文章编号: 1001-0920 (2015) 06-1059-06　　DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.0539

三角模糊数型多准则群决策的 VIKOR 扩展方法

江文奇

(南京理工大学 经济管理学院，南京 210094)

摘　要: 运用 VlseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje (VIKOR) 方法研究模糊多准则群决策问题常常将其分成模糊信息集结和 VIKOR 方法求解两个阶段. 个体评估信息集结方法不同, 所得到的群体集结结果也不同, 获得的妥协解可能会存在较大差异. 鉴于此, 基于含有三角模糊数的多准则群决策问题, 分析现有两种主流群体信息集结方法存在的缺陷, 基于个体评估值与群体评估值的距离最优和较高的相似度两个目标, 设计群体信息集结优化模型, 提出一种拓展的 VIKOR 方法. 最后通过实例分析说明了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 多准则群决策；VIKOR；三角模糊数；相似度

中图分类号: C934　　**文献标志码:** A

Extension of VIKOR method for multi-criteria group decision making problems with triangular fuzzy numbers

JIANG Wen-qi

(School of Economics and Management，Nanjing University of Science and Technology，Nanjing 210094，China. E-mail：wqjiang@ustc.edu.cn)

Abstract: The fuzzy multi-criteria group decision making problems by using VlseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje(VIKOR) method can often be divided into two steps, integrating fuzzy information and getting the compromise solutions by VIKOR method. Different integrating methods develop different group results and compromise solutions. For the multi-criteria group decision problems in which all the criteria values and weights are triangular fuzzy number, the defects of the two popular information integrating methods are analyzed, and the optimal model of group information is designed based on the two goals which are the minimal distances and higher similarity between individual evaluation and group evaluation, and an extension of VIKOR method is also given to obtain compromise solutions. Finally, an example illustrates the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: multi-criteria group decision-making；VIKOR；triangular fuzzy number；similarity degree

0 引　言

1998 年, Opricovic[1]用实例说明了采用理想点法 (TOPSIS) 获得的最优解未必是最接近理想点的解, 提出一种基于理想点法的多准则决策方法, 即 VIKOR 方法 (VlseKriterijumska Optimizacija I Kompromisno Resenje). VIKOR 方法利用各个备选方案的评价值与理想方案的接近程度来排列方案的顺序[1-2], 比理想点法具有更高的排序稳定性和可信度, 在物料选择[3]、风险评估[4]、合作伙伴选择[5]、国内航线服务质量改进[6]等诸多领域得到了广泛应用.

由于客观事物的复杂性和人类思维的模糊性, 决策信息常常以模糊值给出. 针对模糊多准则决策问题, 文献 [3] 提出采用区间二元语义语言 VIKOR 法评估不确定和不完全信息下的物料选择; 文献 [4] 提出了一种拓展的 VIKOR 法, 用以解决权重为梯形模糊数而评价值为二元语义的多准则决策问题; 文献 [5-8] 采用梯形模糊数和三角模糊数评估风险、合作伙伴选择、保险公司选择、航线选择等问题; 文献 [9-10] 重点研究了基于三角模糊数的 VIKOR 方法, 但没有考虑到两个模糊数不可比较的情形; 文献 [11] 提出了一种集成的 VIKOR-AHP 方法, 对模糊数进行了比较, 但没有区分各个端点值; 文献 [12] 基于准则值和准则权重

收稿日期: 2014-04-15；**修回日期:** 2014-07-31.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (71271116, 71171002, 71371014)；教育部人文社科基金项目 (09jyc630123, 12yjc630044).

作者简介: 江文奇(1976−), 男, 副教授, 博士, 从事决策分析的研究.

均为三角直觉模糊数的多准则决策问题, 提出了一种拓展的 VIKOR 方法; 文献 [13] 针对区间数的多准则决策问题, 分别对左、右端点进行运算, 提出了拓展的 VIKOR 法; 文献 [14] 提出了解决含有犹豫模糊数多准则决策问题的 VIKOR 法.

