

文章编号: 1000-4750(2015)04-0112-08

# 对弹体侵彻混凝土靶体阻力函数计算公式的探讨

彭 永, 方 秦, 吴 昊, 龚自明, 孔祥振

(解放军理工大学国防工程学院, 南京 210007)

**摘 要:** 基于动态球形空腔膨胀理论, 探讨了混凝土材料的单轴抗压强度、弹性模量、泊松比、压力硬化系数对阻力函数的影响, 并指出, 混凝土靶体的弹性模量和单轴抗压强度对阻力函数影响较明显, 而泊松比和压力硬化系数的影响可以忽略不计。在此基础上, 该文忽略泊松比和压力硬化系数的影响, 通过引入弹性模量与单轴抗压强度的关系式, 分别建立了基于弹性-断裂-塑性和弹性-塑性两种靶体响应模型下, 同时考虑单轴抗压强度和弹性模量影响的阻力函数理论公式, 并建立了弹体侵彻靶体的加速度时程计算模型。通过与不同尺寸弹体侵彻实验数据对比, 验证了该文提出阻力函数表达式的适用性及其在加速度时程以及较大尺寸弹体侵彻深度计算中的优越性。

**关键词:** 弹体; 侵彻; 混凝土; 空腔膨胀理论; 阻力函数

中文分类号: O385 文献标志码: A doi: 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.10.0933

## DISCUSSION ON THE RESISTANCE FORCING FUNCTION OF PROJECTILES PENETRATING INTO CONCRETE TARGETS

PENG Yong, FANG Qin, WU Hao, GONG Zi-ming, KONG Xiang-zhen

(College of Defense Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing, 210007, China)

**Abstract:** Based on the dynamic spherical cavity expansion model, the influences of concrete target parameters, including the uniaxial compressive strength, the Young's modulus, the Poisson's ratio and the pressure hardening coefficient on the resistance forcing function are studied. It indicates that, the Young's modulus and the uniaxial compressive strength are the most influential factors while the Poisson's ratio and the pressure hardening coefficient can be ignored for the resistance forcing function. By introducing the relationship of the Young's modulus and the uniaxial compressive strength and ignoring the influences of the Poisson's ratio and the pressure hardening coefficient, resistance force formulas are proposed based on the elasto-cracked-plastic and the elasto-plastic response regions of the targets, respectively. Furthermore, the prediction model for the projectile deceleration-time history is obtained. The terminal ballistic predictions are in reasonably good agreement with the test data, and it verifies the application of the resistance force formulas, especially in the deceleration-time history prediction and the penetration depth calculation of the larger penetrator.

**Key words:** projectile; penetration; concrete; cavity expansion theory; resistance forcing function

弹体侵彻混凝土靶体的终点效应研究一直是武器研发和工程防护领域关注的热点问题<sup>[1]</sup>。基于不同靶体响应分区模型、状态方程和屈服准则下的

空腔膨胀理论得到弹体侵彻靶体阻力函数, 进而预测弹体的终点弹道参数是较常用的理论研究方法。Forrestal 等<sup>[2-3]</sup>基于 Mohr-Coulomb 屈服准则和线性

收稿日期: 2013-10-10; 修改日期: 2014-04-15

基金项目: 国家自然科学基金创新研究群体科学基金项目(51321064); 国家自然科学基金项目(51378015, 51178461, 51008304)

通讯作者: 方 秦(1962-), 男, 福建福清人, 教授, 博士, 博导, 主要从事武器破坏效应和防护工程领域研究(E-mail: fangqinjs@139.com).

作者简介: 彭 永(1989-), 男, 湖南桃江人, 硕士生, 从事防护工程领域研究(E-mail: pengy116@163.com);

吴 昊(1981-), 男, 陕西宝鸡人, 副教授, 博士, 主要从事防护工程领域研究(E-mail: abrahamhao@126.com);

龚自明(1975-), 男, 河南南阳人, 副教授, 博士, 主要从事防护工程领域研究(E-mail: gongziming@sohu.com);

孔祥振(1988-), 男, 山东德州人, 博士生, 主要从事武器破坏效应及工程防护研究(E-mail: ouckxz@163.com).

压力-体积应变关系,建立了球形空腔膨胀模型并运用于弹体对混凝土靶体的侵彻深度研究; Satapathy<sup>[4]</sup>针对脆性材料的物理性质,采用粉碎-断裂-弹性响应分区对空腔膨胀理论进行了拓展; He等<sup>[5]</sup>和 Guo等<sup>[6]</sup>将扩展运动关系用来描述粉碎区的压缩性能以及膨胀变形从而建立了考虑混凝土材料剪切膨胀的球形(柱形)空腔膨胀模型,并进一步建立了侵彻深度及贯穿残余速度预测模型;李志康等<sup>[7]</sup>采用三段式线性状态方程和考虑拉伸破坏与剪切饱和的 Mohr-Coulomb 屈服准则建立了考虑孔隙压实效应的空腔膨胀理论;吴昊等<sup>[1]</sup>采用双剪统一强度理论求出了靶体阻力函数;李建春<sup>[8]</sup>在材料模型的选取上引入损伤变量,提出了基于统一强度理论的弹性-损伤-塑性靶体响应分区侵彻模型。然而,已有研究只给出了靶体阻力函数的计算模型且针对某一特定参数的靶体,没有给出适用不同参数靶体的阻力函数理论计算公式,使得上述已有研究成果的推广应用受到限制。

