

不确定非线性系统的鲁棒自适应输出反馈控制

杨强, 刘玉生

(四川大学电气信息学院, 成都 610065)

摘要: 基于自适应非线性阻尼, 提出一种鲁棒自适应输出反馈控制方法. 该方法适用于带有未建模动态、未知非线性、有界扰动、未知非线性参数和不确定控制系数的多输入多输出非线性系统. 理论证明, 在一定的假设条件下, 该方法能保证闭环系统所有动态信号有界; 不论有多少不确定非线性参数、多高阶的非线性系统, 只需要一个自适应控制参数和观察参数; 而且通过选择适当的控制器和观测器参数, 能使控制误差和估计误差达到任意小. 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 输出反馈; 鲁棒自适应; 未建模动态

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Robust adaptive output feedback control for uncertain nonlinear systems

YANG Qiang, LIU Yu-sheng

(School of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China. Correspondent: YANG Qiang, E-mail: yuxia2008@126.com)

Abstract: Based on adaptive nonlinear damping, a robust adaptive output feedback controller is proposed for a multi-input and multi-output nonlinear system with unknown nonlinear parameters, uncertain nonlinearities, bounded disturbance, unmodeled dynamics and uncertain control parameters. It is proved that all the signals in the closed-loop are bounded and the control errors and estimation errors can be made arbitrarily small by choosing some design parameters appropriately. The controller only has an adaptive control parameter and an adaptive observer parameter no matter how high the order of the system is and how many unknown parameters there are. Simulation results show the effectiveness of the proposed controller.

Keywords: nonlinear systems; output feedback control; robust adaptive; unmodeled dynamics

0 引言

诸如交通系统、宇航系统和热力学系统等实际系统都是非线性系统且带有很多不确定性因素, 所以, 研究带有不确定性非线性系统的控制问题具有重要意义^[1]. 其中依靠系统部分测量信息的输出反馈控制更是得到了广泛关注, 并取得了大量重要研究成果^[2-10]. 文献[3]针对一类带有未知参数的非线性系统, 利用高增益观测器估计输出的各阶导数, 得到了一种自适应输出反馈控制方法, 但系统的不确定性参数必须呈线性化, 而且没有考虑外界扰动和系统的未建模动态. 文献[4]考虑了系统的未建模动态和外界扰动, 但系统的不确定性参数也必须呈线性化. 文献[5]提出的鲁棒自适应输出反馈控制方法考虑了系统的未建模动态和外界扰动, 而且系统的不确定性参数可以是非线性的. 文献[6]提出了一类非线性系

统输出反馈自适应扰动控制方法, 适用于满足局部Lipchitz条件的不确定性非线性系统. 上述文献都是针对单输入单输出非线性系统.

针对多输入多输出非线性系统的控制问题也得到了一些研究. 文献[7]对一类不确定性有界的非线性系统提出了一种鲁棒自适应输出反馈镇定控制法. 文献[8]提出的输出反馈控制法适用于不确定性函数满足局部Lipchitz条件的非线性系统, 但没有考虑系统的未建模动态. 文献[9]利用变能量函数思想, 增加幂次积分方法和自适应思想, 提出的自适应控制方法能使得存在未知控制系数和不可测零动态的高阶非线性系统全局镇定, 该方法需要估计系统的不确定性参数, 未考虑系统的未建模动态. 文献[10]提出的鲁棒自适应输出反馈控制方法考虑了扰动、未建模动态和未知非线性不确定性, 但未知非线性不确定性只与

收稿日期: 2014-04-10; **修回日期:** 2014-06-30.

作者简介: 杨强(1983-), 男, 博士生, 从事不确定性非线性系统状态估计与控制的研究; 刘玉生(1946-), 男, 教授, 博士生导师, 从事不确定性非线性系统鲁棒自适应控制等研究.

系统的输出有关。

总结上述文献,有以下几个方面值得思考: 1) 文献中给出的自适应输出反馈控制方法多数基于高增益观测器^[3-6],但高增益观测器存在峰值现象^[3],这对整个闭环系统极为不利,且可能造成整个闭环系统的不稳定; 2) 研究的非线性系统中不确定性较为严格,如不确定性参数线性化的非线性系统^[3-4]、不确定性项有界^[7]、不确定性项只与输出有关^[10]或满足局部 Lipschitz 条件^[5-8]; 3) 研究的非线性系统模型满足上三角或下三角形式^[3-6,11]。因此,研究一种模型更为一般的非线性系统,且能处理更加广泛的非线性不确定性的鲁棒自适应输出反馈控制具有重要意义。

本文借鉴文献 [12-13] 的设计方法,基于自适应非线性阻尼,设计鲁棒自适应控制器和观测器,得到一种鲁棒自适应输出反馈控制方法。该方法适用于带有未建模动态、未知非线性、有界扰动、未知非线性参数和不确定控制系数的多输入多输出非线性系统。该方法不要求系统模型满足三角形式的约束,不需要估计系统中的未知参数,能保证闭环系统所有信号有界,而且通过自适应的方式,有效克服了高增益观测器瞬态过程中的峰值现象。通过选择适当的设计参数,能使控制误差和观察误差达到任意满意的精度。仿真结果表明了该方法的有效性。

