

集中荷载作用下宽翼缘双箱组合梁剪滞效应分析

胡少伟¹, 喻江^{1,2}, 张文敬³

(1. 南京水利科学研究院, 江苏, 南京 210024; 2. 河海大学土木与交通学院, 江苏, 南京 210098;
3. 河海大学港口海岸与近海工程学院, 江苏, 南京 210098)

摘 要: 宽翼缘钢-混凝土组合梁结构中剪滞效应的存在将导致混凝土翼板、钢梁底板及腹板发生纵向翘曲变形, 对组合梁截面应力和变形产生重要影响。为了深入分析其作用机理, 该文基于最小势能原理, 忽略界面滑移效应, 在假定混凝土翼板、钢梁底板纵向变形沿板宽度方向呈近似抛物线分布的前提下, 推导了宽翼缘双箱钢-混凝土组合梁结构考虑剪滞效应的控制微分方程。并求得在两端简支约束条件和集中荷载作用下的应力和变形解析表达式。通过数值算例, 结合组合梁试验、有限元模拟三者相互比较分析, 表明该文提出的方法为分析组合梁结构关于剪滞效应问题提供了理论基础, 对工程应用具有一定的指导作用和参考价值。

关键词: 双箱组合梁结构; 最小势能原理; 剪滞效应; 解析表达式; 试验验证; 有限元模拟

中图分类号: TU398+.9; TU318 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.11.1078

ANALYSIS OF SHEAR LAG EFFECT IN DOUBLE-BOX COMPOSITE BEAMS WITH WIDE FLANGES UNDER CONCENTRATED LOADING

HU Shao-wei¹, YU Jiang^{1,2}, ZHANG Wen-jing³

(1. Department of Materials and Structural Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing, Jiangsu 210024, China;
2. College of Civil and Transportation Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China;
3. College of Harbour, Coastal and Offshore Engineering, Hohai University, Nanjing, Jiangsu 210098, China)

Abstract: The shear lag effect in steel-concrete composite beam structures with wide flanges leads to longitudinal buckling deformation of the concrete slab and the bottom and web plates of the steel girder, and has significant effect on stress and deflection in composite beams. In order to further analyze its mechanism, the governing differential equation of a double-box composite structure with wide flanges considering the shear lag effect is deduced, based on the minimum potential energy principle, and ignoring slip effects in the interface, under the assumption that longitudinal deformations of the concrete slab and steel girder bottom-plate follow an approximately parabolic distribution along their width. Then analytical expressions of stress and deformation are obtained for a beam with both ends simply supported, under concentrated loading. Finally, a comparative analysis between a numerical example, composite beam experiment, and finite element simulation is implemented, and the results show that the proposed approach provides a theoretical basis for analyzing the shear lag effect in composite beam structures, and this method has a definite guidance and reference value for engineering applications.

Key words: double-box composite beam structure; minimum potential energy principle; shear lag effect; analytical expression; experimental verification; finite element simulation

钢-混凝土组合梁结构作为一种新型的结构形式, 其充分利用了混凝土和钢材各自的材料性能, 具有截面高度小、自重轻、延性好、承载力高等优点。随着我国经济建设的快速发展, 钢-混凝土组合

收稿日期: 2013-11-21; 修改日期: 2014-06-06

基金项目: 国家杰出青年基金项目(51325904); 国家自然科学基金项目(51279111)

通讯作者: 胡少伟(1969—), 男, 河南杞县人, 教授级高工, 博士后, 从事水工结构工程与材料研究(E-mail: hushaowei@nhri.cn).

作者简介: 喻江(1989—), 男, 重庆云阳人, 硕士生, 从事组合结构工程研究(E-mail: yzyzyz322@126.com);

张文敬(1989—), 男, 重庆璧山人, 硕士生, 从事港口工程结构研究(E-mail: mama540514@163.com).

梁结构以其优越的受力性能、施工性能和良好的综合效益已经成为结构工程领域近年来发展很快的一个方向^[1-2]。大量工程实践表明,组合梁与非组合梁类似,翼板及腹板同样存在剪滞效应,即板内纵向变形沿板宽度方向分布不均匀,极易导致结构发生翘曲变形而破坏^[3-6]。

国外 Song 等^[7]利用简谐波法首先对 I 型、T 型和箱型截面连续梁进行了剪滞效应分析。兰州交通大学张元海等^[8]在假定 3 个独立的广义坐标函数的条件下对考虑剪滞效应的宽翼缘薄壁梁进行了变分法分析。文献[9-11]以能量原理为基础,建立了考虑剪滞效应的控制微分方程,得到了数值解并加以验证。文献[12]提出了一种梁段有限元数值分析方法,对考虑剪滞变形时箱型梁进行了广义力矩法数值计算,并编写了有限元程序加以分析。文献[13]对钢-混凝土组合箱梁斜拉桥的剪力滞效应进行了分析。孙飞飞等^[14]通过引入非均匀分布的纵向位移的翘曲形函数,建立了一个能考虑滑移、剪力滞后和剪切变形的钢-混凝土组合梁模型,并推导了均布荷载作用下的解析解。文献[15]选取剪力滞效应引起的附加挠度作为广义位移,提出了剪力滞翘曲应力的简便计算公式,并给出了微分方程的初参数解。

目前对于箱型钢-混凝土组合梁结构的研究成果还较少,尤其是考虑剪滞效应后的组合结构研究。本文基于最小势能原理基本理论,忽略混凝土翼板和钢梁之间截面滑移的影响,假定混凝土翼板和钢梁底板的纵向变形沿着板宽度方向呈近似抛物线分布,在两端简支约束和跨中集中荷载加载作用下,推导出宽翼缘双箱钢-混凝土组合梁结构考虑剪滞效应的控制微分方程,并求得相关应力和变形的解析表达式。通过简支组合梁试验研究,并借助商业软件 ANSYS 进行有限元模拟,给出数值算例,将试验结果、有限元模拟结果,和理论分析计算结果三者进行相互比较分析。

1 控制微分方程的建立

1.1 基本假定

由两种材料组成的宽翼缘双箱组合梁结构,如图 1 所示。梁体净跨 L_0 , 混凝土翼板宽度 B_c , 厚度 H_c , 钢梁宽度 B_s , 高度 H_s , E_c 、 E_s 、 G_c 、 G_s 、 A_c 、 A_s 、 I_c 、 I_s 分别表示两种材料的弹性模量、剪切模量、

横截面面积、抗弯惯性矩。以组合梁横截面型心为坐标原点建立坐标系, x 表示横向水平坐标, y 表示竖向坐标, 并以向下为正, z 轴表示纵向水平坐标。

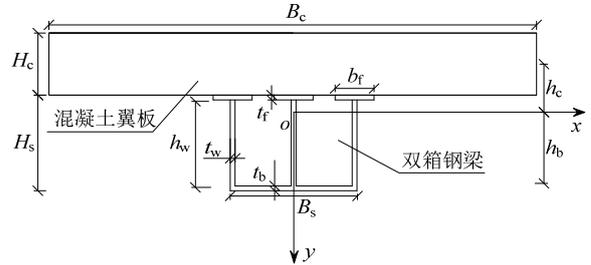


图 1 双箱组合梁模型

Fig.1 Double-box composite beam model

在以下推导中, 用到了如下基本假定^[16-17]:

- 1) 混凝土翼板和钢梁之间的连接沿梁纵向均匀连续分布, 不考虑相对滑移的影响;
- 2) 两种材料满足线弹性假定;
- 3) 混凝土翼板和双箱钢梁的挠曲位移相等。

1.2 组合梁的变形势能

1) 位移函数的确定。

根据建立的双箱组合梁模型, 引入广义坐标法理论, 在考虑剪滞效应的前提下, 将组合梁结构的翘曲变形分解为竖向挠度 $\omega(z)$ 和纵向位移 $u(x, y, z)$ 来分析。

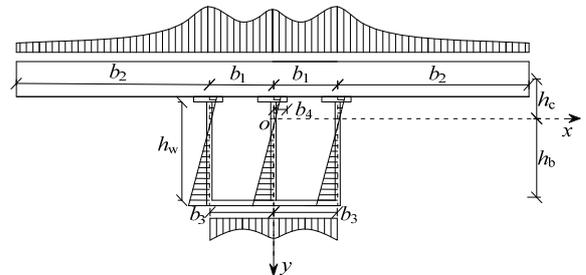


图 2 分析模型图

Fig.2 Analysis model

如图 2 所示, 根据钢-混凝土双箱组合梁的变形特点, 由剪滞效应引起的混凝土翼板纵向变形沿横向分段考虑其分布情况, 当 $0 \leq x \leq b_1$ 时, 假定为二次抛物线分布; 当 $b_1 < x \leq b_2$ 时, 假定为三次抛物线分布, 钢梁底板为二次抛物线分布, 由于钢梁腹板和托板较窄, 故分析时不考虑其剪滞效应影响, 仍采用平截面假定^[18-20]。

则混凝土翼板、钢梁底板、腹板和托板的纵向位移函数分别表示为:

$$u_c(x, z) = \begin{cases} -h_c \left(w'_c(z) + \left[1 - \frac{4(x-0.5b_1)^2}{b_1^2} \right] u_c(z) \right), & 0 \leq x \leq b_1 \\ -h_c \left(w'_c(z) + \left[1 - \frac{(b_2-x)^3}{(b_2-b_1)^3} \right] u_c(z) \right), & b_1 \leq x \leq 0.5B_c \end{cases} \quad (1)$$

$$u_{sb}(x, z) = h_b \left(w'_{sb}(z) + \left[1 - \frac{4(x-0.5b_3)^2}{b_3^2} \right] u_{sb}(z) \right), \quad 0 \leq x \leq b_3 \quad (2)$$

$$\begin{cases} u_{sw}(z) = y_w w'_{sw}(z) \\ u_{sf}(z) = y_f w'_{sf}(z) \end{cases} \quad (3)$$

式中: $u_c(x, z)$ 、 $u_{sb}(x, z)$ 、 $u_{sw}(z)$ 、 $u_{sf}(z)$ 分别为混凝土翼板、钢梁底板、腹板和托板纵向位移函数; h_c 、 h_b 分别为混凝土翼板型心、钢梁底板型心到组合梁换算截面型心的距离; $w'_c(z)$ 、 $w'_{sb}(z)$ 、 $w'_{sw}(z)$ 、 $w'_{sf}(z)$ 分别为初等梁理论结果; $u_c(z)$ 、 $u_{sb}(z)$ 分别为对初等梁理论的修正项。

2) 混凝土翼板的应变能 U_c 。

$$U_c = \frac{1}{2} \int_{V_c} (E_c \varepsilon_c^2 + G_c \gamma_c^2) dV_c = \frac{1}{2} \int_{V_c} \left[E_c \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + G_c \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] dV_c \quad (4)$$

则有:

$$U_c = \begin{cases} \frac{1}{2} J_{c1} \int_0^L \left\{ E_c \left[(w''_{c1}(z))^2 + \frac{4}{3} w''_{c1}(z) u'_{c1}(z) + \frac{8}{15} (u'_{c1}(z))^2 \right] + \frac{16G_c}{3b_1^2} (u_{c1}(z))^2 \right\} dz, & 0 \leq x \leq b_1; \\ \frac{1}{2} J_{c2} \int_0^L \left\{ E_c \left[(w''_{c2}(z))^2 + \frac{3\theta_1}{2} w''_{c2}(z) u'_{c2}(z) + \frac{9\theta_1}{14} (u'_{c2}(z))^2 \right] + \frac{9\theta_2 G_c}{5} (u_{c2}(z))^2 \right\} dz, & b_1 \leq x \leq 0.5B_c. \end{cases} \quad (5)$$

式中: $J_{c1} = h_c^2 b_1 H_c$, $J_{c2} = h_c^2 b_2 H_c$ (自身惯性矩忽略); $\theta_1 = 1 - \frac{b_1}{b_2}$; $\theta_2 = \frac{1}{(b_2 - b_1)b_2}$ 。

混凝土翼板的总应变能为:

$$V_c = 2U_c \quad (6)$$

3) 钢梁的应变能 U_s 。

钢梁底板应变能为:

$$U_{sb} = \frac{1}{2} \int_{V_{sb}} (E_s \varepsilon_{sb}^2 + G_s \gamma_{sb}^2) dV_{sb} = \frac{1}{2} J_{sb} \int_0^L \left\{ E_s \left[(w''_{sb}(z))^2 + \frac{4}{3} w''_{sb}(z) u'_{sb}(z) + \frac{8}{15} (u'_{sb}(z))^2 \right] + \frac{16G_s}{3b_3^2} (u_{sb}(z))^2 \right\} dz \quad (7)$$

$$U_{sw} = 3 \times \frac{1}{2} \int_{V_{sw}} E_s \varepsilon_{sw}^2 dV_{sw} = \frac{3}{2} J_{sw} E_s \int_0^L (w''_{sw}(z))^2 dz \quad (8)$$

$$U_{sf} = 3 \times \frac{1}{2} \int_{V_{sf}} E_s \varepsilon_{sf}^2 dV_{sf} = \frac{3}{2} J_{sf} E_s \int_0^L (w''_{sf}(z))^2 dz \quad (9)$$

式中: $J_{sb} = h_b^2 b_3 t_b$; J_{sw} 、 J_{sf} 分别为腹板和托板对 x 轴的惯性矩。

则钢梁的总应变能为:

$$V_s = 2U_{sb} + U_{sw} + U_{sf} \quad (10)$$

4) 外力势能 V_p 。

$$V_p = + \int_0^L M(z) w''(z) dz \quad (11)$$

则组合梁的总势能为:

$$V = V_c + V_s + V_p \quad (12)$$

1.3 控制微分方程

将式(12)进行变分, 由其一阶变分为零的条件得考虑剪滞效应的控制微分方程为:

$$\begin{cases} w''(z) + \frac{4}{3} \alpha_1 u'_c(z) + \frac{4}{3} \alpha_2 u'_s(z) + \frac{M(z)}{k} = 0, \\ -u''_c(z) - \frac{35}{2} \beta_1 w'''(z) + 14\beta_2 u_c(z) = 0, \\ -u''_s(z) - \frac{5}{4} w'''(z) + \frac{10G_s}{b_3^2 E_s} u_s(z) = 0. \end{cases} \quad (13)$$