Rosenberg等<sup>[9]</sup>和 Masri 和 Durban<sup>[10]</sup>考虑材料参数对靶体阻力函数的影响,得到了阻力函数系数与材料参数的关系。但是,其关系式基于弹塑性响应模型和 Tresca 屈服准则得到的结果,主要针对金属靶体而不是混凝土靶体。另外,由于混凝土侵彻实验中一般没有给出材料的弹性模量<sup>[11-15]</sup>,导致现有研究中采用空腔膨胀理论计算阻力函数时弹性模量取值没有统一的遵循准则,比较混乱。

本文基于动态球形空腔膨胀理论,采用带屈服平台的 Mohr-Coulomb 屈服准则,讨论了混凝土材料的单轴抗压强度、弹性模量、泊松比、压力硬化系数等参数对靶体阻力函数的影响;在此基础上,通过引入弹性模量与单轴抗压强度的关系式,提出了基于弹性-断裂-塑性和弹性-塑性两种靶体响应模型下仅依赖于混凝土单轴抗压强度的靶体阻力函数计算表达式,给出了加速度时程曲线计算模型,并与不同尺寸弹体侵彻实验数据进行了对比。

## 1 混凝土材料的空腔膨胀模型<sup>[2-3]</sup>

### 1.1 空腔膨胀基本方程<sup>[2]</sup>

假设在弹体侵彻过程中,弹体头部周围混凝土靶体出现球形空腔,以瞬时速度  $V$  从半径  $r=0$  开始向外膨胀,混凝土介质出现如图 1 所示动态响应分区,图中  $C$  为塑性-断裂响应区界面波速,  $C_1$  为断裂-弹性响应区界面波速,  $C_d$  为弹性波速。当  $C$

大于  $C_1$  时断裂区消失,变为弹性-塑性响应模型。其中  $r$  为径向距离,  $\zeta$  为无量纲变量,详见下文。

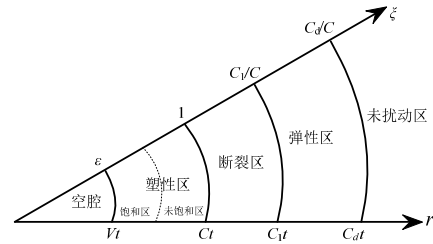


图 1 球形空腔膨胀的响应区域

Fig.1 Response regions of spherical cavity expansion

在球对称的情况下, Euler 坐标系中的质量和动量守恒方程为:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = -\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad (1a)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{2v}{r} \right) = - \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial r} \right) \quad (1b)$$

其中:  $\rho$  为瞬时密度;  $\sigma_r$ 、 $\sigma_\theta$  分别为径向压力和环向应力分量;  $\sigma_r$  以向外为正;  $v$  为质点速度。

响应区之间满足 Hugoniot 间断条件:

$$\rho_2(v_2 - c) = \rho_1(v_1 - c) \quad (2a)$$

$$\sigma_2 + \rho_2 v_2(v_2 - c) = \sigma_1 + \rho_1 v_1(v_1 - c) \quad (2b)$$

式中: 下标 1、2 分别表示相邻响应分区界面的内外两侧,如  $v_1$  为响应分区界面内侧的质点速度,  $v_2$  为外侧质点的速度;  $\rho$ 、 $\sigma_r$  含义见前文;  $c$  为界面波速。

### 1.2 混凝土材料的本构关系及屈服准则

采用线性压力-体积应变关系和带屈服平台的 Mohr-Coulomb 准则可以描述混凝土本构关系:

$$p = K(1 - \rho_0 / \rho) = K\eta \quad (3a)$$

$$p = (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_\phi) / 3 \quad (3b)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \lambda p + \tau \quad (3c)$$

$$\tau_{\max} = \sigma_r - \sigma_\theta = 7f_c \quad (3d)$$

其中:  $p$  为静水压力,  $K$  为体积模量且满足  $E = 3K(1 - 2\nu)$ ,  $\nu$  为泊松比,  $\eta$  为体积应变;  $f_c$  为无侧限单轴抗压强度;  $\lambda$ 、 $\tau$  分别是压力硬化系数和内聚力,且满足  $\tau = (3 - \lambda)f_c / 3$ 。另外本文除特殊说明外,计算中都采用国际单位制。

### 1.3 空腔膨胀模型的理论解<sup>[3]</sup>

弹性区应力-应变关系满足广义胡克定律:

$$\sigma_r = - \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[ (1 - \nu) \frac{\partial u}{\partial r} + 2\nu \frac{u}{r} \right] \quad (4a)$$

$$\sigma_\theta = - \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \left[ \nu \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right] \quad (4b)$$

式中,  $u$  为弹性区质点径向位移。将式(4a)、式(4b)代入式(1b)可以得到:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{2u}{r^2} = \frac{1}{C_d^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (5a)$$

式中:

$$C_d = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho_0} \quad (5b)$$

定义无量纲量  $u'=u/ct$ 。解出微分方程式(5a), 将结果代入式(4a)和式(4b)即为弹性区求解。

塑性区通过相似变换, 将式(1)化为无量纲形式, 由式(2)联系各响应区得到塑性区的外侧边界条件, 用龙格-库塔法解出不同无量纲空腔膨胀速度下对应的无量纲应力。通过拟合即可得到以下形式的空腔表面径向应力函数<sup>[2]</sup>:

$$\frac{\sigma_r}{f_c} = A + \frac{BV}{f_c/\rho_0} + \frac{CV^2}{f_c/\rho_0} \quad (6)$$