如上所述, 三角模糊数是一种重要的模糊数, 可以退化为区间数, 也可以扩展为梯形模糊数. 现有的研究文献在集结三角模糊数时, 主要采用左、右端点值分别取大取小、中值取均值的方法和均值法, 两种方法均没有考虑三角模糊数左、中、右端点的数值特征, 可能会导致集结值无法全面反映个体评估值的特征. 基于现有集结方法所存在的不足, 本文首先分析了上述两类群体模糊信息集结方法, 进而提出一种拓展的 VIKOR 方法. 基于集结后的数据与原有数据的差异程度和相似程度这两个目标设计优化模型, 可以更好地规避左、中、右 3 个端点的差异对集结值所产生的影响, 而且能更加有效地体现集结个体评估信息. 最后通过算例分析说明了本文方法的有效性.

1 两种群体模糊信息集结方法分析

针对某模糊多准则决策问题, 方案 $a_i, i \in (1, 2, \cdots, m)$, 准则为 $c_j, j \in (1, 2, \cdots, n)$, 有 K 个决策者 $\mathrm{DM}_l (l \in (1, 2, \cdots, K))$ 进行评估和决策, 假定其评估的准则值和准则权重均为三角模糊数.

设 DM_l 评估准则 c_j 下决策方案 a_i 的准则值为

$$\tilde{x}_{ij}^l = (x_{ij}^{lL}, x_{ij}^{lM}, x_{ij}^{lR}),$$

给出的准则 c_j 的权重为

$$\tilde{w}_j^l = (w_j^{lL}, w_j^{lM}, w_j^{lR}),$$

且不同的决策者给出的准则值 $\tilde{x}_{ij}^k$ 和权重 $\tilde{w}_j$ 不同.

针对含有三角模糊数的多准则群决策问题, 有两类主要的群体信息集结方法.

第 1 类: 左、右端点值分别取大取小, 中值取均值. 集结后的权重和准则值分别为

$$\tilde{w}_j = (w_j^L, w_j^M, w_j^R) = \Big(\min_l\{w_j^{lL}\}, \frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lM}, \max_l\{w_j^{lR}\}\Big), \tag{1}$$

$$\tilde{x}_{ij} = (r_{ij}, s_{ij}, t_{ij}) = \Big(\min_l\{w_j^{lL}\}, \frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lM}, \max_l\{w_j^{lR}\}\Big). \tag{2}$$

第 2 类: 均值集结方法. 左、中、右 3 个端点均取均值, 集结后的权重和准则值分别为

$$\tilde{w}_j = (w_j^L, w_j^M, w_j^R) = \Big(\frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lL}, \frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lM}, \frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lR}\Big), \tag{3}$$

$$\tilde{x}_{ij} = (r_{ij}, s_{ij}, t_{ij}) = \Big(\frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lL}, \frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lM}, \frac{1}{K}\sum_{l=1}^K w_j^{lR}\Big). \tag{4}$$

对第 1 类集结方法而言, 左、右端点分别取各个决策者给出的模糊评估值的对应极值, 涵盖了群体评估结果的所有范围. 但是, 如果某个决策者给出的三角模糊判断值的左端点或右端点的值偏小或者偏大, 则集结结果极有可能只代表某个决策者的评估, 而无法有效反映群体评估; 如果采用赋权评价值来描述集成值, 则针对每个准则下每个方案集结评估值的左、中、右 3 个端点, 每个决策者体现的权重是不同的. 左、右端点中极值对应的评价者的权重为 1, 其他决策者权重为 0, 中间端点对应的决策者权重均相等. 若决策矩阵中有 mn 个准则值, 则任何一个决策者在不同的准则值集结中权重均不同. 尽管集结公式较为简单, 但均需要识别单个准则值.

