

文章编号: 1000-4750(2015)03-0212-05

基于傅里叶级数法的燃油喷嘴半脊模糊可靠性

黄振南, 靳伍银, 靳 岚, 徒高桥

(兰州理工大学机电工程学院, 甘肃, 兰州 730050)

摘 要: 该研究运用傅里叶级数展开与半脊隶属度, 计算航空发动机燃油喷嘴在模糊安全状态为模糊广义强度的模糊可靠性。这种方法可以提高获得精确解的可能性, 同时降低了计算的复杂性。航空发动机燃油喷嘴引射器在正态分布热应力下, 傅里叶级数法计算的模糊可靠性相对数值积分法更准确。验证了该方法的计算能力比数值积分法更强, 多级数的方式提供更稳定的验算, 并产生更低的误差率, 因此适用于模糊可靠性分析。

关键词: 傅里叶级数法; 模糊广义强度; 模糊安全状态; 半脊隶属度; 燃油喷嘴可靠性

中图分类号: V242 **文献标志码:** A **doi:** 10.6052/j.issn.1000-4750.2013.09.0851

HALF-RIDGE FUZZY RELIABILITY OF FUEL NOZZLE BASED ON FOURIER SERIES METHOD

HUANG Zhen-nan , JIN Wu-yin , JIN Lan , TU Gao-qiao

(Lanzhou University of Technology, School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou, Gansu 730050, China)

Abstract: Fourier series expansion and half-ridge membership function were used to compute the fuzzy reliability of an aviation fuel nozzle under a fuzzy safety state. The fuzzy safety state is defined by fuzzy generalized strength. When using this method, the possibility of obtaining an exact solution is improved and computational complexity is reduced. For fuel nozzles under normally distributed thermal stress, the fuzzy reliability computed by Fourier series method was more accurate than that computed by the numerical integration method. Also, computational capability was validated to be greater than numerical method. The multiple series approach offers more stable computation, while generating a lower error rate. Thus it is suitable for fuzzy safety state reliability analysis.

Key words: Fourier series method; fuzzy generalized strength; fuzzy safety state; half-ridge membership function; fuel nozzle reliability

由于存在不确定的随机变量, 结构的可靠性不能得到确定解。在这情况下, 模糊集提供了解决方案, 使用模糊隶属度处理不确定性和模糊性对于变量随机概率的影响, 并使用模糊安全状态计算结构的失效率。对参数不确定的设计模型, Blockley^[1-2]提出了概率风险的方法。Zadeh^[3-4]使用了定量方法, 有效的处理了主观不确定变量, 在计算安全状

态方面, 比传统的概率方法更加灵活。Brown^[5]和Blockley^[6]以模糊集解释了差额计算和失效概率之间的不同。依据失效域具有模糊性时模糊失效概率的定义, 陈磊等^[7]提出了模糊可靠性灵敏度分析方法。刘扬等^[8]在修正联合概率密度函数的基础上采用有限元法和退火进化算法相结合来计算结构的模糊可靠性。

收稿日期: 2013-09-10; 修改日期: 2014-01-22

基金项目: 中国燃气涡轮研究院技术合同项目(JJHK-2010-01-09)

通讯作者: 黄振南(1965-), 男, 香港人, 教授, 博士, 从事可靠性工程研究(E-mail: zhuang@lut.cn).

作者简介: 靳伍银(1969-), 男, 甘肃人, 教授, 博士, 博导, 从事机械设计研究(E-mail: wuyinjin@hotmail.com);

靳 岚(1972-), 女, 甘肃人, 副教授, 博士, 从事高档数控机床研究(E-mail: Lan_Jane@126.com);

徒高桥(1989-), 男, 陕西人, 硕士生, 从事可靠性工程研究(E-mail: tgqcqdr@126.com).

模糊安全状态有几种的形式。1) 基于状态变量的 Z 模型: 李贵杰等^[9]考虑的状态模糊性是广义失效概率的鞍点逼近方法。宋军等^[10]考虑了状态模糊性时广义失效概率的矩方法。2) 基于广义应力模糊允许区间的 $[\tilde{S}]$ 模型: 郭惠昕等^[11]引入了模型及其模糊可靠度概念, 给出了模糊数右效用值、左效用值的定义。3) 基于模糊强度的 \tilde{R} 模型: 黄洪钟等^[12]考虑了基于广义模糊随机应力的模糊可靠性计算理论, 通过模糊安全状态下的随机变量隶属度与联合概率密度函数的随机乘积来计算结构的模糊可靠性。这里采用了在模糊随机广义应力和模糊随机广义强度下的模糊安全状态, 而且使用了半脊隶属度来表达其模糊度。