其中  $A$ 、 $B$  和  $C$  为空腔表面径向应力函数系数, 此处通过拟合空腔表面径向应力和空腔膨胀速度得到。

断裂区的求解与塑性区求解过程一致, 只需令  $\sigma_\theta=0$ , 即可得到解析解。

#### 1.4 靶体阻力函数

通过空腔膨胀速度  $V$  与垂直侵彻速度  $V_z$  的关系( $V=V_z \cos\theta$ ), 将式(6)沿弹头表面积分即得到靶体阻力函数  $F_z$ :

$$F_z = -\pi a^2 [Af_c + BN_1(f_c \rho_0)^{0.5} V + C\rho_0 N_2 V_z^2] \quad (7)$$

式中:  $N_1$ 、 $N_2$  为卵形弹头部形状参数<sup>[2]</sup>;  $a$  为弹体半径;  $\theta$  为弹头部圆弧半径与弹身轴线的夹角。

式(7)或式(6)中的系数必须在给定靶体材料参数的前提下计算得到, 不同混凝土靶体的阻力函数系数都要经过前述计算方法得到。为了便于工程应用, 克服理论计算的复杂性, Forrestal 等<sup>[10-13]</sup>根据侵彻实验和式(7)阻力函数形式, 提出了混凝土靶体阻力函数的半理论半经验计算公式:

$$F_z = -\pi a^2 [Sf_c + \rho_0 N_2 V_z^2] \quad (8a)$$

其中  $S=82.6(f_c/10^6)^{-0.544}$ , 其余字母含义同前述。对比式(7)可以得出: 该式即为式(7)中  $A=S$ ,  $B=0$ ,  $C=1$  时的特殊形式。

Li 等<sup>[16]</sup>对  $S$  也进行了实验数据回归, 得到  $S=72(f_c/10^6)^{-0.5}$ 。但是受实验数据所限, Forrestal 和 Li 的半经验公式应用范围限制于  $13.5\text{MPa}<f_c<97\text{MPa}$ 。吴昊等<sup>[17]</sup>通过对强度范围为  $16.5\text{MPa}<f_c<176\text{MPa}$  的 15 组实验进行回归, 提出了适用范

围更广的靶体强度参数  $S$  值:

$$S = 127.7(f_c/10^6)^{-0.675} \quad (8b)$$

式(8b)得到了实验的验证, 弥补了 Forrestal 和 Li 公式中靶体强度参数适用范围低于  $100\text{MPa}$  的不足。

## 2 混凝土参数对阻力函数的影响分析

本节基于文献[2]中的参数( $E=11.3\text{GPa}$ 、 $f_c=130\text{MPa}$ 、 $\nu=0.22$ 、 $\lambda=0.67$ 、 $\rho_0=2260\text{kg/m}^3$ )讨论弹性模量  $E$ , 单轴抗压强度  $f_c$ , 压力硬化系数  $\lambda$ , 泊松比  $\nu$  对混凝土靶体阻力函数的影响。基于文献[18-21], 上述参数变化范围取为  $E=10\text{GPa}\sim 40\text{GPa}$ ,  $f_c=30\text{MPa}\sim 150\text{MPa}$ ,  $\lambda=0.62\sim 0.75$ ,  $\nu=0.16\sim 0.23$ 。

基于 1.3 节空腔膨胀模型的理论解, 可知只需给定上述参数, 即可计算得到一系列空腔膨胀速度和与之对应的空腔表面径向应力, 从而拟合得到表达式(6)中的系数  $A$ 、 $B$  和  $C$ 。选择一个参数按前述变化范围进行规律变化, 保持其余参数不变, 计算得到了单参数变化时阻力函数系数随材料参数的变化曲线, 如图 2~图 5 所示。从图 2 可以看出, 随着混凝土靶体  $f_c$  的增大, 系数  $A$ 、 $B$  明显减小,  $C$  几乎不变; 从图 3 可以看出, 随着  $E$  增大, 系数  $A$  明显增大; 从图 4 和图 5 可以看出,  $\lambda$ 、 $\nu$  在研究范围内对阻力函数系数几乎没有影响。需要指出的是, 王一楠等<sup>[18]</sup>基于 Holmquist-Johnson-Cook 三段式本构模型的空腔膨胀理论分析得到, 压力硬化系数在混凝土强度较低时对阻力函数有一定影响, 其原因在于王一楠等讨论的是  $f_c<40\text{MPa}$  时,  $\lambda$  在  $0.5\sim 0.8$  范围内对阻力函数的影响, 并且王一楠等<sup>[18]</sup>是针对半经验公式(8a)的形式进行拟合的。这与本文的结论并不矛盾。