例 1 有 3 个决策者对某个方案在某个准则下的准则值进行评估, 获得的评估值分别为 $(3, 5, 7)$, $(2, 6, 8)$ 和 $(4, 6, 14)$, 则集结结果为 $(2, 5.7, 14)$. 第 2 个决策者给出的右端评价值偏高, 而且反映在群体集结结果中, 代替了其他决策者有关右端点值的判断. 反映在权重方面, 对于集成值的左端点, 3 个决策者的权重分别为 $0, 1, 0$; 对于中值, 其权重分别为 $0.333, 0.333$ 和 $0, 333$; 对于右端点, 其权重分别为 $0, 0, 1$.

对第 2 类集结方法而言, 平均值较为全面且充分地反映了所有决策者的评估值信息. 但是, 如果每个决策者给出的 3 个端点的离散程度偏高, 则均值难以有效代表评价信息. 若采用赋权评价值来描述集成值, 则所有决策者针对各个准则值的权重是完全相等的.

例 2 如果 3 个决策者给出的评估值分别为 $(3, 5, 7)$, $(0, 2, 3)$ 和 $(6, 8, 12)$, 则集结结果为 $(3, 5, 7.3)$. 针对左、中、右 3 个端点, 3 个决策者给出的评估值的差异均较大.

在群体信息集结中, 为避免对原始数据进行分析而选取集结方法, 需要研究各类情形下的群体信息集结方法, 集结主要指准则权重的集结或准则值的集结.

2 基于双重目标的信息集结方法

有效的群体模糊信息集结需考虑如下两个目标:

1) 集结后的数据与原有数据的差异程度, 其值越小越好;

2) 集结后的数据与原有数据的相似程度, 相似程度越高, 个体决策者的满意度越高.

定义 1 对任意两个模糊数 $\tilde{A}_i = (A_i^L, A_i^M, A_i^R)$, $\tilde{B}_i = (B_i^L, B_i^M, B_i^R), i \in (1, 2, \cdots, m)$, 其相似度为

$$R(\tilde{A}_i, \tilde{B}_i) =$$

$$\frac{(A_i^L B_i^L + A_i^M B_i^M +}{\sqrt{(A_i^L A_i^L + A_i^M A_i^M + A_i^R A_i^R)\times}} \to$$
$$\leftarrow \frac{A_i^R B_i^R)}{\sqrt{(B_i^L B_i^L + B_i^M B_i^M + B_i^R B_i^R)}}. \tag{5}$$

群体集结的信息与个体评估信息之间的相似度应满足一定的要求, 即达到特定的阈值 α (事先给出), 否则难以反映每个个体的评估值.

有效的群体信息集结需综合利用各类决策者的评估数据, 并有效反映其对群体集结值的影响, 因此, 集结模型需要考虑上述两类目标, 即差异最小和相似度达到设定的阈值.

对于每个准则值, 可以构建如下优化模型:

$$\min\ z = \sum_{l=1}^{K}((r_{ij} - x_{ij}^{lL})^2 + (s_{ij} - x_{ij}^{lM})^2 + (t_{ij} - x_{ij}^{lR})^2).$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} r_{ij} \leqslant s_{ij} \leqslant t_{ij}; \\ R(\tilde{x}_{ij}, \tilde{x}_{ij}^l) \geqslant \alpha,\ l = 1, 2, \cdots, K. \end{cases} \tag{6}$$

同理, 对于每个决策者给出的权重, 设定每个个体决策者给出的权重与群体集结权重的相似度阈值为 β. 于是, 可以设计如下优化模型:

$$\min\ z = \sum_{l=1}^{K}((w_j^L - w_j^{lL})^2 + (w_j^M - W_j^{lM})^2 + (w_j^R - w_j^{lR})^2).$$
$$\text{s.t.}\begin{cases} w_j^{lL} \leqslant w_j^{lM} \leqslant w_j^{lR}; \\ R(\tilde{w}_j, \tilde{w}_j^l) \geqslant \beta,\ l = 1, 2, \cdots, K. \end{cases} \tag{7}$$

模型 (6) 和 (7) 均为非线性模型, 可采用 lingo 9.0 求解.