在计算模糊可靠性时, 模糊概率密度函数的联合积分一般都很复杂, 产生精确解的困难度很高, 因此传统方法以数值积分为主流。但数值积分的误差因素很多, 包括: 1) 计算积分的算法不清楚; 2) 积分需要采用积分有限区间; 3) 异常数值在有限区间计算中, 可能导致积分不稳定。为了减少以上多种误差, 本研究的傅里叶积分法提供了有效的解决方案。

1 基于广义随机变量的模糊安全状态

在机械结构的应力强度干涉模型中, 结构的强度 (\tilde{R}) 和应力 (\tilde{S}) 通常是模糊广义随机变量^[9]。假设模糊安全状态 \tilde{A} 是 $\tilde{A} = \{\tilde{S} < \tilde{R}\}$ 。利用模糊事件概率方程, 可以通过属于模糊安全状态 \tilde{A} 的隶属度 $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ 与 \tilde{S} 和 \tilde{R} 的联合概率密度函数 $f_{\tilde{S}, \tilde{R}}(x, y)$ 的乘积来表述结构的模糊失效率:

$$P_f = P(\tilde{A}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_{\tilde{A}}(x, y) f_{\tilde{S}, \tilde{R}}(x, y) dx dy \quad (1)$$

1.1 傅里叶级数法的理论基础

运用傅里叶级数方法进行可靠性分析的步骤如下: 1) 把概率分布函数展开成傅里叶级数; 2) 把分布的级数系数代入模糊联合积分方程; 3) 运行联合积分方程的积分分析, 得到基于傅里叶系数的三角函数; 4) 把步骤 1) 计算出来的傅里叶系数输入步骤 3) 的三角函数, 找到模糊可靠性的精确解。因为傅里叶级数是以三角函数方程为主, 在进行计算时大大减少了分析的复杂度。所以, 这方法把得到精确解的可能性大大提高了。使用傅里叶级数的概念和狄利克雷收敛定理, 把定义在 $[0, T]$ 周期的概率密度函数 $f_z(z)$ 进行傅里叶级数展开, 以周期延拓

的方程展开成三角函数:

$$f_z^F(z) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2k\pi}{T} z + b_k \sin \frac{2k\pi}{T} z \right), \quad z \in [0, T] \quad (2)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f_z(z) \cos \frac{2k\pi}{T} z dz, \quad k=1, 2, \dots, n_{\max}$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f_z(z) \sin \frac{2k\pi}{T} z dz, \quad k=1, 2, \dots, n_{\max}$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f_z(z) z dz.$$

其中: z 是 \tilde{S} 和 \tilde{R} 组成的状态变量, 即 $z = \tilde{R} - \tilde{S}$; n_{\max} 是最大级数。

1.2 半脊隶属度的模糊可靠性计算

在计算模糊失效概率时, 需要处理隶属度与傅里叶级数乘积的运算。当隶属度是半脊函数时, 其函数变化从下式得到:

$$\mu_{\tilde{A}}(z) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{(h_2 - z)\pi}{h_2 - h_1} \right] \quad (3)$$

其中, h_1 、 h_2 是半脊隶属度系数。假设在状态变量变换中, 式(1)的联合概率密度函数是:

$$f_{\tilde{S}, \tilde{R}}(x, y) = f_Z(z)$$

其模糊失效概率可表达为:

$$P_f(\tilde{A}) = \int_0^T \mu_{\tilde{A}}(z) f_Z(z) dz \quad (4)$$

当 $f_z(z)$ 是傅里叶级数函数 $f_z^F(z)$, $f_z(z)$ 由式(2)周期延拓得到。将式(2)、式(3)代入式(4), 可以得到 $\mu_{\tilde{A}}(z)$ 与 $f_z^F(z)$ 的乘积:

$$P_f^F(\tilde{A}) = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \frac{1}{2} \left[1 - \cos \frac{(h_2 - z)\pi}{h_2 - h_1} \right] \cdot \left[\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos \frac{2k\pi}{T} z + b_k \sin \frac{2k\pi}{T} z \right) \right] dz = \frac{a_0 z}{2} - \frac{a_0 \sin(\alpha z + \gamma)}{4\alpha} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{a_k}{2\beta} \sin \beta z - \frac{b_k}{2\beta} \cos \beta z \right) - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{4} \{ \sin[(\alpha - \beta)z + \gamma]/(\alpha - \beta) + \sin[(\alpha + \beta)z + \gamma]/(\alpha + \beta) \} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{b_k}{4} \{ -\cos[(\alpha + \beta)z + \gamma]/(\alpha + \beta) + \cos[(\alpha - \beta)z + \gamma]/(\alpha - \beta) \}, \quad z \in [z_{\min}, z_{\max}] \quad (5)$$