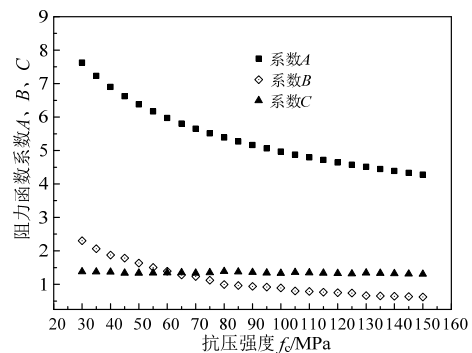


图 2 抗压强度对阻力函数的影响

Fig.2 Influence of the compressive strength on the forcing function

由此可见，随着高强混凝土的广泛应用，混凝土靶体阻力函数除了应考虑抗压强度影响之外，还应考虑弹性模量的影响。

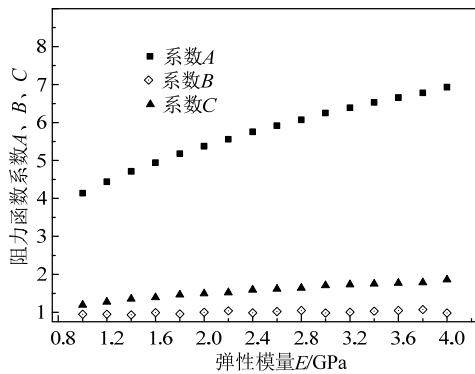


图 3 弹性模量对阻力函数的影响  
Fig.3 Influence of the Young's modulus on the forcing function

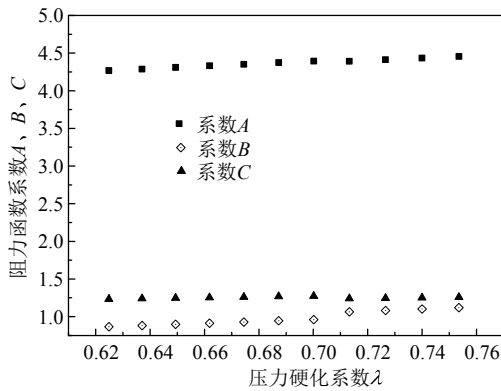


图 4 压力硬化系数对阻力函数的影响  
Fig.4 Influence of the pressure hardening coefficient on the forcing function

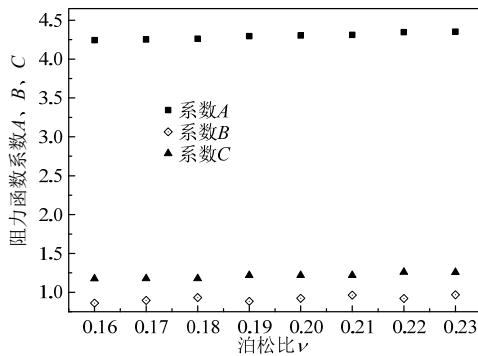


图 5 泊松比对阻力函数的影响  
Fig.5 Influence of the Poisson ratio on the forcing function

### 3 阻力函数的理论计算公式

基于上节讨论，忽略泊松比与压力硬化系数对阻力函数的影响。考虑到弹性模量与单轴抗压强度有明显的关系<sup>[19]</sup>，因此可建立一个自变量仅包含单

轴抗压强度的靶体阻力函数的理论计算表达式。

弹性模量与单轴抗压强度的关系采用 Said Iravani<sup>[20]</sup>提出的公式：

$$E = 3375\sqrt{f_c} \quad (9a)$$

式中单位为 MPa。

对于弹性-断裂-塑性响应模型，当弹性区环向压力  $\sigma_\theta$  大于靶体抗拉强度  $f_t$  时，靶体出现径向裂缝，形成裂缝区。抗拉强度与抗压强度的关系采用下式<sup>[21]</sup>：

$$f_t = 0.26f_c^{2/3} \quad (9b)$$

取单轴抗压强度为自变量，弹性模量取值由式(9a)确定，其余参数取上节中基准参数  $\nu=0.22$ ， $\lambda=0.67$ 。同第 2 节方法，可计算得到不同强度靶体的阻力函数系数。通过拟合阻力函数系数 A、B 和 C 与靶体强度的关系，可得到：

基于弹性-断裂-塑性响应模型的混凝土靶体阻力函数系数表达式：

$$A = 16.9f_c^{-0.24} \quad (10a)$$

$$B = 10.68f_c^{-0.21} \quad (10b)$$

$$C = 0.31 + 0.0044f_c \quad (10c)$$

基于弹性-塑性响应模型的混凝土靶体阻力函数系数表达式：

$$A = 16.4f_c^{-0.17} \quad (11a)$$

$$B = 76.61f_c^{-0.83} \quad (11b)$$

$$C = 0.46 + 0.0083f_c \quad (11c)$$

式(10)和式(11)中  $f_c$  单位为 MPa，将其代入式(7)即得到靶体阻力函数表达式。

### 4 与实验对比分析

本节基于 Forrestal 等<sup>[11-14]</sup>五组尖卵形弹体侵彻实验数据验证式(10)和式(11)的适用性，并与 Forrestal 等提出的半理论半经验公式进行对比。相关实验参数见表 1，其中 CRH 为弹体头部曲径比， $2d$  为弹体直径。

表 1 实验参数

Table 1 Parameters of the tests

靶体强度/MPa	靶体密度/(kg/m <sup>3</sup> )	弹体质量/kg	CRH	2d/mm
21.6	2000	0.064	3	12.9
36.2	2370	0.906	2	26.9
51.0	2260	1.6	3	30.5
62.8	2260	0.478	3	20.3
39.0	2250	12.92	3	75.95

