

不确定非线性系统的模糊鲁棒 H_∞ 跟踪控制

杜贞斌

(烟台大学 计算机与控制工程学院, 山东 烟台 264005)

摘要: 针对一类不确定非线性系统, 提出一种新的模糊鲁棒 H_∞ 跟踪控制方案. 应用模糊 T-S 模型表征非线性系统, 系统不确定性通过模糊逻辑系统消除. 由线性矩阵不等式和自适应律给出了模糊控制器存在的一个充分条件. 基于 Lyapunov 稳定性理论, 模糊控制方案在所有闭环信号最终一致有界下保证了期望的 H_∞ 跟踪性能. 两连杆机械臂的仿真结果表明了该方案的可行性.

关键词: 模糊 T-S 模型; 模糊逻辑系统; 非线性系统; 不确定性; 跟踪控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fuzzy robust H_∞ tracking control for uncertain nonlinear systems

DU Zhen-bin

(School of Computer and Control Engineering, Yantai University, Yantai 264005, China. E-mail: zhenbindu@126.com)

Abstract: A novel fuzzy robust H_∞ tracking control scheme for a class of uncertain nonlinear systems is addressed. The nonlinear system is represented by the fuzzy Takagi-Sugeno(T-S) model, and fuzzy logic systems are used to compensate the uncertainties. A sufficient condition for the existence of the fuzzy controller is given in terms of linear matrix inequalities(LMIs) and the adaptive law. Based on the Lyapunov stability theorem, the fuzzy control scheme guarantees the desired H_∞ tracking performance in sense that all the closed-loop signals are uniformly ultimately bounded(UUB). Simulation results of 2-link manipulator show the effectiveness of the developed control scheme.

Keywords: fuzzy T-S model; fuzzy logic systems; nonlinear systems; uncertainties; tracking control

0 引言

模糊 T-S 模型^[1]于 1985 年提出, 该模型可将非线性系统转化为多个局部的线性模型. 它的提出为非线性控制系统的分析和设计提供了强有力的工具^[2-7]. 所研究的控制问题包括: 镇定问题^[6]、 H_∞ 控制问题^[5]、 H_2 保值控制^[4]、稳定性与系统性能分析^[3]、鲁棒控制^[7]以及跟踪控制^[2]等. 按照对不确定性处理方法的不同, 可以分为三类工作. 例如: 文献 [2-4] 的研究成果属于不考虑不确定性的一类工作; 文献 [5-6] 的研究工作采用匹配条件来处理不确定性; 文献 [7] 考虑不确定性有上界约束.

尽管各种方法有其优点, 但是仍然存在一些不足之处. 例如, 当前处理不确定性的约束假设仍存在一定的保守性. 由于模糊逻辑系统是对不确定性建模的有效工具^[8-9], 可以尝试将模糊 T-S 模型与自适应模糊逻辑系统结合起来, 前者对非线性系统建模, 后者抵

消不确定性. 以此为基础, 设计模糊鲁棒 H_∞ 跟踪控制器.

基于上面的分析, 综合模糊 T-S 模型和模糊逻辑系统, 本文提出一种新的 H_∞ 跟踪控制方案. 应用模糊 T-S 模型表征非线性系统, 系统的不确定性通过模糊逻辑系统消除. 由线性矩阵不等式和自适应律给出了模糊控制器存在的一个充分条件. 所提出的模糊控制方案在所有闭环信号最终一致有界下可以保证期望的 H_∞ 跟踪性能. 理论分析和仿真实验表明了本文提出的控制方案的有效性.

1 问题描述

考虑如下的不确定非线性系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ &\vdots \\ \dot{x}_{(\beta_1-1)} &= x_{\beta_1}, \end{aligned}$$

收稿日期: 2014-05-16; 修回日期: 2014-08-20.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61203320).

