

## 基于信息熵的改进人工蜂群算法

李彦苍, 彭 扬

(河北工程大学 土木工程学院, 河北 邯郸 056038)

**摘要:** 为了克服人工蜂群算法在处理复杂性问题时收敛速度慢、收敛精度不高、易早熟等缺陷, 在原始人工蜂群算法的基础上引入信息熵. 信息熵本身是不确定性的一种度量, 由信息熵的值来度量人工蜂群算法中跟随蜂选择的不确定性, 通过控制信息熵的值达到控制算法中跟随蜂选择过程的目的, 实现算法的自适应调节. 通过对测试函数和不同规模 TSP 问题的模拟仿真, 对人工蜂群算法、蚁群算法和其他改进方法进行了对比, 验证了所提出改进方法的可行性和有效性.

**关键词:** 人工蜂群算法; 改进; 信息熵; 组合优化

**中图分类号:** TP18

**文献标志码:** A

## Improved artificial bee colony algorithm based on information entropy

LI Yan-cang, PENG Yang

(College of Civil Engineering, Hebei University of Engineering, Handan 056038, China. Correspondent: LI Yan-cang, E-mail: liyancang@163.com)

**Abstract:** In order to overcome the defects of the artificial bee colony algorithm in convergence speed, convergence precision and early maturity when dealing with complexity problems, the information entropy is introduced into the artificial bee colony algorithm. The information entropy is a measure of uncertainty, the uncertain choice of onlookers in artificial bee colony algorithm is shown by information entropy value, and the choice of onlookers is controlled by information entropy value, which it realizes self-adaptive adjustment of artificial bee colony algorithms. Through simulating the test functions and TSP problems, comparing with the artificial bee colony algorithm, the ant colony algorithm and other improved algorithms, the feasibility and effectiveness of the method proposed are shown.

**Keywords:** artificial bee colony algorithm; improved; information entropy; combinatorial optimization

### 0 引 言

人工蜂群算法(ABC)是土耳其学者 Karaboga<sup>[1]</sup>于2005年提出的一种新的模拟蜜蜂种群寻找优质蜜源过程的智能优化算法. 该算法一经提出, 便引起国内外学者的广泛关注. 经过几年的研究与探索, 人工蜂群算法现已成功地应用于函数优化<sup>[2]</sup>、车辆调度<sup>[3]</sup>、图像识别<sup>[4-6]</sup>、传感器网络<sup>[7]</sup>等领域中.

与其他智能算法相比, 人工蜂群算法具有鲁棒性强、计算简单等优点<sup>[8]</sup>. 但其仍存在收敛速度慢、计算精度不高、易早熟等缺陷. 对此, 人们提出了一系列的改进方法. 刘三阳等<sup>[9]</sup>为了加快算法的收敛速度, 将随机动态局部搜索算子引入人工蜂群算法, 同时, 采用基于排序的选择概率代替直接依赖适应度的选择概率, 维持种群的多样性, 克服了算法的早熟收敛; 罗钧等<sup>[10]</sup>利用混沌序列具有的随机性、遍历性、初始条

件敏感性等特点, 提高了初始解的多样性和搜索的遍历性; 暴励等<sup>[11]</sup>提出一种双种群差分算法, 提高了搜索效率与精度, 有效地避免了早熟; 步登辉等<sup>[12]</sup>采用排序选择方式进行指数拉伸, 避免了适应度跨度过大的问题, 并可动态调整选择压力; 胡珂等<sup>[13]</sup>利用解的适应度大小差异比较值来引导优化方向, 改进了人工蜂群算法本身随机性大的缺陷; 王慧颖等<sup>[14]</sup>将全局最优解和个体极值的信息引入引领蜂的搜索模式中, 增加了异步变化学习因子, 提高了算法的局部搜索能力; 葛宇等<sup>[15]</sup>基于极值优化策略改进人工蜂群算法, 提高了算法的收敛精度和速度; Alam 等<sup>[16]</sup>对替换解邻域的生成范围加以改进, 设定缩放因子使之能够动态自适应地改变步长并搜索最优解; Guo 等<sup>[17]</sup>在蜂群算法的变异操作中增加了调节项以提高算法寻优效率; Bolaji 等<sup>[18]</sup>使用回溯算法产生可行的初始解,

收稿日期: 2014-03-19; 修回日期: 2014-10-23.

基金项目: 河北省自然科学基金项目(E2012402030); 河北省高校百名优秀创新人才支持计划项目(BR2-206).