式中: $k = 2k_0$; $\alpha_1 = \frac{k_1}{2k_0}$; $\alpha_2 = \frac{k_2}{2k_0}$; $k_0 = [(J_{c1} + J_{c2})E_c + (J_{sb} + 3/2J_{sw} + 3/2J_{sf})E_s]$, $k_1 = \left(J_{c1} + \frac{9\theta_1}{8} J_{c2} \right) E_c$, $k_2 = J_{sb} E_s$; $\beta_1 =$

$$\frac{8J_{c1} + 9\theta_1 J_{c2}}{112J_{c1} + 135\theta_1 J_{c2}}; \beta_2 = \frac{80J_{c1}/b_1^2 + 27\theta_2 J_{c2}}{112J_{c1} + 135\theta_1 J_{c2}} \frac{G_c}{E_c}.$$

2 微分方程的解析解

2.1 通解表达式

由式(13)消去 $w(z)$, 得:

$$\begin{cases} \lambda_1 f'' + \lambda_2 g'' + \lambda_3 f = \lambda_4 Q(z) \\ \lambda_5 f'' + \lambda_6 g'' + \lambda_7 g = \lambda_8 Q(z) \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\lambda_1 = \left(\frac{70}{3}\alpha_1\beta_1 - 1\right)$, $\lambda_2 = \frac{70}{3}\alpha_2\beta_1$, $\lambda_3 = 14\beta_2$,

$$\lambda_4 = \frac{35\beta_1}{2k}, \lambda_5 = \frac{5}{3}\alpha_1, \lambda_6 = \left(\frac{5}{3}\alpha_2 - 1\right), \lambda_7 = -\frac{10G_s}{b_3^2 E_s},$$

$$\lambda_8 = \frac{5}{4k}, f = u_c(z), g = u_s(z); Q(z) \text{ 为 } z \text{ 处的剪力。}$$

式(14)用降阶法可求得混凝土翼板纵向位移函数和钢梁纵向位移函数的四阶特征方程为:

$$\gamma^4 + \frac{\chi_1}{\chi_0}\gamma^2 + \frac{1}{k}\left[\frac{\chi_1}{\chi_0}M(z) - M''(z)\right] = 0 \quad (15)$$

式中: $\chi_0 = 1 - \frac{70}{3}\alpha_1\beta_1 - \frac{70}{3}\alpha_2$; $\chi_1 = 14\beta_2 + \frac{10G_s}{b_3^2 E_s}$ 。

组合梁中混凝土翼板和钢梁的纵向位移函数表达式和组合梁挠度表达式可表示为:

$$\begin{cases} u_c(z) = C_1 sh\gamma_1 z + C_2 ch\gamma_1 z + C_3 sh\gamma_2 z + C_4 ch\gamma_2 z + u_c^* \\ u_s(z) = \psi_1(C_1 sh\gamma_1 z + C_2 ch\gamma_1 z) + \psi_2(C_3 sh\gamma_2 z + C_4 ch\gamma_2 z) + \psi_1 u_c^* \\ w(z) = -\left[\frac{4}{3\gamma_1^2}\mu_1(C_1 ch\gamma_1 z + C_2 sh\gamma_1 z) + \frac{4}{3\gamma_1^2}\mu_2(C_3 ch\gamma_2 z + C_4 sh\gamma_2 z) + \iint \frac{M(z)}{k} dz + C_5 z + C_6\right] \end{cases} \quad (16)$$

式中: $\mu_1 = \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2\psi_1}{\gamma_1}$, $\mu_2 = \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2\psi_2}{\gamma_2}$, $\psi_1 =$

$$\frac{(\lambda_2\lambda_5 - \lambda_1\lambda_6)\gamma_1^2\gamma_2^2 - (\lambda_1\lambda_7 - \lambda_3\lambda_6)\gamma_1^2 - \lambda_1\lambda_7\gamma_2^2}{\lambda_2\lambda_6\gamma_1^2\gamma_2^2 - (\lambda_2\lambda_6 - \lambda_2\lambda_7)\gamma_1^2 + \lambda_2\lambda_7\gamma_2^2}, \psi_2 =$$

$$\frac{(\lambda_1\lambda_6 - \lambda_2\lambda_5)\gamma_1^2\gamma_2^2 - (\lambda_3\lambda_5 - \lambda_2\lambda_7)\gamma_1^2 - \lambda_3\lambda_5\gamma_2^2}{\lambda_2\lambda_6\gamma_1^2\gamma_2^2 - (\lambda_2\lambda_6 - \lambda_3\lambda_6)\gamma_1^2 + \lambda_3\lambda_6\gamma_2^2}; \gamma_1、$$

γ_2 为特征方程式(15)的根; u_c^* 为初值。

2.2 跨中集中荷载作用下的解析解

1) 应力函数表达式

如图 3 所示, 其剪力和弯矩可表示为:

$$\begin{cases} Q(z) = \begin{cases} \frac{P}{2}, & 0 \leq z \leq 0.5L_0 \\ -\frac{P}{2}, & 0.5L_0 \leq z \leq L_0 \end{cases} \\ M(z) = \begin{cases} \frac{P}{2}z, & 0 \leq z \leq 0.5L_0 \\ \frac{P}{2}(L_0 - z), & 0.5L_0 \leq z \leq L_0 \end{cases} \end{cases} \quad (17)$$

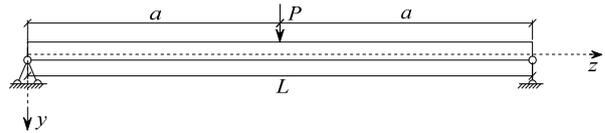


图 3 跨中集中荷载示意图

Fig.3 Simply supported composite beam under center point load

由边界条件和变分点的连续条件可得:

$$\begin{cases} u'_{1c}(0) = u'_{2c}(L_0) = 0, u'_{1s}(0) = u'_{2s}(L_0) = 0, \\ u_{1c}(0.5L_0) = u_{2c}(0.5L_0), u_{1s}(0.5L_0) = u_{2s}(0.5L_0), \\ u'_{1c}(0.5L_0) = u'_{2c}(0.5L_0), u'_{1s}(0.5L_0) = u'_{2s}(0.5L_0). \end{cases} \quad (17)$$

将式(16)代入式(17)解得混凝土翼板和钢梁纵向位移函数为:

$$\begin{cases} u_c(z) = \begin{cases} P \left[m_1 ch(\gamma_1 z) + \frac{5\beta_1}{8k\beta_2} \right], & 0 \leq z \leq 0.5L_0 \\ P \left[-m_2 sh(\gamma_1 z) + m_3 ch(\gamma_1 z) - \frac{5\beta_1}{8k\beta_2} \right], & 0.5L_0 \leq z \leq L_0 \end{cases} \\ u_s(z) = \begin{cases} \psi_1 P \left[m_1 ch(\gamma_1 z) + \frac{5\beta_1}{8k\beta_2} \right], & 0 \leq z \leq 0.5L_0 \\ \psi_1 P \left[-m_2 sh(\gamma_1 z) + m_3 ch(\gamma_1 z) - \frac{5\beta_1}{8k\beta_2} \right], & 0.5L_0 \leq z \leq L_0 \end{cases} \end{cases} \quad (18)$$

