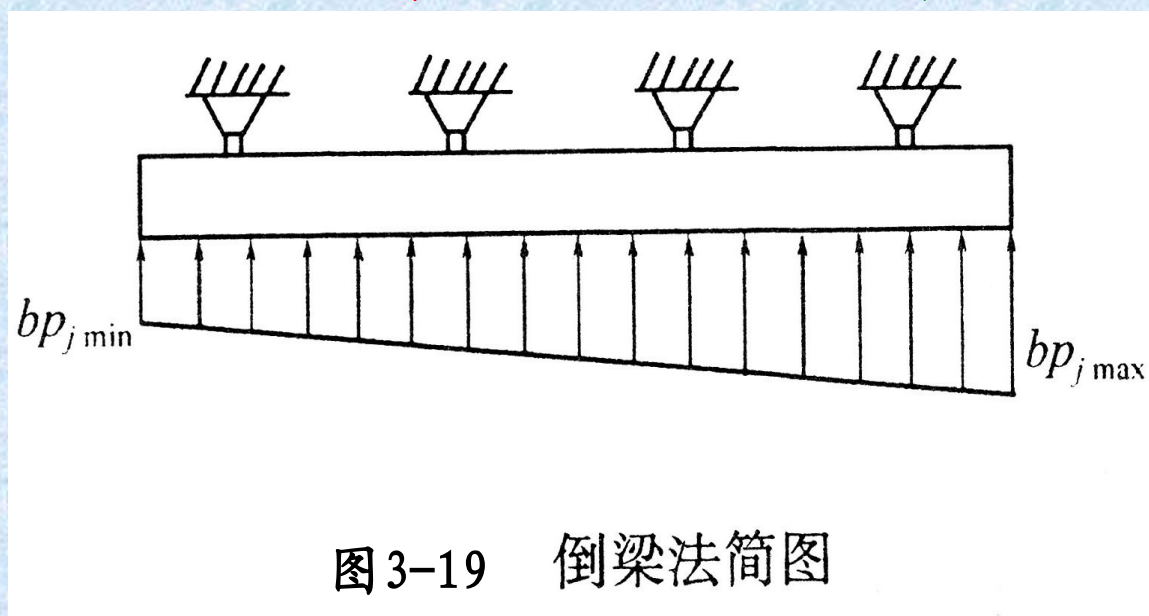
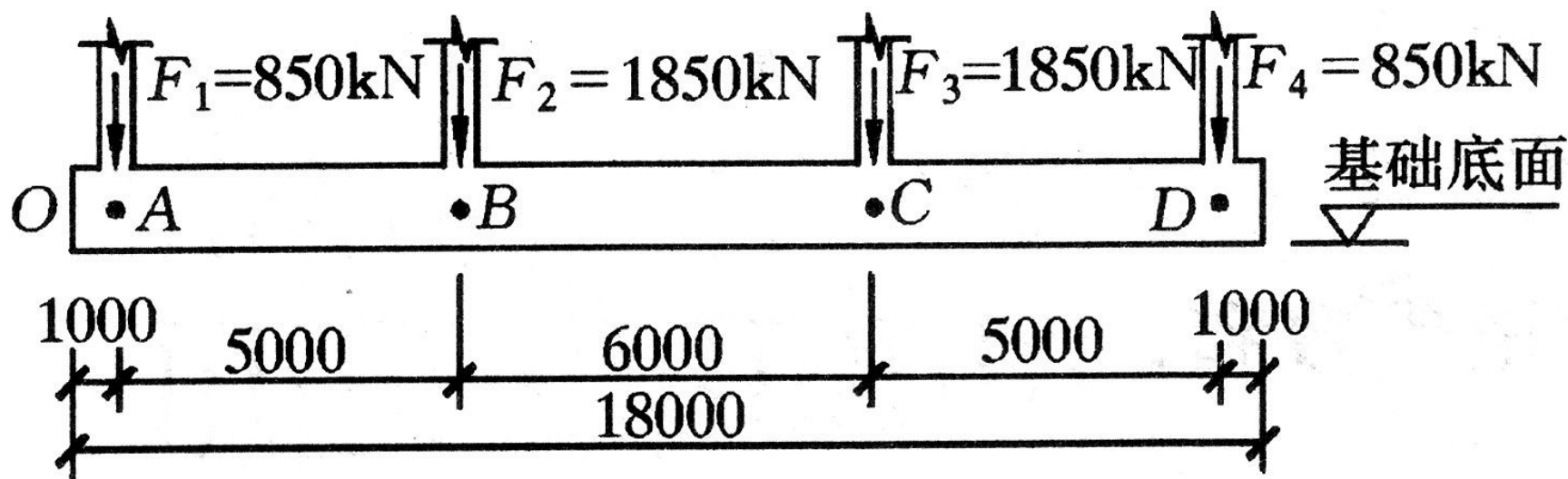