1 问题描述

考虑以下带有不确定性的多输入多输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B[h(x, \omega, \theta, d) + \theta_u u], \\ y = Cx. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 、 $u \in \mathbf{R}^l$ 、 $y \in \mathbf{R}^l$ 分别为系统的状态、控制和输出; A 、 B 、 C 为维数适当的已知矩阵; $\omega \in \mathbf{R}^r$ 为未建模动态; $\theta \in \mathbf{R}^q$ 为未知参数; θ_u 为不确定控制系数; $d \in \mathbf{R}^k$ 为未知时变有界扰动; $h(x, \omega, \theta, d) \in \mathbf{R}^l$ 为一个未知的非线性函数,包含未知参数、有界扰动、未知非线性和未建模动态等不确定性项。假设系统的未建模动态可用如下的方程来描述:

$$\dot{\omega} = s(\omega, y), \quad (2)$$

其中 $s(\omega, y)$ 为未知的、连续的非线性函数。

本文目的: 针对存在未知非线性参数、未知非线性项、有界扰动、未建模动态和未知控制系数等综合不确定性的多输入多输出非线性系统 (1), 设计鲁棒自适应输出反馈控制器, 使闭环系统能稳定在平衡点附近。不失一般性, 设原点为系统 (1) 的孤立平衡点。

注 1 因为系统 (1) 中 A 、 B 、 C 仅为维数适当的已知矩阵, 不受上三角或下三角形式^[3-6,11]约束, 所以

本文研究的非线性系统模型更具有一般性。文献 [12] 中 A 、 B 为特定分块对角矩阵的多输入多输出非线性系统, 可视为系统 (1) 的一个特例, 解决了状态反馈问题, 但输出反馈问题有待解决。当系统 (1) 中控制系数 θ_u 为已知时, 文献 [13] 给出了鲁棒自适应观测器设计, 但未给出控制器设计。由于系统 (1) 为带有未知非线性参数、未知非线性项、有界扰动、未建模动态和未知控制系数等综合不确定性的多输入多输出非线性系统, 研究结合观测器和控制器设计的鲁棒自适应输出反馈控制问题将更具有挑战性, 与状态反馈相比也更具有实际意义。

假设 1 不确定控制系数 $\theta_u \neq 0$ 且有界, $\underline{\theta}_u \leq |\theta_u| \leq \bar{\theta}_u$ 。其中: $\underline{\theta}_u > 0$, $\bar{\theta}_u > 0$ 为未知常数, 且已知 θ_u 的符号, 这里假设 θ_u 的符号为正。

注 2 与参考文献 [6] 中关于未知控制系数假设为有界, 且已知上确界和下确界相比, 假设 1 更宽松, 因为 $\underline{\theta}_u$ 和 $\bar{\theta}_u$ 为未知常数, 不需要知道其具体值。

假设 2 存在未知常数 $c_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3, 4$, 使得 $h(x, \omega, \theta, d)$ 满足

$$\|h(x, \omega, \theta, d)\| \leq c_1 + c_2 \|x\| \varphi(y) + c_3 \Phi(y) + c_4 \psi(\|\omega\|). \quad (3)$$

其中: $\|\cdot\|$ 表示矩阵或向量的欧氏范数; $\varphi(y)$ 和 $\Phi(y)$ 为已知的非负函数, $\psi(\|\omega\|)$ 为已知 K_∞ 类函数。

注 3 因为不等式 (3) 的右边包含不可测的信号 x 和 ω , 与一些文献中对非线性不确定性项上确界的假设只包含可测信号相比^[7-10], 本文研究的非线性系统不确定性更加广泛; 此外, 一些文献中常用的非线性不确定性项满足局部 Lipschitz 条件的假设^[5-8]也是假设 2 的一个特例, 即 $c_1 = 0$, $\varphi(y) = 1$, $\Phi(y) = 0$ 和 $\psi(\|\omega\|) = \|\omega\|$ 。

假设 3 式 (2) 所描述的未建模动态为指数输入到状态实际稳定 (exp-ISPS)^[4], 即存在 Lyapunov 函数 $V_\omega(\omega)$ 满足以下关系式:

$$\Psi_1(\|\omega\|) \leq V_\omega(\omega) \leq \Psi_2(\|\omega\|), \quad (4)$$

$$\frac{\partial V_\omega(\omega)}{\partial \omega} s(\omega, y) \leq -\varsigma_0 V_\omega(\omega) + W(\|y\|) + c_0. \quad (5)$$

其中: Ψ_1 、 Ψ_2 为 K_∞ 类函数, $\varsigma_0 > 0$ 、 $c_0 > 0$ 为已知常数。可以假设 $W(\cdot)$ 具有形式 $W(z) = z^2 W_0(z^2)$, $W_0(\cdot)$ 为一个大于或等于零的光滑函数。或者将式 (5) 中 $W(\|y\|)$ 表示为 $\|y\|^2 W_0(\|y\|^2) + \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 \geq 0$ 为一个充分小的实数。当式 (5) 中 $c_0 = 0$ 时, 式 (1) 和 (2) 组成的系统即为最小相位系统。

假设 4 (A, B) 可控, (A, C) 可检测。

假设 5 存在正定对称矩阵 $P > 0$, $Q > 0$ 满足

$$\begin{cases} A_m^T P + P A_m = -Q, \\ P B = C^T, \end{cases} \quad (6)$$

其中选择矩阵 L 使 $A_m = A - BL$ 为 Hurwitz 矩阵.

