

文章编号: 1000-4750(2015)06-0001-07

考虑瞬态响应的薄板结构阻尼材料层拓扑优化

王 睿¹, 张晓鹏¹, 吴良武², 亢 战¹

(1. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116024; 2. 大连测控技术研究所, 大连 116013)

摘 要: 讨论了敷设阻尼材料的薄板结构考虑瞬态响应时阻尼材料层的最优布局问题。基于 SIMP 方法构造人工阻尼材料惩罚模型和结构拓扑优化模型, 以阻尼材料的相对密度作为设计变量, 在给定阻尼材料用量的条件下, 最小化结构瞬态位移响应的的时间积分。由于结构整体呈现非比例阻尼特性, 采用逐步积分法对结构的振动方程进行求解。通过伴随变量法得到目标函数对设计变量的灵敏度表达式, 在此基础上采用基于梯度的移动渐近线方法求解。数值算例验证了优化模型与算法的合理性和有效性。

关键词: 结构拓扑优化; 瞬态响应; 非比例阻尼; 逐步积分法; 灵敏度分析

中图分类号: TB535.1 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.12.1128

TOPOLOGY OPTIMIZATION OF DAMPING LAYER IN THIN-PLATE STRUCTURES CONSIDERING TRANSIENT RESPONSE

WANG Rui¹, ZHANG Xiao-peng¹, WU Liang-wu², KANG Zhan¹

(1. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Dalian Scientific Test & Control Technology Institute, Dalian 116013, China)

Abstract: This paper investigates the optimal distribution of damping material in thin-plate structures considering transient response by using structural topology optimization method. Therein, an artificial damping penalty model similar to the SIMP model is adopted. In the topology optimization model, the relative densities of the damping material are taken as design variables and the volume constraint of damping material is considered. The design objective is to minimize the time integration of the structural transient response at specified positions. Since the structure exhibits a non-proportional damping effect, the vibration equations of the structure are solved by the time integration method. The design sensitivities of the vibrating structure under applied loads are calculated using the adjoint variable method. Then the topology optimization problem is solved with the method of moving asymptote algorithm, which is a gradient-based method. Numerical examples are presented for demonstrating the validity and effectiveness of the proposed optimization model and numerical techniques.

Key words: structural topology optimization; transient response; non-proportional damping; time integration method; sensitivity analysis

在振动控制领域, 为了提高结构的安全性、经济性和适用性, 如何降低受到动载荷作用的结构在某些位置的有害振动幅值成为一个广泛受关注的问题。目前常用的被认为行之有效的方法之一就是

在结构表面敷设高阻尼材料。由于敷设的阻尼材料会给结构带来额外的附加质量, 因此, 需要对阻尼材料在结构表面的拓扑分布进行优化以减轻结构重量和提高结构动态性能。

收稿日期: 2013-12-03; 修改日期: 2014-03-20

基金项目: 国家 973 课题项目(2010CB832703); 国家自然科学基金项目(11072047, 91130025)

通讯作者: 亢 战(1970—), 男, 大连人, 教授, 博士, 博导, 从事结构优化, 计算力学研究(E-mail: zhankang@dlut.edu.cn).

作者简介: 王 睿(1982—), 男, 大连人, 博士生, 从事结构优化研究(E-mail: sandywr@163.com);

张晓鹏(1985—), 男, 大连人, 博士生, 从事结构优化研究(E-mail: xiaopengzhang@mail.dlut.edu.cn);

吴良武(1971—), 男, 安徽人, 高工, 博士, 从事CAE研究(E-mail: wuliangwu@sina.com).

1988年, Bendsøe 和 Kikuchi^[1]将均匀化理论引入连续体结构的拓扑优化设计中, 提出了开创性的结构拓扑优化方法。随后又发展出了材料密度惩罚法(SIMP)^[2-3]、渐进优化方法(ESO)^[4]、独立连续映射方法(ICM)^[5-7]以及水平集方法(LSM)^[8]等。

结构拓扑优化理论的发展, 也为工程中的振动控制问题提供了更为有效的解决途径。荣见华等^[9]研究了随机激励下结构拓扑优化的 SQP 方法, 杨锐振和杜建镛等^[10]对微结构的相关声学性能进行优化, 朱继宏等^[11]对频率优化过程中结构的局部模态问题进行了研究分析, 郑玲等^[12]研究了结构的模态阻尼比及相关的优化问题。振动结构优化研究还处理了最小化结构重量^[13-14], 优化结构刚度^[15]以及基频和高阶频率^[16]等目标。在结构动力学性能拓扑优化研究中, 大多数工作以结构稳态响应为优化目标^[17-18]。相比较而言, 对于承受瞬态载荷的结构, 优化其瞬态响应更符合实际设计要求, 也更具有实际工程意义。Min 和 Kikuchi 等^[19]采用均匀化方法和直接积分法, 对受冲击载荷作用下的薄壁结构进行分析和优化, Kang 和 Park 等^[20]的综述文章详细讨论了瞬态载荷激励下结构的拓扑优化问题。目前, 国内外尚未见考虑结构瞬态响应的阻尼材料最优分布问题以及相应的灵敏度分析的研究。

考虑敷设阻尼层的最优布局问题中, 结构呈现非比例阻尼特性, 在求解结构瞬态响应时, 无法直接采用无阻尼系统的实模态对结构振动方程解耦。这种情况下, 可采用逐步积分方法对结构的振动方程直接进行求解^[21]。