图3-19 倒梁法简图



- **【例题3-3】** 例图3-3-1中的柱下条形基础，已选取基础埋深为1.5m，修正后的地基承载力特征值为126.5kPa，图中的柱荷载均为设计值，标准值可近似取为设计值的0.74倍。试确定基础底面尺寸，并用倒梁法计算基础梁的内力。





**【解】** · (1) · 确定基础底面尺寸 ↵

设基础端部外伸长度为边跨跨距的 0.2 倍，即 1.0m，

则基础总长度  $l = 2 \times (1 + 5) + 6 = 18m$ ，于是基底宽度为：

$$b = \frac{\sum F}{l(f - 20d)} = \frac{2 \times (850 + 1850) \times 0.74}{18 \times (126.5 - 20 \times 1.5)} = 2.3m \text{ ↵}$$

(2) · 用弯矩分配法计算肋梁弯矩(例图 4-3-2) ↵

沿基础纵向的地基净反力为： ↵

$$bp_j = \frac{\sum F}{l} = \frac{5400}{18} = 300kN/m \text{ ↵}$$

边跨固端弯矩为: ↵

$$M_{BA} = \frac{1}{12} b p_j l_1^2 = \frac{1}{12} \times 300 \times 5^2 = 625 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \leftarrow$$

中跨固端弯矩为: ↵

$$M_{BC} = \frac{1}{12} b p_j l_2^2 = \frac{1}{12} \times 300 \times 6^2 = 900 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \leftarrow$$

A 截面(左边)伸出端弯矩 ↵

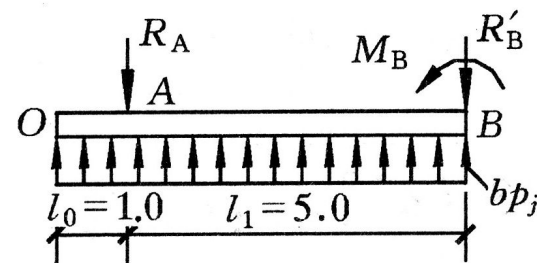
$$M_A^l = \frac{1}{2} b p_j l_0^2 = \frac{1}{2} \times 300 \times 1^2 = 150 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \leftarrow$$

	A		B		C		D	
分配系数	0	1.0	0.47	0.53	0.53	0.47	1.0	0
固端弯矩	150	-625	625	-900	900	-625	625	-150
传递与分配	475							-475
		237.5				-237.5		
		17.6	19.9			-19.9	-17.6	
			-9.9			9.9		
		4.7	5.2			-5.2	-4.7	
			-2.6			2.6		
		1.2	1.4			-1.4	-1.2	
$M (kN \cdot m)$	150	-150	886	-886	886	-886	150	-150

### (3) 肋梁剪力计算

A 截面左边的剪力为：

$$V_A^l = bp_j l_0 = 300 \times 1.0 = 300 \text{ kN}$$



(a)

取 OB 段作脱离体，计算 A 截面的支座反力 [例图 3-3-3(a)]：

$$R_A = \frac{1}{l_1} \left[ \frac{1}{2} bp_j (l_0 + l_1)^2 - M_B \right] = \frac{1}{5} \left( \frac{1}{2} \times 300 \times 6^2 - 886 \right) = 902.8 \text{ kN}$$

