

文章编号: 1000-4750(2015)05-0147-08

随机均匀长颗粒链结构土体强度模型研究

卫振海^{1,2}, 王梦恕², 张顶立²

(1. 后勤学院后方专业勤务系, 北京 100858; 2. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘 要: 土体的强度问题要远远复杂于金属材料, 是目前的一个难点和热点问题。从已有的文献看, 学者们提出了很多的强度理论模型, 但这些模型大多建立在假设和实验的基础上, 其更深层次的理论研究还比较欠缺。该文通过对随机均匀网状颗粒链结构土体模型分析, 从理论上得到了类似于剑桥强度模型的帽子模型, 且通过不同的假定, 可以导出在 π 平面上的不同强度曲线(曲面)。得出结论: 最保守情况下的强度曲线(曲面)是 π 平面上正六边形, 在纵向为二次曲线型的帽子模型。另外发现, 当颗粒链受到破坏, 链长度越来越短时, 强度曲面的顶点向无限远处移动, 形成接近开口的强度曲面形式, 也就是从剑桥帽子模型过渡到锥形的莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)模型。也就是说, 长颗粒链模型将剑桥模型和莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)模型联系和统一了起来。

关键词: 土强度; 结构性材料; 颗粒链; 剑桥模型; 强度曲面

中图分类号: TU318 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.11.1087

A STRENGTH MODEL OF SOIL MASS WITH RANDOM UNIFORM LONG PARTICLE CHAIN STRUCTURE

WEI Zhen-hai^{1,2}, WANG Meng-shu², ZHANG Ding-li²

(1. School of Rear Professional Service, Logistics Command Academy, Beijing 100858, China;

2. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Strength and stability of soil mass, far more complex than those of metals, are two major and heatedly discussed issues in soil mechanics. Various strength models have been published in literature. However, most models are associated with assumptions or rely on experimental analysis with limitations, with fundamental theories insufficiently explored. In this study, a hat model which is similar to the Cambridge strength model is proposed based on the studies of soil mass with random uniform mesh particle chain structure. Various strength curves on the π plane have been derived subjected to different assumptions. The most conservative case can be represented by a hat model with a strength curve being regular hexagon on the π plane and parabolic in the longitudinal direction. When the particle chain is damaged and the length of the chain is becoming shorter, vertices of the strength curve move towards infinity, and form a curve with an opening. That is, the Cambridge hat model is transformed into the conical Mohr-Coulomb model. The long particle chain model essentially unifies the Cambridge strength model and the Mohr-Coulomb model.

Key words: soil strength; structural materials; particle chain; Cambridge model; strength surfaces

在土力学中, 比较经典的强度理论有剑桥模型(Cam-Clay)和莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)模型。但这

两个模型的最大区别: 一个是敞开的锥形曲面, 一个是具有帽子的封闭曲面。许多学者做了大量试

收稿日期: 2013-11-22; 修改日期: 2014-04-11

通讯作者: 卫振海(1957—), 男, 河南安阳人, 教授, 博士生, 主要从事应用结构及地下工程研究(E-mail: wzhai@vip.sian.com).

作者简介: 王梦恕(1938—), 男, 河南人, 院士, 硕士, 主要从事地下工程及岩土工程研究(E-mail: wmsu@163.com);

张顶立(1963—), 男, 山东人, 教授, 博士, 主要从事地下工程及岩土工程研究(E-mail: zdli@163.com)

验^[1-4],发现对于粗颗粒土试验结果比较符合莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)准则,对于细颗粒粘土比较符合剑桥模型(Cam-Clay)。由此人们认为,对于不同的土体,其强度模型是不一致的。其不一致的原因,人们到目前为止已经有了较清晰的认识,这就是材料的结构性。为了研究材料的结构性,人们从过去宏观描述,逐渐转向微观或颗粒尺度上的描述的研究。这方面的研究已取得了一部分成果^[5-9],特别是对于结构性材料全状态性能的研究,已形成了一定的框架体系^[10-12]。在这一框架体系中,材料强度曲面起着至关重要的作用。

不同的材料类型,影响其性能的最重要因素之一是其结构性。因此,材料结构性的描述就是建立结构性材料强度理论的关键。文献[13]以简单分形结构为其分形参数,分析了分形土体的强度;文献[14-16]分析了粗颗粒土中颗粒链对强度的影响和一般结构性材料的强度问题。对于更复杂的结构的土体研究的文献还不多。本文以均匀长颗粒链结构土体为分析对象,试图建立细颗粒土的考虑结构性的强度理论。