作者简介: 杜贞斌(1978—), 男, 副教授, 博士, 从事模糊控制、采样控制、时延系统等研究.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\beta_1} &= f_1(x) + \tilde{f}_1(x) + (g_1(x) + \tilde{g}_1(x))u + d_1, \\ \dot{x}_{(\beta_1+1)} &= x_{(\beta_1+2)}, \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_m(x) + \tilde{f}_m(x) + (g_m(x) + \tilde{g}_m(x))u + d_m. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x = [x_1, \dots, x_1^{(\beta_1-1)}, \dots, x_{(n-\beta_m+1)}, \dots, x_{(n-\beta_m+1)}^{(\beta_m-1)}]^T \in R^n$ 是已知的系统状态向量, $u \in R^m$ 是控制输入向量, f_i, g_i 是已知光滑非线性函数, \tilde{f}_i, \tilde{g}_i 是不确定未知非线性函数, d_i 表示外部扰动, $i = 1, 2, \dots, m$.

控制任务: 设计模糊跟踪控制器使得在所有闭环信号最终一致有界意义下非线性系统(1)的状态跟踪参考模型的状态.

2 模糊模型、参考模型以及控制器设计

下面介绍由模糊模型、参考模型以及模糊控制器构成的闭环模糊控制系统.

2.1 模糊模型

首先, 采用模糊 T-S 模型对非线性系统(1)的已知特性进行初步建模, 有

$$R^{(i)}: \text{If } z_1(t) = F_1^i, \text{ and } \dots, \text{ and } z_s(t) = F_s^i,$$

$$\text{Then } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + d,$$

$$i = 1, 2, \dots, L. \quad (2)$$

其中: $z_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, s$) 是模糊规则的前件变量; F_j^i ($j = 1, 2, \dots, s$) 是模糊集; L 是规则数; A_i, B_i 是适维矩阵, $B_i = [0, \dots, b_{i1}^T, \dots, 0, \dots, b_{im}^T]^T \in R^{n \times m}$, $b_{i1} \in R^m, \dots, b_{im} \in R^m$; $d = [0, \dots, d_1, \dots, 0, \dots, d_m]^T$.

对系统(2)进行局部模型加权, 清晰化后, 得到全局系统为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i A_i x(t) + \sum_{i=1}^L \mu_i B_i u(t) + d. \quad (3)$$

其中

$\mu_i = v_i(z(t)) / \sum_{i=1}^L v_i(z(t))$, $v_i(z(t)) = \prod_{j=1}^s F_j^i(z_j(t))$, $F_j^i(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 关于 F_j^i 的隶属度函数. 显然 $\mu_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, L$), 且 $\sum_{i=1}^L \mu_i = 1$. 从而, 模糊模型(3)对系统(1)的建模误差和不确定性为

$$B\Delta(x, u) = \begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ f_1 + \tilde{f}_1 + (g_1 + \tilde{g}_1)u \\ \vdots \\ f_m + \tilde{f}_m + (g_m + \tilde{g}_m)u \end{bmatrix} -$$

$$\left(\sum_{i=1}^L \mu_i A_i x(t) + \sum_{i=1}^L \mu_i B_i u(t) \right). \quad (4)$$

其中: $B = \text{diag}[B_1, \dots, B_m]$, $B_i = [0, \dots, 0, 1]^T \in R^{\beta_i}$, $\Delta(x, u) = [\Delta_1, \dots, \Delta_m]^T$. 于是, 非线性系统(1)可改写为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i A_i x(t) + \sum_{i=1}^L \mu_i B_i u(t) + B\Delta(x, u) + d. \quad (5)$$

2.2 参考模型

参考模型为

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + r(t). \quad (6)$$

其中: $x_r(t)$ 是参考模型的状态, $r(t)$ 是有界输入, A_r 是渐近稳定矩阵.

2.3 模糊控制器

基于上述的初步建模, 将基于模糊 T-S 模型的状态反馈控制与基于模糊逻辑系统的自适应控制结合起来, 设计整个非线性系统的控制器为

$$u(t) = u_l(t) - u_f(t). \quad (7)$$

其中: $u_l(t)$ 是基于模糊 T-S 模型的状态反馈控制器, $u_f(t)$ 是基于模糊逻辑系统的自适应补偿器.