A 截面右边 (上标 r) 的剪力：

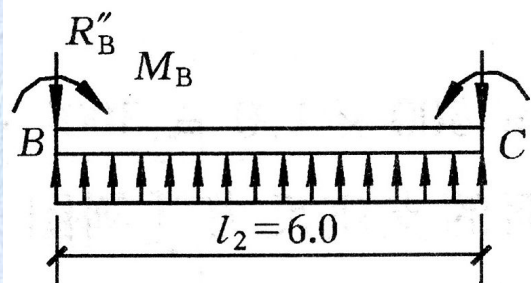
$$V_A^r = bp_j l_0 - R_A = 300 \times 1 - 902.8 = -602.8 \text{ kN}$$

$$R_B' = bp_j (l_0 + l_1) - R_A = 300 \times 6 - 902.8 = 897.2 \text{ kN}$$



……取 BC 段 作脱离体 [例图 3-3-3 (b)]:

$$R_B'' = \frac{1}{l_2} \left( \frac{1}{2} b p_j l_2^2 + M_B - M_C \right) = \frac{1}{6} \left( \frac{1}{2} \times 300 \times 6^2 + 886 - 886 \right) = 900 \text{ kN}$$



(b)

$$R_B = R_B' + R_B'' = 897.2 + 900 = 1797.2 \text{ kN}$$

$$V_B^l = R_B' = 897.2 \text{ kN}$$

$$V_B^r = -R_B'' = -900 \text{ kN}$$

……按跨中剪力为零的条件来求跨中最大负弯矩:

OB 段:  $\dots\dots\dots b p_j x - R_A = 300x - 902.8 = 0$

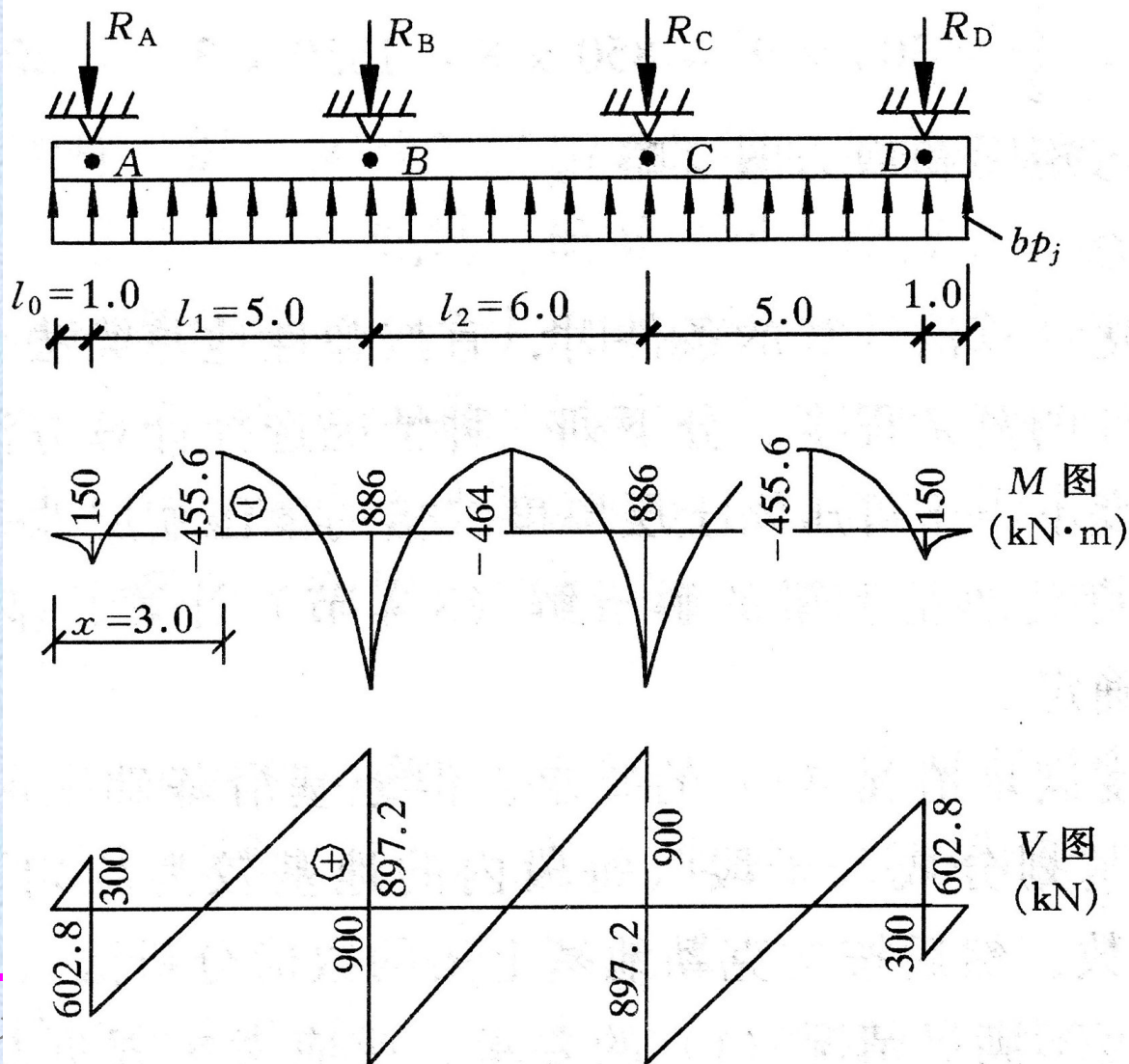
$$x = \frac{902.8}{300} = 3.0 \text{ m}$$