1 基本假定和模型

对于粘土类细颗粒土体,由于颗粒间的作用力与颗粒本身重力相比已不容忽视其影响,所以其结构性比粗颗粒土要明显的多。这类土的颗粒极易形成较长的颗粒链结构。这里所说的较长的颗粒链不是颗粒链的几何长度,而是颗粒链上的颗粒数量。在粗颗粒土中,颗粒链上的颗粒数量一般较少,而细颗粒土容易形成较多颗粒的颗粒链。这里分析的主要是指这类具有较多颗粒的颗粒链结构。

1.1 基本假定

对于较长颗粒链,由于各种因素的存在,会有很多复杂情况出现。为了简化分析,模型是建立在如下假定之上:

- 1) 土体中的颗粒链的颗粒数量较多(两个以上),形成的颗粒链基本为直线;
- 2) 颗粒链的长度基本均匀,且颗粒链的方向也按均匀分布考虑;
- 3) 颗粒之间的接触面基本垂直于颗粒链的方向;
- 4) 颗粒间的作用力为纵向压力和平行切面的剪力;
- 5) 颗粒间连接的强度主要是由连接面上的剪

切强度控制(在正压力作用下);

- 6) 颗粒链的整体强度按稳定性强度考虑。

通过以上假定,将问题简化为直线颗粒链的强度问题,且这一直线颗粒链在统计域的各方向的分布是随机均匀分布。

1.2 理论分析模型

对于一个直线颗粒链,受到的作用力可以考虑如图1所示。颗粒间连接的作用面上可以只考虑两种力:剪切作用力和压力(为了简单起见,这里忽略弯矩的作用影响,另文讨论)。对于剪切力来讲,主要由颗粒间连接面上的抗剪切能力决定;对于压力来讲,假定颗粒的强度远大于颗粒链的稳定强度,所以可以认为连接面上的受压强度也是无限大,颗粒受压是不会破坏的。但对于颗粒链来讲,从整体上存在稳定性问题,所以必须考虑颗粒链的稳定强度。颗粒链的稳定可以将其类比于杆的稳定问题。对于较短的颗粒链,其稳定强度较高,对于较长的颗粒链其稳定强度较低。对于长颗粒链必须考虑其稳定强度问题。

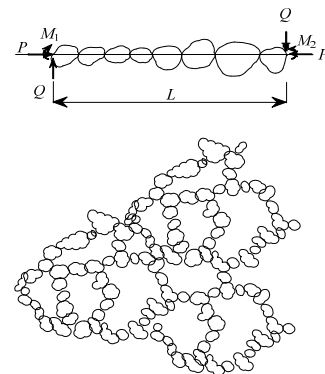


图1 颗粒链

Fig.1 Particle chain

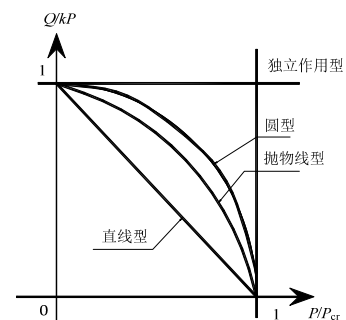


图2 颗粒链联合作用模型

Fig.2 The combined effects of particle chain model

对于颗粒间连接面上的抗剪能力,按摩擦方式考虑受连接面上的正压力影响。也就是有:

$$Q \leq kP$$

其中: Q 、 P 分别为颗粒连接面上的剪切力和正压力; k 为连接面上摩擦系数。

同时, 颗粒链的稳定承载力按下式考虑:

$$P \leq P_{cr}$$

其中, P_{cr} 为颗粒链的稳定极限承载力。

如果, 颗粒链同时受到两种力的作用, 可以按如下四种联合作用强度考虑:

$$\begin{cases} Q \leq kP \\ P \leq P_{cr} \end{cases} \quad (1)$$

此式称为独立作用型承载力方程。

$$\left(\frac{Q}{kP}\right)^2 + \left(\frac{P}{P_{cr}}\right)^2 \leq 1 \quad (2)$$

此式称为联合作用圆型承载力方程。

$$\frac{Q}{kP} + \left(\frac{P}{P_{cr}}\right)^2 \leq 1 \quad (3)$$

此式称为联合作用抛物线型承载力方程。

$$\frac{Q}{kP} + \frac{P}{P_{cr}} \leq 1 \quad (4)$$

此式称为联合作用直线型承载力方程。

这 4 种作用强度方程, 可以绘制图形如图 2。

显然, 第 1 种强度方程, 区域面积最大; 第 4 种强度方程面积最小, 从安全角度讲是最为保守的。

如果考虑颗粒链的影响域^[8-9]截面, 上述联合强度控制公式又可写成应力的形式:

$$\begin{cases} \tau_N \leq k\sigma_N \\ \sigma_N \leq \sigma_{cr} \end{cases} \quad (5)$$