状态反馈控制器为

$$u_l(t) = \sum_{i=1}^L \mu_i K_i (x(t) - x_r(t)), \quad (8)$$

其中 K_i ($i = 1, 2, \dots, L$) 是适维矩阵. K_i 满足如下不等式:

$$\bar{A}_{ij}^T P + P \bar{A}_{ij} + \frac{1}{\rho^2} P P + \bar{Q} < 0. \quad (9)$$

其中

$$\bar{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_r \end{bmatrix},$$

$$i, j = 1, 2, \dots, L,$$

$$\bar{Q} = \text{diag}\{2Q, 2Q\},$$

P 和 Q 是对称正定矩阵, ρ 是正常数.

基于模糊逻辑系统的自适应补偿器为

$$u_f(t) = \begin{cases} E^{-1} \hat{u}(x, u|\Theta), \\ E^T (I + E E^T)^{-1} \hat{u}(x, u|\Theta). \end{cases} \quad (10)$$

若 E 非奇异, 则 $u_f(t) = E^{-1} \hat{u}(x, u|\Theta)$; 否则, $u_f(t) = E^T (I + E E^T)^{-1} \hat{u}(x, u|\Theta)$. $u_f(t)$ 用来抵消系统的不确定性.

式(10)中

$$E_i = [b_{i1}^T, \dots, b_{im}^T]^T \in R^{m \times m},$$

$$E = \sum_{i=1}^L \mu_i E_i, \quad (11)$$

$\hat{u}(x, u|\Theta)$ 由模糊逻辑系统构建. 权值 Θ 的自适应律

为

$$\dot{\Theta} = \eta_1 \Psi^T(x, u) \bar{B}^T P \tilde{x}. \quad (12)$$

其中: η_1 是正常数, $\Psi(x, u)$ 是模糊基函数矩阵, $\bar{B} = [B^T \ 0]^T$, $\tilde{x} = [x^T, x_r^T]^T$.

构建模糊逻辑系统逼近不确定非线性函数 $\Delta(x, u)$, 有

$$\hat{\Delta}(x, u|\Theta) = \Psi(x, u)\Theta.$$

其中

$$\Psi(x, u) = \text{diag}[\xi_1^T(x, u), \dots, \xi_m^T(x, u)],$$

$$\Theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \dots, \theta_m^T]^T,$$

权值 Θ 为可调参数.

定义参数逼近误差 $\tilde{\Theta} = \Theta - \Theta^*$, 模糊逻辑系统对不确定非线性函数 $\Delta(x, u)$ 的逼近误差有如下形式:

$$\hat{\Delta}(x, u|\Theta) - \Delta(x, u) = \Psi(x, u)\tilde{\Theta} + w, \quad (13)$$

其中 $w = [w_1, \dots, w_m]^T$ 是残差项.

3 稳定性分析

将式(7)代入(5), 得到

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & \sum_{i=1}^L \mu_i A_i x(t) + \\ & \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i \mu_j B_i K_j (x(t) - x_r(t)) - \\ & B(\hat{u}(x, u|\Theta) - \Delta(x, u)) + d. \end{aligned} \quad (14)$$

令 $\tilde{x}(t) = [x^T(t), x_r^T(t)]^T$, $\bar{B} = [B^T \ 0]^T$. 由式(6)和(14)得到新的闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) = & \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i \mu_j \bar{A}_{ij} \tilde{x}(t) + \\ & \bar{B}(-\hat{u}(x, u|\Theta) - \Delta(x, u)) + d', \end{aligned} \quad (15)$$

若 $\hat{u}(x, u|\Theta)$ 抵消 $\Delta(x, u)$, 则闭环系统(15)是稳定的.