所以  $\dots\dots M_1 = \frac{1}{2} b p_j x^2 - R_A \times x = \frac{1}{2} \times 300 \times 3^2 - 902.8 \times 3 = -455.6 \text{ kN} \cdot \text{m}$

BC 段为对称, 最大负弯矩在中间截面: +

$$M_2 = -\frac{1}{8}bp_jl_2^2 + M_B = -\frac{1}{8} \times 300 \times 6^2 + 886 = -464 \text{ kN} \cdot \text{m} +$$

由以上计算结果可作出条形基础的弯矩图和剪力图(例图 4-3-2)



…… **[例3-4]** · 按静定分析法计算例题 4-3 的柱下

条形基础的内力。↵

…… **【解】** · 先计算支座处剪力：↵

$$V_A^l = bp_j l_0 = 300 \times 1 = 300 \text{ kN} \quad \leftarrow$$

$$V_A^r = V_A^l - F_1 = 300 - 850 = -550 \text{ kN} \quad \leftarrow$$

$$V_B^l = bp_j (l_0 + l_1) - F_1 = 300 \times 6 - 850 = 950 \text{ kN} \quad \leftarrow$$

$$V_B^r = V_B^l - F_2 = 950 - 1850 = -900 \text{ kN} \quad \leftarrow$$

其次计算截面弯矩：↵

$$M_A = \frac{1}{2} b p_j l_0^2 = \frac{1}{2} \times 300 \times 1^2 = 150 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \leftarrow$$

……按剪力  $V=0$  的条件，确定边跨跨中最大负弯矩的↵

截面位置(至条形基础左端点的距离为  $x$ ): ↵

$$x = \frac{F_1}{b p_j} = \frac{850}{300} = 2.83 \text{ m} \quad \leftarrow$$



于是↵

$$M_1 = \frac{1}{2}bp_jx^2 - F_1(x-l_0) = \frac{1}{2} \times 300 \times 2.83^2 - 850 \times 1.83 = -354.2 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B = \frac{1}{2}bp_j(l_0+l_1)^2 - F_1l_1 = \frac{1}{2} \times 300(1+5)^2 - 850 \times 5 = 1150 \text{ kN} \cdot \text{m} \quad \leftarrow$$

…… 中跨最大负弯矩在跨中央: ↵

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{1}{2}bp_j\left(l_0+l_1+\frac{l_2}{2}\right)^2 - F_1\left(l_1+\frac{l_2}{2}\right) - F_2\left(\frac{l_2}{2}\right) \quad \leftarrow \\ &= \frac{1}{2} \times 300 \times 9^2 - 850 \times 8 - 1850 \times 3 = -200 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