此式称为独立作用强度方程或准则。

$$\left(\frac{\tau_N}{k\sigma_N}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}}\right)^2 \leq 1 \quad (6)$$

此式称为联合作用圆强度方程或准则。

$$\frac{\tau_N}{k\sigma_N} + \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}}\right)^2 \leq 1 \quad (7)$$

此式称为联合作用抛物线强度方程或准则。

$$\frac{\tau_N}{k\sigma_N} + \frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}} \leq 1 \quad (8)$$

此式称为联合作用线性强度方程或准则。

τ_N 、 σ_N 、 σ_{cr} 分别为颗粒链颗粒连接面上的换算剪应力、正应力及颗粒链的换算稳定强度。

在所考察的区域(统计域)上, 按主应力方式表

达, 且区域内部假定为均匀受力, 这时任一方向上的颗粒链受到的正应力和剪应力为:

$$\begin{cases} \sigma_N = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \beta + \sigma_3 \cos^2 \gamma \\ \tau_N^2 = \sigma_1^2 \cos^2 \alpha + \sigma_2^2 \cos^2 \beta + \sigma_3^2 \cos^2 \gamma - \sigma_N^2 \end{cases} \quad (9)$$

其中, σ_1 、 σ_2 、 σ_3 、 α 、 β 、 γ 分别为三个主应力和颗粒链纵向长度上的方向角。

由式(5)~式(8)中任一个和式(9)联立可以求出任意强度方程下和任意方向上的颗粒链应满足的强度。

2 均匀长颗粒链强度曲面分析

在所考察的区域(统计域)中, 不同方向的颗粒链所能承担的外部荷载是不同的, 也就是其强度是不同的。所有方向的颗粒强度形成的最小包络线(面), 就是统计域上土体强度的曲面。而针对不同的联合强度准则, 强度曲面又有所不同, 下面分别讨论。

2.1 独立作用强度曲面

独立作用强度曲面实质上是由两个曲面所决定, 一个是摩擦方程决定的强度曲面, 另一个是稳定方程决定的强度曲面。

当 $\sigma_1 \geq 0$, $\sigma_2 \geq 0$, $\sigma_3 \geq 0$ 时, 可以证明, σ_N 为椭球面, τ_N 为蝶形面。这时最大剪应力面的法线方向角满足:

$$\begin{cases} \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}, \cos^2 \beta = \frac{1}{2}, \cos^2 \gamma = 0 \\ \cos^2 \alpha = 0, \cos^2 \beta = \frac{1}{2}, \cos^2 \gamma = \frac{1}{2} \\ \cos^2 \alpha = \frac{1}{2}, \cos^2 \beta = 0, \cos^2 \gamma = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (10)$$

其最大剪应力分别为:

$$\tau_N = \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}, \tau_N = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}, \tau_N = \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

相应的在这个方向上正应力:

$$\sigma_N = \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}, \sigma_N = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}, \sigma_N = \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}$$

所以, 将以上各式代入式(5), 并整理有:

$$\begin{cases} |\sigma_3 - \sigma_1| \leq k(\sigma_3 + \sigma_1) \\ |\sigma_1 - \sigma_2| \leq k(\sigma_1 + \sigma_2) \\ |\sigma_2 - \sigma_3| \leq k(\sigma_2 + \sigma_3) \end{cases}$$

将 π 平面方程 $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = R$ 代入, 整理后可以得到 6 个三组方程:

$$\begin{cases} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_3 \end{cases} = (R - \sigma_2)(1+k)$$

$$\begin{cases} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_2 \end{cases} = (R - \sigma_3)(1+k)$$

$$\begin{cases} 2\sigma_2 \\ 2\sigma_3 \end{cases} = (R - \sigma_1)(1+k)$$

这是分别在 $\sigma_1 - \sigma_2$ 、 $\sigma_2 - \sigma_3$ 、 $\sigma_3 - \sigma_1$ 平面上的线性方程，在 π 平面上图形如图 3 所示。由此围成的区域即为强度曲面在 π 平面上的投影。在主应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 空间中的强度曲面如图 4 所示，为 6 个平面构成的平底锥面。