其中: $\alpha = \frac{\pi}{h_1 - h_2}$; $\beta = \frac{2k\pi}{T}$; $\lambda = \frac{h_2\pi}{h_2 - h_1}$ 。考虑

概率密度函数的正态分布:

$$f_z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{(z-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}} \quad (6)$$

分布的均值是 μ_z ，方差是 σ_z 。把式(3)、式(6)代入式(4)，有：

$$P_f(\tilde{A}) = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{(h_2 - z)\pi}{h_2 - h_1}\right) \right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{(z-\mu_z)^2}{2\sigma_z^2}} dz \quad (7)$$

比较式(5)和式(7)的复杂度，可以理解 $P_f^F(\tilde{A})$ 比 $P_f(\tilde{A})$ 简单得多，这大大提高了计算精确解的可能性。使用周期延拓式(2)，得到傅里叶概率的延拓系数如下：

$$a_k = \frac{2}{T} \left\{ \frac{1}{4} e^{\frac{4i\pi k}{T}\mu_z} \times \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(T\mu_z + 2i\pi k\sigma_z^2)}{2\sigma_z T}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(2i\pi k\sigma_z^2 - T\mu_z)}{2\sigma_z T}\right] - e^{\frac{4i\pi k}{T}\mu_z} \times \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(2i\pi k\sigma_z^2 - T^2 + T\mu_z)}{2\sigma_z T}\right] + e^{\frac{-2i\pi k(iT\mu_z + \pi k\sigma_z^2)}{T^2}} \times \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(2i\pi k\sigma_z^2 - T^2 + T\mu_z)}{2\sigma_z T}\right] \right\} \quad (8)$$

$$b_k = \frac{2}{T} \left\{ \frac{-i}{4} e^{\frac{4i\pi k}{T}\mu_z} \times \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(T\mu_z + 2i\pi k\sigma_z^2)}{2\sigma_z T}\right] \right\} \quad (9)$$

其常数是：

$$a_0 = \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{2}\mu_z}{2\sigma_z}\right) + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(T - \mu_z)}{2\sigma_z}\right] - \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(2i\pi k\sigma_z^2 - T\mu_z)}{2\sigma_z T}\right] + e^{\frac{4i\pi k}{T}\mu_z} \times \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(2i\pi k\sigma_z^2 - T^2 + T\mu_z)}{2\sigma_z T}\right] + e^{\frac{-2\pi k(iT\mu_z + \pi k\sigma_z^2)}{T^2}} \times \operatorname{erf}\left[\frac{\sqrt{2}(2i\pi k\sigma_z^2 - T^2 + T\mu_z)}{2\sigma_z T}\right] \quad (10)$$

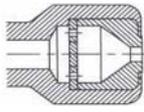
其中， erf 是误差函数， $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt$ 。把系数 a_k 、 b_k 与 a_0 代入式(5)得到模糊失效概率的精确解。最后，结构可靠度与失效概率之和为 1，则 $P_f(\tilde{A}) = 1 - P_f^F(\tilde{A})$ 。

2 燃油喷嘴引射器的模糊可靠性

在这个设计中所涉及的离心喷嘴由喷嘴笼、旋流器、旋流室和引射器组成^[13]。其设计(表 1)能满足各种结构设计、性能和使用情况。在固定的喷嘴喷射面积下，燃料供应压力与喷嘴燃油流量的平方根成正比。根据这些运作环境和条件，选用材料是钢合金 2Cr13^[14]。