2 鲁棒自适应观测器和控制器设计

首先, 引入如下动态信号 ϖ 来抑制未建模动态对系统的影响:

$$\dot{\varpi} = -\tau_0 \varpi + \varpi_m(y). \quad (7)$$

其中: $\tau_0 \in (0, \varsigma_0)$, $\varpi_m(y) = \|y\|^2 W_0(\|y\|^2) + c_0$ 且 $\varpi(0) = \varpi_0 > 0$. 对于所有的 $t \geq 0$, 文献 [4] 中已经证明了该信号有如下性质:

$$V_\omega(\omega(t)) \leq \varpi(t) + \Omega(t). \quad (8)$$

其中: $\Omega(t) = \max\{0, e^{-\varsigma_0 t} V(\omega_0) - e^{-\tau_0 t} \varpi_0\}$, ω_0 是式 (2) 的初值. 因为 $0 < \tau_0 < \varsigma_0$, $\varpi_0 > 0$, 所以存在一个时间常数 T^0 满足 $\Omega(t) = 0$, 对于所有 $t \geq T^0 \geq 0$.

自适应非线性阻尼是抑制不确定性对系统影响的有效工具^[5,10,12-13]. 借鉴文献 [12-13] 的设计方法, 本文提出以下带有许多自适应非线性阻尼项的鲁棒自适应控制器和观测器构成的鲁棒自适应输出反馈控制.

鲁棒自适应控制器

$$u = -\beta_1 C \hat{x} \beta_{m1}, \quad (9)$$

$$\dot{\beta}_1 = \Gamma_1 \|C \hat{x}\|^2 \beta_{m1} - \Gamma_1 \sigma_1 \beta_1, \quad (10)$$

$$\beta_{m1} = 1 + \Phi^2(y) + [1 + \phi(y)]^2 + \psi^2(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))); \quad (11)$$

鲁棒自适应观测器

$$\dot{\hat{x}} = A_m \hat{x} + \beta_2 B(y - C \hat{x}) \beta_{m2}, \quad (12)$$

$$\dot{\beta}_2 = \Gamma_2 \|y - C \hat{x}\|^2 \beta_{m2} - \Gamma_2 \sigma_2 \beta_2, \quad (13)$$

$$\beta_{m2} = 1 + \Phi^2(y) + [1 + \phi(y)]^2 + \psi^2(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) + u^2. \quad (14)$$

其中: 常数 $\Gamma_1 > 0$, $\Gamma_2 > 0$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$ 为设计参数. 定义状态估计误差为 $e = x - \hat{x}$, 由式 (1)、(12)~(14) 有

$$\dot{e} = A_m e + B[h(x, \omega, \theta, d) + Lx + \theta_u u] - \beta_2 B \bar{e} \beta_{m2}, \quad (15)$$

其中 $\bar{e} = Ce = y - C\hat{x}$.

定理 1 在满足假设 1~假设 5 的条件下, 采用本文提出的鲁棒自适应控制器 (9)~(11) 和观测器 (12)~(14) 构成的鲁棒自适应输出反馈控制, 即使系统 (1) 存在未知非线性参数、未知非线性、有界扰动、未建模动态和不确定控制系数等综合不确定性因素, 也能保证由式 (1)、(2)、(7)、(10)、(13) 和 (15) 组成的

闭环系统全部动态变量有界, 而且通过合理选择式 (10) 和 (13) 中的设计参数 Γ_1 、 Γ_2 、 σ_1 和 σ_2 可以使控制误差 $\|x\|$ 和观察误差 $\|e\|$ 任意小.

证明 选择 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} [x^T P x + e^T P e + \Gamma_1^{-1} \theta_u (\beta_1 - \beta_1^*)^2 + \Gamma_2^{-1} (\beta_2 - \beta_2^*)^2]. \quad (16)$$

其中: 未知常数 $\beta_1^* > 0$, $\beta_2^* > 0$ 为自适应参数 β_1 和 β_2 的期望值, 即当 $\beta_1 = \beta_1^*$, $\beta_2 = \beta_2^*$ 时, 整个闭环系统达到期望的性能. 一般来说, 如果期望控制误差和观察误差越小, 则 $\beta_1^* > 0$ 和 $\beta_2^* > 0$ 对应越大的常数, 通过下面的证明和讨论将作进一步的说明. 对 V 沿 t 求导, 得到

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} x^T Q x + x^T P B [h(x, \omega, \theta, d) + Lx + \theta_u u] - \\ & \frac{1}{2} e^T Q e + e^T P B [h(x, \omega, \theta, d) + Lx + \theta_u u] - \\ & \beta_2 e^T P B \bar{e} \beta_{m2} + \theta_u (\beta_1 - \beta_1^*) \|C \hat{x}\|^2 \beta_{m1} - \\ & \sigma_1 \theta_u \beta_1 (\beta_1 - \beta_1^*) + (\beta_2 - \beta_2^*) \|y - C \hat{x}\|^2 \beta_{m2} - \\ & \sigma_2 \beta_2 (\beta_2 - \beta_2^*). \end{aligned} \quad (17)$$

由于 $x = \hat{x} + e$, 代入式 (17) 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} x^T Q x + \hat{x}^T P B [h(x, \omega, \theta, d) + Lx + \theta_u u] - \\ & \frac{1}{2} e^T Q e + 2e^T P B [h(x, \omega, \theta, d) + Lx + \theta_u u] - \\ & \beta_2 e^T P B \bar{e} \beta_{m2} + \theta_u (\beta_1 - \beta_1^*) \|C \hat{x}\|^2 \beta_{m1} - \\ & \sigma_1 \theta_u \beta_1 (\beta_1 - \beta_1^*) + (\beta_2 - \beta_2^*) \|y - C \hat{x}\|^2 \beta_{m2} - \\ & \sigma_2 \beta_2 (\beta_2 - \beta_2^*). \end{aligned} \quad (18)$$