将本文方法与第 1 节的两种方法相比, 主要特征如表 1 所示.

表 1　3 种信息集结方法对比

	第 1 类集结法	第 2 类集结法	本文方法
基本阐述	左端取小, 右端取大, 中值取平均	左、中、右端均取均值	对差异最小和较高的相似度双重目标进行优化
计算的复杂性	简单	简单	较复杂
主要特征	左端和右端值可能受到个别决策者的影响	如果评估值离散程度过高, 则无法表征所有决策者信息	综合考虑了集结值与其他决策者评估值的差异, 且与个体决策者评估的相似度
集结值有效性	无法表征	无法表征	通过相似度阈值表征
使用范围	平滑数据	平滑数据	各类数据

3　基于拓展 VIKOR 的模糊多准则决策方法

基于上述群体集结结果, 采用 VIKOR 方法进行综合评价的步骤描述如下.

Step 1　对各个准则值进行无量纲化处理.

针对评估矩阵 $[\tilde{x}_{ij}^l]_{m\times n}$, 区分准则属性, 即效益准则或成本准则, 无量纲化结果如下:

对于效益型准则, 无量纲化值为

$$\tilde{y}_{ij}^l = \Big[\frac{\tilde{x}_{ij}^{lL}}{\max\limits_i x_{ij}^{lR}}, \frac{\tilde{x}_{ij}^{lM}}{\max\limits_i x_{ij}^{lM}}, \frac{\tilde{x}_{ij}^{lR}}{\max\limits_i x_{ij}^{lL}} \bigwedge 1\Big];$$

对于成本型准则, 其无量纲化值为

$$\tilde{y}_{ij}^l = \Big[\frac{\min\limits_i \tilde{x}_{ij}^{lL}}{x_{ij}^{lR}}, \frac{\min\limits_i \tilde{x}_{ij}^{lM}}{x_{ij}^{lM}}, \frac{\min\limits_i \tilde{x}_{ij}^{lR}}{x_{ij}^{lL}} \bigwedge 1\Big].$$

Step 2　集结群体评估值.

群体评估值的集结分成两个方面, 即准则评估值的集结和准则权重的集结. 两者的集结分别采用模型 (6) 和 (7), 运用 lingo 9.0 求解得到

$$\tilde{x}_{ij} = (r_{ij}, s_{ij}, t_{ij}),$$
$$\tilde{w}_j = (w_j^L, w_j^M, w_j^R).$$

Step 3　对准则权重进行归一化处理.

由于集结后的准则权重并不满足权重之和为 1 的条件, 需进行归一化处理, 处理后的权重为

$$\tilde{\varpi}_j = \frac{\tilde{w}_j}{\sum\limits_{j=1}^{n}\tilde{w}_j}.$$

Step 4　找出各个准则下的正理想解 PIS 和负理想解 NIS.

传统的正负理想点主要是找出左、右端点的极值, 容易受到极值本身数值的影响. 对此, 本文主要针对集结后的矩阵 $[\tilde{x}_{ij}]_{m\times n}$, 比较每个准则下准则值的大小. 例如采用 Yager 指数[9], 即取左、中、右 3 个端点的均值, 依据均值大小找出正理想解和负理想解.

正理想解

$$f^* = \{f_1^*, \cdots, f_n^*\} = \{\max_i \tilde{x}_{i1}, \cdots, \max_i \tilde{x}_{in}\}; \tag{8}$$

负理想解

$$f^- = \{f_1^-, \cdots, f_n^-\} = \{\min_i \tilde{x}_{i1}, \cdots, \min_i \tilde{x}_{in}\}. \tag{9}$$