本文给出了以结构指定位置瞬态响应的时间积分为目标函数的拓扑优化列式。采用逐步积分法中的 Newmark 法对结构的瞬态位移响应进行求解, 并通过伴随变量法给出目标函数对设计变量的灵敏度表达式。最后使用基于函数梯度的数学规划法实现了薄板结构阻尼材料层拓扑优化问题的求解。

1 结构瞬态响应的求解

图1为表面敷设阻尼材料的薄板结构, 在外加动载荷作用下, 结构的振动方程为:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t) \quad (1)$$

其中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 为 N 维矩阵, 分别表示结构的总质量阵, 总阻尼阵和总刚度阵, N 为结构总自由度个数; \mathbf{u} 为结构瞬态位移响应; $\mathbf{p}(t)$ 为外加动载荷。

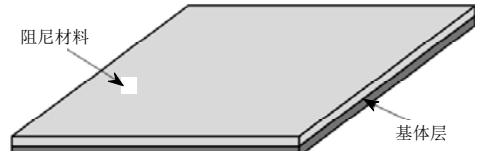


图1 表面敷设阻尼材料的薄板结构

Fig.1 A thin-plate structure with surface damping material

假定阻尼材料层和基体板为理想连接, 这一假定在阻尼材料层的拓扑优化问题中经常被使用^[22]。由于基体板的刚度通常远大于阻尼材料层, 所以在计算薄板结构单元的刚度阵时忽略阻尼材料层引起的偏心效应, 即假定敷设阻尼层后板的中性面位置不发生变化。式(1)中的 \mathbf{M} 和 \mathbf{K} 可以进一步写为:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_b + \mathbf{M}_d \quad (2)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_d \quad (3)$$

其中: \mathbf{M}_b 和 \mathbf{K}_b 为基体层的质量阵和刚度阵; \mathbf{M}_d 和 \mathbf{K}_d 为阻尼材料层的质量阵和刚度阵。

由于阻尼材料层的阻尼远大于基体层的阻尼, 因此可以忽略基体层对结构总阻尼的贡献。则式(1)中 \mathbf{C} 的表达式可写成:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_d \quad (4)$$

其中, \mathbf{C}_d 为阻尼材料层的阻尼阵。

假定敷设的阻尼材料每一单元的阻尼特性用 Rayleigh 阻尼模型描述。由于阻尼材料层在优化的过程中为局部分布的拓扑形式, 结构整体呈现非比例阻尼特性。因此本文采用 Newmark 法来计算结构的瞬态位移响应。

将式(1)在时间域上离散化, 假定 t_{k+1} 时刻的速度和位移为:

$$\dot{\mathbf{u}}_{k+1} = \dot{\mathbf{u}}_k + [(1-\delta)\ddot{\mathbf{u}}_k + \delta\ddot{\mathbf{u}}_{k+1}]\Delta t \quad (5)$$

$$\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{u}_k + \dot{\mathbf{u}}_k\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \alpha \right) \ddot{\mathbf{u}}_k + \alpha\ddot{\mathbf{u}}_{k+1} \right] (\Delta t)^2 \quad (6)$$

其中: Δt 为时间步长; α 和 δ 为计算参数, 一般取 $\alpha = 0.25$, $\delta = 0.5$ 。

$t_{k+1} = t_k + \Delta t$ 时刻的振动方程为:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{k+1} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_{k+1} + \mathbf{K}\mathbf{u}_{k+1} = \mathbf{p}_{k+1} \quad (7)$$

对上述三个式(5)~式(7)联立求解, 可以计算出三个未知量 \mathbf{u}_{k+1} 、 $\dot{\mathbf{u}}_{k+1}$ 和 $\ddot{\mathbf{u}}_{k+1}$ 的值。

2 结构拓扑优化问题描述

假设薄板结构基体层为不可改变的非设计区域, 阻尼材料层为可设计区域。以阻尼材料的用量为体积约束, 阻尼材料的相对密度为设计变量, 结构拓扑优化问题列式可表示为:

$$\begin{aligned} \min_{\rho} \quad & f = \int_0^T \sum_{j=1}^m u_j(t)^2 dt \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{p}(t), \\ & \sum_{e=1}^{N_e} \rho_e V_e^0 - V^* \leq 0, \quad V^* = f_v \sum_{e=1}^{N_e} V_e^0 \\ & 0 < \rho_{\min} \leq \rho_e \leq 1, \quad e=1, \dots, N_e \end{aligned} \quad (8)$$

其中: T 为时间积分的上限; u_j 为结构指定位置的瞬态位移响应; m 为指定位置个数; ρ 为阻尼材料的相对密度; N_e 为单元总数; V^* 为阻尼材料体积上限; f_v 为体积分数; V_e^0 为阻尼材料层第 e 个单元的体积; ρ_{\min} 为设计变量下限, 本文取 0.001。

在 SIMP 法中, 惩罚后的阻尼材料层单元弹性模量矩阵为:

$$\mathbf{E}_e(\rho_e) = \rho_e^p \mathbf{E}_e^* \quad (9)$$

其中, \mathbf{E}_e^* 为当 $\rho_e = 1$ 时阻尼材料层第 e 个单元的弹性模量矩阵。惩罚因子 $p \geq 1$, 本文根据文献[23], 取 $p = 3$ 。则结构的总刚度阵和总质量阵为:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_b + \sum_{e=1}^{N_e} \rho_e^p \mathbf{K}_e^* \quad (10)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_b + \sum_{e=1}^{N_e} \rho_e \mathbf{M}_e^* \quad (11)$$