作者简介: 李彦苍(1974—), 男, 教授, 博士, 从事计算智能理论及工程应用等研究; 彭扬(1990—), 男, 硕士生, 从事人工蜂群算法及工程应用的研究.

确保了所有解在 ABC 算法中的可行性和多样性; El-Abd<sup>[19]</sup>借鉴粒子群算法整体更新的思想改进了人工蜂群算法; Rajasekhar 等<sup>[20]</sup>利用 levy 算子高效率搜索的特性提高了算法搜索速度; Gao 等<sup>[21-22]</sup>借鉴差分进化算法,对蜜蜂的搜索策略进行了改进,提出了两种人工蜂群算法的改进方法.以上研究大大推动了人工蜂群算法的发展,但在如何克服其收敛速度慢、收敛精度不高、早熟等缺陷上仍需进一步深入研究.

基于此,本文提出采用信息熵实现算法自动调整选择重点的改进人工蜂群算法.以信息熵的值表示选择过程中的不确定性,并控制路径选择的概率.通过算法的自适应调节,在信息熵的值达到终止条件时,算法运行结束,得到搜索结果.仿真结果表明了本文算法的有效性.

## 1 基于信息熵的改进人工蜂群算法

### 1.1 人工蜂群算法基本原理及优缺点

人工蜂群算法被认为是用于解决多维多峰优化问题的智能算法.在该算法中,蜂群被分为 3 种:引领蜂、跟随蜂、侦察蜂.引领蜂最先对食物源进行访问;跟随蜂在跳舞区域做选择并对食物源进行访问;侦察蜂是随机搜索的蜜蜂.每个食物源对应一个引领蜂,即食物源数量与引领蜂数量相等.食物源耗尽后,该食物源的引领蜂变为侦察蜂.

在初始化阶段,食物源位置都是随机选择并且其花蜜量是确定的.引领蜂返回蜂巢然后分享食物源的信息;在分享信息后,每个引领蜂记录先前访问的食物源,然后在先前食物源邻域内选择一个新的食物源;每个跟随蜂根据引领蜂传达的信息选择一个食物源,食物源越好,跟随蜂选择该食物源的概率越大.在人工蜂群算法中食物源的位置代表可能解,蜜源数量代表相关解的适应度,引领蜂和跟随蜂的数量等同于解的数量.人工蜂群算法生成 SN 个解(SN 代表种群的规模),每个解是一个  $D$  维向量.引领蜂或侦察蜂在先前解的邻域内创造一个新解,并测试新解的适应度.新解的产生依据下式进行:

$$V_{ij} = x_{ij} + q_{ij}(x_{ij} - x_{kj}). \quad (1)$$

若新解好于旧解则替换,否则保留旧解.引领蜂完成搜索后,在舞蹈区分享信息,跟随蜂依据下式进行重新选择:

$$p_i = \text{fit}_i / \sum_{i=1}^n \text{fit}_i. \quad (2)$$

在人工蜂群算法中,如果一个解在 limit 次循环后无改进,则将其放弃.

由于算法本身的特点,经过几年的研究应用,人工蜂群算法的弊端也逐渐暴露出来,如算法计算精度

低、收敛速度较慢、易早熟等.该算法在处理函数优化及组合优化问题时运算简便、运算时间短,但同样存在着算法运行后期容易陷入局部最优解等不足.

### 1.2 基于信息熵改进算法的可行性

通过对人工蜂群算法原理的分析并参考近年来国内外学者对算法的研究成果可知,造成算法存在上述缺陷的原因主要是人工蜂群算法初始化过程中的随机性及算法运行过程中选择过程的随机性和不确定性.本文的改进方法就是针对人工蜂群算法运行过程中的选择策略而提出的.由于在人工蜂群算法中,跟随蜂依据引领蜂传递的信息对食物源进行概率选择,该选择过程具有随机性和盲目性,这就造成了算法收敛过程的不稳定性.在算法运行后期,由于跟随蜂选择的食物源易集中于某局部搜索空间,算法全局搜索能力下降,这将使算法易陷入局部最优解,出现早熟.

由于人们对于某事件的结果不具备可预见性,在实际生活中,事件结果往往具备不确定性.从信息论的角度看,给定结果出现不确定性依赖于该结果的可能性.因此,通常采用信息熵来测量事件出现结果的不确定性<sup>[23]</sup>.基于此,本文引入信息熵对人工蜂群算法选择策略加以改进,通过信息熵对算法运行过程中跟随蜂的选择概率进行度量,以调整其选择策略.该改进方法增强了算法的搜索能力,降低了算法运行后期选择策略的盲目性和不确定性.