把式 (9) 代入 (18), 有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2} x^T Q x + (C \hat{x})^T [h(x, \omega, \theta, d) + Lx] - \\ & \frac{1}{2} e^T Q e + 2\bar{e}^T [h(x, \omega, \theta, d) + Lx + \theta_u u] - \\ & \theta_u \beta_1^* \|C \hat{x}\|^2 \beta_{m1} - \sigma_1 \theta_u \beta_1 (\beta_1 - \beta_1^*) - \\ & \beta_2^* \|\bar{e}\|^2 \beta_{m2} - \sigma_2 \beta_2 (\beta_2 - \beta_2^*). \end{aligned} \quad (19)$$

把式 (3) 代入 (19), 有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2} x^T Q x - \frac{1}{2} e^T Q e + \|C \hat{x}\| [c_1 + c_3 \Phi(y) + \\ & c_2 \|x\| \phi(y) + c_4 \psi(\|\omega\|) + \|L\| \|x\|] + 2\|\bar{e}\| [c_1 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& c_2 \|x\| \phi(y) + c_3 \Phi(y) + c_4 \psi(\|\omega\|) + \|L\| \|x\| + \\
& \theta_u \|u\| - \theta_u \beta_1^* \|C\hat{x}\|^2 \beta_{m1} - \beta_2^* \|\bar{e}\|^2 \beta_{m2} - \\
& \sigma_1 \theta_u \beta_1 (\beta_1 - \beta_1^*) - \sigma_2 \beta_2 (\beta_2 - \beta_2^*). \quad (20)
\end{aligned}$$

由式(4)、(8)和 K_∞ 类函数的性质, 有

$$\psi(\|\omega\|) \leq \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) + \psi(\Psi_1^{-1}(2\Omega(t))). \quad (21)$$

把式(21)代入(20), 且取 $\bar{c}_2 = \max(c_2, \|L\|)$, $\bar{c}_1 = c_1 + c_4 \sup[\psi(\Psi_1^{-1}(2\Omega(t)))]$, 可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\frac{1}{2} x^T Q x + \|C\hat{x}\| \{\bar{c}_1 + \bar{c}_2 \|x\| [1 + \phi(y)] + \\
& c_3 \Phi(y) + c_4 \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t)))\} - \\
& \frac{1}{2} e^T Q e + 2 \|\bar{e}\| \{\bar{c}_1 + \bar{c}_2 \|x\| [1 + \phi(y)] + \\
& c_3 \Phi(y) + c_4 \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) + \theta_u \|u\|\} - \\
& \theta_u \beta_1^* \|C\hat{x}\|^2 \beta_{m1} - \beta_2^* \|\bar{e}\|^2 \beta_{m2} - \\
& \sigma_1 \theta_u \beta_1 (\beta_1 - \beta_1^*) - \sigma_2 \beta_2 (\beta_2 - \beta_2^*). \quad (22)
\end{aligned}$$

因为对于任意 $\vartheta > 0$, 有

$$\begin{aligned}
& \bar{c}_2 \|C\hat{x}\| \|x\| [1 + \phi(y)] \leq \\
& \frac{1}{2} \bar{c}_2 \left(\vartheta \|C\hat{x}\|^2 [1 + \phi(y)]^2 + \frac{\|x\|^2}{\vartheta} \right), \quad (23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \bar{c}_2 \|\bar{e}\| \|x\| [1 + \phi(y)] \leq \\
& \frac{1}{2} \bar{c}_2 \left(\vartheta \|\bar{e}\|^2 [1 + \phi(y)]^2 + \frac{\|x\|^2}{\vartheta} \right), \quad (24)
\end{aligned}$$

所以由式(22)~(24)可以得到

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\frac{1}{2} x^T Q x + \bar{c}_1 \|C\hat{x}\| + \frac{\bar{c}_2 \vartheta}{2} \|C\hat{x}\|^2 [1 + \phi(y)]^2 + \\
& \frac{\bar{c}_2}{2\vartheta} \|x\|^2 + c_3 \|C\hat{x}\| \Phi(y) + c_4 \|C\hat{x}\| \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) - \\
& \frac{1}{2} e^T Q e + 2\bar{c}_1 \|\bar{e}\| + \bar{c}_2 \vartheta \|\bar{e}\|^2 [1 + \phi(y)]^2 + \frac{\bar{c}_2}{\vartheta} \|x\|^2 + \\
& 2c_3 \|\bar{e}\| \Phi(y) + 2c_4 \|\bar{e}\| \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) + \\
& 2\theta_u \|\bar{e}\| \|u\| - \theta_u \beta_1^* \|C\hat{x}\|^2 \beta_{m1} - \beta_2^* \|\bar{e}\|^2 \beta_{m2} - \\
& \sigma_1 \theta_u \beta_1 (\beta_1 - \beta_1^*) - \sigma_2 \beta_2 (\beta_2 - \beta_2^*). \quad (25)
\end{aligned}$$

把式(11)和(14)代入(25), 取 $\beta_1^* \geq \frac{\bar{c}_2 \vartheta}{2\theta_u}$, $\beta_2^* \geq \bar{c}_2 \vartheta$ 且 $\vartheta \geq \frac{6\bar{c}_2}{\lambda_{\min}(Q)}$, 即 $\frac{\lambda_{\min}(Q)}{4} \geq \frac{3\bar{c}_2}{2\vartheta}$, 得