其中, \mathbf{K}_e^* 和 \mathbf{M}_e^* 为 $\rho_e = 1$ 时阻尼材料层第 e 个单元的刚度阵和质量阵。

采用类似 SIMP 法的人工阻尼材料模型, 引入惩罚因子对阻尼材料的中间密度进行惩罚, 使得阻尼材料的相对密度尽可能趋近于 0 和 1 两端。则总阻尼矩阵的表达式为:

$$\mathbf{C}_d = \sum_{e=1}^{N_e} (\alpha_0 (\rho_e)^{p_1} \mathbf{M}_e^* + \beta_0 (\rho_e)^{p_2} \mathbf{K}_e^*) \quad (12)$$

其中, α_0 和 β_0 为阻尼材料的相对密度全部为 1 时的瑞利阻尼系数。惩罚因子 $p_1 \geq 1$, $p_2 \geq 1$ 。本文取 $p_1 = p_2 = 3$ 。

3 目标函数灵敏度分析

本文的优化问题采用移动渐近线方法(MMA)^[24]进行求解。在优化的过程中, 需要推导式(8)中目标函数 f 对于设计变量 ρ 的灵敏度表达式。

灵敏度分析的方法通常有直接求导法(DDM)和伴随变量法(AVM)。直接求导法需要对每个设计变量分别进行计算, 运算量大。而伴随变量法的计算量只与所求解的伴随方程相关, 与设计变量的个

数无关, 对于设计变量多的优化问题计算更有优势。因此本文采用伴随变量法实现目标函数对设计变量的灵敏度分析。

对式(8)中的 f 求导, 得到灵敏度的表达式为:

$$\frac{\partial f}{\partial \rho_e} = \int_0^T \sum_{j=1}^m \frac{\partial u_j(t)}{\partial \rho_e} dt = \int_0^T \sum_{j=1}^m 2u_j(t) \frac{\partial u_j(t)}{\partial \rho_e} dt \quad (13)$$

令 $\mathbf{g}(\mathbf{u}, t) = \mathbf{u}_j(t)$, 引入与时间 t 相关的伴随变量向量 $\boldsymbol{\lambda}(t)^T$, 构造增广拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}) = & \int_0^T \mathbf{g}(\mathbf{u}, t) dt + \\ & \int_0^T \boldsymbol{\lambda}(t)^T (\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{p}) dt \end{aligned} \quad (14)$$

对式(14)进行求导, 得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \rho} = & \int_0^T \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \mathbf{u}} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} dt + \int_0^T \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{M}'\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}'\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}'\mathbf{u} - \mathbf{p}') dt + \\ & \int_0^T \boldsymbol{\lambda}^T \left(\mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} + \mathbf{C} \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \rho} \right) dt \end{aligned} \quad (15)$$

其中, $\mathbf{p}' = 0$ 。 \mathbf{M}' , \mathbf{C}' 和 \mathbf{K}' 矩阵可在单元级别内计算结构单元质量阵、单元阻尼阵和单元刚度阵的导数后组装而成, 其表达式如下:

$$\frac{\partial \mathbf{M}_e}{\partial \rho_e} = \mathbf{M}_e^* \quad (16)$$

$$\frac{\partial \mathbf{C}_e}{\partial \rho_e} = (\alpha_0 p_1 (\rho_e)^{p_1-1} \mathbf{M}_e^* + \beta_0 p_2 (\rho_e)^{p_2-1} \mathbf{K}_e^*) \quad (17)$$

$$\frac{\partial \mathbf{K}_e}{\partial \rho_e} = p \rho_e^{p-1} \mathbf{K}_e^* \quad (18)$$

对式(15)中的最后一项进行分部积分, 得到:

$$\begin{aligned} \int_0^T \boldsymbol{\lambda}^T \left(\mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} + \mathbf{C} \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \rho} \right) dt = \\ \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} \Big|_0^T - \int_0^T \dot{\boldsymbol{\lambda}}^T \mathbf{M} \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} dt + \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} \Big|_0^T - \\ \int_0^T \dot{\boldsymbol{\lambda}}^T \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} dt + \int_0^T \boldsymbol{\lambda}^T \left(\mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \rho} \right) dt = \\ \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} \Big|_0^T - \dot{\boldsymbol{\lambda}}^T \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} \Big|_0^T + \int_0^T \ddot{\boldsymbol{\lambda}}^T \mathbf{M} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} dt + \\ \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} \Big|_0^T - \int_0^T \dot{\boldsymbol{\lambda}}^T \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} dt + \int_0^T \boldsymbol{\lambda}^T \left(\mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \rho} \right) dt \end{aligned} \quad (19)$$

将初始条件 $\mathbf{u}(0) = \dot{\mathbf{u}}(0) = 0$ 代入式(19), 得到:

$$\int_0^T \boldsymbol{\lambda}^T \left(\mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} + \mathbf{C} \frac{\partial \dot{\mathbf{u}}}{\partial \rho} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \rho} - \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \rho} \right) dt =$$

$$\begin{aligned}
& \lambda^T \mathbf{M} \frac{\partial \dot{u}}{\partial \rho} \Big|_0^T - \int_0^T \dot{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{\partial \dot{u}}{\partial \rho} dt + \lambda^T \mathbf{C} \frac{\partial u}{\partial \rho} \Big|_0^T - \\
& \int_0^T \dot{\lambda}^T \mathbf{C} \frac{\partial u}{\partial \rho} dt + \int_0^T \lambda^T \left(\mathbf{K} \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) dt = \\
& \lambda^T(T) \mathbf{M} \frac{\partial \dot{u}(T)}{\partial \rho} - \dot{\lambda}^T(T) \mathbf{M} \frac{\partial u(T)}{\partial \rho} + \\
& \int_0^T \ddot{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{\partial u}{\partial \rho} dt + \lambda^T(T) \mathbf{C} \frac{\partial u(T)}{\partial \rho} - \\
& \int_0^T \dot{\lambda}^T \mathbf{C} \frac{\partial u}{\partial \rho} dt + \int_0^T \lambda^T \left(\mathbf{K} \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) dt \quad (20)
\end{aligned}$$