基于式(10)和式(11)的弹性-断裂-塑性响应模型和弹塑性响应模型阻力函数系数计算结果见表2。表3给出了本文公式与现有的部分半经验公式的对比。

表2 阻力函数计算结果

Table 2 Calculation results of the resistance forcing function

靶体强度/MPa	响应模型	系数 A	系数 B	系数 C
21.6	1	8.08	5.60	0.40
	2	9.72	5.98	0.64
36.2	1	7.14	5.03	0.47
	2	8.91	3.89	0.76
51.0	1	6.58	4.68	0.53
	2	8.40	2.93	0.88
62.8	1	6.26	4.48	0.59
	2	8.11	2.46	0.98
39.0	1	7.01	4.95	0.48
	2	8.80	3.66	0.78

注: 响应模型 1 为弹性-断裂-塑性响应模型, 2 为弹性-塑性响应模型。

表3 阻力函数对比

Table 3 Comparisons of the resistance forcing function

数据来源	系数 A	系数 B	系数 C
Frew 等 <sup>[13]</sup>	$82.6f_c^{-0.544}$	0	1
Li 等 <sup>[16]</sup>	$72f_c^{-0.5}$	0	1
吴昊等 <sup>[17]</sup>	$127.7f_c^{-0.675}$	0	1
式(10)	$16.9f_c^{-0.24}$	$10.68f_c^{-0.21}$	$0.31+0.0044f_c$
式(11)	$16.4f_c^{-0.17}$	$76.61f_c^{-0.83}$	$0.46+0.0083f_c$

图6给出了混凝土靶体的抗压强度为39MPa时, 弹性模量  $E=11.3\text{GPa}$  情况下空腔膨胀模型以及表3中所列靶体阻力函数计算公式绘制出的空腔膨胀表面径向应力与垂直侵彻速度的关系曲线。图7给出了在侵彻速度为300m/s、800m/s时, 混凝土靶体的空腔表面径向应力与靶体抗压强度的关系曲线。从图6和图7可以看出, 弹性模量对空腔表面径向应力影响较大, 必须加以考虑。另外, 本文应力曲线的变化趋势与半经验公式有所不同, 整体上在低速阶段比半经验值低, 高速下则比其高。其原因

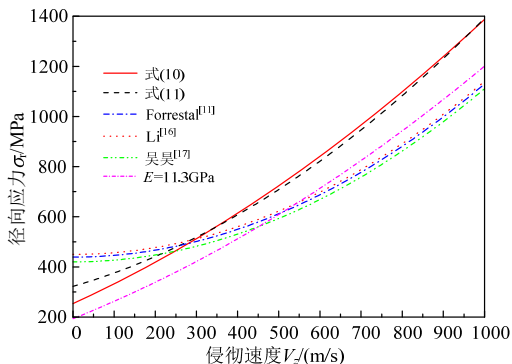
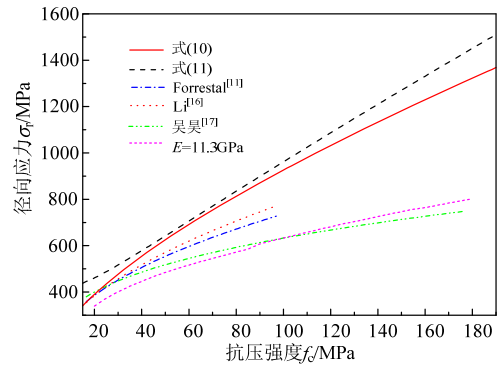
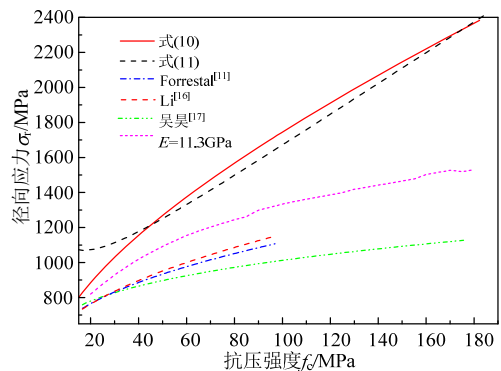


图6 空腔表面径向应力与侵彻速度的关系曲线( $f_c=39\text{MPa}$ )  
Fig.6 Radial stress at the cavity surface versus projectile velocity of the concrete with  $f_c=39\text{MPa}$



(a)  $V_z=300\text{m/s}$



(b)  $V_z=800\text{m/s}$

图7 空腔表面径向应力与靶体抗压强度的关系曲线  
Fig.7 Radial stress at the cavity surface versus the uniaxial compressive strength

因在于半经验公式人为地设置了阻力函数中无量纲速度的一次项系数  $B=0$ 、二次项系数  $C=1$ , 其目的在于便于侵彻深度、加速度等计算模型的建立。

#### 4.1 弹体加速度时程曲线

弹体进入靶体的加速度时程曲线是反映弹体侵彻混凝土靶体物理过程的重要特征, 为了进一步说明本文计算方法对侵彻过程描述的正确性, 本文对弹体加速度时程进行了理论推导。

基于式(7)可以得到弹体运动方程如下:

$$\frac{m}{\pi a^2} \frac{dV_z}{dt} = -[Af_c + BN_1(f_c \rho_0)^{0.5} V + C \rho_0 N_2 V_z^2] \quad (12)$$

解式(12)微分方程再求导即可求出加速度随时间的变化值:

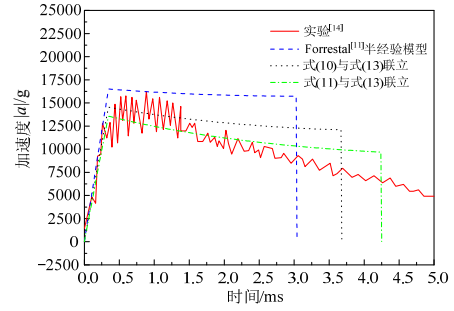
$$a(t) = \frac{-\pi a^2 D f_c / 4mCN_2}{\cos^2 \left[ \arctan \Phi - \frac{\pi a^2}{2m} D (\rho_0 f_c)^{0.5} (t - t_1) \right]} \quad (13)$$

式中  $V_1, t_1$  分别为隧道区开始处弹体速度及其时刻。  $D, \Phi$  分别为:

$$D = (4ACN_2 - B^2N_1^2)^{0.5} \quad (14a)$$

$$\Phi = \frac{2V_1CN_2(\rho_0/f_c)^{0.5} + BN_1}{D} \quad (14b)$$

开坑区-隧道区工程侵彻模型的定义、开坑区加速度以及  $V_1$ 、 $t_1$  计算过程参考文献[11]。图 8 给出了 Forrestral 等<sup>[14]</sup>的加速度实验值、本文两种模型和半经验公式计算模型的计算值。从图中可以看出，本文的两种模型计算出的加速度时程曲线与实验的吻合程度更好。基于式(10)阻力函数系数计算出的侵彻过程时长与实验值吻合最好，如果重点关注终点时刻(如引信的延迟时刻设计)，推荐使用式(10)中的靶体阻力函数系数值；而基于式(11)阻力函数系数计算出的加速度值与实验数据更接近，如果关注的重点为弹体加速度值(如弹体强度设计)，则推荐使用式(11)和式(13)。



(d)  $V_0=448.5\text{m/s}$ ,  $\text{CRH}=6$

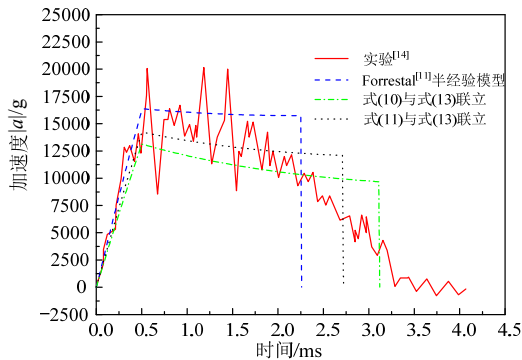
图 8 加速度时程的实验值和公式预测结果对比

Fig.8 Comparison between the predicted deceleration-time histories with the tests data

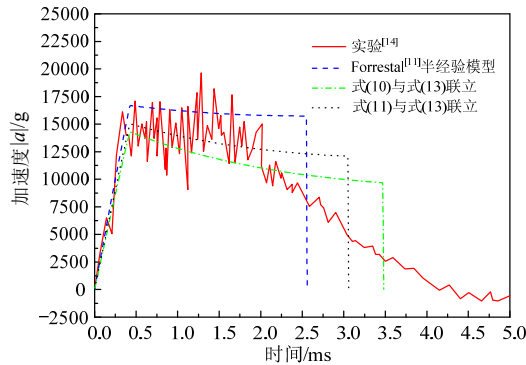
### 4.2 侵彻深度

将阻力函数系数式(10)或式(11)代入 Forrestral<sup>[2]</sup>侵彻公式即可求得弹体侵彻混凝土靶体的侵彻深度。图 9 给出了表 1 所列实验中侵彻深度与式(10)和式(11)以及 Forrestral 等半理论半经验公式计算值的对比。可以看出，本文计算的侵彻深度与实验数据吻合得很好，验证了本文提出理论公式的正确性。图 9(a)显示了几种常见公式都在一定程度上与实验数据吻合较好，但各有优缺点，如式(10)在高速侵彻情况下吻合较好，而其他公式只在低速情况下与实验值吻合较好；从图 9(b)可以看出，对于抗压强度为 36.2MPa 的混凝土，本文公式和半经验公式与实验的吻合程度都比较高；从图 9(c)可以看出，式(10)和 Li<sup>[16]</sup>的计算值与实验最为吻合；对于抗压强度为 62.8MPa 混凝土，从图 9(d)可以看出，本文公式明显优于半经验公式。综合上述分析，弹性-断裂-塑性模型与实验数据更加接近，推荐优先使用式(10)。

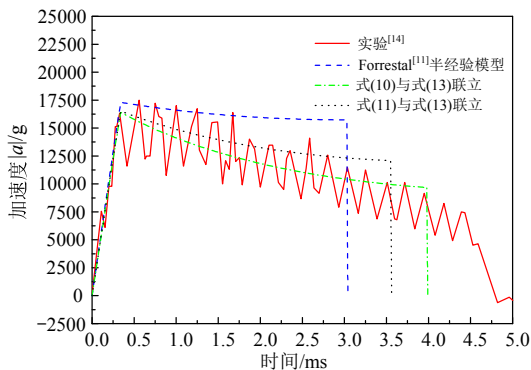
对于缩比实验中较大尺寸弹体的侵彻深度预测问题，Forrestral 等研究<sup>[14-15]</sup>指出式(8a)中  $S$  值已不再适用，于是提出用阻力因数  $R$  代替  $Sf_c$  ( $R$  基于实验数据回归得到，不具有预测性)，两者差距较大，详见表 4。