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\frac{1}{4} x^T Q x - \frac{1}{4} e^T Q e + \bar{c}_1 \|C\hat{x}\| + c_3 \|C\hat{x}\| \Phi(y) + \\
& c_4 \|C\hat{x}\| \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) + 2\bar{c}_1 \|\bar{e}\| + 2c_3 \|\bar{e}\| \Phi(y) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2c_4 \|\bar{e}\| \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) + 2\theta_u \|\bar{e}\| \|u\| - \\
& \theta_u \beta_1^* \|C\hat{x}\|^2 [1 + \Phi^2(y) + \psi^2(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t)))] - \\
& \beta_2^* \|\bar{e}\|^2 \{1 + \Phi^2(y) + \psi^2(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) + u^2\} - \\
& \sigma_1 \theta_u \beta_1 (\beta_1 - \beta_1^*) - \sigma_2 \beta_2 (\beta_2 - \beta_2^*). \quad (26)
\end{aligned}$$

通过配方可得

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -\frac{1}{4} x^T Q x - \frac{1}{4} e^T Q e - \theta_u \beta_1^* \left[\|C\hat{x}\| - \frac{\bar{c}_1}{2\theta_u \beta_1^*} \right]^2 + \\
& \frac{\bar{c}_1^2}{4\theta_u \beta_1^*} - \theta_u \beta_1^* \left[\|C\hat{x}\| \Phi(y) - \frac{c_3}{2\theta_u \beta_1^*} \right]^2 + \frac{c_3^2}{4\theta_u \beta_1^*} - \\
& \theta_u \beta_1^* \left[\|C\hat{x}\| \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) - \frac{c_4}{2\theta_u \beta_1^*} \right]^2 + \frac{c_4^2}{4\theta_u \beta_1^*} - \\
& \beta_2^* \left[\|\bar{e}\| - \frac{\bar{c}_1}{\beta_2^*} \right]^2 + \frac{\bar{c}_1^2}{\beta_2^*} - \beta_2^* \left[\|\bar{e}\| \Phi(y) - \frac{c_3}{\beta_2^*} \right]^2 + \\
& \frac{c_3^2}{\beta_2^*} - \beta_2^* \left[\|\bar{e}\| \psi(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t))) - \frac{c_4}{\beta_2^*} \right]^2 + \frac{c_4^2}{\beta_2^*} - \\
& \beta_2^* \left[\|\bar{e}\| \|u\| - \frac{\theta_u}{\beta_2^*} \right]^2 + \frac{\theta_u^2}{\beta_2^*} - \frac{1}{2} \sigma_1 (\beta_1 - \beta_1^*)^2 + \\
& \frac{1}{2} \sigma_2 (\beta_2 - \beta_2^*)^2 + \frac{1}{2} \sigma_2 \beta_2^{*2}. \quad (27)
\end{aligned}$$

式(27)可表示为

$$\dot{V} \leq -\eta V + \Sigma. \quad (28)$$

其中

$$\eta = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}, \sigma_1 \Gamma_1, \sigma_2 \Gamma_2 \right\}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned}
\Sigma = & \frac{1}{4\beta_1^*} \left[\frac{1}{\theta_u} (\bar{c}_1^2 + c_3^2 + c_4^2) \right] + \frac{1}{2} \bar{\theta}_u \sigma_1 \beta_1^{*2} + \\
& \frac{1}{\beta_2^*} (\bar{c}_1^2 + c_3^2 + c_4^2 + \bar{\theta}_u^2) + \frac{1}{2} \sigma_2 \beta_2^{*2}. \quad (30)
\end{aligned}$$

则 V 单调递减, 直到 $V(x, e, \beta_1 - \beta_1^*, \beta_2 - \beta_2^*)$ 到达紧集

$$\Theta = \{V(x, e, \beta_1 - \beta_1^*, \beta_2 - \beta_2^*) \leq \eta^{-1} \Sigma\}, \quad (31)$$

即 $V(x, e, \beta_1 - \beta_1^*, \beta_2 - \beta_2^*)$ 有界, 当然 x, e, β_1, β_2 也有界.

下面分3种情况讨论如何通过适当选择设计参数 $\Gamma_1, \Gamma_2, \sigma_1$ 和 σ_2 使紧集 Θ 上确界 $\eta^{-1} \Sigma$ 任意小, 从而使得 $\|x\|$ 和 $\|e\|$, 即控制误差和观察误差任意小.

情况1: $\eta = \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}$. 有

$$\begin{aligned}
\eta^{-1} \Sigma = & \frac{2\lambda_{\max}(P)}{\lambda_{\min}(Q)} \left\{ \frac{M_1}{4\beta_1^*} + \frac{M_2}{\beta_2^*} + \frac{1}{2} \bar{\theta}_u \sigma_1 \beta_1^{*2} + \frac{1}{2} \sigma_2 \beta_2^{*2} \right\}. \quad (32)
\end{aligned}$$

其中: $M_1 = \frac{1}{\theta_u} (\bar{c}_1^2 + c_3^2 + c_4^2)$, $M_2 = \bar{c}_1^2 + c_3^2 + c_4^2 + \bar{\theta}_u^2$ 为常数. 从式(32)可以看出, 足够大的 β_1^*, β_2^* 以及

充分小的 σ_1 和 σ_2 能使 $\eta^{-1}\Sigma$ 任意小.

情况2: $\eta = \sigma_1\Gamma_1$. 有

$$\eta^{-1}\Sigma = \frac{1}{\sigma_1\Gamma_1} \left\{ \frac{M_1}{4\beta_1^*} + \frac{M_2}{\beta_2^*} + \frac{1}{2}\bar{\theta}_u\sigma_1\beta_1^{*2} + \frac{1}{2}\sigma_2\beta_2^{*2} \right\}. \quad (33)$$

从式(33)可以看出, 足够大的 β_1^* 、 β_2^* 、 Γ_1 以及充分小的 σ_1 和 σ_2 能使 $\eta^{-1}\Sigma$ 任意小.