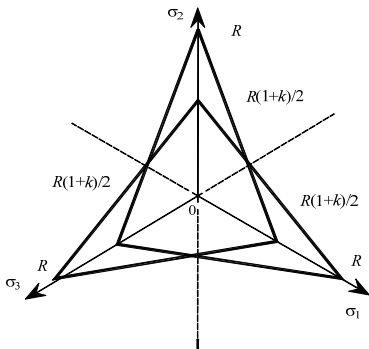


图 3 独立作用 π 平面强度曲线
Fig.3 The π plane strength curve

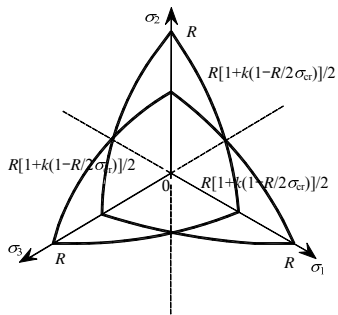


图 4 直线联合作用 π 平面强度曲线

Fig.4 Straight joint action π plane strength curve

如果令 $Y = \sigma_1 - \sigma_2$ ， $X = \sigma_1 + \sigma_2$ 可以得到：

$$Y = kX$$

这是一个过原点的直线方程。因此，可以看到这时的强度曲面是一过原点的 6 面锥形体和 π 平面共同形成一个封闭的强度曲面。

2.2 抛物线方程联合作用强度曲面

将式(7)变形后，有：

$$\tau_N \leq k\sigma_N \left[1 - \left(\frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}} \right)^2 \right] \quad (11)$$

将最大剪应力所在的方向角代入，并考虑 σ_N 的多次方仍然为椭圆形状，这里方向角仍近似取

式(10)中的参数，得：

$$\begin{cases} (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \leq k^2(\sigma_3 + \sigma_1)^2 \left[1 - \frac{(\sigma_3 + \sigma_1)^2}{4\sigma_{cr}^2} \right] \\ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \leq k^2(\sigma_1 + \sigma_2)^2 \left[1 - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}{4\sigma_{cr}^2} \right] \\ (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \leq k^2(\sigma_2 + \sigma_3)^2 \left[1 - \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{4\sigma_{cr}^2} \right] \end{cases}$$

与 π 平面方程 $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = R$ 联合可求得强度曲线：

$$\begin{cases} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_3 \end{cases} = (R - \sigma_2) \left[1 + k \sqrt{1 - \frac{(R - \sigma_2)^2}{4\sigma_{cr}^2}} \right]$$

$$\begin{cases} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_2 \end{cases} = (R - \sigma_3) \left[1 + k \sqrt{1 - \frac{(R - \sigma_3)^2}{4\sigma_{cr}^2}} \right]$$

$$\begin{cases} 2\sigma_2 \\ 2\sigma_3 \end{cases} = (R - \sigma_1) \left[1 + k \sqrt{1 - \frac{(R - \sigma_1)^2}{4\sigma_{cr}^2}} \right]$$

这是分别在 $\sigma_1 - \sigma_2$ 、 $\sigma_2 - \sigma_3$ 、 $\sigma_3 - \sigma_1$ 平面上的方程。由此围成的区域即为强度曲面在 π 平面上的投影。

如果令 $Y = \sigma_1 - \sigma_2$ ， $X = \sigma_1 + \sigma_2$ 可以得到：

$$Y = kX \sqrt{1 - \frac{X^2}{4\sigma_{cr}^2}}$$

在纵向随 X 的变化已经不再是直线，而是一条在原点和 $X = 2\sigma_{cr}$ 处交于 X 轴的曲线。其最大值点为 $X = \sqrt{2}\sigma_{cr}$ 。也就是说强度曲面在抛物线方程联合作用强度准则下，变为有 6 个曲面围成，且在两端封闭的曲面。

同理也可得到圆型联合强度曲面。

2.3 直线联合作用强度曲面

与前面推导方法类似，将式(8)变形后，得：

$$\tau_N \leq k\sigma_N \left(1 - \frac{\sigma_N}{\sigma_{cr}} \right)$$

考虑 $\sigma_1 \geq 0$ ， $\sigma_2 \geq 0$ ， $\sigma_3 \geq 0$ 这一条件及剪应力最大方向角近似式(10)参数，可以得到：

$$\begin{cases} |\sigma_3 - \sigma_1| \leq k(\sigma_3 + \sigma_1) \left(1 - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2\sigma_{cr}} \right) \\ |\sigma_1 - \sigma_2| \leq k(\sigma_1 + \sigma_2) \left(1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma_{cr}} \right) \\ |\sigma_2 - \sigma_3| \leq k(\sigma_2 + \sigma_3) \left(1 - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2\sigma_{cr}} \right) \end{cases}$$

