

文章编号:1003-207(2015)05-0007-07

DOI:10.16381/j.cnki.issn1003-207x.2015.05.002

利率期限结构的三因子高斯动态模型及应用

罗孝玲, 黄玲英, 陈晓红

(中南大学商学院, 湖南长沙 410083)

摘要:国内文献主要集中于仿射模型在我国利率期限结构中的应用,对高斯动态期限结构模型(Gaussian Dynamic Term Structure Model, 简称 GDTSM)的研究几乎是空白。基于 JSZ 规范化形式,本文首次构建了三因子高斯动态期限结构模型,并基于极大似然估计法给出了模型参数的估计过程。利用该模型对 2008 年 1 月 4 日至 2012 年 4 月 28 日上海银行间同业拆放利率(Shanghai Inter Bank Offered Rate, 简称 SHIBOR)的期限结构展开实证研究,同时对模型估计误差项进行多层次分解,重点探讨了利率期限结构的内在结构特征。研究结果显示:(1)三因子 GDTSM 模型能够很好地拟合和预测 SHIBOR 市场利率;(2)水平因子和斜率因子是短期利率期限结构的主要影响因素,曲度因子是长期利率期限结构的主要影响因素。作为利率期限结构实证研究的技术基础,三因子高斯动态期限结构模型为国债及其衍生品定价和风险管理提供一种新的技术支持。

关键词:利率期限结构;三因子 GDTSM 模型;极大似然估计;SHIBOR 市场

中图分类号:F830.9

文献标识码:A

1 引言

利率期限结构是指在相同的风险水平下,利率与到期期限之间的数量关系,或者说是理论上的零息票债券收益率曲线。一直以来,利率期限结构都受到学术界的广泛青睐,这因为利率不仅是一个重要的经济变量,对货币政策、汇率等宏观经济变量具有显著的影响;而且利率衍生品市场是国际金融衍生品市场一个最主要的部分,利率变动对利率衍生品的定价具有决定性作用,其他金融产品的定价同样也会受到很大影响。针对利率动态期限结构模型,学术界和业界已经进行了许多研究,并发展出了一系列模型。例如,仿射模型(Affine DTSM)、二次高斯模型、非仿射随机波动率模型或加入机制转换的对应模型等^[1]。在众多模型中,本文所关注的是目前在国内尚未广泛应用的高斯动态期限结构模型。

国外关于高斯动态期限结构模型的研究主要有:Duffee^[2], Ang 和 Piazzesi^[3], Christensen 等^[4], Cher-

nov 和 Mueller^[5], Jardet 等^[6]针对 GDTSM 系列模型的预测效果进行了针对性研究,结果显示 GDTSM 模型能够很好地描述利率期限结构的动态变化趋势。同时,Duffie 和 Kan^[7], Cochrane 和 Piazzesi^[8]及 Adrian 和 Moench^[9]均建议利用收益率组合作为风险因子的代理变量。基于此,Joslin 等^[10]利用收益率的投资组合作为可观测的风险因子提出了一种关于高斯动态期限结构模型的规范化形式(简称 JSZ),并针对是否存在测量误差给出了极大似然估计和卡尔曼滤波估计。随后,Joslin 和 Singleton^[11]针对高斯宏观期限结构模型(Gaussian Macro-Finance Term Structure Model,简称 GMTSM)和因子向量自回归模型(Factor-VAR,简称 FVAR)进行的细致研究。研究表明,GMTSM 模型近似等价于 FVAR 模型。Kim 和 Singleton^[12]在对逼近零值的日本国债收益率进行研究时,针对仿射模型、二次高斯模型和影子利率模型(Shadow-Rate Model)进行了比较,结果发现基于极大似然估计的二次高斯模型能够刻画绝大部分收益率曲线的动态特征。

然而,目前国内关于利率期限结构模型的文献大多集中于仿射模型,如许多研究^[1,13-18]采用利率仿射模型对我国利率市场和国债定价进行了一系列实证研究,而将高斯动态期限结构模型应用于国内

收稿日期:2014-01-03; 修订日期:2014-07-23

基金项目:国家自然科学基金青年基金资助项目(71203241); 国家自然科学基金资助项目(71371190)

作者简介:罗孝玲(1963-),女(汉族),湖南衡阳人,中南大学商学院教授,博士,博士生导师,研究方向:金融工程、房地产金融与市场。

利率研究的文献尚未存在。

基于上述分析,结合 JSZ 规范化形式,本文首次构建了三因子 GDTSM 模型,并采用极大似然估计对模型进行参数估计。进一步,将其应用于我国 SHIBOR 期限结构的实证研究,同时重点分析了 SHIBOR 市场的动态结构特征。最后,将模型用于样本外 SHIBOR 的预测,以验证模型的稳健性。