将式(20)代入式(15), 得到:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \rho} &= \int_0^T \frac{\partial g}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial \rho} dt + \int_0^T \lambda^T (\mathbf{M} \ddot{u} + \mathbf{C} \dot{u} + \mathbf{K} u - p') dt + \\
& \lambda^T(T) \mathbf{M} \frac{\partial \dot{u}(T)}{\partial \rho} - \dot{\lambda}^T(T) \mathbf{M} \frac{\partial u(T)}{\partial \rho} + \\
& \int_0^T \ddot{\lambda}^T \mathbf{M} \frac{\partial u}{\partial \rho} dt + \lambda^T(T) \mathbf{C} \frac{\partial u(T)}{\partial \rho} - \\
& \int_0^T \dot{\lambda}^T \mathbf{C} \frac{\partial u}{\partial \rho} dt + \int_0^T \lambda^T \left(\mathbf{K} \frac{\partial u}{\partial \rho} - \frac{\partial p}{\partial \rho} \right) dt \quad (21)
\end{aligned}$$

对式(21)进行整理, 得到伴随方程为:

$$\begin{cases} \ddot{\lambda}^T \mathbf{M} - \dot{\lambda}^T \mathbf{C} + \lambda^T \mathbf{K} = -\frac{\partial g}{\partial u} \\ \lambda^T(T) \mathbf{M} = 0 \\ -\dot{\lambda}^T(T) \mathbf{M} + \lambda^T(T) \mathbf{C} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

假定 $\tau = T - t$, 采用变量代换法将 τ 代入式(22), 可以计算出伴随变量向量 $\lambda(t)^T$, 从而进一步得到目标函数 f 对于设计变量 ρ 的灵敏度。

4 算例及结果讨论

4.1 灵敏度分析结果验证

算例 1. 如图 2 所示, 悬臂方板的尺寸为 $3\text{m} \times 3\text{m}$, 由厚度均为 0.02m 的阻尼材料层和基体层两部分组成。下层基体板的密度为 2700kg/m^3 , 弹性模量 $E_b = 6.9 \times 10^{10} \text{Pa}$, 泊松比为 0.3 。上层阻尼材料层的密度为 980kg/m^3 , 弹性模量 $E_d = 2.2 \times 10^8 \text{Pa}$, 泊松比为 0.49 。方板一端为固定支承, 一个集中的简谐激励 $p(t) = P \cos \omega t$ 作用于自由端的中点处, 其中 $P = 10^4 \text{N}$, $\omega = 2\pi f_p$, 载荷频率 $f_p = 28\text{Hz}$, 取阻尼材料的阻尼系数为 $\alpha_0 = 0.05$, $\beta_0 = 0.1$, 时间积分上限 $T = 0.1\text{s}$ 。选取的指定位置为加载点。

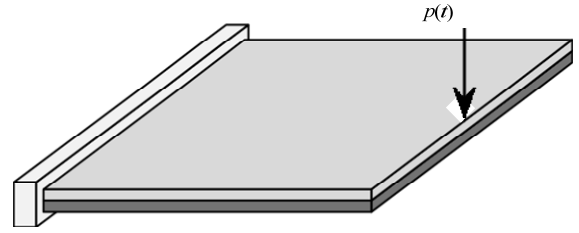


图 2 简谐载荷作用下的悬臂方板

Fig.2 A square cantilever plate under a time-harmonic load

结构划分为 20×20 共 400 个单元的网格, 按照拓扑优化研究中通常做法, 本文根据体积约束设置均匀分布的初始解, 即阻尼材料的相对密度初始值全部取 0.5 。采用伴随变量法和有限差分法分别计算目标函数的灵敏度, 得到的比较结果如图 3 所示。可以看出两种方法计算的灵敏度结果除了在加载点附近的第 180 号、200 号、220 号和 240 号单元有所差异外, 其他结果均基本相同。表 1 为两种方法计算所用时间, 通过比较可以看出与有限差分法相比, 伴随变量法具有显著的优势。

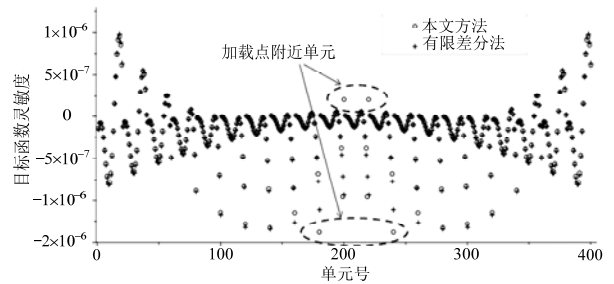


图 3 本文方法和有限差分法计算灵敏度的结果比较

Fig.3 Comparison of sensitivity analysis results with the proposed method and finite difference method