与 π 平面方程 $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = R$ 联合可求得强度曲线:

$$\left. \begin{matrix} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_3 \end{matrix} \right\} = (R - \sigma_2) \left[1 + k \left(1 - \frac{R - \sigma_2}{2\sigma_{cr}} \right) \right]$$

$$\left. \begin{matrix} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_2 \end{matrix} \right\} = (R - \sigma_3) \left[1 + k \left(1 - \frac{R - \sigma_3}{2\sigma_{cr}} \right) \right]$$

$$\left. \begin{matrix} 2\sigma_2 \\ 2\sigma_3 \end{matrix} \right\} = (R - \sigma_1) \left[1 + k \left(1 - \frac{R - \sigma_1}{2\sigma_{cr}} \right) \right]$$

这里三组 6 个方程, 分别在 $\sigma_1 - \sigma_2$ 、 $\sigma_2 - \sigma_3$ 、 $\sigma_3 - \sigma_1$ 平面上的二次抛物线, 在 π 平面上图形如图 5 所示。由此围成的区域即为强度曲面在 π 平面上的投影。在主应力 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 空间中的强度曲面如图 6 所示, 为六个弯曲的抛物面构成的两端封闭的曲面。

如果令 $Y = \sigma_1 - \sigma_2$, $X = \sigma_1 + \sigma_2$ 可以同样得到:

$$Y = kX \left(1 - \frac{X}{2\sigma_{cr}} \right)$$

这是一个在纵向的二次抛物线, 并分别在原点和 $X = 2\sigma_{cr}$ 处交于 X 轴。其最大值处为: $X = \sigma_{cr}$ 。

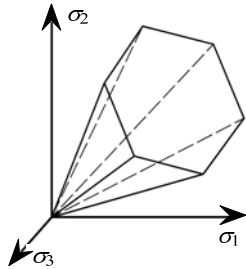


图 5 独立作用强度曲面

Fig.5 The strength surface of independent role

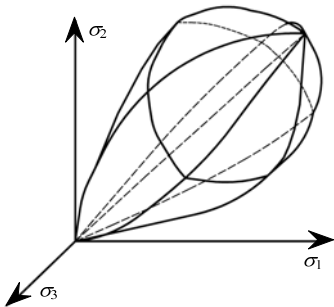


图 6 直线联合作用强度曲面

Fig. 6 Strength surfaces of the line combined action

2.4 各强度曲面关系的比较

以上各强度曲面关系虽然形态不一, 但相互之间有着密切的联系, 下面将其集中比较即可发现其

规律性。

1) π 平面上形态

为了比较方便, 对前面讨论的强度曲面分别取其中一个面进行比较:

独立作用强度曲面:

$$\left. \begin{matrix} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_3 \end{matrix} \right\} = (R - \sigma_2)(1 + k)$$

抛物线方程联合作用强度曲面:

$$\left. \begin{matrix} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_3 \end{matrix} \right\} = (R - \sigma_2) \left[1 + k \sqrt{1 - \frac{(R - \sigma_2)^2}{4\sigma_{cr}^2}} \right]$$

直线联合作用强度曲面:

$$\left. \begin{matrix} 2\sigma_1 \\ 2\sigma_3 \end{matrix} \right\} = (R - \sigma_2) \left[1 + k \left(1 - \frac{R - \sigma_2}{2\sigma_{cr}} \right) \right]$$

可以发现独立作用强度曲面包围的区域最大, 直线联合作用强度曲面包围的区域最小。

2) 纵向强度曲面比较

独立作用强度曲面:

$$Y = kX \tag{12}$$

圆方程联合作用强度曲面:

$$Y = kX \sqrt{1 - \frac{X^2}{4\sigma_{cr}^2}} \tag{13}$$

直线联合作用强度曲面:

$$Y = kX \left(1 - \frac{X}{2\sigma_{cr}} \right) \tag{14}$$

将其绘制到图形中(见图 7)。可以看到, $Y = kX$ 是其他强度曲面的渐近线, 包围区域大小与 π 平面上的情况是相似的。不过要注意的是式(12)、式(13)和式(14)表达不是等倾轴方向所在平面的变化, 而是主应力空间中的某一个平面上的情况, 但这说明了屈服面变化的规律。

所以, 总结三种情况可以发现一个基本的规律: 独立作用强度曲面所围面积最大, 线性联合作用强度曲面所围面积最小, 抛物线方程联合作用强度曲面所围面积介于二者之间。并由此可以推论圆型联合作用强度曲面所围面积也介于二者之间。也就是说, 独立作用强度曲面和线性联合作用强度曲面是强度曲面的上下界限, 其他类型的强度曲面一般只能介于其之间变化。