由计算结果可绘制弯矩图和剪力图(略)。↵

## § 3-7 柱下十字交叉条形基础

---

- 当上部结构荷载较大或地基较弱，以致沿柱列的一个方向设置条形基础已不能满足地基承载力和地基变形要求时，可考虑采用沿柱列两个方向都设置条形基础。形成十字交叉条形基础，以增大基底面积和基础刚度，减小基底附加压力和地基不均匀沉降。

- 十字交叉梁体系是具有较大抗弯刚度的高次超静定结构，是一种十分复杂的空间体系。对地基的不均匀沉降有较大的调节作用。也能与上部结构联成整体，较好的共同工作。合理的分析方法应考虑空间框架、十字交叉条形基础和土的共同作用，用有限单元法分析。目前已开发了这种专门软件，可以在计算机上实现。
- 确定交叉结点处柱荷载的分配时，无论采用何种方法，都必须满足两个条件：
  - (1) 静力平衡条件；
  - (2) 变形协调条件。

- 工程中采用简化方法，将节点荷载分配到纵横两个方向的条形基础上，交叉条形基础就可分别按两个方向的条形基础计算。
- **(一) 节点荷载分配原则**
- 节点荷载分配的简化计算方法一般采用如下假定：
  - (1) 纵梁与横梁的抗扭刚度均等于零；
  - (2) 不计相邻条形基础上荷载的影响。



- 根据这些假定，节点上两个方向的弯矩分别由相应的纵梁和横梁承担。这样纵梁和横梁在节点处进行荷载分配时只需满足两个条件：静力平衡条件和竖向变形协调条件，可用公式表达如下：