式中: $m_1 = \frac{35\beta_1 \csc h(\gamma_1 L_0) sh(-0.5\gamma_1 L_0)}{28k\beta_2}$; $m_2 =$

$$\frac{7\beta_1 sh(0.5\gamma_1 L_0)}{4k\beta_2}; m_3 = \frac{7\beta_1 \coth(\gamma_1 L_0) sh(0.5\gamma_1 L_0)}{4k\beta_2}.$$

当 $0 \leq z \leq 0.5L_0$ 时, 混凝土翼板应力表示为:

$$\begin{cases} \sigma_c(x, z) = \begin{cases} -E_c y_c \left[\frac{Pz}{2k} - \left[1 - \frac{4(x-0.5b_1)^2}{b_1^2} - n \right] P\gamma_1 m_1 sh(\gamma_1 z) \right], & 0 \leq x \leq b_1 \\ -E_c y_c \left[\frac{Pz}{2k} - \left[1 - \frac{(b_2-x)^3}{(b_2-b_1)^3} - n \right] P\gamma_1 m_1 sh(\gamma_1 z) \right], & b_1 \leq x \leq b_2 \end{cases} \end{cases} \quad (20)$$

式中, $n = \frac{4}{3}(\alpha_1 + \alpha_2 \psi_1)$ 。

当 $0.5L_0 \leq z \leq L_0$ 时, 混凝土翼板应力表示为:

$$\sigma_c(x, z) = \begin{cases} -E_c y_c \left[\frac{P(L_0 - z)}{2k} - \left[1 - \frac{4(x - 0.5b_1)^2}{b_1^2} - n \right] \right. \\ \left. P\gamma_1 [m_2 \sinh(\gamma_1 z) - m_3 \cosh(\gamma_1 z)] \right], & 0 \leq x \leq b_1 \\ -E_c y_c \left[\frac{P(L_0 - z)}{2k} - \left[1 - \frac{(b_2 - x)^3}{(b_2 - b_1)^3} - n \right] \right. \\ \left. P\gamma_1 [m_2 \sinh(\gamma_1 z) - m_3 \cosh(\gamma_1 z)] \right], & b_1 \leq x \leq b_2 \end{cases} \quad (21)$$

钢梁底板应力表示为:

$$\sigma_{sb}(x, z) = \begin{cases} E_s y_b \left[\frac{Pz}{2k} - \left[1 - \frac{4(x - 0.5b_3)^2}{b_3^2} - n \right] \right. \\ \left. \psi_1 m_1 \gamma_1 P \sinh(\gamma_1 z) \right], & 0 \leq z \leq 0.5L_0 \\ E_s y_b \left[\frac{P(L_0 - z)}{2k} - \left[1 - \frac{4(x - 0.5b_3)^2}{b_3^2} - n \right] \right. \\ \left. \psi_1 m_1 \gamma_1 P \sinh(\gamma_1 z) \right], & 0.5L_0 \leq z \leq L_0 \end{cases} \quad (22)$$

钢梁腹板应力表示为:

$$\sigma_{sw}(z) = E_s y_w \left[\frac{Pz}{2k} + m_1 n P \sinh(\gamma_1 z) \right] \quad (23)$$

钢梁托板应力表示为:

$$\sigma_{sf}(z) = E_s y_f \left[\frac{Pz}{2k} + m_1 n P \sinh(\gamma_1 z) \right] \quad (24)$$

2) 组合梁挠度表达式

将所求的 $u_c(z)$ 、 $u_s(z)$ 回代到式(13)的第一项

可求得组合梁结构的挠度表达式为:

$$w(z) = \frac{P}{k} \left[\frac{L_0^2}{16} z - \frac{1}{12} z^3 + k\zeta \left[z - \frac{\sinh(\gamma_1 z)}{\lambda_1 \cosh(0.5\lambda_1 L_0)} \right] \right], \quad 0 \leq z \leq 0.5L_0 \quad (25)$$

式中: $\zeta = \frac{m_1 n}{\gamma_1} \cosh(0.5\gamma_1 L_0)$ 。

3 试验验证及有限元模拟

3.1 试验概况

1) 试件设计

为了探究宽翼缘双箱组合梁结构在剪滞效应下截面应力、挠度的变化情况, 以及对理论分析的验证说明, 本次试验设计了 1 根宽翼缘双箱组合梁试件, 编号 DCB-62。试件所选用的混凝土采用商品高强混凝土, 强度等级 C60, 钢梁选用 Q235-B 板材, 混凝土翼板和钢梁的连接通过在钢梁上均匀布置焊钉来完成。根据试验要求, 焊钉规格为 $\Phi 15\text{mm} \times 95\text{mm}$ (直径 \times 长度), 栓钉横向采用 3 排布置于钢梁托板上, 纵向间距 167mm, 为完全剪力连接形式。纵筋为构造钢筋, 采用热轧光圆钢筋 HPB235 $\Phi 10$, 分为 2 层, 每层 5 根; 箍筋采用热轧圆盘条 HPB235 $\Phi 8@200$, 布置形式为四肢箍筋布置。由于在受力过程中, 支座处钢板出现应力集中, 为了消除该影响, 分别在 2 个支座截面共 6 块钢板处设置加劲肋板^[21-25]。

2) 材料特性

试件所用到的混凝土和钢材等材料的几何属性如表 1 所示, 钢材特性和混凝土特性如表 2、表 3 所示。

3) 测点布置及加载方案

电阻应变片布置如图 4 所示, 由于加载截面为跨中截面, 与电阻应变片布置截面重合, 故在偏离跨中 100mm 截面处布置电阻应变片加以测量。

试件约束方式按简支梁设计, 试验加载装置如图 5 所示。采用液压伺服油压机控制千斤顶对试件进行分级加载, 在加载过程中, 借助计算机控制系统加以控制, 初始加载频率控制在约 5min 每次, 加载 20kN, 当混凝土翼板下边缘有裂缝出现, 此时控制加载速率, 控制在 3min 每次, 加载 10kN, 直到试件破坏。

表 1 几何参数

/mm

Table 1 Geometric parameters

试件编号	混凝土翼板		钢梁			加劲肋	
	长度(L)	宽 \times 高($B_c \times H_c$)	托板($b_f \times h_f$)	腹板($h_w \times t_w$)	底板($B_s \times t_b$)	长度(L_j)	宽 \times 高($b_j \times h_j$)
DCB-62	4800	1000 \times 150	80 \times 10	150 \times 10	300 \times 10	150	40 \times 10

表 2 钢材特性
Table 2 Steel characteristics

名称	类型	钢材材料	弹性模量 E_s /GPa	屈服应变 $\varepsilon_y/\mu\epsilon$	屈服强度 f_y /MPa	极限强度 f_u /MPa
钢梁	腹板	Q235-B	206	1456	300	445
	托板和底板		206	1165	240	400
钢筋	纵筋	Q235	206	1214	250	385
	箍筋		206	1190	245	380

表 3 混凝土特性
Table 3 Concrete characteristics

名称	强度	抗压弹性模量 E_c /GPa	抗拉弹性模量 E_t /GPa	立方体抗压强度 $f_{cu,150}$ /MPa	抗拉强度 f_{tk} /MPa
混凝土	C60	48.25	32.8	67.17	3.54