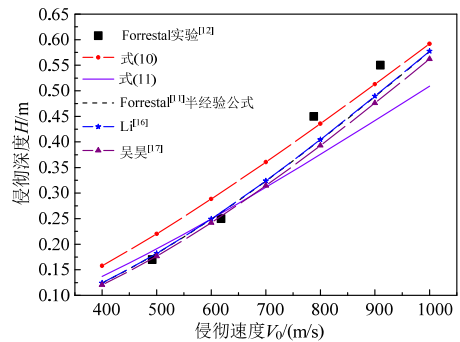
(a)  $V_0=314\text{m/s}$ ,  $\text{CRH}=3$



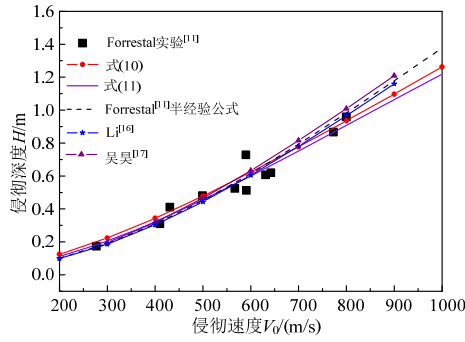
(b)  $V_0=369.5\text{m/s}$ ,  $\text{CRH}=3$



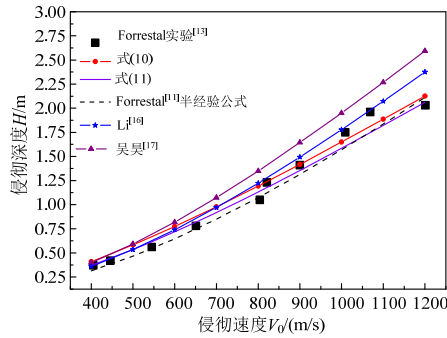
(c)  $V_0=456.4\text{m/s}$ ,  $\text{CRH}=3$



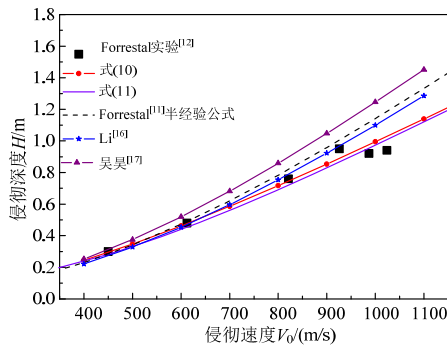
(a)  $f_c=21.6\text{MPa}$



(b)  $f_c = 36.2\text{MPa}$



(c)  $f_c = 51\text{MPa}$



(d)  $f_c = 62.8\text{MPa}$

图9 侵彻深度实验值和公式预测结果对比

Fig.9 Comparison between the predicted penetration depths with the tests data

表4 半经验公式参数误差<sup>[15]</sup>

Table 4 The error of semi-empirical parameter

靶体强度/MPa	R	$Sf_c$	误差(%)	H 误差(以侵彻速度 600m/s 为例)
39	324	439	35.5	29%

利用式(10)和式(11)得出的阻力函数系数计算侵彻深度,发现仍然与实验数据吻合较好,如图10所示。从图中可以看出式(10)与实验数据最接近。

由于简单的线性压力-体积应变关系和带屈服平台的 Mohr-Coulomb 屈服准则在高速、超高速侵彻条件下已经不能准确描述混凝土的性质。另外,刚性体假设也没有考虑高速侵彻下弹体的质量磨蚀效应。所以当侵彻速度较高时,本文公式已不再适用,应从本构关系、屈服准则或者能量方面着手

重新进行理论分析。

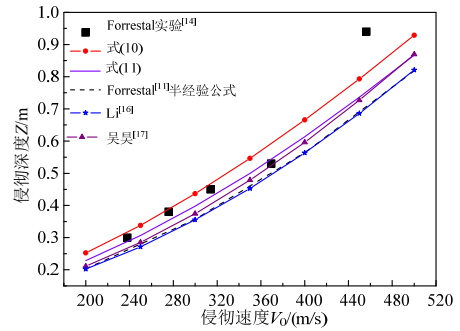


图10  $f_c = 39\text{MPa}$  混凝土侵彻深度实验值和公式预测值对比  
Fig.10 Comparisons between the predicted penetration depths with the tests datas of the 39MPa concrete

### 5 结论

本文采用动态空腔膨胀模型,分析了混凝土材料的单轴抗压强度、弹性模量、泊松比、压力硬化系数对靶体阻力函数的影响;通过引入弹性模量与单轴抗压强度的关系式,分别建立了基于弹性-断裂-塑性和弹性-塑性两种靶体响应模型下,同时考虑单轴抗压强度和弹性模量影响的靶体阻力函数理论公式以及弹体侵彻靶体的加速度时程计算模型,并与多组侵彻实验数据进行对比。主要结论如下:

(1) 混凝土的单轴抗压强度和弹性模量对靶体阻力函数影响较大。泊松比和压力硬化系数在研究范围内对靶体阻力函数影响较小,对于弹体侵彻混凝土靶体阻力函数计算可以忽略。