### 1.3 基于信息熵的算法改进

信息熵的概念是由 Shannon<sup>[24]</sup>提出的,用于解决信息的量化度量问题.经过半个多世纪的发展演变,出现了用于一般系统的概率测度熵,用来描述系统整体的不确定性<sup>[25]</sup>.对于离散型随机变量,其熵值为

$$H(x) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i. \quad (3)$$

其中:  $p_i$  为各状态发生的概率,  $p_i \geq 0$ ,  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

信息熵的基本性质有: 1) 对称性(变量  $p_1, p_2, \dots, p_n$  的顺序任意交换,熵函数的值不变); 2) 非负性; 3) 确定性(若随机变量的概率空间中的某一个概率分量等于 1 时,其他随机变量等于 0,则随机变量的熵值一定等于 0); 4) 可加性; 5) 极值性.

因为跟随蜂选择食物源具有不确定性,而信息熵本身可以度量事件发生的不确定性,所以本文将信息熵引入人工蜂群算法,利用信息熵的值度量选择过程中的不确定性;通过控制信息熵的值来控制选择概率,实现算法的自适应调节.定义熵值为

$$H(\text{fit}) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i, \quad (4)$$

$$p_i = \text{fit}_i / \sum_{i=1}^n \text{fit}_i. \quad (5)$$

可引入

$$\alpha = (H_{\max} - H) / H_{\max}, \quad (6)$$

$$\beta = 1 - (H_{\max} - H) / 2H_{\max}. \quad (7)$$

其中： $\alpha$ 为允许适当小范围内选择食物源的跟随蜂的比例； $\beta$ 为最优食物源被选择的概率； $H_{\max}$ 为最大熵值，取  $p_i = 1/\text{Dim}$  时的熵值，Dim 为优化对象维数。

将  $\alpha$ 、 $\beta$  引入式 (1) 和 (2)，得到

$$p_i = \alpha \cdot \text{fit}_i / \sum_{i=1}^n \text{fit}_i, \quad (8)$$

$$v_{ij} = x_{ij} + \frac{q_{ij}}{\beta} (x_{ij} - x_{kj}). \quad (9)$$

在算法运行的早期  $\alpha$  较小，这使得跟随蜂尽量均匀地分布于初始解空间，使侦查蜂和引领蜂尽可能地搜索解空间。后期，随着  $\alpha$  的增大，算法的局部搜索能力增强，可避免早熟收敛。对于  $\beta$ ，在算法运行初期时其值较大，保证了尽可能地寻找最优解；后期，随着熵值的变化而减小，增加了搜索范围，避免早熟。此处将  $\alpha$ 、 $\beta$  引入至整个搜索过程，由信息熵值的变化改变  $\alpha$ 、 $\beta$  值的大小，进而改变搜索过程，提高搜索效率，最终实现算法的自适应调节。

对于算法运行的终止条件，该改进方法选择信息熵作为结束标准，通过比较确定当熵值小于某设定的稍大于 0 的值时，终止算法运行，输出结果。这样也可以实现算法的自适应调节。

自适应调节作为算法改进的核心思想，其原理是算法在运行过程中，通过  $\alpha$ 、 $\beta$  及控制参数 limit 的相互协作，实现算法运行过程的自我调节，由  $\alpha$ 、 $\beta$  的变化来调整搜索过程，克服蜂群算法易陷入早熟等缺陷。

算法改进后的基本流程如下：

1) 派引领蜂到各个初始食物源并计算蜜源数量。引领蜂返回蜂巢，通过摆尾舞向跟随蜂传递食物源的收益率。

2) 跟随蜂通过引领蜂传递的信息依据式(2)对食物源进行概率选择，跟随引领蜂依据式(1)对食物源进行访问并在食物源附近邻域寻找新的食物源。期间，计算每个食物源适应度的信息熵值和  $\alpha$ 、 $\beta$  的值，而后更新  $\alpha$ 、 $\beta$ ，并依据式(8)和(9)进行对食物源的选择和新食物源的搜索，直到算法结束。