情况3: $\eta = \sigma_2\Gamma_2$. 有

$$\eta^{-1}\Sigma = \frac{1}{\sigma_2\Gamma_2} \left\{ \frac{M_1}{4\beta_1^*} + \frac{M_2}{\beta_2^*} + \frac{1}{2}\bar{\theta}_u\sigma_1\beta_1^{*2} + \frac{1}{2}\sigma_2\beta_2^{*2} \right\}. \quad (34)$$

从式(34)可以看出, 足够大的 β_1^* 、 β_2^* 、 Γ_2 以及充分小的 σ_1 和 σ_2 能使 $\eta^{-1}\Sigma$ 任意小.

综上, 紧集 Θ 上确界 $\eta^{-1}\Sigma$ 可以达到任意小, 从而使得 $\|x\|$ 和 $\|e\|$, 即控制误差和观察误差任意小. 在文献[4]和文献[13]中有类似的结论. 如果期望系统控制误差和观察误差很小, β_1^* 、 β_2^* 应很大, 则自适应参数 β_1 、 β_2 也很大, 选择设计参数 $\Gamma_1 > 0$, $\Gamma_2 > 0$ 应足够大且 $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$ 充分小. 例如在后面的仿真例子中, 通过恰当地选择不同的设计参数 $\Gamma_1 > 0$, $\Gamma_2 > 0$, $\sigma_1 > 0$ 和 $\sigma_2 > 0$, 经过不同的自适应过程, 可以使得控制误差和观察误差达到任意期望的精度.

为了证明 ϖ 、 ω 也有界, 取

$$\bar{V} = V + \frac{1}{2}\varpi^2 + V_\omega(\omega), \quad (35)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} \leq & -\eta V + \Sigma - \tau_0\varpi^2 + \varpi\varpi_m(y) - \\ & \zeta_0 V_\omega(\omega) + W(\|y\|) + c_0. \end{aligned} \quad (36)$$

记

$$\tau_0 = \tau_{01} + \tau_{02}, \quad (37)$$

$$\bar{\eta} = \min(\eta, 2\tau_{01}, \zeta_0), \quad (38)$$

$$\bar{\Sigma} = \Sigma + \sup \left(\frac{1}{4\tau_{02}}\varpi_m^2(y) + W(\|y\|) + c_0 \right), \quad (39)$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{\bar{V}} \leq & -\eta V - \tau_{01}\varpi^2 - \zeta_0 V_\omega(\omega) + \bar{\Sigma} \leq \\ & -\bar{\eta}\bar{V} + \bar{\Sigma}. \end{aligned} \quad (40)$$

这就证明了闭环系统的所有状态 $(x, \omega, \hat{x}, \varpi, \beta_1, \beta_2)$ 都是有界的. \square

值得注意的是: 为了抑制未建模动态对系统的影响, 引入动态信号 ϖ 时用到一些未建模动态的信息, 如 ζ_0 、 c_0 、 W_0 、 Ψ_1 和 ψ , 这些信息在实际系统中难以得到. 由于很多实际系统的输出有界, 在此情况下, 将不再需要引入动态信号 ϖ , 因而式(11)和(14)中的

$\psi^2(\Psi_1^{-1}(2\varpi(t)))$ 项可以省去, 即

$$\beta_{m1} = 1 + \Phi^2(y, u) + [1 + \Phi(y, u)]^2, \quad (41)$$

$$\beta_{m2} = 1 + \Phi^2(y, u) + [1 + \phi(y, u)]^2 + u^2. \quad (42)$$

这时鲁棒自适应控制器为式(9)、(10)、(41); 观测器为式(12)、(13)、(42).

定理2 在满足假设1~假设5且系统输出有界的情况下, 采用本文提出的鲁棒自适应控制器(9)、(10)、(41)和观测器(12)、(13)、(42)构成的鲁棒自适应输出反馈控制, 即使系统(1)存在未知非线性参数、未知非线性、有界扰动、未建模动态和未知控制系数等不确定性因素, 也能保证由式(1)、(2)、(10)、(13)和(15)组成的闭环系统全部动态变量有界, 而且通过合理选择式(10)和(13)中的设计参数 Γ_1 、 Γ_2 、 σ_1 和 σ_2 可以使控制误差 $\|x\|$ 和观察误差 $\|e\|$ 任意小.

证明 选择与式(16)相同的Lyapunov函数 V , 沿着时间 t 求导得到式(20). 因为系统输出 y 有界, 所以由假设2可知, 未建模动态 ω 也有界. 记 $\bar{c}_1 = c_1 + c_4 \sup[\psi(\|\omega\|)]$, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\frac{1}{2}x^T Qx - \frac{1}{2}e^T Qe + \|C\hat{x}\|[\bar{c}_1 + c_3\Phi(y) + \\ & c_2\|x\|\phi(y) + \|L\|\|x\|] + 2\|\bar{e}\|[\bar{c}_1 + c_2\|x\|\phi(y) + \\ & c_3\Phi(y) + \|L\|\|x\| + \theta_u\|u\|] - \theta_u\beta_1^*\|C\hat{x}\|^2\beta_{m1} - \\ & \beta_2^*\|\bar{e}\|^2\beta_{m2} - \sigma_1\theta_u\beta_1(\beta_1 - \beta_1^*) - \sigma_2\beta_2(\beta_2 - \beta_2^*). \end{aligned} \quad (43)$$