Step 5　计算 S_i, R_i, Q_i, 即

$$\tilde{S}_i = \sum_{j=1}^{n}\tilde{\varpi}_j \times \frac{f_j^* - \tilde{x}_{ij}}{f_j^* - f_j^-}, \tag{10}$$

$$\tilde{R}_i = \max_j\Big(\tilde{\varpi}_j \times \frac{f_j^* - \tilde{x}_{ij}}{f_j^* - f_j^-}\Big), \tag{11}$$

$$\tilde{Q}_i = \nu \times \frac{\tilde{S}_i - \min\limits_i \tilde{S}_i}{\max\limits_i \tilde{S}_i - \min\limits_i \tilde{S}_i} + (1-\nu) \times \frac{\tilde{R}_i - \min\limits_i \tilde{R}_i}{\max\limits_i \tilde{R}_i - \min\limits_i \tilde{R}_i}. \tag{12}$$

其中: ν 为大多数准则策略的决策机制系数, $\nu > 0.5$ 表明根据大多数人的意见进行决策, $\nu = 0.5$ 表明根据赞同情况制定决策, $\nu < 0.5$ 表明根据拒绝情况进

行决策.

Step 6 依据 Q_i 值确定妥协解. 假定排序第 1 和第 2 的方案分别为 a_1 和 a_2.

条件 1 可接受度优势 $Q_2 - Q_1 \geqslant 1/(m-1)$, m 为方案数目.

条件 2 决策过程中可以接受的稳定性, a_1 同样是 S_i 或 R_i 中排序第 1 的方案.

如果条件 1 和条件 2 均满足, 则 a_1 为排序第 1 的方案. 如果上述条件有 1 个不满足, 则有: 如果不满足条件 2, 则 a_1 和 a_2 均为折衷解; 如果不满足条件 1, 则通过 $Q_M - Q_1 < 1/(m-1)$ 得到最大的 $M, a_1, \cdots, a_M$ 均贴近理想方案.

4 实例分析

某风险投资企业致力于寻求合适的设备风险投资项目, 现有 4 个备选方案, 考虑的准则主要有环境影响 c_1、预期收益 c_2、成长性 c_3、社会效益 c_4. 第 1 个准则为成本型准则, 其他均为效益型准则. 现有 3 个决策者实施评估, 其决策矩阵分别如表 2 ~ 表 4 所示.

表 2 决策者 1 给出的多准则决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	(4.3, 4.6, 4.7)	(80, 90, 92)	(0.6, 0.7, 0.8)	(4, 5, 6)
a_2	(2.8, 2.9, 3.1)	(91, 92, 94)	(0.4, 0.5, 0.6)	(3, 4, 5)
a_3	(4.0, 4.1, 4.2)	(90, 92, 94)	(0.2, 0.3, 0.4)	(5, 6, 7)
a_4	(3.5, 7.3, 3.8)	(80, 82, 83)	(0.4, 0.5, 0.7)	(3, 4, 6)

表 3 决策者 2 给出的多准则决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	(3.3, 3.4, 3.5)	(91, 93, 94)	(0.5, 0.6, 0.7)	(3.6, 4.0, 4.5)
a_2	(2.3, 2.5, 2.8)	(89, 90, 92)	(0.5, 0.55, 0.65)	(4.0, 4.5, 6.0)
a_3	(2.9, 3.0, 3.2)	(86, 88, 90)	(0.3, 0.36, 0.45)	(4.0, 5.0, 7.0)
a_4	(3.2, 3.3, 3.5)	(87, 89, 90)	(0.36, 0.43, 0.5)	(3.0, 5.0, 6.0)

表 4 决策者 3 给出的多准则决策矩阵

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	(2.6, 2.7, 2.8)	(85, 86, 88)	(0.55, 0.6, 0.7)	(4, 6, 7)
a_2	(3.1, 3.2, 3.4)	(90, 93, 94)	(0.45, 0.55, 0.7)	(4, 5, 6)
a_3	(3.9, 4.0, 4.3)	(87, 88, 90)	(0.5, 0.55, 0.6)	(4.5, 5.5, 6)
a_4	(3.6, 3.8, 4.0)	(91, 93, 94)	(0.4, 0.5, 0.6)	(3.5, 4, 5)

Step 1 对上述 3 个决策矩阵进行无量纲化处理, 结果如表 5 ~ 表 7 所示.