3) 颗粒链稳定强度 σ_{cr} 的影响

对于独立强度准则, 由于强度曲面的帽子部分就是 π 平面, 所以 π 平面的位置与 σ_{cr} 的大小有关。

σ_{cr} 越大, 则 π 平面越靠外, 并不影响锥面形态的变化。

对于线性联合准则和抛物线方程联合作用准则, 随着 σ_{cr} 的增大, $R/2\sigma_{cr}$ 项的值变小, 则强度曲面所围区域将变大。反之, σ_{cr} 变小, $R/2\sigma_{cr}$ 项的值将变大, 使强度曲面所围区域值变小。也就是说, 在 π 平面等压轴方向, $R/2\sigma_{cr}$ 项值增大, 强度曲面将向原点方向收缩。反之, 将向外扩张。当 σ_{cr} 趋于无穷大时, 曲面将趋于纯剪作用模型(开口锥形)。

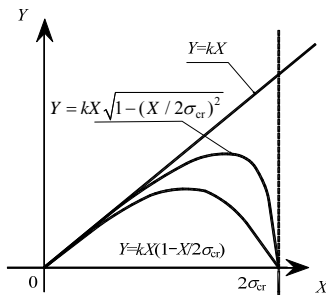


图 7 各类强度曲面纵向比较

Fig.7 Comparison of various strength longitudinal surfaces

3 相关的讨论

根据前面通过对长颗粒链模型的分析, 得到了长颗粒链各种不同准则情况下的强度曲面。这些曲面的导出, 不仅仅考虑了颗粒间相连接的接触面上的摩擦强度, 而且考虑了颗粒链的稳定强度, 以及同时受到剪切和压力作用时的联合强度。由此导出了类似于剑桥模型(Cam-Clay)的帽子模型。当颗粒链的稳定承载力趋于无穷大时, 强度曲面将趋于开口锥形形状, 也就是类似于、莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)模型。所以, 长颗粒链模型理论可以将封闭的帽子模型和开口的锥形模型协调起来。但这里的讨论还只是定性的分析, 对于土体强度的严格定量分析, 还需要考虑土体的许多具体参数。

3.1 颗粒链形态与稳定强度

由多个颗粒形成的长颗粒链在纵向压力作用下, 类似于弹性杆的受压, 其承载力大小主要由稳定承载力决定。而杆的稳定承载力有两种:

1) 理想杆的稳定临界承载力

理想直杆的稳定临界承载力由欧拉公式决定:

$$P = \frac{EI}{(\mu \cdot l)^2}$$

其中, E 、 I 、 μ 、 l 分别为杆的弹性模量、惯性矩、长度折减系数和杆的长度。由此式可以看到, 杆的

弹性模量和惯性矩越大, 稳定承载力越大; 杆越长, 稳定承载力越小。所以, 对于颗粒链来讲, 如果其形态接近于直线, 则类似于弹性杆, 各个颗粒间连接的面上的弹性模量、惯性矩和杆长则会对颗粒链的稳定承载力有着极大的影响。

当颗粒间的接触面较大时, 相应的 I 也较大, 这时稳定承载力也会较大。而颗粒间接触面的大小与颗粒的形态有很大的关系。所以, 颗粒形态对土体中的颗粒链的稳定承载力有很大的影响。颗粒链长度对稳定承载力的影响更加明显, 当土体较松时, 这时的颗粒链一般较长, 所以其稳定承载力较小, 而且两者的关系是非线性关系。

2) 稳定极限承载力

完全理想直的杆是很少的, 完全直的颗粒链应更少。所以, 一般情况下, 颗粒链的轴线与直线都有一定的偏差, 这个偏差称为缺陷。除了轴线的偏差外, 颗粒链与理想直杆相比, 还会有其他缺陷, 如模量的非均匀性等。由于缺陷的存在会使杆的稳定承载力大大降低。降低的程度与缺陷的大小直接相关。所以, 颗粒链的缺陷类型及其程度都会影响其稳定承载力的大小。一般来讲, 像理想杆一样, 颗粒链的抗弯刚度和强度也会对颗粒链的承载力有重要影响。颗粒间的接触面越大, 相应的抗弯性能越好, 其稳定极限承载力也就越高。另外颗粒链长度对稳定极限承载力的影响也是非常显著的。

3.2 颗粒链联合强度问题

模型中考虑颗粒链受到剪力和压力的联合作用(本模型忽略了弯矩)。在两种力作用下, 可以有多种考虑两者联合作用的方式。这里我们先看两者的极端情况。

1) 剪力和轴向压力的作用独立考虑

当剪力和轴向压力的作用分别考虑时, 对颗粒链的强度来讲, 这是最大极限。这时有:

$$\begin{cases} Q/kP \leq 1 \\ P/P_{cr} \leq 1 \end{cases}$$

对于第一个式子, 在主应力空间中, 就是常见的锥形强度曲面, 对于第二个式子可以认为是距离原点为 P_{cr} 的 π 平面, 也就是说强度曲面是一个平面锥底的锥体。