2 三因子 GDTSM 模型的构建及极大似然估计

2.1 三因子 GDTSM 模型的构建

一般地,传统的 GDTSM 模型中离散风险因子 $X_t \in \mathbb{R}^N$ 的动态变化可以用下述方程进行描述:

$$\Delta X_t = K_{0X}^Z + K_{1X}^Z X_{t-1} + \sum_X \epsilon_t^Z \quad (1)$$

$$\Delta X_t = K_{0X}^Q + K_{1X}^Q X_{t-1} + \sum_X \epsilon_t^Q \quad (2)$$

$$r_t = \rho_{0X} + \rho_{1X} \cdot X_t \quad (3)$$

其中, r_t 为一个固定期限债券的瞬时利率(one-period spot interest rate), $\sum_X \sum_X'$ 为 X_t 的状态协方差矩阵, $\epsilon_t^Z, \epsilon_t^Q \sim N(0, I_N)$ 。传统的 GDTSM 模型对于状态变量 X_t 的 Z 和 Q 分布的参数化非常灵活多变,但是必须予以规范化以确保计量识别。

在正式给出本文的 GDTSM 模型之前,以上简单地列出了传统 GDTSM 模型的基本思想。基于 JSZ 规范化形式,下面将重点给出与之对应的三因子模型。

假定 N 个零息债券及其线性组合 P_t , 能够被传统的 GDTSM 模型精确地定价(随后我们将放开这一假设)。特别地,可以将债券收益率的线性组合 P_t 看作投资组合的收益率。利用公式转换^[19] $\hat{X}_t = C + DX_t$, 可以得到一个可观测的等价 GDTSM 模型^[20]。此时,可以得到:(1)可以利用可观察的 P_t 来替代定价因素 X_t ; (2)参数 $\Theta_P^Q \equiv (k_{0P}^Q, \lambda^Q, \sum_P)$ 能够充分体现 P_t 的 Q 分布,其中 λ^Q 为表示投资组合收益率波动的 K_{1X}^Q 与 $\sum_P \sum_P'$ 协方差矩阵的特征值向量。当 Q 分布固定时,风险中性下短期利率的长期均值 r^Q 可以用 k_{0P}^Q 代替。此时,GDTSM 模型可以用其他参数来表示。

在无套利条件下,可观测定价因素函数可以由所有金融债券(包括金融衍生品)来确定。重要的是,尽管定价因素可被观测到,但是 P_t 的 Q 分布的基本参数空间仍旧可以由 Θ_P^Q 来反映。此外,状态向量 P_t 的 Z 分布参数是 $K_{0X}^Z, K_{1X}^Z, \sum_X$ 。

Duffie 和 Kan^[7] 指出模型中隐含的期限为 m 的零息债券收益率是 X_t 的放射函数:

$$y_{t,m} = A_m(\Theta_X^Q) + B_m(\Theta_X^Q) \cdot X_t \quad (4)$$

其中, $\Theta_X^Q = (K_{0X}^Q, K_{1X}^Q, \sum_X, \rho_{0X}, \rho_{1X})$ 是公式(2)和(3)对应的参数向量; (A_m, B_m) 满足著名的黎卡提差分方程,具体如下:

$$D_{t,m} = E_t^Q [e^{-\sum_{i=0}^{m-1} r_{t+i}}] = e^{A_m + B_m \cdot X_t} \quad (5)$$

$$A_{m+1} - A_m = K_0^Q B_m + \frac{1}{2} B_m' H_0 B_m - \rho_0 \quad (6)$$

$$B_{m+1} - B_m = K_1^Q B_m - \rho_1 \quad (7)$$

其中,初始状态设定为 $A_0 = 0$ 和 $B_0 = 0$ 。

记 (m_1, m_2, \dots, m_J) 是一组不同期限债券, $J > N$, $y_t' = (y_{t,m_1}, y_{t,m_2}, \dots, y_{t,m_J}) \in \mathbb{R}^J$ 是对应债券的收益率。然而,由于市场效应(比如买卖价差、回购特价等)、无套利假定的不成立及测量误差,一般情况下公式(4)可能不适用于现实的金融数据。在此,我们统称为测量误差或者定价误差。为了区分模型中隐含的债券收益率和存在定价误差的观测到的收益率,后者记为 $y_{t,m}^0$ 。为了和数据保持一致,必须在 GDTSM 模型上加一个辅助结构,假定测量误差服从一个参数分布,并利用 $\{P_{\theta_m}^Q\}_{\theta_m \in \Theta_m}$ 来描述 $y_t - y_t^0$ 的条件分布。