表 1 本文方法与有限差分法计算时间的比较

Table 1 Comparison of computing time with the proposed method and finite difference method

	本文方法	有限差分法
计算时间/s	10.688	1643.819

4.2 结构拓扑优化算例

算例 2. 如图 2 所示的悬臂方板模型, 结构的尺寸、材料属性、外加载荷、阻尼系数以及时间积分上限的选取均与算例 1 相同。阻尼材料的体积分数 $f_v = 0.5$ 。为了得到更具有分辨率的拓扑优化结果, 将结构划分为 60×60 共 3600 个单元的网格, 阻尼材料相对密度的初始值全部取 0.5 。

为了避免棋盘格和网格依赖等问题, 采用了 Sigmund^[25]提出的独立于有限元网格的过滤技术, 所选取的过滤半径为 0.11m 。

图 4 为优化迭代历史曲线, 优化过程经过 24 步收敛, 目标函数的值从 $3.499 \times 10^{-5} \text{m}^2 \cdot \text{s}$ 下降到 $1.751 \times 10^{-5} \text{m}^2 \cdot \text{s}$ 。图 5 为最终的阻尼材料层拓扑优化结果(上端为固支端)。

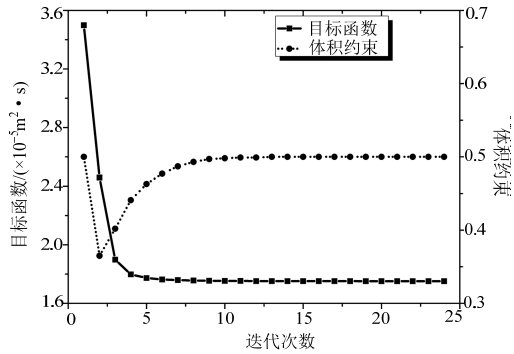


图 4 目标函数和体积分数的迭代历史

Fig.4 Iteration history of objective function and volume fraction



图 5 阻尼材料层拓扑优化结果

Fig.5 The optimal result of the damping layer

图 6 为优化后结构在受到外加载荷作用时, 指定位置的瞬态位移响应随时间变化的曲线图与优化初始解(在基体表面直接全部铺满相对密度为 0.5 的阻尼材料)得到的位移曲线的比较。从图中可以看出, 优化后结构指定位置的位移响应得到了很好的控制。

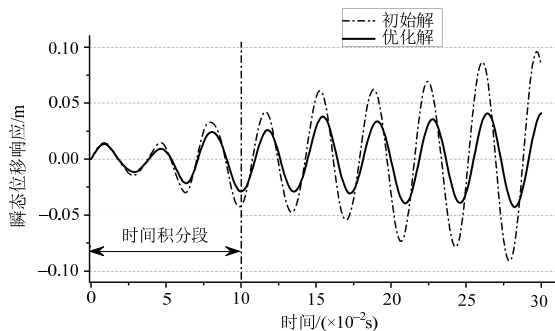


图 6 优化后结构指定位置的瞬态位移响应与初始解 ($\rho_e = 0.5$) 的比较图

Fig.6 Comparison of transient displacement responses at the specified position between optimal result and initial result ($\rho_e = 0.5$)

当选取不同的时间积分上限 T 时, 阻尼材料的最优布局也会发生变化。图 7 为分别选取 4 种时间积分上限 T 时阻尼材料层的拓扑优化结果。图 8 为当 $T=10\text{s}$ 时以瞬态位移响应为目标函数和直接以稳态位移响应作为目标函数分别得到的阻尼材料最优分布结果的比较。

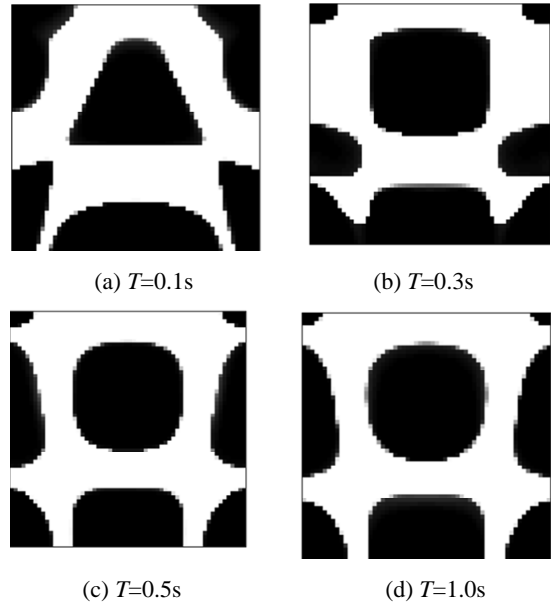


图 7 T 取不同值时阻尼材料层的拓扑优化结果

Fig.7 The optimization results with different T

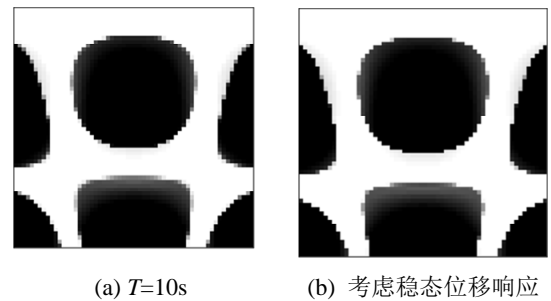


图 8 $T=10\text{s}$ 时的拓扑优化结果和考虑稳态位移响应的优化结果的比较

Fig.8 Comparison of the optimization result with $T=10\text{s}$ and considering steady-state displacement response