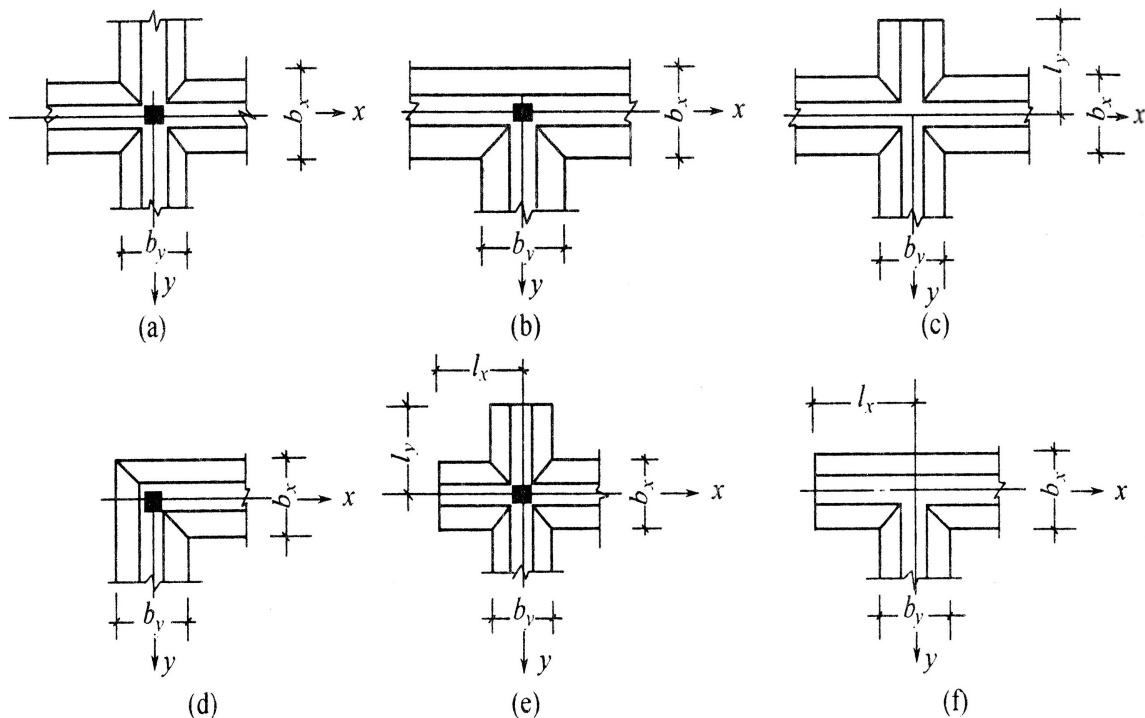
$$F_i = F_{ix} + F_{iy} \quad (3-50)$$

$$w_{ix} = w_{iy} \quad (3-51)$$

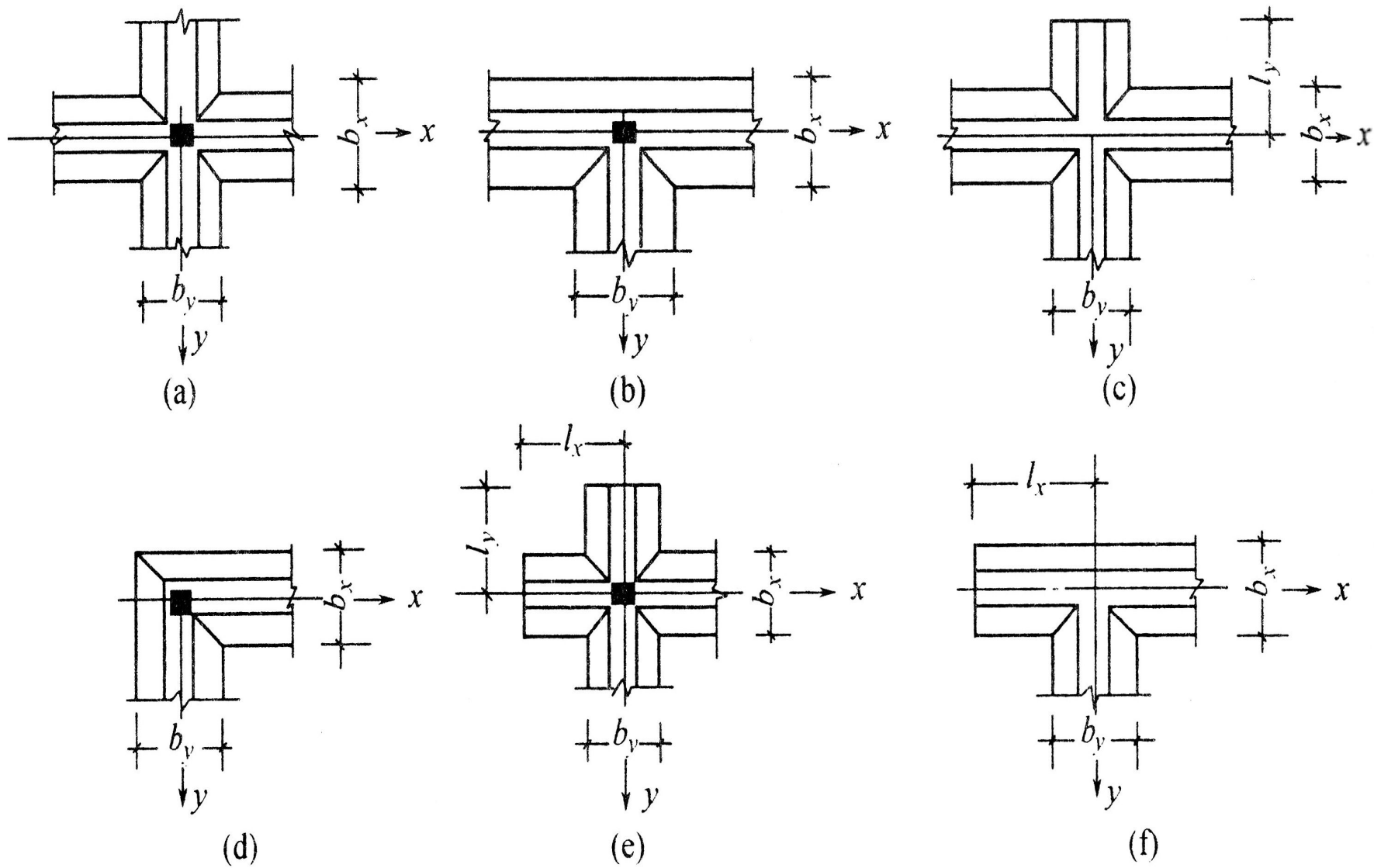
- 式中， $F$ 为纵梁和横梁节点处的竖向外荷载； $F_{ix}$ 为 $x$ 向基础梁分担的节点荷载； $F_{iy}$ 为 $y$ 向基础梁分担的节点荷载； $w_{ix}$ 为节点处在 $F_{ix}$ 作用下， $x$ 向地基梁的竖向变形； $w_{iy}$ 为节点处在 $F_{iy}$ 作用下， $y$ 向地基梁的竖向变形。