根据相关研究^[7-10],本文选择采用投资组合收益率作为定价因子。对于任意一个满秩组合矩阵 $W(N \times J)$,记 $P_t = W y_t$ 为 N 维投资组合收益率。其中, $W_{i,j}$ 表示第 i 个投资组合中债券 m_j 的权重; P_t 利用主成分分析来确定。利用公式(4)可以得到:

$$P_t = A_W(\Theta_X^Q) + B_W(\Theta_X^Q)' \cdot X_t \quad (8)$$

其中, N 为因子个数; $A_W = W[A_{m_1}, A_{m_2}, \dots, A_{m_J}]$, $B_W = [B_{m_1}, B_{m_2}, \dots, B_{m_J}]$ 。根据公式(15)可知, B_W 仅依赖于 Θ_X^Q 中的 (K_{1X}^Q, ρ_1) 。此时,模型可以进一步转化为如下形式:

$$\Delta X_t = K_{0X}^Q + K_{1X}^Q X_{t-1} + \sum_X \epsilon_t^Q \quad (9)$$

$$\Delta P_t = K_{0P}^Z + K_{1P}^Z X_{t-1} + \sum_P \epsilon_t^Z \quad (10)$$

$$\Delta P_t = K_{0P}^Q + K_{1P}^Q X_{t-1} + \sum_P \epsilon_t^Q \quad (11)$$

$$r_t = \rho_{0P} + \rho_{1P} \cdot P_t \quad (12)$$

依据范龙振^[13]和杨宝臣等^[21]的研究,本文设定 $N = 3$, 用来衡量利率期限结构的水平因子、斜率因子和曲度因子。其中,组合权重 W 由主成分分析确定。基于三因子 GDTSM 模型的参数估计值,可以得到各期限利率的估计值和估计误差分别为:

$$\hat{y}_{t,m} = A_P + B_P \cdot P_t \quad (13)$$

$$\sum_y = y_{t,m}^0 - \hat{y}_{t,m} \quad (14)$$

2.2 极大似然估计

事实上,GDTSM 模型的 JSZ 规范化形式并非通过标准化参数 Z, Q 来定义动态潜在状态,而是基于可观测投资组合 P 和无套利约束,极大地使 Q 分布估计更为灵活多变。其典型的特点就是, P_t 的 Z, Q 参数估计是内在分离的。当风险因子是潜在的,参数估计中 Z 分布依赖于此状态下的 Q 分布。原因在于,定价模型需要转化为可观测的状态(当 N 个债券被准确定价),或者过滤掉观测不到的状态(当所有的债券包含随机误差)。在此,基于 JSZ 的参数估计分离思想,利用极大似然估计法对本文构建的三因子 GDTSM 模型参数进行估计。

假定债券收益率 y_t 被用于模型参数估计,测量误差为 $y_t^0 - y_t$,且其条件分布为 $P^{\theta_m}(\theta_m \in \Theta_m)$ 。对于任何 P^{θ_m} ,测量误差独立于其滞后值,同时满足一致性条件 $Z(Wy_t^0 = P_t | P_t) = 1$ 。值得提出的是, $\text{cov}(y_t^0 | P_t; \lambda^Q, k_\infty^Q, \sum_p)$ 可能是奇异的。当投资组合仅仅由单个债券构成且一些债券收益率是无误差的或者投资组合被准确定价时,这一情况是成立的。此时, y_t^0 的条件似然函数为:

$$f(y_t^0 | y_{t-1}^0; \Theta) = f(y_t^0 | P_t; \lambda^Q, K_\infty^Q, \sum_p, P^{\theta_m}) \times f(P_t | P_{t-1}; K_{IP}^Z, K_{OP}^Z, \sum_p) \quad (15)$$

针对似然函数中这种参数分离进行重点说明:(1)考虑误差项的收益率的条件分布依赖于 $(\lambda^Q, k_\infty^Q, \sum_p, P^{\theta_m})$,但不依赖于 (K_{OP}^Z, K_{IP}^Z) ;(2)相比之下,定价因子 P_t 的条件密度函数仅依赖于 $(K_{OP}^Z, K_{IP}^Z, \sum_p)$,但不依赖于 (λ^Q, k_∞^Q) 。因此,假定 P_t 服从条件高斯分布,则公式(10)右侧的第二项转化为:

$$f(P_t | P_{t-1}; K_{IP}^Z, K_{OP}^Z, \sum_p) = (2\pi)^{-N/2} | \sum_p |^{-1} \exp(-\frac{1}{2} | | \sum_p^{-1} (P_t - E_{t-1}[P_t]) | |^2) \quad (16)$$