采用与式(22)~(27)类似的方法, 仍然可以得到

$$\dot{V} \leq -\eta V + \Sigma. \quad (44)$$

其中

$$\eta = \min \left\{ \frac{\lambda_{\min}(Q)}{2\lambda_{\max}(P)}, \sigma_1\Gamma_1, \sigma_2\Gamma_2 \right\}, \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \Sigma = & \frac{1}{4\beta_1^*} \left[\frac{1}{\theta_u}(\bar{c}_1^2 + c_3^2) \right] + \frac{1}{2}\bar{\theta}_u\sigma_1\beta_1^{*2} + \\ & \frac{1}{\beta_2^*}(\bar{c}_1^2 + c_3^2 + \bar{\theta}_u^2) + \frac{1}{2}\sigma_2\beta_2^{*2}. \end{aligned} \quad (46)$$

其余证明与定理1的证明一样, 这里不再重述. \square

3 仿真例子

考虑如下带有不确定性非线性系统:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [h(x, \omega, \theta, d) + \theta_u u], \end{aligned}$$

$$y = x_1 + x_2.$$

其中

$$h(x, \omega, \theta, d) = \theta_1 x_1 (x_1 + x_2)^2 + \theta_2 \omega + d,$$

θ_1, θ_2 为未知参数, θ_u 为正的未知控制系数, d 为未知有界扰动, ω 为未建模动态, 有

$$\dot{\omega} = -\omega + y^2 + 0.5.$$

为了抑制未建模动态对系统的影响, 引入动态信号 ϖ , 有

$$\dot{\varpi} = -0.6\varpi + 2.5y^4 + 0.625.$$

取 $L = [1 \ 4]$, 得到如下鲁棒自适应输出反馈控制.

鲁棒自适应控制器

$$u = -\beta_1(\hat{x}_1 + \hat{x}_2)\beta_{m1},$$

$$\dot{\beta}_1 = \Gamma_1(\hat{x}_1 + \hat{x}_2)^2\beta_{m1} - \Gamma_1\sigma_1\beta_1,$$

$$\beta_{m1} = 1 + (1 + y^2)^2 + 2\varpi;$$

鲁棒自适应观测器

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{x}}_2 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \beta_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (y - x_1 - x_2)\beta_{m2},$$

$$\dot{\beta}_2 = \Gamma_2(y - \hat{x}_1 - \hat{x}_2)^2\beta_{m2} - \Gamma_2\sigma_2\beta_2,$$

$$\beta_{m2} = 1 + (1 + y^2)^2 + 2\varpi + u^2.$$

在 Matlab 仿真中, 取 $\theta_1 = 2, \theta_2 = -1, \theta_u = 2, d = 1 - \sin t, x_1(0) = 1, x_2(0) = -1, \omega(0) = 0, \hat{x}_1(0) = 0, \hat{x}_2(0) = 0, \varpi(0) = 1, \beta_1(0) = 1, \beta_2(0) = 1$.

首先, 取 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 1, \sigma_1 = \sigma_2 = 0.1$, 得到仿真结果如图 1~图 3 所示. 可以看出, 控制误差和观测误差虽然有界, 但还没有达到令人满意的精度.

本文期望系统控制误差和观测误差能更小. 根据前面定理所述, 选择参数 $\Gamma_1 = \Gamma_2 = 10, \sigma_1 = \sigma_2 = 0.00001$, 得到仿真结果如图 4~图 6 所示. 从图 4~图 6 可以看出, 系统的控制误差和观测误差明显减小, 从而验证了定理 1 和定理 2 的正确性.