表 1 离心喷嘴的结构特点

Table 1 Structural characteristics of centrifugal nozzle

简图	结构	特点	应用
	切向孔圆柱形旋流室	适合小流量或起动机喷嘴 结构简单，调试方便	起动机喷嘴

2.1 模糊随机广义应力和广义强度的模糊隶属度

在模糊随机广义应力和模糊随机广义强度下的模糊安全状态用事件 \tilde{A} 来表示，联合隶属度是 $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ 。基于 \tilde{A} 的隶属度函数，随机广义应力和模糊随机广义强度 $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ ，模糊随机广义应力 \tilde{S} 的隶属度面积函数， $S_{\text{peak}}(x)$ 是峰值的位置，能够得到 $\mu_{\tilde{A}}(x, y) = w_1 \mu_{\tilde{A}^1}(x, y) + w_2 \mu_{\tilde{A}^2}(x, y)$ ，两个加权系数 w_1 和 w_2 的和等于 1。根据模糊随机广义应力 \tilde{S} 的隶属度的面积函数 $\mu_{\tilde{S}}(s, x)$ ，局部函数 $\mu_{\tilde{A}^1}(x, y)$ 取值在定义区间 $[s, S_{\text{max}}(y)]$ 下的 $\mu_{\tilde{S}}(s, x) \mu_{\tilde{R}}(s, y)$ 积分值除以 $\mu_{\tilde{S}}(s, x)$ 的积分值。对于模糊集 \tilde{S} 的原理，它在事件 \tilde{A} 的模糊安全状态的隶属度函数是 $\mu_{\tilde{A}^1}(s, y)$ 。根据 $S_{\text{peak}}(x)$ 和 \tilde{R} 的相对位置，取局部函数 $\mu_{\tilde{A}^2}(s, y) = \mu_{\tilde{R}}(S_{\text{peak}}(x), y)$ ，所以 $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ 是两个局部函数的加权和^[12]：

$$\mu_{\tilde{A}}(x, y) = w_1 \frac{\int_{S_{\min}}^{S_{\max}} \mu_{\tilde{S}}(s, x) \mu_{\tilde{R}}(s, y) ds}{\int_{S_{\min}}^{S_{\max}} \mu_{\tilde{S}}(s, x) ds} + w_2 \cdot \mu_{\tilde{R}}(S_{\text{peak}}(x), y) \quad (11)$$

其中，加权系数 w_1 和 w_2 是对于 $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ 的相对影响，能通过经验方法来确定^[12]。一般来说， $\mu_{\tilde{R}}(S_{\text{peak}}(x), y)$ 的隶属度函数不对称性越大， w_2 就越大。

2.2 半脊隶属度的模糊安全状态

在航空发动机的燃烧室，某种故障出现在燃料

喷嘴, 喷嘴引射器的结构与操作过程都很复杂, 因此其应力-强度存在模糊性。考虑强度差的状态变量 $Z = \tilde{R} - \tilde{S}$, 其模糊安全状态过于简单, 忽略了应力和强度独立的模糊性并不适合。此外它不仅和应力有关系, 因此模糊随机性可行区间在这种情况下也不适合。根据极限状态的不平衡离心力传动, 存在独立的模糊广义应力和强度, 因此模糊安全状态是通过模糊随机广义强度定义的。燃油喷嘴引射器的强度峰值 R_{peak} 是 440 MPa, 其模糊度可以用半脊隶属度来表达:

$$\mu_{\tilde{R}}(s) = \begin{cases} 0, & s \leq 396 \\ \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{(440-s)\pi}{440-396}\right) \right], & 396 < s \leq 440 \\ \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{(528-s)\pi}{528-440}\right) - 1 \right], & 440 < s \leq 528 \\ 0, & s > 528 \end{cases} \quad (12)$$

同时, 模糊随机应力 \tilde{S} 的峰值 $S_{\text{peak}}(x)$ 服从正态分布 $f_{\tilde{S}}(S_{\text{peak}}) \sim N(275, 55^2)$ MPa。 \tilde{S} 的半脊隶属度是:

$$\mu_{\tilde{S}}(s, S_{\text{peak}}) = \begin{cases} 0, & s \leq 241 \\ \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{(275-s)\pi}{34}\right) \right], & 241 < s \leq 275 \\ \frac{1}{2} \left[\cos\left(\frac{(s-275)\pi}{52}\right) - 1 \right], & 275 < s \leq 327 \\ 0, & s > 327 \end{cases} \quad (13)$$

定义区间是 $[S_{\text{min}}, S_{\text{max}}]$, 其中 $S_{\text{min}} = S_{\text{peak}}(x) - 34$ 和 $S_{\text{max}} = S_{\text{peak}}(x) + 52$ 。根据模糊随机应力和模糊强度隶属度的不对称条件, 加权系数是 $w'_1 = 0.8$, $w'_2 = 0.2$ 。模糊随机应力和模糊强度的隶属度都是非连续函数, 而且很难获得的模糊安全状态的精确解。因此, 傅里叶级数方法被用于模糊安全状态的计算。根据已知条件, 模糊随机应力峰值 S_{peak} 的正态概率分布函数是:

$$f_{\tilde{S}}(S_{\text{peak}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \times 55} e^{-\frac{(S_{\text{peak}}-275)^2}{2 \times 55^2}} \quad (14)$$