(2) 在弹体侵彻速度 200m/s~1200m/s 范围和靶体强度 21MPa~63MPa 范围内,建立的基于弹性-断裂-塑性响应模型和弹性-塑性响应模型下两种靶体阻力函数的理论计算公式得到了实验验证,超出该范围时,本文的理论公式是否适用有待进一步实验验证。对于侵彻深度计算,弹性-断裂-塑性响应模型比弹性-塑性响应模型精度更高,推荐优先使用式(10)。对于过载时程计算,弹性-塑性响应模型计算的加速度值与实验吻合最好,而弹性-断裂-塑性响应模型则在预测侵彻过程时长方面精度更高。

(3) 本文提出的理论计算公式较 Forrestal 等半经验公式,能更好地描述弹体侵彻混凝土靶体的终点弹道参数,如加速度时程;此外,提出公式更适用于缩比实验中较大尺寸弹体侵彻深度的预测。

#### 参考文献:

[1] 吴昊,方秦,龚自明,等.应用改进的双剪强度理论分析岩石靶体的弹体侵彻深度[J].工程力学,2009,26(8):

- 216—222.
- Wu Hao, Fang Qin, Gong Ziming, et al. Analysis on penetration depth of projectiles into rock targets based on the improved twin shear strength theory [J]. *Engineering Mechanics*, 2009, 26(8): 216—222. (in Chinese)
- [2] Forrestal M J, Tzou D Y. A spherical cavity-expansion penetration model for concrete targets [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1997, 34(31/32): 4127—4146.
- [3] Forrestal M J, Luk V K. Dynamic spherical cavity-expansion in a compressible elastic-plastic solid [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1988, 55(2): 275—279.
- [4] Satapathy S. Dynamic spherical cavity expansion in brittle ceramics [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, 38(32/33): 5833—5845.
- [5] He T, Wen H M, Guo X J. A spherical cavity expansion model for penetration of ogival-nosed projectiles into concrete targets with shear-dilatancy [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2011, 27(6): 1001—1012.
- [6] Guo X J, He T, Wen H M. Cylindrical cavity expansion penetration model for concrete targets with shear dilatancy [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2012, 139(9): 1260—1267.
- [7] 李志康, 黄风雷. 考虑混凝土孔隙压实效应的球形空腔膨胀理论 [J]. *岩土力学*, 2010, 31(5): 1481—1485.
- Li Zhikang, Huang Fenglei. A spherical cavity expansion theory of concrete considering voids compacted effects [J]. *Rock and soil mechanics*, 2010, 31(5): 1481—1485. (in Chinese)
- [8] 李建春. 高速弹体对半无限厚混凝土板的侵彻研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2001.
- Li Jianchun. Investigation of high velocity long-rod penetrating semi-infinite concrete plate [D]. Xi'an: Xi'an Jiao Tong University, 2001. (in Chinese)
- [9] Rosenberg Z, Dekel E. Analytical solution of the spherical cavity expansion process [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2009, 36(2): 193—198.
- [10] Masri R, Durban D. Dynamic spherical cavity expansion in an elastoplastic compressible Mises solid [J]. *International Journal of Applied Mechanics*, 2005, 72(6): 887—898.
- [11] Forrestal M J, Altman B S, Gargile J D. An empirical equation for penetration depth of ogive-nose projectiles into concrete targets [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1994, 15(4): 395—405.
- [12] Forrestal M J, Frew D J. Penetration of grout and concrete targets with ogive-nose steel projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1996, 18(5): 465—476.
- [13] Frew D J, Hanchak S J, Green M L, Forrestal M J. Penetration of concrete targets with ogive-nose steel rods [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 1998, 21(6): 489—497.
- [14] Forrestal M J, Frew D J. Penetration of concrete targets with deceleration-time measurements [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(5): 479—497.
- [15] Frew D J, Forrestal M J. The effect of concrete target diameter on projectile deceleration and penetration depth [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2006, 32(10): 1584—1594.
- [16] Li Q M, Chen XW. Dimensionless formulae for penetration depth of concrete targets impacted by rigid projectiles [J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(1): 93—116.
- [17] 吴昊, 方秦, 龚自明. HSFRC 靶体的弹体侵彻试验与理论分析 [J]. *弹道学报*, 2012, 24(3): 19—24.
- Wu Hao, Fang Qin, Gong Ziming. Experiments and theoretical analyses on HSFRC target under the impact of rigid projectile [J]. *Journal of Ballistics*, 2012, 24(3): 19—24. (in Chinese)
- [18] 王一楠, 黄风雷, 武海军. 混凝土侵彻模型经验参数研究 [J]. *兵工学报*, 2009, 20(2): 120—124.
- Wang Yinan, Huang Fenglei, Wu Haijun. Study On Empirical Parameter In Penetration Model For Concrete Target [J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 20(2): 120—124. (in Chinese)
- [19] 王元平, 梁亚平. 高性能混凝土的弹性模量和泊松比 [J]. *北京交通大学学报*, 2004, 28(1): 5—7.
- Wang Yuanping, Liang Yaping. Study on modulus of elasticity and poisson ratio of high performance concrete [J]. *Journal of Northern Jiaotong University*, 2004, 28(1): 5—7. (in Chinese)
- [20] Said Iravani. Mechanical properties of high-performance concrete [J]. *ACI Materials Journal*, 1996, 93(5): 416—426.
- [21] 过镇海, 时旭东. 钢筋混凝土原理和分析 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003: 19, 26.
- Guo Zhenhai, Shi Xudong. Reinforced concrete theory and analyse [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 19, 26. (in Chinese)