表 5 决策者 1 给出的多准则决策矩阵无量纲化表

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	(0.489, 0.543, 0.651)	(0.936, 0.968, 1.000)	(0.750, 1.000, 1.000)	(0.571, 0.833, 1.000)
a_2	(0.742, 0.862, 1.000)	(0.968, 0.989, 1.000)	(0.500, 0.714, 1.000)	(0.429, 0.667, 1.000)
a_3	(0.548, 0.610, 0.700)	(0.957, 0, 989, 1.000)	(0.250, 0.429, 0.667)	(0.714, 1.000, 1.000)
a_4	(0.605, 0.676, 0.800)	(0.851, 0.882, 0.912)	(0.500, 0.714, 1.000)	(0.429, 0.667, 1.000)

表 6 决策者 2 给出的多准则决策矩阵无量纲化表

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	(0.657, 0.735, 0.848)	(0.968, 1.000, 1.000)	(0.625, 0.857, 1.000)	(0.514, 0.667, 0.900)
a_2	(0.821, 1.000, 1.000)	(0.947, 0.968, 1.000)	(0.625, 0.787, 1.000)	(0.571, 0.750, 1.000)
a_3	(0.719, 0.833, 0.966)	(0.915, 0, 946, 0.989)	(0.375, 0.514, 0.750)	(0.571, 0.833, 1.000)
a_4	(0.657, 0.758, 0.875)	(0.926, 0.957, 0.989)	(0.450, 0.614, 0.833)	(0.429, 0.833, 1.000)

表 7 决策者 3 给出的多准则决策矩阵无量纲化表

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	(0.821, 0.926, 1.000)	(0.904, 0.925, 0.967)	(0.688, 0.857, 1.000)	(0.571, 1.000, 1.000)
a_2	(0.676, 0.781, 0.903)	(0.957, 1.000, 1.000)	(0.563, 0.786, 1.000)	(0.571, 0.833, 1.000)
a_3	(0.535, 0.625, 0.718)	(0.926, 0, 946, 0.989)	(0.625, 0.786, 1.000)	(0.643, 0.917, 1.000)
a_4	(0.575, 0.658, 0.778)	(0.968, 1.000, 1.000)	(0.500, 0.714, 1.000)	(0.500, 0.667, 1.000)

Step 2　假定各个决策者对各个准则给出的权重如表 8 所示.

表 8　各个决策者给出的权重表

	c_1	c_2	c_3	c_4
DM_1	$(0.2, 0.3, 0.4)$	$(0.3, 0.4, 0.5)$	$(0.5, 0.6, 0.7)$	$(0.4, 0.5, 0.6)$
DM_2	$(0.3, 0.4, 0.5)$	$(0.5, 0.6, 0.7)$	$(0.4, 0.5, 0.6)$	$(0.4, 0.5, 0.6)$
DM_3	$(0.4, 0.5, 0.6)$	$(0.2, 0.3, 0.4)$	$(0.4, 0.5, 0.6)$	$(0.5, 0.6, 0.7)$

设 $\alpha = 0.98, \beta = 0.98$, 运用模型求解得到集结后的矩阵如表 9 所示.