从图 7 和图 8 可以看出, 随着时间积分上限 T 的值不断增大, 阻尼材料层最终的拓扑优化结果越来越接近以稳态位移响应为目标函数的优化结果。当 $T=10\text{s}$ 时, 阻尼材料层的拓扑形状与考虑稳态位移响应的结构拓扑优化结果基本相同。这是因为随着时间 T 的不断增大, 由初始条件决定的结构自由振动因为阻尼材料层的存在而逐渐衰减, 结构的振动也开始逐渐趋近于稳定。当时间 T 很大时, 结构只有由外载荷引起的纯强迫振动, 其振幅和周期只与外加载荷相关, 不随时间的增加而改变。此时结

构的位移响应就是它的稳态位移响应。

图 9 为体积分数 f_v 分别取 0.3、0.4、0.6 和 0.7 时结构的拓扑优化结果。结果表明, 随体积分数 f_v 的增加, 拓扑结果在原有阻尼铺层基础上逐渐扩展增加新的区域, 总体上拓扑形式并未发生本质的变化。

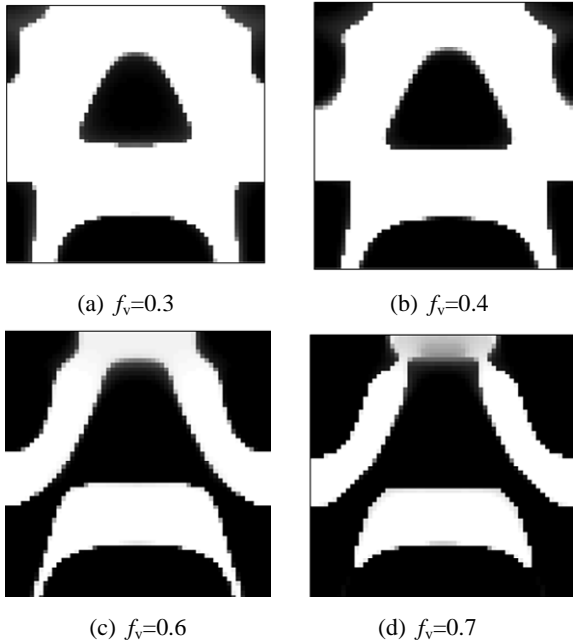


图 9 f_v 取不同值时阻尼材料层的拓扑优化结果

Fig.9 The optimal results with different f_v

算例 3. 仍采用算例 2 的模型见图 2, 取阻尼系数 $\alpha_0=0.5$, $\beta_0=1$. 改变外加动载荷为冲击激励, 载荷形式见图 10。

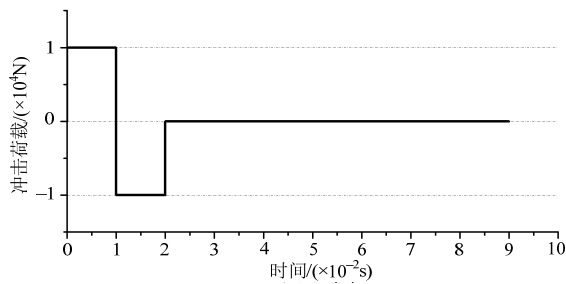


图 10 冲击载荷
Fig.10 Impact load

图 11 为优化迭代历史曲线, 优化过程经过 49 步收敛, 目标函数从 $8.937 \times 10^{-6} \text{m}^2 \cdot \text{s}$ 下降到 $4.820 \times 10^{-6} \text{m}^2 \cdot \text{s}$ 。图 12 为最终拓扑优化结果(上端为固支端)。与图 5 中简谐激励下最优结果不同的是, 加载点附近的局部没有阻尼分布, 这可能是由于所考虑的冲击载荷激发了结构的高频振动有关。

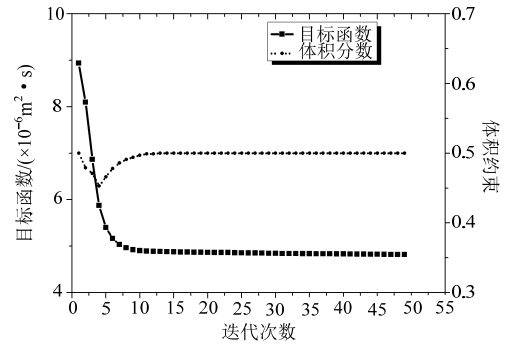


图 11 目标函数和体积分数的迭代历史

Fig.11 Iteration history of objective function and volume fraction

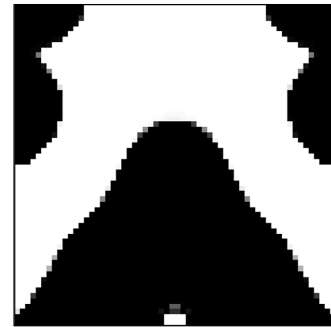


图 12 阻尼材料层拓扑优化结果

Fig.12 The optimal result of the damping layer

图 13 为基体表面全部铺满相对密度为 0.5 的阻尼材料和优化后阻尼材料布局两种情况下, 结构指定位置的瞬态位移响应随时间变化的曲线比较图。可以看出优化后的阻尼材料层对结构指定位置的振动起到了很好的控制作用。