在式(1)的基础上, 燃油喷嘴引射器的模糊失效效率是:

$$P_f = P(\bar{A}) = \int_{S_{\text{peak}}(x)-34}^{S_{\text{peak}}(x)+52} \mu_{\tilde{A}}(S_{\text{peak}}) f(S_{\text{peak}}) dS_{\text{peak}} \quad (15)$$

从式(15)的数值积分得到 $P_f^N = 0.058148$, 计算出的模糊可靠性是 $P_r^N = 1 - P_f^N = 0.941862$ 。 $\mu_{\tilde{A}}(x, y)$ 的分母是 $\int_{S_{\text{min}}}^{S_{\text{max}}} \mu_{\tilde{S}}(s, x) ds$ 等于随机广义应力隶属度 $\mu_{\tilde{S}}(s, x)$ 的区间积分。

取 $S_{\text{peak}} = 275$ MPa, $\mu_{\tilde{S}}(s, x)$ 与 $\mu_{\tilde{R}}(s)$ 相互干涉的情况如图 1 所示, 在干涉区间 $S_{\text{peak}} \in [344, 562]$ MPa 内, $\int_{S_{\text{min}}}^{S_{\text{max}}} \mu_{\tilde{S}}(s, x) \mu_{\tilde{R}}(s, y) ds$ 是非零的, 而且乘积函数随着区间改变, 可分为六个非连续积分区间, 模糊可靠性随着傅里叶级数变化。依据图 2 的变化曲线显示, 其值从傅里叶第一级的 0.949575 迅速下降到第二级最小值的 0.941512。随着傅里叶级数的增加, 其值变化却是越来越小, 并且维持在 0.9418 附近, 表明了分布拟合在初始级数是特别有效。

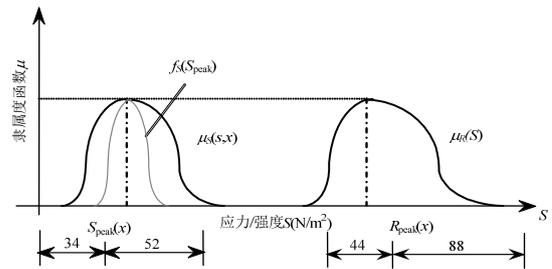


图 1 隶属度函数 $\mu_{\tilde{S}}(s, x)$ 和 $\mu_{\tilde{R}}(s)$ 的干涉情况

Fig.1 Interference condition of membership functions $\mu_{\tilde{S}}(s, x)$ and $\mu_{\tilde{R}}(s)$

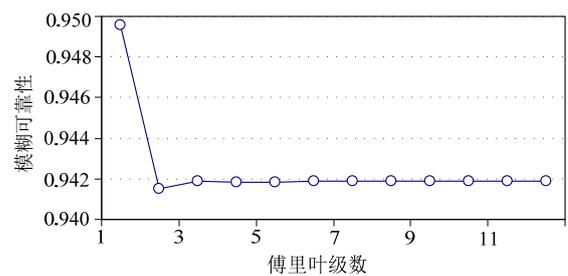


图 2 模糊可靠性的傅里叶级数变化曲线

Fig.2 Fourier series curve of fuzzy reliability

从这些可靠性值, 可以计算其 k 级对于 $k-1$ 级的变化率, 即 $E_{r(k)}^F = (P_{r(k)}^F - P_{r(k-1)}^F) / P_{r(k)}^F$, 得到如图 3 所示可靠性的变化率。分析这曲线, 迅速从二级的 -8.49×10^{-3} 降到三级的 3.80×10^{-4} 。在五级以后维持在这水平, 在 12 级时变化率是 5.2×10^{-7} , 达到了 10^{-6} 计算精度。由于傅里叶级数法得到的 $P_r^F = 0.941863$ 是精确解, 准确性较高, 所以数值

积分误差是 $E_r^F = (P_r^N - P_r^F) / P_r^F = -6.29 \times 10^{-7}$ 。所以, 即使在两个模糊变量时, 傅里叶级数的方法也能保证很高的精确性, 同时克服了在概率分布函数两端的失效概率评估问题。