令 $w' = [\bar{w}^T, r^T(t)]^T$, $\bar{w} = [0, \dots, d_1 - w_1, \dots, 0, \dots, d_m - w_m]^T$. 将式(13)代入(15), 则式(15)可改写为

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L \mu_i \mu_j \bar{A}_{ij} \tilde{x}(t) + \bar{B}(-\Psi(x, u)\tilde{\Theta}) + w'. \quad (16)$$

定理 1 针对非线性系统(1), 假定对称正定矩阵 P 和 Q 满足确定反馈增益的不等式(9), 选择参数自适应律(12), 则存在由基于模糊 T-S 模型的状态反馈控制器(8)和基于模糊逻辑系统的自适应补偿器(10)组成的模糊跟踪控制器(7), 使得在闭环系统(16)最终一致有界下保证期望 H_∞ 跟踪性能, 即

$$\begin{aligned} & \int_0^T (x(t) - x_r(t))^T Q (x(t) - x_r(t)) dt \leq \\ & \tilde{x}^T(0) P \tilde{x}(0) + \frac{1}{\eta_1} \tilde{\Theta}^T(0) \tilde{\Theta}(0) + \rho^2 \int_0^T (w'^T w') dt. \end{aligned} \quad (17)$$

其中: ρ 和 η_1 是正常数, $\tilde{x}(0)$ 是系统状态初值, $\tilde{\Theta}(0)$ 是权值误差初值.

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \tilde{x}^T P \tilde{x} + \frac{1}{2\eta_1} \tilde{\Theta}^T \tilde{\Theta}$$

即可得证. \square

4 仿真算例

设不确定非线性系统为两连杆机械臂系统^[10]

$$\ddot{q}(t) + C(q, \dot{q})\dot{q}(t) + g(q) = B(q)u(t) + d'. \quad (18)$$

其中

$$C(q, \dot{q}) = H^{-1}(q)C'(q, \dot{q}),$$

$$g(q) = H^{-1}(q)g'(q),$$

$$B(q) = H^{-1}(q),$$

$$d' = H^{-1}(q)d, \quad q = [q_1, q_2]^T.$$

令

$$x_1 = q_1, \quad x_2 = \dot{q}_1, \quad x_3 = q_2,$$

$$x_4 = \dot{q}_2, \quad x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T.$$

从而, 系统如式(1)所示, 有

$$\dot{x} = [x_2 \quad f_2 + \tilde{f}_2 + d_2 \quad x_4 \quad f_4 + \tilde{f}_4 + d_4]^T.$$

其中: $[d_2, d_4]^T = H^{-1}(x_1, x_3)d$, d 是均值为 0 方差为 0.1 的有界噪声.

参考模型

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + r(t). \quad (19)$$

其中

$$A_r = \text{diag}\{A_{r1}, A_{r2}\},$$

$$A_{r1} = A_{r2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix},$$

$$r(t) = [0, r_1(t), 0, r_2(t)]^T,$$

$$r_1(t) = r_2(t) = 4f(t),$$

$f(t)$ 是周期为 2π 的方波信号.

控制器设计步骤如下:

Step 1: 采用九规则模糊 T-S 模型逼近非线性系统, 隶属度函数取为三角形;

Step 2: 选择参数 ρ , 对称正定矩阵 Q , 采用 Matlab 中的 LMI 工具箱, 可得反馈增益 K_j ($j = 1, 2, \dots, 9$);

Step 3: 构建 7 条模糊规则的自适应模糊补偿器;

Step 4: 取状态初值、自适应参数以及权值初值.

采用本文方法,跟踪的状态响应曲线如图1~图4所示.其中: $x_1 \sim x_4$ 是系统状态, $x_{r1} \sim x_{r4}$ 是期望信号.