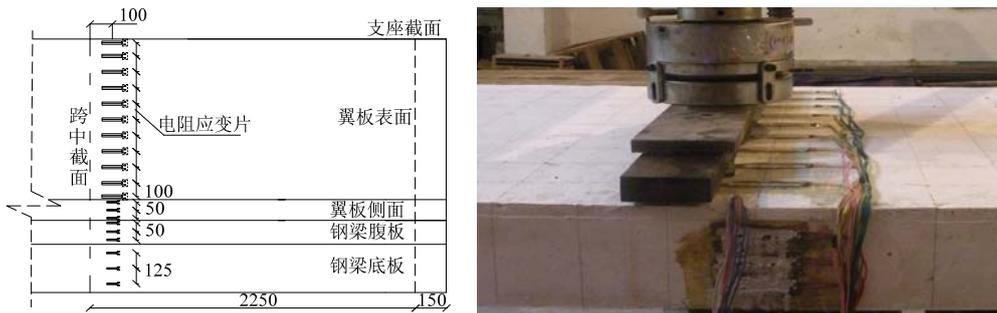


图 4 应变片布置

Fig.4 Strain gauge arrangement

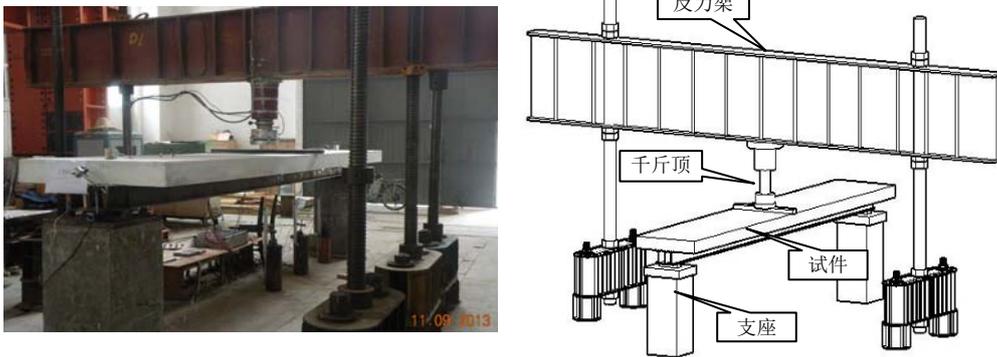


图 5 试验加载装置

Fig.5 Experimental loading set-up

3.2 有限元模拟

本次研究借助 ANSYS14.5 有限元分析软件对双箱钢-混凝土组合梁进行三维有限元模拟分析。

1) 单元选择

计算模型中混凝土翼板采用三维实体单元 (Solid65)，双箱钢梁采用三维板壳单元 (solid187)，栓钉则采用三维弹簧单元 (Combin14)。

2) 建模参数拟定

模型材料参数根据试验参数来加以拟定。

钢梁材料本构关系采用双线性随动强化模型，依照试验参数，所得应力-应变曲线关系如图 6 所示。

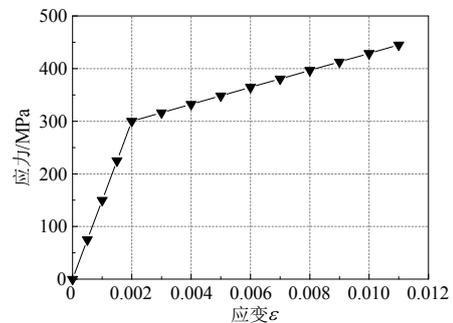


图 6 钢梁本构关系

Fig.6 Constitutive relationship of steel

组合梁中帽形栓钉采用文献[26]中所用模型，其荷载-滑移关系为：

$$Q = Q_u (1 - e^{-0.7s})^{0.4} \quad (26)$$

式中： Q_u 表示栓钉的极限承载能力； s 代表截面上的相对滑移值。

混凝土本构关系采用 Sargin 改进的 Saenz 公式^[27]：

$$\sigma_c = k_3 f_c \frac{A \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) + (D-1) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2}{1 + (A-2) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) + D \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2} \quad (27)$$

式中： $k_3=1$ ； $f_c=45\text{MPa}$ ； $A=\frac{E_0}{E_s}=1.41$ ； $D=0.8$ ；

$\varepsilon_0 = 0.002$ 。

其对应的应力-应变曲线关系如图 7 所示。

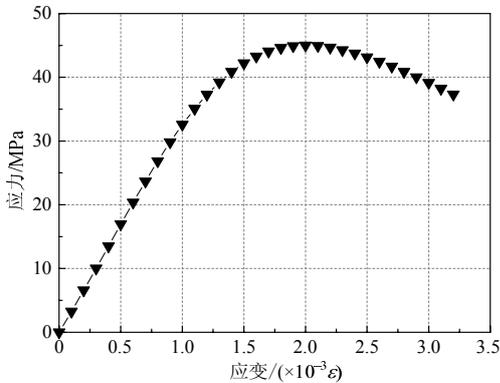


图 7 混凝土本构关系

Fig.7 Constitutive relationship of concrete

3) 模型的建立及求解

在建立三维模型的过程中，仿照试验加载方案进行建模及模拟。加载采用顶部面荷载进行加载，约束为在支座处一端约束 x 方向，在支座另一端约束 xy 方向。建立模型如图 8 所示，弯矩 $M = 318\text{kN}\cdot\text{m}$ 时应变分布云图如图 9 所示。

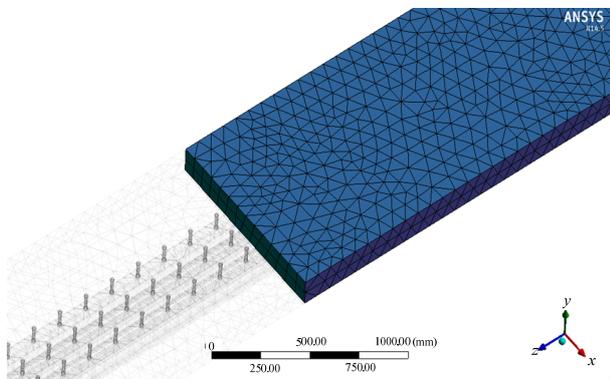


图 8 有限元分析模型

Fig.8 Finite element model

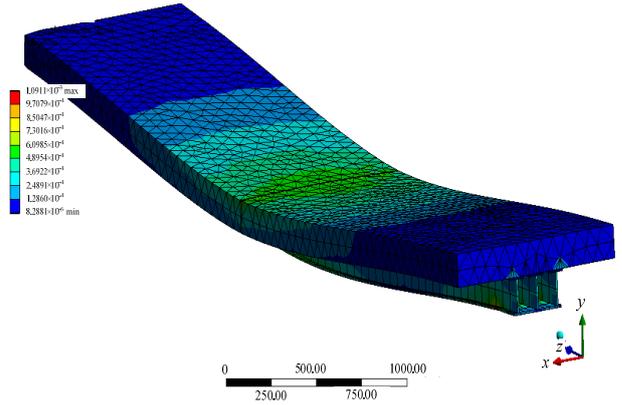


图 9 组合梁分布云图 /mm

Fig.9 Strain distribution pattern of composite beam

4 结果对比分析

4.1 应变分布特征

基于最小势能原理基本理论，推导出的宽翼缘双箱组合梁考虑剪滞效应的控制微分方程，所得的应力表达式，以试验试件为算例进行分析计算，可求得应力分布情况。为了与试验和有限元模拟进行比照分析，以跨中截面为主进行分析计算。