其中, $E_{t-1}[P_t] = K_{OP}^Z + (I + K_{IP}^Z)P_{t-1}$;对于向量 $x, \|x\|^2$ 为对应的欧几里德范数的平方。参数 (K_{OP}^Z, K_{IP}^Z) 可以通过最大化似然函数 f 来确定,此时:

$$(K_{IP}^Z, K_{OP}^Z) = \text{argmax}_{\sum_p} \sum_{t=1}^T f(y_t^0 | y_{t-1}^0; K_{IP}^Z, K_{OP}^Z, \sum_p) = \text{argmin}_{\sum_p} \sum_{t=1}^T \| \sum_p^{-1} (P_t^0 - E_{t-1}[P_t^0]) \|^2 \quad (17)$$

此时,根据模型估计误差项服从标准正态分布

及公式(17),可以利用极大似然估计对方程(15)右侧第一个式子的参数利用极大似然估计得到。鉴于这一估计过程与传统的极大似然估计过程无差异,在此不再叙述。

3 实证研究

3.1 数据来源

本文采用上海银行间同业拆放算术平均利率日数据,利用三因子高斯动态期限结构模型对我国银行间市场收益率曲线进行估计分析。样本期间为 2008 年 1 月 4 日至 2012 年 4 月 28 日,具体包括银行间隔夜、1 周、2 周、1 月、3 月、6 月、9 月及 1 年期等 8 个利率品种。其中,样本期间 2008 年 1 月 4 日—2011 年 4 月 29 日用于模型估计与测试,样本期间 2011 年 5 月 1 日至 2012 年 4 月 28 日用于样本外模型的稳健性检验。以上数据来源于上海银行间同业拆放利率官方网站(<http://www.shibor.org/shibor/web/ShiborhisQuery.jsp>)。

3.2 实证结果与分析

首先,根据原始数据的协方差矩阵,利用 MTA-LAB R2010a 对 SHIBOR 市场的利率期限结构进行主成分分析。结果显示,各期限利率的变动趋势可以由前 3 个主成分解释,同时解释程度高达 92.77%。该结果反映可以利用三个变量对 SHIBOR 利率进行描述,即三因子 GDTSM 模型是合理的。鉴于此,表 1 中仅列出了前 3 个主成分关于各期限利率的系数。

表 1 前 3 个主成分系数

利率种类 (贡献率)	主成分 1 (78.48%)	主成分 2 (10.75%)	主成分 3 (3.53%)
O/N	0.256000	0.364466	-0.487251
1W	0.316001	0.454589	-0.288498
2W	0.343846	0.417364	0.096784
1M	0.388656	0.232404	0.547482
3M	0.386383	-0.151660	0.445492
6M	0.368041	-0.342728	0.011603
9M	0.370182	-0.366905	-0.172429
1Y	0.378872	-0.396519	-0.376724

由表 1 可以看出,第一主成分关于各期限利率的系数均为正且大小基本相等,因此第一主成分可理解为期限结构的总体变动趋势,即水平因子;第二主成分关于较短期限利率的系数为正,而关于较长期限利率的系数均为负,且绝对值大致相等,因此第二主成分可理解为较短利率与较长利率之间的利差

表 2 三因子 GDTSM 模型参数估计结果

参数	估计值
A_P	$[-0.0028 \ 1.3499e-04 \ 0.0017 \ 0.0017 \ -0.0026 \ -0.0022 \ 2.8338e-04 \ 0.0031]$ $[0.2848 \ 0.3098 \ 0.3333 \ 0.3699 \ 0.4091 \ 0.3951 \ 0.3699 \ 0.3442;$
B_P	$0.3875 \ 0.4245 \ 0.4073 \ 0.2686 \ -0.1748 \ -0.3476 \ -0.3782 \ -0.3757;$ $-0.8195 \ -0.1674 \ 0.2736 \ 0.6048 \ 0.2244 \ -0.0719 \ -0.1547 \ -0.1832]$
K_{β}^Z	$[4.8853e-04 \ 5.8157e-04 \ -0.0011]'$
K_{β}^Q	$[-0.0038 \ -0.0266 \ 0.0857; -0.0065 \ -0.0526 \ 0.1244; 0.0109 \ 0.0130 \ -0.1996]$
K_{β}^S	$[8.3733e-05 \ 0 \ 0]'$
K_{β}^X	$[-0.0020 \ 0 \ 0; 0 \ -0.0592 \ 1; 0 \ 0 \ -0.0592]$
K_{β}^D	$[7.7495e-04 \ 9.6881e-04 \ -7.8443e-04]'$
K_{β}^R	$[0.00945 \ -0.0073 \ 0.1929; 0.0103 \ 0.0102 \ 0.2408; -0.0028 \ -0.02340 \ -0.1401]$
ρ_{0P}	-0.0028
ρ_{1P}	$[0.2848 \ 0.3875 \ -0.8195]'$
k_{β}	$8.3733e-05$
llk^Z 均值	-15.7051
llk^Q 均值	-23.6198
llk^S 均值	-39.7631