3) 侦察蜂自始至终对搜索空间进行随机搜索，一旦某个食物源被放弃，侦察蜂随机找到一个新的食物源进行替换。

4) 算法运行过程中，食物源访问次数如果达到设定的 limit 值，则放弃该食物源；同时信息熵值如果达到设定的终止值，则算法终止运行并输出结果。

图 1 给出了改进后算法的基本流程。

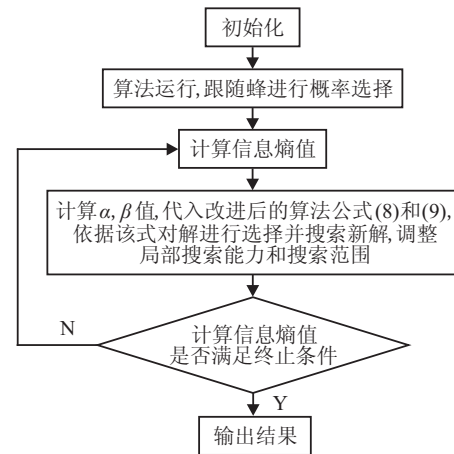


图 1 基于信息熵的改进蜂群算法基本流程

## 2 仿真实验

为验证该改进算法的有效性，选择 3 个标准测试函数来测试改进人工蜂群算法的性能；选取 TSP 中的几个问题进行模拟仿真，并与人工蜂群算法和蚁群算法进行比较。

### 2.1 函数测试

选择 Sphere、Rosenbrock、Rastrigin 函数进行测试，其基本定义如下：

#### 1) Sphere 函数

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2, \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12;$$

#### 2) Rosenbrock 函数

$$f_2(x) = 100(x_2 - x_1)^2 + (x_1 - 1)^2, \quad -2.048 \leq x_i \leq 2.048;$$

#### 3) Rastrigin 函数

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10), \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12.$$

以上函数的维数均为 30。人工蜂群算法基本控制参数：种群规模 SN = 100，最大迭代次数 MCN = 300，控制参数 limit = 50，当熵值  $H \leq 0.0001$  时算法结束。函数经过 30 次运算取得平均值，结果见表 1。

表 1 函数运算结果(平均值)及比较

函数	基于信息熵改进人工蜂群算法	人工蜂群算法
Sphere	3.11 e-14	6.92 e-14
Rosenbrock	4.72 e-03	8.46 e-03
Rastrigin	7.19 e-13	4.97 e-12

由表 1 结果可以看出，基于信息熵改进的人工蜂群算法在标准测试函数上的表现优于标准人工蜂群算法。该改进方法是可行且有效的。

## 2.2 TSP问题求解

### 2.2.1 TSP Chn 31 问题

参数的基本选取: 最大迭代次数  $MCN = 200$ ,  $limit = 10$ . 测试结果见表2和图2.

表2 TSP Chn31问题实验结果

对比项	已知最优解	基于信息熵改进人工蜂群算法	人工蜂群算法
最优解	15 381	15 451	15 736
迭代次数	-	57	81

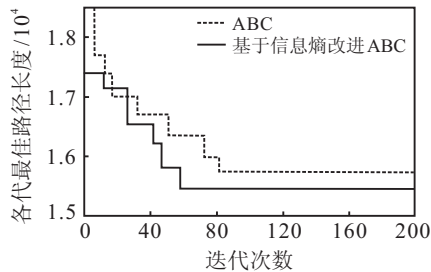


图2 TSP Chn 31 问题迭代曲线对比

由表2和图2可知, 在处理TSP Chn 31问题时, 本文基于信息熵改进的人工蜂群算法在迭代第57代时就达到最优解15 451, 通过对比要好于人工蜂群算法第81代达到的最优解15 736. 因此, 本文基于信息熵改进的人工蜂群算法相比于人工蜂群算法具有更好的寻优能力.

### 2.2.2 不同规模TSP问题

本文改进人工蜂群算法基本参数设定: 最大迭代次数  $MCN = 2000$ ; 对于大规模TSP问题, 经过大量的仿真实验, 结合经验值, 此处  $limit$  设定为100; 信息熵  $H = 0.001$  时算法终止. 蚁群算法的基本参数设定为: 最大迭代次数为600,  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 5$ ,  $\rho = 0.5$ ,  $a = 100$ . 算法结果对比见表3和图3.