1) 混凝土翼板顶面应变分布

在进行混凝土翼板应力表达式计算时，考虑到混凝土材料进入非线性后，其弹性模量会有所变化，故当材料进入非线性后，依据试验所得参数及 Saenz 公式^[27]将弹性模量进行折减，折减关系如图 10 所示。

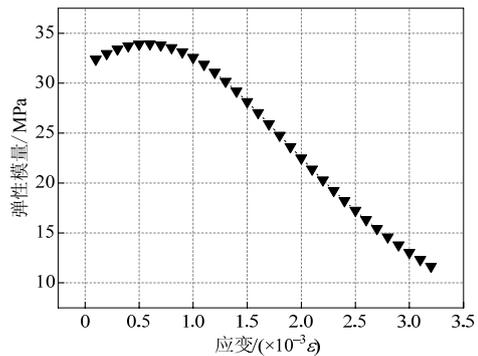


图 10 弹性模量折减曲线

Fig.10 Reduction curves of elastic modulus

不同弯矩作用下混凝土翼板顶面跨中位置处正应力沿截面横向分布情况，如图 11 所示，图中横坐标表示组合梁试件 x 值(mm)，纵坐标表示应变 ($\mu\varepsilon$)， $M_u=662.5\text{kN}\cdot\text{m}$ 表示外荷载作用下极限弯矩值。图中将试验值、模拟值及计算值三者进行了对比分析。

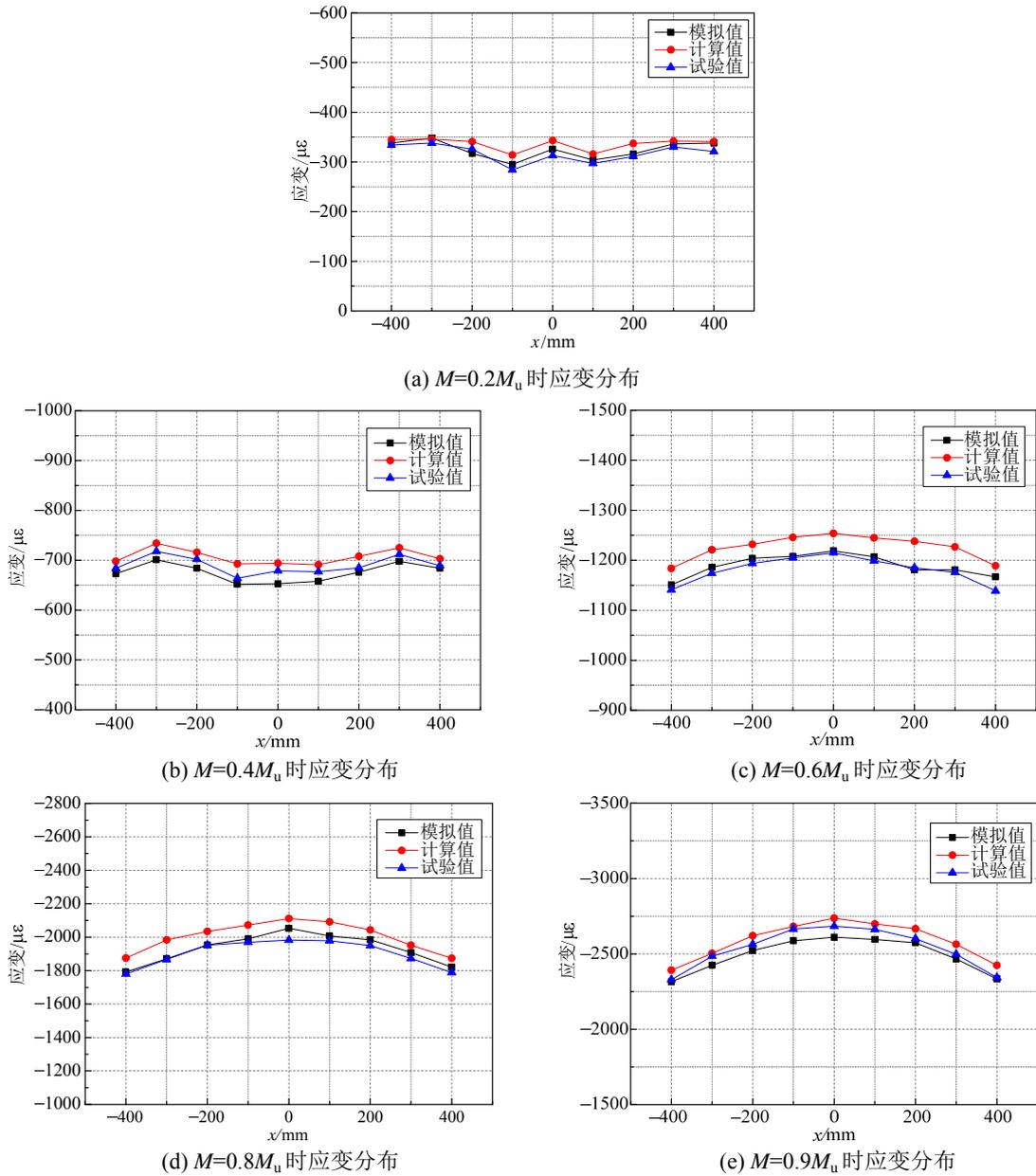


图 11 混凝土顶板应变分布特征

Fig.11 Strain distribution in concrete slab

从图 11 可以看出，剪滞效应对组合梁混凝土翼板的影响比较显著。在混凝土翼板裂缝出现前，即 $M \leq 0.4M_u$ 时，混凝土翼板顶部跨中截面应变沿横向分布比较均匀，当混凝土翼板裂缝频繁出现并逐渐扩展，弯矩达到 $427.5\text{kN}\cdot\text{m}$ 时，剪滞效应现象更加明显，随着荷载的继续增加，这种现象表现得更加显著。从图中还可以看出，不同弯矩作用下计算值略高于试验结果和 ANSYS 分析值，其原因主要是没有考虑滑移以及混凝土开裂等影响，试件破坏时混凝土翼板应变最大达到 $-3723\mu\epsilon$ 。

2) 钢梁底面应变分布

不同弯矩作用下钢梁底板跨中位置处正应力

沿横向分布情况如图 12 所示，图中横坐标分别代表钢梁底板跨中截面 $x=0\text{mm}$ 处、 $x=\pm 75\text{mm}$ 处测点，纵坐标表示不同弯矩作用下的应变值($10^{-3}\epsilon$)。“A”表示有限元模拟结果，“C”表示计算值，“T”表示试验所测数据。

从图 12 可以看出，剪滞效应对钢梁底板的影响同样显著。在 $M \leq 0.4M_u$ 时，应变分布比较均匀，伴随着外荷载的逐渐增加，应变分布越来越不均匀，其剪滞效应更加明显。当弯矩达到极限弯矩 $M_u=662.5\text{kN}\cdot\text{m}$ 时，组合梁试件破坏，此时剪滞效应影响最为显著，钢梁底板应变达到最大值 $16786\mu\epsilon$ 。