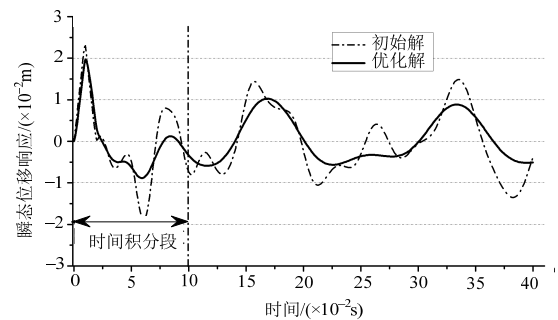


图 13 优化后指定位置的瞬态位移响应与初始解的比较
Fig.13 Comparison of transient displacement responses at the specified position between optimal result and initial result

5 结论

本文研究了受到外加动载荷作用下, 薄板结构表面敷设的阻尼材料最优布局问题。构建了以结构指定位置瞬态响应的的时间积分最小化为目标, 阻尼

材料的相对密度为设计变量,具有体积约束的拓扑优化模型。本文使用逐步积分法计算结构的瞬态位移响应,采用伴随变量法实现目标函数对设计变量的灵敏度分析,并通过数值算例加以验证。在此基础上,采用移动渐近线算法对优化问题进行求解,得到了与考虑稳态响应的优化问题不同的拓扑优化结果。结构拓扑优化算例证明了所提优化模型和算法的有效性与合理性。

本文方法具有一定的通用性,可用于复杂结构的拓扑优化设计中。但是,实际应用中还需在拓扑优化结果的基础上进一步考虑工艺要求等。本文算例的外加载荷考虑了简谐激励和冲击激励两种情况。由于采用逐步积分法求解振动方程,因此本文方法可以推广到其它载荷形式的情况。本文算例仅讨论了单工况下的结构优化,对于多工况问题,在利用凝聚函数的手段(如KS函数)对目标函数进行处理后,本文方法仍然适用。

参考文献:

- [1] Bendsøe M P, Kikuchi N. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, 71(2): 197—224.
- [2] Rozvany G, Zhou M, Birker T. Generalized shape optimization without homogenization [J]. *Structural Optimization*, 1992, 4(3/4): 250—252.
- [3] Bendsøe M P, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 1999, 69(9/10): 635—654.
- [4] Xie Y M, Steven G P. A simple evolutionary procedure for structural optimization [J]. *Computers and Structures*, 1993, 49(5): 885—896.
- [5] Sui Y K, Yang D Q. A new method for structural topological optimization based on the concept of independent continuous variables and smooth model [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 1998, 14(2): 179—185.
- [6] 隋允康, 铁军. 结构拓扑优化 ICM 显式化与抛物型凝聚函数对于应力约束的集成化[J]. *工程力学*, 2010, 27(增刊 II): 124—134.
Sui Yunkang, Tie Jun. The ICM explicitation approach to the structural topology optimization and the integrating approach to stress constraints based on the parabolic aggregation function [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(Suppl II): 124—134. (in Chinese)
- [7] 隋允康, 叶红玲, 刘建信, 陈实, 宇慧平. 追究根基的结构拓扑优化方法[J]. *工程力学*, 2008, 25(增刊 II): 7—19.
Sui Yunkang, Ye Hongling, Liu Jianxin, Chen Shi, Yu Huiping. A structural topological optimization method based on exploring conceptual root [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(Suppl II): 7—19. (in Chinese)
- [8] Wang M Y, Wang X M, Guo D M. A level set method for structural topology optimization [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003, 192(1): 227—246.
- [9] Rong J H, Tang Z L, Xie Y M, Li F Y. Topological optimization design of structures under random excitations using SQP method [J]. *Engineering Structures*, 2013, 56(1): 2098—2106.
- [10] Yang R Z, Du J B. Microstructural topology optimization with respect to sound power radiation [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2013, 47(2): 191—206.
- [11] 朱继宏, 张卫红, 邱克鹏. 结构动力学拓扑优化局部模态现象分析[J]. *航空学报*, 2005, 26(4): 619—623.
Zu Jihong, Zhang Weihong, Qiu Kepeng. Investigation of localized modes in topology optimization of dynamic structures [J]. *Acta Aeronautica Et Astronautica Sinica*, 2005, 26(4): 619—623. (in Chinese)
- [12] 郑玲, 韩志明, 谢熔炉. 主动约束阻尼板压电层电压拓扑优化研究[J]. *固体力学学报*, 2012, 33(5): 471—479.
Zheng Ling, Han Zhiming, Xie Ronglu. Topology optimization design of actuation voltage in plates with active constrained layer damping treatments [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2012, 33(5): 471—479. (in Chinese)
- [13] 徐斌, 管欣, 荣见华. 谐和激励下的连续体结构拓扑优化[J]. *西北工业大学学报*, 2004, 22(3): 313—316.
Xu Bin, Guan Xin, Rong Jianhua. On topology optimization of continuous structures under harmonic excitation [J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2004, 22(3): 313—316. (in Chinese)
- [14] 彭细荣, 隋允康. 用 ICM 法拓扑优化静位移及频率约束下连续体结构[J]. *计算力学学报*, 2006, 23(4): 391—396.
Peng Xirong, Sui Yunkang. Topological optimization of continuum structure with static displacement and frequency constraints by ICM method [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2006, 23(4): 391—396. (in Chinese)
- [15] 李东泽, 于登云, 马兴瑞. 基频约束下的桁架结构半定规划法拓扑优化[J]. *工程力学*, 2011, 28(2): 181—185.
Li Dongze, Yu Dengyun, Ma Xingrui. Truss topology optimization with fundamental frequency constraints via semi-definite programming [J]. *Engineering Mechanics*, 2011, 28(2): 181—185. (in Chinese)
- [16] 薛开, 雷震兴, 王威远. 一种新的周长约束方法在阻尼频率拓扑优化中的应用[J]. *工程力学*, 2013, 30(6): 275—280.
Xue Kai, Lei Huanxing, Wang Weiyuan. An application of a new perimeter constraint method in topological optimization for damped frequency [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(6): 275—280. (in Chinese)