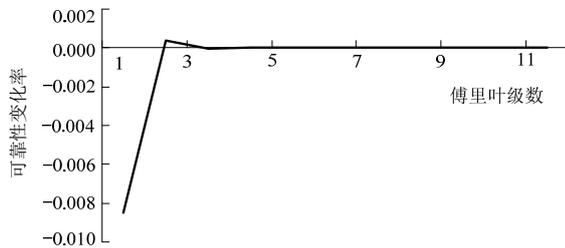


图3 可靠性变化率的傅里叶级数曲线

Fig.3 Fourier series curve of rate of change of fuzzy reliability

3 结论

基于模糊广义强度的结构安全状态, 可以运用傅里叶级数展开得到精确解, 并使用半脊隶属度计算模糊可靠性。应用这种方法得到精确解的可能性大大提高了, 而且把计算的复杂性降低了。对于热应力下的燃油喷嘴引射器, 其傅里叶级数计算方法的可靠度是 0.941863, 在 10^{-6} 计算精度下的可靠性变化率是 5.2×10^{-7} , 计算数值积分的可靠性误差率是 -6.29×10^{-7} 。这分析验证了傅里叶级数方法的精确性与准确性。

参考文献:

[1] Blockley D I. A probabilistic paradox [J]. ASCE, Journal of Engineering Mechanics, 1980, 106(EM6): 1430—1433.

[2] Blockley D I. Risk based structural reliability methods in context [J]. Structural Safety, 1999, 21(4): 335—348.

[3] Zadeh L A. Probability measures of fuzzy events [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1968, 23(2): 421—427.

[4] Zadeh L A. Concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning II [J]. Information Science, 1975, 8(4): 301—357.

[5] Brown C B. A fuzzy safety measure [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 1979, 105(5): 855—872.

[6] Blockley D I. Predicting the likelihood of structural accidents [C]. Proceedings of Institution of Civil

Engineers, London, 1975, 59(2): 659—668.

[7] 陈磊, 吕震宙, 宋述芳. 模糊可靠性灵敏度分析的线抽样方法[J]. 工程力学, 2008, 25(7): 45—51.

Chen Lei, Lü Zhenzhou, Song Shufang. Line sampling algorithm for fuzzy reliability sensitivity analysis [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(7): 45—51. (in Chinese)

[8] 刘扬, 张建仁. 有限元法和退火进化算法相结合分析结构模糊可靠性[J]. 工程力学, 2002, 19(5): 72—77.

Liu Yang, Zhang Jianren. Analysis of structural fuzzy reliability based on finite element method and annealing-genetic algorithm [J]. Engineering Mechanics, 2002, 19(5): 72—77. (in Chinese)

[9] 李贵杰, 吕震宙. 考虑状态模糊性时广义失效概率计算的鞍点逼近方法[J]. 力学季刊, 2010, 31(1): 77—82.

Li Guijie, Lü Zhenzhou. Saddlepoint approximation for general failure probability with fuzzy failure and safety state [J]. Chinese Quarterly of Mechanics. 2010, 31(1): 77—82. (in Chinese)

[10] 宋军, 吕震宙. 考虑状态模糊性时广义失效概率的矩方法[J]. 工程力学, 2008, 25(2): 71—77.

Song Jun, Lü Zhenzhou. Moment method for general failure probability with fuzzy failure state and fuzzy safety state [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25(2): 71—77. (in Chinese)

[11] 郭惠昕, 叶南海. 模糊安全事件的三种模型及其模糊可靠度计算[J]. 山西机械, 2001, 110(1): 28—29.

Guo Huixin, Ye Nanhai. Three models of fuzzy safety event and calculation of fuzzy reliability [J]. Shanxi Machinery, 2001, 110(1): 28—29. (in Chinese)

[12] 黄洪钟, 田志刚. 基于广义模糊随机强度的模糊可靠性计算理论[J]. 机械工程学报, 2002, 38(8): 50—53.

Huang Hongzhong, Tian Zhigang. Fuzzy reliability analysis based on generalized fuzzy random strength [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(8): 50—53. (in Chinese)

[13] Wong C N, Huang H, Lu Y, He P. Part reliability design of centrifugal nozzle under thermal stress-dependent strength using polynomial method [C]. Xian, China: ICQR2MSE 2011, 2011: 898—903.

[14] 张海龙. 多项式在航空发动机的应力依赖强度分析[D]. 成都: 电子科技大学, 2010.

Zhang Hailong. Half-ridge fuzzy safety state of fuel nozzle reliability [M]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2010. (in Chinese)