## (二) 荷载分配公式

- 十字交叉条形基础的节点形式可归纳为图4-25所示的几种情况。包括在一个方向带有悬臂的边柱节点和在两个方向带有悬臂的角柱节点以及内柱节点和不带悬臂的边柱节点和角柱节点。



十字交叉条形基础节点类型



十字交叉条形基础节点类型

# (1) 中柱节点

- 节点形状如图前所示。根据前面的假定，节点受力情况如图4-26所示。如果用文克勒假设求解此问题，可将纵梁和横梁都看成无限长梁，对应于式(4-78)、(4-79)的方程为：

$$P_{ix} + P_{iy} = P \quad (4-80)$$

$$\frac{P_{ix}}{2k_0 b_x L_x} = \frac{P_{iy}}{2k_0 b_y L_y} \quad (4-81)$$

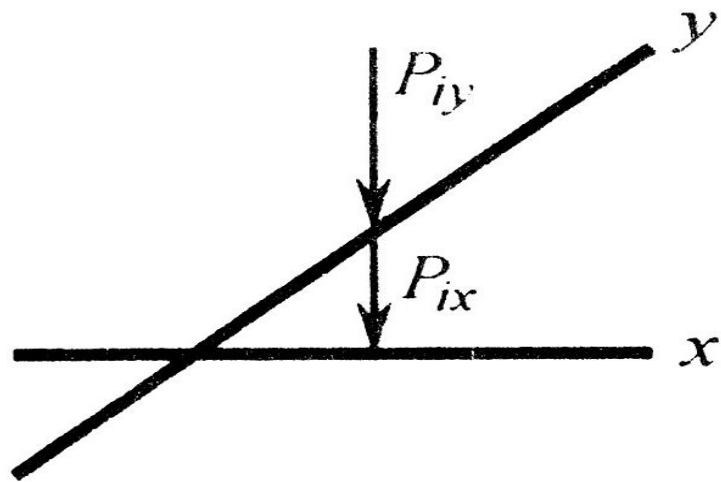


图 4-26 节点受力



- 式中， $k_0$ 为地基土的基床系数， $b_x, b_y$ 为x向、y向的基底宽度； $L_x, L_y$ 为向x、y向的特征长度：

$$L_x = \frac{1}{\lambda_x}$$

$$L_y = \frac{1}{\lambda_y}$$

- 求解以上二方程得：

$$P_{ix} = \frac{b_x L_x}{b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-82)$$

$$P_{iy} = \frac{b_y L_y}{b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-83)$$

## 2. 边柱节点

- 节点形状如图4-25(b)所示。根据前面的假定，节点受力情况如图4-27所示。可将 $x$ 向视为无限长梁， $y$ 将向视为半无限长梁，相应的列出如下方程：