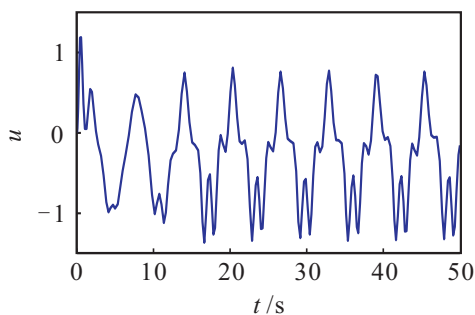


图 1 控制信号 $u(\Gamma_i = 1, \sigma_i = 0.1)$

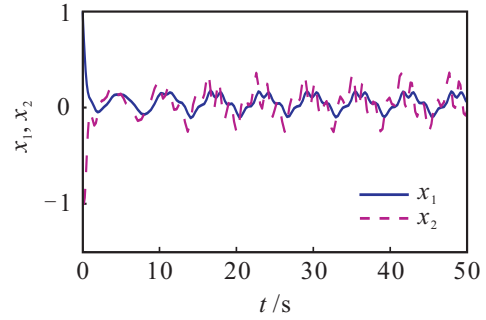


图 2 系统状态 $x_1, x_2(\Gamma_i = 1, \sigma_i = 0.1)$

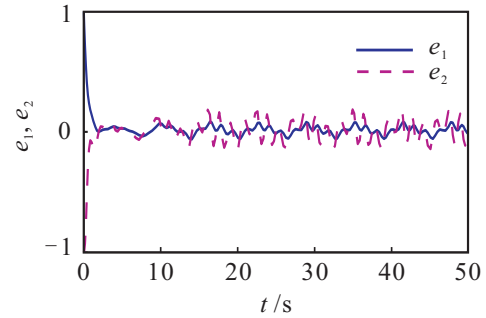


图 3 观测误差 $e_1, e_2(\Gamma_i = 1, \sigma_i = 0.1)$

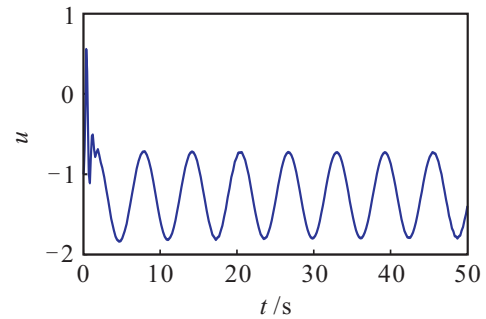


图 4 控制信号 $u(\Gamma_i = 10, \sigma_i = 0.00001)$

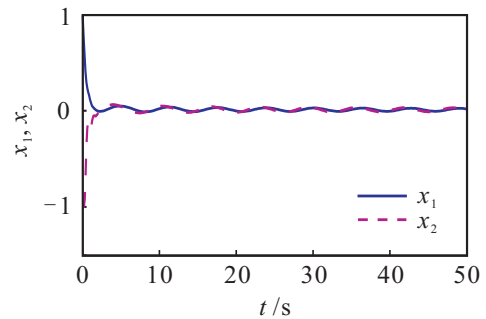


图 5 系统状态 $x_1, x_2(\Gamma_i = 10, \sigma_i = 0.00001)$

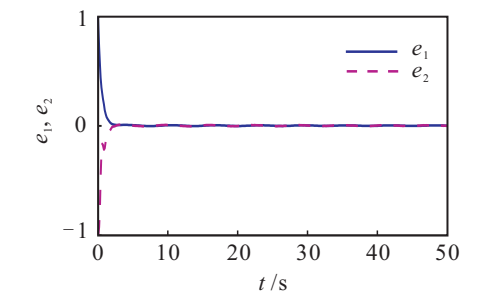


图 6 观测误差 $e_1, e_2(\Gamma_i = 10, \sigma_i = 0.00001)$

4 结 论

本文针对一类多输入多输出非线性不确定性系统提出的鲁棒自适应输出反馈控制方法适用于系统带有未建模动态、未知非线性、有界扰动、未知非线性参数和不确定控制系数的情况。该方法不要求系统模型满足三角形式的约束, 不需要估计系统中的未知参数, 能保证闭环系统所有信号有界, 而且通过自适应的方式, 有效克服了高增益观测器瞬态过程中的峰值现象。此外, 通过合理选择设计参数, 可以使控制误差和观察误差任意小。仿真结果表明了所提出方法的有效性。

参考文献(References)

- [1] 姜钟平, 黄捷. 基于非线性反馈的镇定和输出调节: 简要综述[J]. 自动化学报, 2013, 39(9): 1389-1401.
(Jiang Z P, Huang J. Stabilization and output regulation by nonlinear feedback: A brief overview[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(9): 1389-1401.)
- [2] Gu G X. Stability condition of multivariable uncertain systems via output feedback control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1990, 35(8): 925-927.
- [3] Khalil H K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41(2): 177-188.
- [4] Jiang Z P, Praly L. Design of robust adaptive controllers for nonlinear systems with dynamic uncertainties[J]. Automatica, 1998, 34(7): 825-840.
- [5] 刘玉生, 李兴源. 非线性参数系统的鲁棒自适应输出反馈控制[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2006, 38(4): 136-140.
(Liu Y S, Li X Y. Robust adaptive output feedback control of nonlinearly parameterized systems[J]. J of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2006, 38(4): 136-140.)
- [6] 尚芳, 刘允刚, 张桂青, 等. 一类非线性系统输出反馈自适应扰动抑制[J]. 自动化学报, 2011, 37(12): 1530-1536.
(Shang F, Liu Y G, Zhang G Q, et al. Adaptive disturbance attenuation by output feedback for a class of nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2011, 37(12): 1530-1536.)
- [7] 刘粉林, 李静波, 罗军勇. 一类非线性系统的自适应鲁棒输出反馈镇定[J]. 自动化学报, 2004, 30(6): 1004-1010.
(Liu F L, Li J B, Luo J Y. Continuous adaptive robust output feedback stabilization for a class of uncertain nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2004, 30(6): 1004-1010.)
- [8] 董亚丽, 刘金英. 一类非线性系统的控制器和观测器设计[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(2): 229-234.
(Dong Y L, Liu J Y. Controller and observer design for a class of nonlinear systems[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(2): 229-234.)
- [9] 孙宗耀, 孙伟, 刘振国. 有未知控制系数和零动态的高阶非线性系统的自适应控制设计[J]. 自动化学报, 2012, 38(6): 1025-1032.
(Sun Z Y, Sun W, Liu Z G. Adaptive control design of high-order nonlinear systems with unknown coefficients and zero dynamics[J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(6): 1025-1032.)
- [10] Liu Yusheng, Li Xingyuan. Decentralized robust adaptive control of nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(5): 848-856.
- [11] 周映江, 王莉, 孙长银. 一类非线性系统的全局渐近稳定和有限时间镇定[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 664-672.
(Zhou Y J, Wang L, Sun C Y. Global asymptotic and finite-time stability for nonlinear systems[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(5): 664-672.)
- [12] 刘玉生, 于琨. 多输入多输出非线性参数系统的鲁棒自适应控制[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2008, 40(3): 150-154.
(Liu Y S, Yu K. Robust adaptive control of MIMO nonlinearly parameterized systems[J]. J of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2008, 40(3): 150-154.)
- [13] Liu Yusheng. Robust adaptive observer for nonlinear systems with unmodeled dynamics[J]. Automatica, 2009, 45(8): 1891-1895.

(责任编辑: 李君玲)