2) 剪力和轴力联合作用按线性组合考虑

如果剪力和轴力联合作用按线性组合考虑, 可以看到其影响区域减少了一半, 应该是最为保守的一种考虑。这时的强度曲面由图 3 和图 6 可以看到,

其强度曲面出现了非线性的情况。这说明强度问题是一个复杂问题。

对于其他方式的联合作用，其强度曲线应介于独立作用和联合线性作用组合之间。

3.3 结构状态对强度曲面的影响

颗粒链的长度影响到稳定极限应力 σ_{cr} ，而颗粒链的长度是土体结构性的反映。当受到外部荷载的作用，结构发生变化，也就是颗粒链长度发生变化时，土体的强度曲面也将发生变化。所以，强度曲面与结构状态直接相关联。经典弹塑性理论或土力学理论中，无法考虑结构状态变化的影响，一直将土体的强度曲面作为固定不变的或静态的曲面来考虑。当考虑土体结构的变化时，应将强度曲面与土体结构状态相联系，随土体结构状态的变化而变化——这就是全状态函数理论的基本观点。

一般情况下，土体中的颗粒链长度会随荷载作用而发生变化，当在压力作用下时，长颗粒链可能会破坏，而变为较短的颗粒链，这时颗粒链的稳定承载力会提高，反映在强度曲面上，帽子模型的顶端会向外侧移动，而抗剪强度不会变化，甚至在接近帽子的顶端抗剪强度还会降低一些。

4 结论

通过以上对长颗粒链模型的分析，可以得到以下几点结论：

1) 通过长颗粒链这样的物理力学模型，可以得到类似剑桥模型那样的帽子强度模型；

2) 当土体颗粒链长度较小时，从该模型中可以自然地导出莫尔-库仑(Mohr-Coulomb)模型的结论。这样就将帽子模型和锥形模型统一了起来；

3) 颗粒链长度的变化是土体结构特性的反映，长度的变化就是土体结构的变化，而这种变化会影响到强度曲面的变化。但这种变化只影响帽子模型的中帽子端部的位置，而在应力较小的区域其影响较小；

4) 从模型分析的结果看，线性联合强度准则是最为保守的准则；

5) 根据模型的分析可以看到颗粒的形态会影响到颗粒链的刚度，这就影响到颗粒链的强度，从而最后影响到强度曲面。类似于颗粒链长度的影响，这种变化也是只影响帽子模型中的帽子端部的位置，而在应力较小的区域其影响较小。

土体材料的强度问题，是结构性材料的典型问

题，所以要全面地掌握岩土材料的情况，必须研究材料的结构性。目前在这方面虽然取得了一些初步的结果，但距离解决这一问题还有许多难题需要解决。

参考文献：

- [1] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(2): 1—10.
Yu Maohong, Unified Strength Theory for geomaterials and its applications [J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 1994, 16(2): 1—10. (in Chinese)
- [2] 田江永, 王正中, 杨春光. 统一强度理论在弹塑性结构模型中的应用[J]. 人民黄河, 2006, 28(5): 63—64.
Tian Jiangyong, Wang Zhengzhong, Yang Chunguang. Unified strength theory in the application of elastic-plastic structural model [J]. Yellow Ricer, 2006, 28(5): 63—64. (in Chinese)
- [3] 常在, 杨军, 程晓辉. 砂土强度和剪胀的颗粒力学分析[J]. 工程力学, 2010, 27(4): 95—104.
Chang Zai, Yang Jun, Cheng Xiaohui, Granular mechanical analysis of the strength and dilatancy of sands [J] Engineering Mechanics, 2010, 27(4): 95—104. (in Chinese)
- [4] 曹文贵, 赵明华, 刘成学. 基于统计损伤理论的莫尔-库仑岩石强度判据修正方法之研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(14): 2403—2408.
Cao Wengui, Zhao Minghua, Liu Chengxue. Study on rechctified method of mohr-coulomb strength criterion for rock based on statistical damage theory [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(14): 2403—2408. (in Chinese)
- [5] 何开胜, 沈珠江. 结构性粘土的弹粘塑损伤模型[J]. 水利水运工程学报, 2002, 4(2): 7—13.
He Kaisheng, Shen Zhujiang. Elasto-viscoplastic damage model for structural clays [J]. Hydro-science and Engineering, 2002, 4(2): 7—13. (in Chinese)
- [6] 沈珠江. 结构性粘土的堆砌体模型[J]. 岩土力学, 2000, 21(1): 1—4.
Shen Zhujiang. A masonry model for structured clays [J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(1): 1—4. (in Chinese)
- [7] 何开胜, 沈珠江. 结构性土的微观变形和机理研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2003, 31(2): 161—165.
He Shengkai, Shen Zhujiang. Study on Micro-deformation and mechanism of structural clay [J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2003, 31(2): 161—165. (in Chinese)
- [8] 卫振海. 岩土材料结构问题研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2012.
Wei Zhenhai Research on the geomaterials structure [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2012. (in Chinese)