表 9　集结后的决策矩阵表

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	$(0.656, 0.735, 0.833)$	$(0.929, 0.954, 0.989)$	$(0.688, 0.905, 1.000)$	$(0.552, 0.833, 0.967)$
a_2	$(0.746, 0.881, 0.968)$	$(0.957, 0.986, 1.000)$	$(0.563, 0.762, 1.000)$	$(0.524, 0.75, 1.000)$
a_3	$(0.601, 0.689, 0.795)$	$(0.933, 0, 960, 0.993)$	$(0.417, 0.576, 0.806)$	$(0.702, 0.873, 1.000)$
a_4	$(0.612, 0.697, 0.818)$	$(0.915, 0.946, 0.967)$	$(0.481, 0.681, 0.944)$	$(0.453, 0.722, 1.000)$

集结后权重为

$$(0.3, 0.4, 0.5),$$
$$(0.333, 0.433, 0.533),$$
$$(0.433, 0.533, 0.633),$$
$$(0.433, 0.533, 0.633).$$

Step 3　权重进行归一化处理之后的结果分别为

$$(0.130\,492, 0.200\,1, 0.333\,556),$$
$$(0.144\,846, 0.216\,608, 0.355\,57),$$
$$(0.188\,343, 0.266\,633, 0.422\,282),$$
$$(0.188\,343, 0.266\,633, 0.422\,282).$$

Step 4　获得的正理想解为

$$(0.746, 0.881, 0.968),$$
$$(0.957, 0.986, 1),$$
$$(0.688, 0.905, 1),$$
$$(0.702, 0.873, 1);$$

负理想解为

$$(0.601, 0.689, 0.795),$$
$$(0.915, 0.946, 0.967),$$
$$(0.417, 0.576, 0.806),$$
$$(0.453, 0.722, 1).$$

Step 5　令 $\nu = 0.5$, 计算 $\tilde{S}_i, \tilde{R}_i, \tilde{Q}_i$, 计算结果如表 10 所示.

表 10　$\tilde{S}_i, \tilde{R}_i, \tilde{Q}_i$ 表 (本文方法)

	$\tilde{S}_i$	$\tilde{R}_i$	$\tilde{Q}_i$
a_1	$(0.096\,45, 0.142\,65, 0.232\,53)$	$(0.035, 0.049\,55, 0.078\,47)$	$(-0.647\,57, 0.115\,35, 0.917\,53)$
a_2	$(0.068\,43, 0.096\,88, 0.153\,43)$	$(0.047\,24, 0.066\,88, 0.105\,92)$	$(-0.576\,26, 0.200\,91, 1.036\,38)$
a_3	$(0.130\,21, 0.191\,37, 0.310\,69)$	$(0.062\,78, 0, 088\,88, 0.140\,76)$	$(-0.240\,45, 0.694\,03, 1.836\,56)$
a_4	$(0.189\,49, 0.276\,80, 0.447\,65)$	$(0.062\,78, 0.088\,88, 0.140\,76)$	$(-0.091\,06, 0.909\,35, 2.181\,71)$

Step 6　通过比较两个条件, 得到该问题的妥协解为 a_2 和 a_1.

如果采用第 1 种和第 2 种集结方法, 则得到的 $\tilde{S}_i$, $\tilde{R}_i, \tilde{Q}_i$ 分别如表 11 和表 12 所示.

表 11　$\tilde{S}_i, \tilde{R}_i, \tilde{Q}_i$ 表 (第 1 种集结方法)

	$\tilde{S}_i$	$\tilde{R}_i$	$\tilde{Q}_i$
a_1	$(-1.067, 0.545, 6.575)$	$(-0.567, 0.210, 2.531)$	$(-8.592, -0.348, 9.461)$
a_2	$(-1.067, 0.592, 6.090)$	$(-0.567, 0.419, 2.974)$	$(-8.592, 0.042, 9.930)$
a_3	$(-1.049, 0.820, 6.903)$	$(-0.237, 0.394, 1.970)$	$(-8.010, 0.140, 8.516)$
a_4	$(-1.000, 1.240, 7.828)$	$(-0.567, 0.488, 2.974)$	$(-8.551, 0.559, 10.992)$

表 12 $\tilde{S}_i, \tilde{R}_i, \tilde{Q}_i$ 表(第2种集结方法)