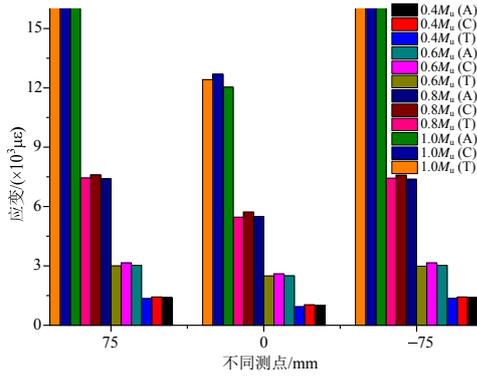


图 12 钢梁底板应变分布特征

Fig.12 Strain distribution at steel bottom

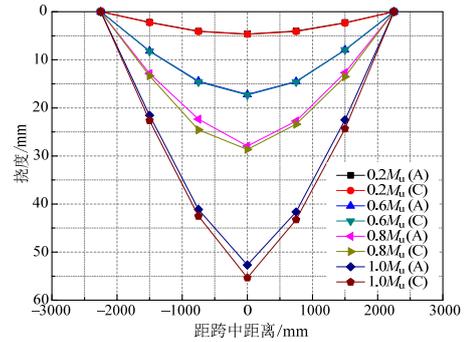
比较图 11 和图 12 还可以看出, 剪滞效应对混凝土翼板的影响大于对钢梁底板的影响, 原因主要在于: 其一, 与横向宽度有关; 其二, 跟材料属性有关。由于受到试验条件的限制, 具体影响有待进一步研究。

4.2 挠度分布特征

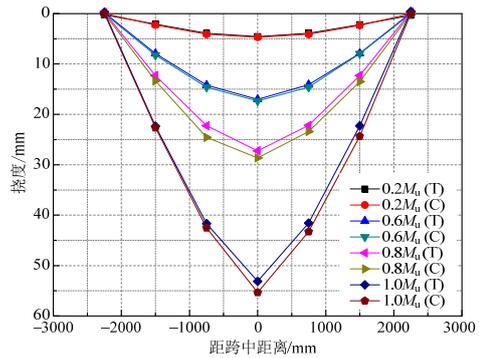
根据推导出的挠度计算公式, 可分别计算得到跨中位置处、距跨中 750mm 处、距跨中 1500mm 处以及支座处的挠度值, 并结合试验所测数据和有限元模拟结果, 将计算值与模拟值进行对比分析, 计算值与试验值进行对比分析, 得到两两考虑剪滞效应后的宽翼缘双箱组合梁挠度曲线关系, 如图 13 所示。

由图 13 可知, 剪滞效应的存在对组合梁挠度有一定影响, 随着剪滞效应的增强, 其挠度影响越加明显。当 $M \leq 388.13\text{kN}\cdot\text{m}$ 时, 基本没有影响, 随着载荷增加, 其影响更加显著, 跨中截面最大挠度达到 55.34mm, 试件破坏。

表 4 为不同弯矩作用下, 跨中截面混凝土翼板和钢梁底板不同位置处应变试验结果与理论计算值的比值, 以及挠度关系比值。从表 3 可知: 计算值大于试验结果和 ANSYS 分析值, 其误差在 9.50% 以内, 表明本文基于最小势能原理采用广义坐标法推导出的方法具有很好的精度, 为分析组合梁结构关于剪滞效应问题提供了理论基础, 对工程实践具有一定的参考价值和指导意义。



(a) 模拟值(A)与计算值(C)比较关系曲线



(b) 试验值(T)与计算值(C)比较关系曲线

图 13 组合梁挠度分布

Fig.13 Deflection distribution in composite beam

表 4 试验值、计算值和模拟值跨中截面比值一览表

Table 4 Ratios between test, calculation, and simulation results at the section mid-span for key values

距中心距离/mm	$0.4M_u$		$0.6M_u$		$0.8M_u$		$1.0M_u$		
	T/C	A/C	T/C	A/C	T/C	A/C	T/C	A/C	
混凝土翼板	-400	0.966	0.936	0.940	0.973	0.949	0.956	0.952	0.947
	-300	0.978	0.955	0.929	0.971	0.941	0.943	0.970	0.961
	-200	0.980	0.955	0.969	0.977	0.959	0.960	0.984	0.975
	-100	0.972	0.940	0.959	0.962	0.950	0.960	0.960	0.944
	0	0.964	0.941	0.952	0.972	0.956	0.981	0.968	0.958
	100	0.980	0.952	0.963	0.969	0.951	0.959	0.957	0.943
	200	0.968	0.942	0.968	0.965	0.945	0.962	0.986	0.976
	300	0.982	0.967	0.974	0.987	0.959	0.978	0.971	0.956
钢梁底板	400	1.024	0.987	0.934	0.973	0.955	0.972	0.957	0.938
	-75	0.957	0.980	0.946	0.958	0.980	0.974	0.983	0.979
	0	0.911	0.984	0.960	0.963	0.955	0.961	0.978	0.948
75	0.940	0.978	0.952	0.960	0.980	0.975	0.984	0.985	

(续表)

距中心距离/mm	$0.4M_u$		$0.6M_u$		$0.8M_u$		$1.0M_u$	
	T/C	A/C	T/C	A/C	T/C	A/C	T/C	A/C
-1500	—	—	0.964	1.000	0.921	1.000	0.987	1.000
-750	—	—	0.971	0.993	0.905	0.964	0.980	0.952
组合梁挠度	0	—	0.981	0.987	0.951	0.910	0.960	0.968
	750	—	0.964	0.993	0.948	0.976	0.961	0.952
	1500	—	0.991	0.992	0.908	0.971	0.915	0.963

5 结论

本文基于最小势能原理, 不考虑混凝土翼板和钢梁之间的滑移影响, 推导出了考虑剪滞效应后的控制微分方程并得到了其解析解, 借助试验研究和有限元模拟进行了比较分析。通过以上理论分析、试验验证及有限元模拟, 得到如下结论:

(1) 在加载初期, 剪滞效应对混凝土翼板和钢梁底板的影响较小, 随着荷载的增大, 其影响更加显著。将混凝土翼板应变分布特征与钢梁底板应变分布特征进一步比较发现, 剪滞效应对混凝土翼板的影响比钢梁的影响更加突出, 其原因可能跟宽度和材料性能有关, 有待进一步研究。

(2) 通过分析计算表明, 计算值偏高于试验结果及有限元模拟值, 其影响因素可归结为: 1) 解析解没有考虑滑移的影响, 使得计算结果偏高; 2) 试验中混凝土翼板的开裂导致其应变以及挠度发生波动。

(3) 通过试验结果、有限元数值模拟和理论计算相互比较分析, 其误差在 9.50% 以内, 表明本文推导方法用于分析考虑剪滞效应的宽翼缘组合梁结构具有较好的精度, 为该类结构设计提供了理论基础, 同时对工程应用具有一定的指导作用和参考意义。了跨中加载作用下, 不考虑滑移, 以及应力重分布等影响的条件下, 宽翼缘组合梁结构考虑剪滞效应后的应变、应力及挠度情况。

参考文献:

- [1] 聂建国. 钢-混凝土组合梁结构: 试验、理论与应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005: 1—6.
Nie Jianguo. Steel-concrete composite beam structure: Theory and application of the test [M]. Beijing: Science Press, 2005: 1—6. (in Chinese)
- [2] 聂建国, 刘明, 叶列平. 钢-混凝土组合结构[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2005: 2—12.
Nie Jianguo, Liu Ming, Ye Lieping. Steel-concrete composite structure [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2005: 2—12. (in Chinese)
- [3] Fabrizio Gara, Graziano Leoni, Luigino Dezi. A beam finite element including shear lag effect for the time-dependent analysis of steel-concrete composite decks [J]. Engineering Structures, 2009, 31(8): 1888—1902.
- [4] Shih Toh Chang, Ding Yun. Shear lag effect in box girder with varying depth [J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114(10): 2280—2292.
- [5] Yu Ping Zhang, Chuan Xi Li. Influence of main structural dimension on the shear lag effect of box girder used in cable-stayed bridge [J]. Applied Mechanics and Materials, 2013, 2685(405): 1483—1488.
- [6] Ming Jin Zhang. Lateral calculation and analysis of shear lag effect of extra-wide triple-cell single box girder [J]. Applied Mechanics and Materials, 2014, 2974(501): 1429—1433.
- [7] Song Q, Scrdeis A C. Shear lag analysis of T-, I-, and box beams [J]. Journal of Structural Engineering, 1990, 116(5): 1290—1305.
- [8] 张元海, 张清华, 李乔. 宽翼缘薄壁梁剪滞效应分析的变分法[J]. 工程力学, 2006, 23(1): 52—56.
Zhang Yuanhai, Zhang Qinghua, Li Qiao. A variational approach to the analysis of shear lag effect of thin-walled beams with wide flange [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23(1): 52—56. (in Chinese)
- [9] 甘亚南, 周广春, 王根会, 吴亚平. 宽翼缘薄壁工字型梁剪滞效应分析的能量变分法[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 42—47.
Gan Yanan, Zhou Guangchun, Wang Genhui, Wu Yaping. A variational approach to the analysis of shear lag effect of thin-walled beams with wide flange [J]. Engineering Mechanics, 2009, 26(2): 42—47. (in Chinese)
- [10] 周世虎. 薄壁箱梁的剪力滞翘曲位移函数研究[D]. 兰州交通大学, 2012.
Zhou Shihu. Warping displacement method study for shear lag effect in thin-walled box girder [D]. Lanzhou Jiaotong University, 2012. (in Chinese)
- [11] Zhou Wangbao, Jiang Lizhong, Liu Zhijie, Liu Xiaojie. Closed-form solution for shear lag effects of steel-concrete composite box beams considering shear deformation and slip [J]. Journal of Central South University, 2012, 19(10): 2976—2982.
- [12] 张元海, 李乔. 考虑剪滞变形时箱型梁广义力矩的数值分析[J]. 工程力学, 2010, 27(4): 30—36.

- Zhang Yuanhai, Li Qiao. Numerical analysis of generalized moment in box girder considering shear lag deformation [J]. *Engineering Mechanics*, 2010, 27(4): 30—36. (in Chinese)
- [13] Guo Jian, Sun Bingnan. Analysis of shear lag effect of steel-concrete composite box tower in cable-stayed bridge [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2003, 35(Suppl): 269—271.
- [14] 孙飞飞, 李国强. 考虑滑移、剪力滞后和剪切变形的钢-混凝土组合梁解析解[J]. *工程力学*, 2005, 22(2): 96—103.
Sun Feifei, Li Guoqiang. A closed-form solution for steel-concrete composite beams with slip, shear lag and shear deformation [J]. *Engineering Mechanics*, 2005, 22(2): 96—103. (in Chinese)
- [15] 张元海, 林丽霞. 薄壁箱梁剪力滞效应分析的初参数法[J]. *工程力学*, 2013, 30(8): 205—211.
Zhang Yuanhai, Lin Lixia. Initial parameter method for analyzing shear lag effect of thin-walled box girders [J]. *Engineering Mechanics*, 2013, 30(8): 205—211. (in Chinese)
- [16] 孙训方, 方孝淑, 关来泰. 材料力学(I)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002: 90—112.
Sun Xunfang, Fang Xiaoshu, Guan Laitai. *Mechanics of material (I)* [M]. Beijing: China Higher Education Press, 2002: 90—112. (in Chinese)
- [17] 蔡新, 孙文俊. 结构静力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 2003: 90—112.
Cai Xin, Sun Wenjun. *Mechanics of structures* [M]. Nanjing: Hohai University Press, 2003: 90—112. (in Chinese)
- [18] Dezi L, Gara F, Leoni G, Tarantino AM. Time-dependent analysis of shear-lag effect in composite beams [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2001, 127(1): 71—79.
- [19] 包世华, 周坚. 薄壁杆件结构力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006: 382—393.
Bao Shihua, Zhou Jian. *Structural mechanics of thin-walled bar* [M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2006: 382—393. (in Chinese)
- [20] 胡邦瑜, 何云勇, 陈勉. 一种钢-砼结合梁剪滞效应的位移解析[J]. *四川建筑*, 2012(2): 129—131.
Hu Bangyu, He Yunyong, Chen Mian. Displacement analysis on shear lag effect of steel-concrete composite beam [J]. *Sichuan Architecture*, 2012(2): 129—131. (in Chinese)
- [21] GB50010-2010, 混凝土结构设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010.
GB50010-2010, Code for design of concrete structures [S]. Beijing: China Architecture Industry Press, 2010. (in Chinese)
- [22] GB50017-2003, 钢结构设计规范[S]. 北京: 中国计划出版社, 2003.
GB50017-2003, Code for design of steel structures [S]. Beijing: China Planning Press, 2003. (in Chinese)
- [23] 胡少伟, 涂启华. 钢-混凝土叠合板组合梁的非线性分析[J]. *钢结构*, 2007, 22(2): 33—35.
Hu Shaowei, Tu Qihua. Nonlinear analysis of steel-concrete composite beams with combined slab [J]. *Journal of Steel Construction*, 2007, 22(2): 33—35. (in Chinese)
- [24] 胡少伟, 胡汉林. 预应力组合箱梁抗弯能力计算分析[J]. *工程力学*, 2012, 29(5): 101—106.
Hu Shaowei, Hu Hanlin. Calculation and analysis on flexural capacity of prestressed composite box girder [J]. *Engineering Mechanics*, 2012, 29(5): 101—106. (in Chinese)
- [25] 胡少伟, 叶祥飞. 部分剪力连接预应力组合箱梁受弯性能试验研究[J]. *建筑结构学报*, 2011, 32(10): 153—158.
Hu Shaowei, Ye Xiangfei. Experimental study on bending behavior of prestressed composite box girder with partial shear connection [J]. *Journal of Building Structures*, 2011, 32(10): 153—158. (in Chinese)
- [26] Johnson R P. Composite structures of steel and concrete [M]. London: Granada Publishing Ltd, Vol.1, 1975: 28—35.
- [27] 江见鲸. 钢筋混凝土结构非线性有限元分析[M]. 陕西: 陕西科学技术出版社, 1994: 57—58.
Jiang Jianjing. Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structure [M]. Shaanxi: Shaanxi Science and Technology Press, 1994: 57—58. (in Chinese)