由表3和图3可知, 除了在Att532问题上, 改进后的人工蜂群算法结果明显好于其他算法. 由于在人工蜂群算法中引入了信息熵, 实现了算法的自适应调节, 改进后的人工蜂群算法在处理大规模TSP问题中能够克服早熟等缺陷. 虽然改进后的算法并没有得到最优的解, 但是求得的解已经非常接近最优解, 算法

表3 算法性能对比实验结果

计算实例	已知最优解	本文信息熵改进人工蜂群算法	人工蜂群算法	蚁群算法 <sup>[26-27]</sup>	其他改进人工蜂群算法 <sup>[26]</sup>
Tsp255	3 916	3 918.7	3 926	3 919	3 922
Pcb442	50 778	50 779.3	50 782	50 801	50 778
Att532	27 686.5	27 713.5	27 773	27 686	27 686.5
R11889	316 536	325 007	329 788	329 537	-
Pr2392	378 032	382 694	387 962	388 743	-
Pcb3038	137 694	139 752	145 109	144 643	-

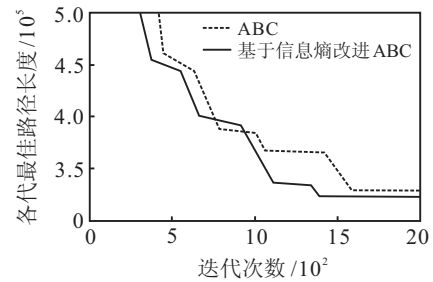


图3 TSP R11889问题迭代曲线对比

的收敛速度也有了一定的提升; 并且随着问题规模的增大, 改进后的人工蜂群算法比基本人工蜂群算法和蚁群算法在收敛精度上表现得更好, 信息熵在处理不确定性度量问题上的优势愈加明显. 由此可知, 本文利用信息熵对人工蜂群算法选择策略进行改进, 避免了算法陷入局部最优解, 增加了全局搜索能力.

## 3 结论

本文提出了一种用于求解组合优化问题的改进人工蜂群算法. 改进的思路是在基本人工蜂群算法的基础上引入信息熵改进算法中的选择策略. 通过仿真实验模拟及方法对比, 证实了新的改进人工蜂群算法是可行的、有效的, 该方法可以用于求解组合优化问题. 本文的改进方法仍有不足之处: 对于终止算法的熵值的确定没有统一标准, 只能依据经验进行设定, 这对算法的收敛精度产生了一定的影响. 停机准则的设定是今后研究的一个重点.

## 参考文献(References)

- [1] Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization[R]. Kayseri: Erciyes University, 2005.
- [2] 刘勇, 马良. 函数优化的蜂群算法[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 886-890.  
(Liu Y, Ma L. Bees algorithm for function optimization[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 886-890.)
- [3] 杨进, 马良. 蜂群优化算法在带软时间窗的车辆路径问题中的应用[J]. 预测, 2010, 29(6): 67-69.  
(Yang J, Ma L. Wasp colony algorithm for vehicle routing problem with soft time windows[J]. Forecasting, 2010, 29(6): 67-69.)
- [4] 肖永豪, 余卫宇. 基于蜂群算法的图像边缘检测[J]. 计算机应用研究, 2010, 27(7): 2748-2750.  
(Xiao Y H, Yu W Y. Bee colony algorithm for image edge detection[J]. Application Research of Computers, 2010, 27(7): 2748-2750.)
- [5] Horng M H. Multilevel thresholding selection based on the artificial bee colony algorithm for image segmentation[J]. Expert Systems with Application, 2011, 38(11): 13785-13791.