	$\tilde{S}_i$	$\tilde{R}_i$	$\tilde{Q}_i$
a_1	$(-0.649, 0.495, 4.630)$	$(-0.375, 0.183, 2.042)$	$(-5.942, -0.278, 7.051)$
a_2	$(-0.768, 0.520, 4.440)$	$(-0.413, 0.366, 2.171)$	$(-6.080, 0.029, 7.133)$
a_3	$(-0.570, 0.740, 5.027)$	$(-0.066, 0.348, 1.284)$	$(-5.398, 0.143, 6.102)$
a_4	$(-0.607, 1.130, 5.983)$	$(-0.413 0.427, 2.494)$	$(-5.976, 0.521, 8.649)$

得到的妥协解与表11相同, 均为a_2、a_1和a_3, 与本文的方法存在差异.

5 结 论

在多准则决策中, 群体信息的集结方法会影响最终的决策结果. 最大最小法和平均值法应用的有效性均与数据本身的差异有关. 为此, 本文基于优化理论, 考虑距离优化和相关度优化的双重目标对群体数据进行集结, 采用VIKOR法获取妥协解, 提高了妥协解的有效性. 如前所述, 本文提出的方法主要考虑到模糊数端点的差异性, 如果为区间数, 则目标函数包括2个端点; 如果为梯形模糊数, 则包括4个端点值; 如果为语言标度, 则目标函数的端点值分别表示赞同或者反对程度. 因此, 本文提出的方法同样适用于其他类型的模糊信息集结处理.

参考文献(References)

[1] Opricovic S. Multi-criteria optimization of civil engineering systems[M]. Belgrade: Faculty of Civil Engineering, 1998: 36-38.

[2] Opricovic S, Tzeng G H. Extended VIKOR method in comparison with outranking methods[J]. European J of Operational Research, 2007, 178(2): 514-529.

[3] Ali Jahan, Edwards K L. VIKOR method for material selection problems with interval numbers and target-based criteria[J]. Materials and Design, 2013, 47(1): 759-765.

[4] Yanbing Ju, Aihua Wang. Extension of VIKOR method for multi-criteria group decision making problem with linguistic information[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(5): 3112-3125.

[5] Hu-Chen Liu, Long Liu, Nan Liu, et al. Risk evaluation in failure mode and effects analysis with extended VIKOR method under fuzzy environment[J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39(17): 12926-12934.

[6] Lisa Y Chen, Tien-Chin Wang. Optimizing partners' choice in IS/IT outsourcing projects: The strategic decision of fuzzy VIKOR[J]. Int J of Production Economics, 2009, 120(7): 233-242.

[7] Amir Sanayei, Farid Mousavi S, Yazdankhah A. Group decision making process for supplier selection with VIKOR under fuzzy environment[J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(1): 24-30.

[8] James J H Liou, Chieh-Yuan Tsai, Rong-Ho Lin, et al. A modified VIKOR multiple-criteria decision method for improving domestic airlines service quality[J]. J of Air Transport Management, 2011, 17(2): 57-61.

[9] Serafim Opricovic. Fuzzy VIKOR with an application to water resources planning[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(10): 12983-12990.

[10] Yeonjoo Kim, Eun-Sung Chung. Fuzzy VIKOR approach for assessing the vulnerability of the water supply to climate change and variability in South Korea[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(22): 9419-9430.

[11] Tolga Kaya, Cengiz Kahraman. Fuzzy multiple criteria forestry decision making based on an integrated VIKOR and AHP approach[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(4): 7326-7333.

[12] Kavita Devi. Extension of VIKOR method in intuitionistic fuzzy environment for robot selection[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(8): 14163-14168.

[13] Mohammad Kazem Sayadi, Majeed Heydari, Kamran Shahanaghi. Extension of VIKOR method for decision making problem with interval numbers[J]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33(5): 2257-2262.

[14] Nian Zhang, Guiwu Wei. Extension of VIKOR method for decision making problem based on hesitant fuzzy set[J]. Applied Mathematical Modelling, 2013, 37(7): 4938-4947.

(责任编辑：曹洪武)