$$P_{ix} + P_{iy} = P \quad (4-83)$$

$$\frac{P_{ix}}{2k_0 b_x L_x} = \frac{P_{iy}}{k_0 b_y L_y} \quad (4-84)$$

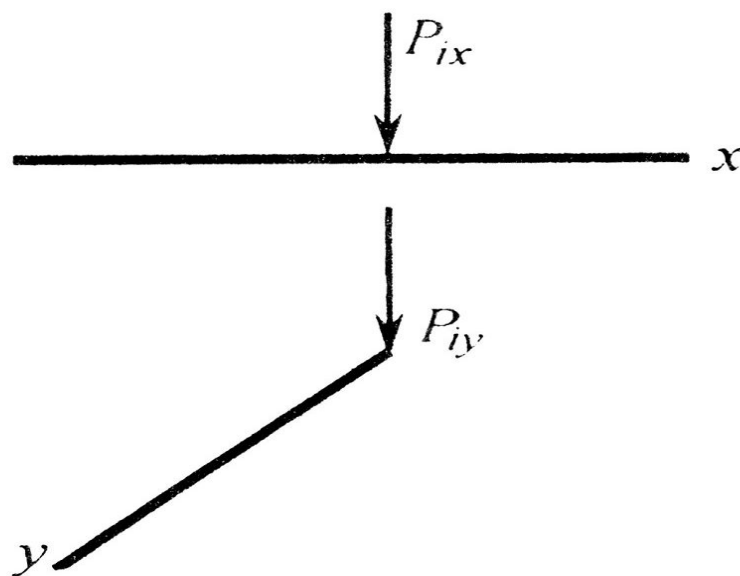


图 4-27 节点受力

解得:

$$P_{ix} = \frac{4b_x L_x}{4b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-85)$$

$$P_{iy} = \frac{4b_y L_y}{4b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-86)$$

- 对于边柱有悬挑的情况，如图4-25(c)所示。悬挑长度  $l_y = (0.6 \sim 0.7) L_y$ ，节点荷载分配可按下公式计算：

$$P_{ix} = \frac{\alpha b_x L_x}{\alpha b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-87)$$

$$P_{iy} = \frac{b_y L_y}{\alpha b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-88)$$

# (1) 角柱节点

- 角柱节点的形状前所示。节点受力如图4-28所示。柱荷载可分解为作用在两个半无限长梁上的荷载和，则角柱节点的基本方程为：

$$P_{ix} + P_{iy} = P \quad (4-89)$$

$$\frac{2P_{ix}}{k_0 b_x L_x} = \frac{2P_{iy}}{k_0 b_y L_y} \quad (4-90)$$

解得：
$$P_{ix} = \frac{\alpha b_x L_x}{\alpha b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-91)$$

$$P_{iy} = \frac{b_y L_y}{\alpha b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-92)$$

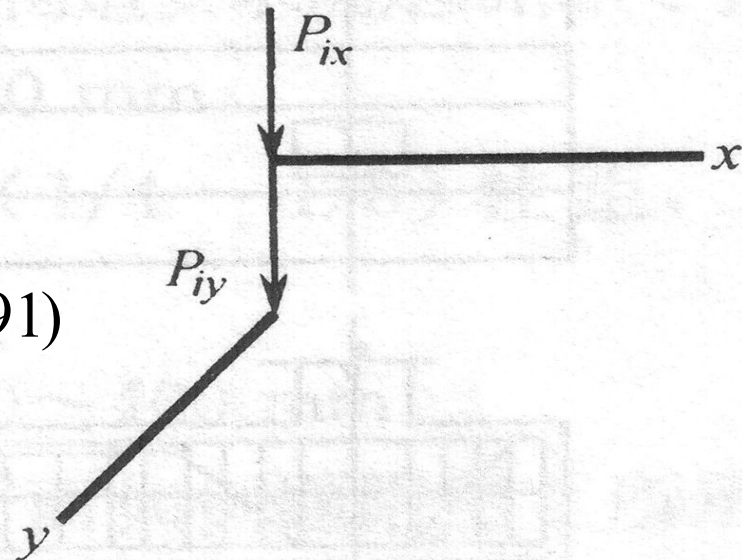


图3-21 节点受力



- 为了减缓角柱节点处地基反力过于集中，常在两个方向设置悬挑，如图4-25(e)所示。当 $l_x = \xi L_x$ ，同时 $l_y = \xi L_y$ ， $\xi = 0.6 \sim 0.75$ ，节点荷载分配计算公式亦按式(4-91)、(4-92)计算。
- 当角柱节点仅在一个方向伸出悬臂时，如图4-25(f)所示。节点荷载分配计算公式为：

$$P_{ix} = \frac{\beta b_x L_x}{\beta b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-87)$$

$$P_{iy} = \frac{b_y L_y}{\beta b_x L_x + b_y L_y} P_i \quad (4-88)$$