- [6] Banharsakun A, Achalakul T, Sirinaovakul B. The best-so far selection in artificial bee colony algorithm[J]. Applied Soft Computing, 2011, 11(9): 2888-2901.
- [7] Öztürk C, Karaböa D, Grkemli B. Artificial bee colony algorithm for dynamic deployment of wireless sensor networks[J]. Turkish J of Electrical Engineering and Computer Sciences, 2012, 20(2): 1-8.
- [8] Bitam S, Batouche M, Talbi E. A survey on bee colony algorithms[C]. IEEE Int Symposium on Parallel & Distributed Processing, Workshops and PhdForum. Atlanta, 2010: 1-8.
- [9] 刘三阳, 张平, 朱明敏. 基于局部搜索的人工蜂群算法[J]. 控制与决策, 2014, 29(1): 123-128.  
(Liu S Y, Zhang P, Zhu M M. Artificial bee colony algorithm based on local search[J]. Control and Decision, 2014, 29(1): 123-128.)
- [10] 罗钧, 李研. 具有混沌搜索策略的蜂群优化算法[J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1913-1916.  
(Luo J, Li Y. Artificial bee colony algorithm with chaotic-search strategy[J]. Control and Decision, 2010, 25(12): 1913-1916.)
- [11] 暴励, 曾建潮. 一种双种群差分蜂群算法[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(2): 266-272.  
(Bao L, Zeng J C. A bi-group differential artificial bee colony algorithm[J]. Control Theory & Applications, 2011, 28(2): 266-272.)
- [12] 步登辉, 李景. 基于动态整体更新和试探机制的蜂群算法[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(7): 2508-2511.  
(Bu D H, Li J. Artificial bee colony algorithm based on dynamic wholly updating and tentative mechanism[J]. Application Research of Computers, 2011, 28(7): 2508-2511.)
- [13] 胡珂, 李迅波, 王振林. 改进的人工蜂群算法性能[J]. 计算机应用, 2011, 31(4): 1107-1110.  
(Hu K, Li X B, Wang Z L. Performance of an improved artificial bee colony algorithm[J]. J of Computer Application, 2011, 31(4): 1107-1110.)
- [14] 王慧颖, 刘建军, 王全洲. 改进的人工蜂群算法在函数优化问题中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2011, 7(13): 36-39.  
(Wang H Y, Liu J J, Wang Q Z. Modified artificial bee colony algorithm for numerical function optimization[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 7(13): 36-39.)
- [15] 葛宇, 梁静. 基于极值优化策略的改进的人工蜂群算法[J]. 计算机科学, 2013, 40(6): 247-251.  
(Ge Y, Liang J. Improved artificial bee colony algorithms based on extremal optimization strategy[J]. Computer Science, 2013, 40(6): 247-251.)
- [16] Alam M S, Kabir M W, Islam M M. Self-adaptation of mutation step size in artificial bee colony algorithm for continuous function optimization[C]. The 13th Int Conf on Computer and Information Technology. Dhaka, 2010: 69-74.
- [17] Guo P, Cheng W M, Liang J. Global artificial bee colony search algorithm for numerical function optimization[C]. The 7th Int Conf on Natural Computation. Shanghai: IEEE, 2011: 1280-1283.
- [18] Bolaji A L, Khader A T, Al-betar M A. An improved artificial bee colony for course timetabling[C]. The 6th Int Conf on Bio-inspired Computing: Theories Applications. Penang: IEEE Press, 2011: 9-14.
- [19] El-Abd M. A hybrid ABC-SPSO algorithm for continuous function optimization[C]. IEEE Symposium on Swarm Intelligence. Paris: 2011: 1-6.
- [20] Rajasekhar A, Abraham A, Pant M. Levy mutated artificial bee colony algorithm for globaoptimization[C]. IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics. Anchorage: IEEE, 2011: 655-662.
- [21] Gao W F, Liu S Y. Improved artificial bee colony algorithm for global optimization[J]. Information Processing Letters, 2011, 111(17): 871-882.
- [22] Gao W F, Liu S Y. A modified artificial bee colony algorithm[J]. Computers & Operations Research, 2012, 39(3): 687-697.
- [23] 徐中民, 张志强, 程国栋, 等. 运用信息熵理论研究条件估值调查中的抽样问题[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(3): 129-133.  
(Xu Z M, Zhang Z Q, Cheng G D, et al. The application of information entropy on the sample amount and content in contingent valuation survey[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2003, 23(3): 129-133.)
- [24] Shannon C E. Prediction and entropy of printed english[J]. Bell System Technical J, 1951, 30(1): 50-64.
- [25] 周书敬, 李彦苍. 房地产投资分析方法及应用[M]. 北京: 兵器工业出版社, 2013: 8-13.  
(Zhou S J, Li Y C. Real estate investment analysis method and application[M]. Beijing: The Publishing House of Ordnance Industry, 2013: 8-13.)
- [26] 柳寅, 马良. 模糊人工蜂群算法的旅行商问题求解[J]. 计算机应用研究, 2013, 30(9): 2694-2696.  
(Liu Y, Ma L. Fuzzy artificial bees colony algorithm for solving traveling salesman problem[J]. Application Research of Computers, 2013, 30(9): 2694-2696.)
- [27] 王霜. 大型 TSP 问题的蚁群优化规则研究[D]. 长春: 吉林大学商学院, 2012: 48-51.  
(Wang S. Research on ant colony optimization rules of large TSP problem[D]. Changchun: Business School, Jilin University, 2012: 48-51.)