(参考文献[17]—[25]转第 14 页)

参考文献:

- [17] 钱若军. 张力结构的分析设计施工[M]. 南京: 东南大学出版社, 2003: 3—5.
Qian Ruojun. The analysis, design and construction of tensile structures [M]. Nanjing: Southeast University Press, 2003: 3—5. (in Chinese)
- [18] 高博青, 谢忠良, 梁佶. 拉索对肋环型索穹顶结构的敏感性分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2005, 39(11): 1685—1689.
Gao Boqing, Xie Zhongliang, Liang Ji. Sensitivity analysis of cables to Geiger dome structure [J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2005, 39(11): 1685—1689. (in Chinese)
- [19] 郭彦林, 王小安, 田广宇, 等. 车辐式张拉结构施工随机误差敏感性研究[J]. 施工技术, 2009, 35(3): 35—39.
Guo Yanlin, Wang Xiaohan, Tian Guangyu, et al. Sensitivity study of random errors for cable tension structures of Baoan stadium [J]. Construction Technology, 2009, 35(3): 35—39. (in Chinese)
- [20] 邓华, 宋荣敏. 面向控制随机索长误差效应的索杆张力结构张拉分析[J]. 建筑结构学报, 2012, 33(5): 71—78.
Deng Hua, Song Rongmin. Pretensioning analysis of cable-strut tensile structures for controlling effect of random cable length errors [J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(5): 71—78. (in Chinese)
- [21] 张民锐. 月牙形索桁结构的预张力偏差控制技术和静力性能研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2012.
Zhang Minrui. Study on technique of pretension deviation controlling and static behavior of a crescent-shaped cable-truss structure [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2012. (in Chinese)
- [22] JGJ 257-2012, 索结构技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008.
JGJ 257-2012, Technical specification for cable structures [S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008. (in Chinese)
- [23] 程云鹏. 矩阵论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2001: 193—195.
Cheng Yunpeng. Matrix theory [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2001: 193—195. (in Chinese)
- [24] Friedlander A, Martinez J M. On the maximization of a concave quadratic function with box constraints [J]. SIAM Journal on Optimization, 1994, 4(1): 177—192.
- [25] 高岳林, 徐成贤, 杨传胜. 带有界约束非凸二次规划问题的整体优化方法[J]. 工程数学学报, 2002, 19(1): 99—103.
Gao Yuelin, Xu Chengxian, Yang Chuansheng. A global optimality method for solving the nonconvex quadratic programming problem with additional box constraints [J]. Journal of Engineering Mathematics, 2002, 19(1): 99—103. (in Chinese)
- [26] Venkataraman P. Applied optimization with MATLAB programming [M]. New York: John Wiley & Sons, 2009: 87—99.
- [27] Neumaier A. MINQ-general definite and bound constrained indefinite quadratic programming [CP]. <http://www.mat.univie.ac.at/~neum/software/minq/>, 1998.
- [28] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 485—486.
Zhang Xianda. Analysis and application of matrix [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 485—486. (in Chinese)
- [17] 王睿, 张晓鹏, 亢战. 以动柔度为目标的结构阻尼材料层拓扑优化[J]. 振动与冲击, 2013, 32(22): 36—40.
Wang Rui, Zhang Xiaopeng, Kang Zhan. Topology optimization of damping layer in structures for minimizing dynamic compliance [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013, 32(22): 36—40. (in Chinese)
- [18] 刘虎, 张卫红, 朱继宏. 简谐波激励下结构拓扑优化与频率影响分析[J]. 力学学报, 2013, 45(4): 588—597.
Liu Hu, Zhang Weihong, Zhu Jihong. Structural topology optimization and frequency influence analysis under harmonic force excitations [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2013, 45(4): 588—597. (in Chinese)
- [19] Min S, Kikuchi N, Park Y C, Kim S, Chang S. Optimal topology design of structures under dynamic loads [J]. Structural Optimization, 1999, 17(2/3): 208—218.
- [20] Kang B S, Park G J, Arora J S. A review of optimization of structures subjected to transient loads [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2006, 31(2): 81—95.
- [21] 邱吉宝, 向树红, 张正平. 计算结构动力学[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009: 261—273.
Qiu Jibao, Xiang Shuhong, Zhang Zhengping. Computational structural dynamics [M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2009: 261—273. (in Chinese)
- [22] Zheng L, Xie R L, Wang Y, Adel E. Topology optimization of constrained layer damping on plates using Method of Moving Asymptote (MMA) approach [J]. Shock and Vibration, 2011, 18(1/2): 221—244.
- [23] Bendsøe M P, Sigmund O. Material interpolation schemes in topology optimization [J]. Archive of Applied Mechanics, 1999, 69(9/10): 635—654.
- [24] Svanberg K. The method of moving asymptotes - a new method for structural optimization [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1987, 24(2): 359—373.
- [25] Sigmund O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization [J]. Mechanics of Structures and Machines, 1997, 25(4): 495—526.

(上接第 21 页)