- [9] 卫振海, 王梦恕, 张顶立. 岩土材料结构分析[M]. 中国水利水电出版社, 2012: 133—181.
Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli. Structure analysis of rock and soil [M]. China Water Power Press, 2012: 133—181. (in Chinese)
- [10] Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli, Study of constitutive relationship model of material structure based on full state function, The 2nd International Conference on Civil Engineering [C]. Architecture and Building Materials (CEABM 2012), 2012, 5: 1566—1573.
- [11] 卫振海, 王梦恕, 张顶立. 材料结构全状态函数本构关系模型研究[C]. 第 21 届全国结构工程学术会议论文集, 2012(10): 465—471.
Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli. The constitutive relationship model of based on the full state function [C]. Proceedings of the Twenty-first National Conference on Structural Engineering, 2012(10): 465—471. (in Chinese)
- [12] Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli. A research on the full state function constitutive relation model [C]. The Second International Symposium on Constitutive Modeling of Geomaterials: Advances and New Applications, 2012(10): 641—647.
- [13] 卫振海, 王梦恕, 张顶立. 分形结构土体强度研究[J]. 岩土力学, 2012, 33(3): 695—712.
Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli. Research on the strength of the fractal structure soil [J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(3): 695—712. (in Chinese)
- [14] 卫振海, 王梦恕, 张顶立. 土体颗粒链强度模型研究 [C]. 第 20 届全国结构工程学术会议论文集, 2011(10): 44—54.
Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli. The intensity model of the soil granular chain [] Proceedings of The Twentieth National Conference on Structural Engineering, 2011(10): 44—54. (in Chinese)
- [15] Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli. Study on The Strength of Soil Granular Structure Model [C]. 2012 International Conference on Structural Computation and Geotechnical Mechanics, 2012(3): 212—216.
- [16] 卫振海, 王梦恕, 张顶立. 土结构强度模型研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(1): 40—46.
Wei Zhenhai, Wang Mengshu, Zhang Dingli. Study on Strength Model of Soil Structure [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(1): 40—46. (in Chinese)

(上接第 101 页)

- [26] Ritto-Corrêa M, Camotim D. Work-conjugacy between rotation-dependent moments and finite rotations [J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(11): 2851—2873.
- [27] Crisfield M A. Nonlinear Finite Element Analysis of Solid and Structures, Vol.1: Essentials [M]. Chichester: John Wiley & Sons, 1991: 236—237.
- [28] Simo J C. (Symmetric) Hessian for geometrically nonlinear models in solid mechanics, intrinsic definition and geometric interpretation [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1992, 96(2): 189—200.
- [29] Kim D N, Bathe K J. A triangular six-node shell element [J]. Computers & Structures, 2009, 87(23): 1451—1460.
- [30] Li Z X, Izzuddin B A. A mixed co-rotational curved quadrilateral shell element [J]. International Journal of Structural Engineering, 2011, 2(2): 188—208.
- [31] To C W S, Wang B. Hybrid strain based geometrically nonlinear laminated composite triangular shell finite elements [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 1999, 33(2): 83—124.
- [32] Roh H Y, Cho M. The application of geometrically exact shell elements to B-spline surfaces [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 193(23): 2261—2299.
- [33] Crisfield M A. Nonlinear finite element analysis of solids and structures, Vol. 2: advanced topics [M]. Chichester: John Wiley & Sons, 1991: 36—38.
- [34] Reddy J N. Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis/JN reddy [M]. CRC Press, 2004: 96—99.
- [35] Kreja I, Schmidt R. Large rotations in first-order shear deformation FE analysis of laminated shells [J]. International Journal of Nonlinear Mechanics, 2006, 41(1): 101—123.
- [36] Kim K D, Han S C, Suthasupradit S. Geometrically non-linear analysis of laminated composite structures using a 4-node co-rotational shell element with enhanced strains [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2007, 42(6): 864—881.
- [37] Basar Y, Ding Y H, Schultz R. Refined shear-deformation models for composite laminates with finite rotations [J]. International Journal of Solids and Structures, 1993, 30(19): 2611—2638.
- [38] Gal E, Levy R. The geometric stiffness of triangular composite-materials shell elements [J]. Computers and Structures, 2005, 83(28/29/30): 2318—2333.