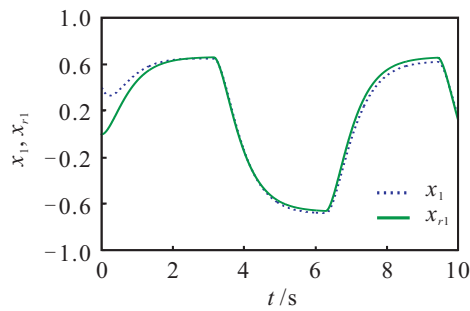


图1 状态响应 x_1 和期望信号 x_{r1}

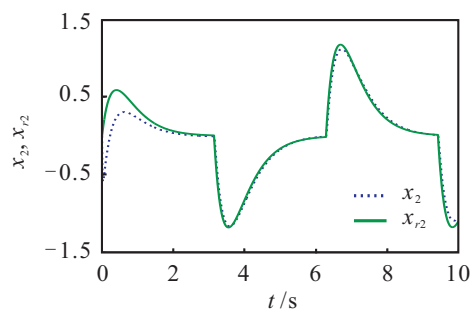


图2 状态响应 x_2 和期望信号 x_{r2}

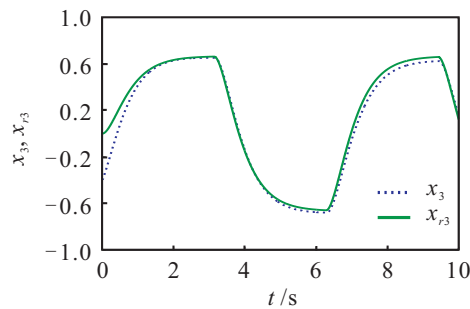


图3 状态响应 x_3 和期望信号 x_{r3}

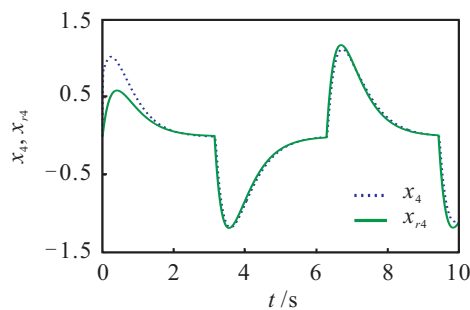


图4 状态响应 x_4 和期望信号 x_{r4}

实验结果表明,本文所设计的模糊控制器是可行的、有效的,系统状态能够快速跟踪参考模型状态.

5 结 论

本文综合两类模糊逻辑方式,提出了一类不确定非线性系统的新型模糊鲁棒 H_∞ 跟踪控制方案.理论分析和仿真结果均表明了该方法的有效性.该方法也可以推广到离散系统、随机系统或时变系统等.

参考文献(References)

- [1] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics, 1985, 15(1): 116-132.
- [2] Lam H K, Seneviratne L D. Tracking control of sampled-data fuzzy-model-based control systems[J]. IET Control Theory & Applications, 2009, 3(1): 56-67.
- [3] Wu Z G, Shi P, Su H Y, et al. Sampled-data fuzzy control of chaotic systems based on a T-S fuzzy model[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2014, 22(1): 153-163.
- [4] Koo G K, Park J B, Joo Y H. Guaranteed cost sampled-data fuzzy control for non-linear systems: A continuous-time Lyapunov approach[J]. IET Control Theory & Applications, 2013, 7(13): 1745-1752.
- [5] Li L, Liu X D, Chai T Y. New approaches on H_∞ control of T-S fuzzy systems with interval time-varying delay[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(12): 1669-1688.
- [6] Yoneyama J. Robust sampled-data stabilization of uncertain fuzzy systems via input delay approach[J]. Information Sciences, 2012, 198(1): 169-176.
- [7] Hu S L, Zhang Y N, Yin X X, et al. T-S fuzzy-model-based robust stabilization for a class of nonlinear discrete-time networked control systems[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2013, 8(1): 69-82.
- [8] Chen W S, Zhang Z Q. Globally stable adaptive backstepping fuzzy control for output-feedback systems with unknown high-frequency gain sign[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2010, 161(5): 821-836.
- [9] Li Y M, Tong S C, Liu Y J, et al. Adaptive fuzzy robust output feedback control of nonlinear systems with unknown dead zones based on a small-gain approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2014, 22(1): 164-176.
- [10] Tseng C S, Chen B S, Uang H J. Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2001, 9(2): 381-392.

(责任编辑:李君玲)