注： llk^Z, llk^Q, llk^S 分别为 Z 分布、 Q 分布及误差项的似然函数均值。

因素，即期限结构的斜率因子；而第三主成分关于各期拆解利率的系数呈现一个非对称倒“U”型，显示该因素对短期和长期利率是同向（为负）的，但短期利率的系数绝对值大于长期利率，而对中期利率是正向的，这个主成分解释了利率曲线的曲率变化，可认为是曲度变化因素，即曲度因子。值得指出的是，杨宝臣、苏云鹏^[21]利用 HJM 模型对 SHIBOR 利率进行实证研究时指出，第三主成分关于各拆解利率的系数呈现“U”形，与本文的结论不同。原因可能在于，本文选取的样本期内，SHIBOR 利率受到了 2008 年金融危机的影响。此外，由各因子解释利率期限结构的能力可知，一个状态变量的最大解释能力为 72%，两个状态变量增加至 89%，三个因子的解释能力达到 92% 以上。结合各因子的实际意义及解释能力，可知利用三因子对利率期限结构进行刻画是合理的。

基于本文选取的 SHIBOR 利率数据，利用极大似然估计法对三因子 GDTSM 模型进行参数估计，主要参数结果见表 2。

根据似然函数值可以看出，模型参数估计值在统计意义上具有显著性，因此利用三因子 GDTSM 模型对我国利率期限结构进行研究是合理可行的。进一步，基于上述模型参数估计值，根据公式(13)即可求出三因子 GDTSM 模型下各期限 SHIBOR 利率的估计值。实际 SHIBOR 利率的期限结构和估计得到的期限结构分别如图 1、2 所示。

为了刻画水平因子、斜率因子和曲度因子对利率期限结构的影响，本文还针对单因子和两因子

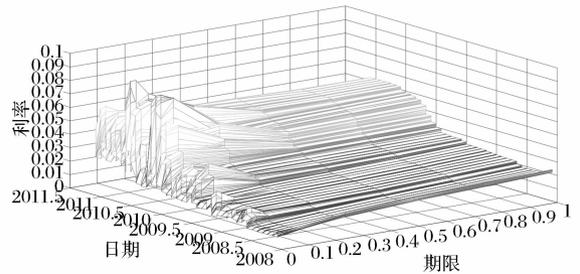


图 1 实际利率期限结构

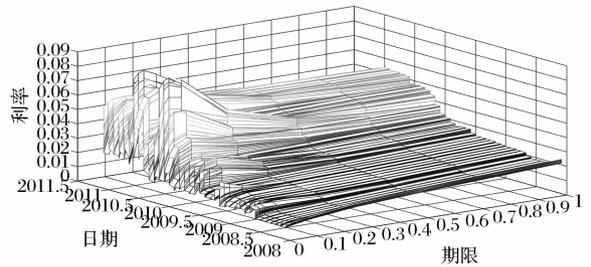


图 2 三因子 GDTSM 模型估计的利率期限结构

GDTSM 模型进行了参数估计，并得到相应的 SHIBOR 利率估计值（限于篇幅有限，在此并未列出估计结果，如有需要，可以向作者索取）。对比实际利率期限结构和单因子、两因子及三因子 GDTSM 模型估计的利率期限结构，不难看出，相较于单因子和双因子模型，三因子模型更能体现我国 SHIBOR 利率的动态变动趋势。进一步，验证了本文选用三因子 GDTSM 模型对我国利率期限结构进行研究的合理性和实用性。

为了从数值层面了解三因子 GDTSM 模型的

估计效果,对各个利率种类的估计误差进行描述性统计分析,结果见表 3 和图 3。

表 3 各期限 SHIBOR 利率估计误差描述性统计

利率种类	绝对误差		相对误差	
	均值	标准差	均值(%)	标准差
O/N	0.980e-04	2.443e-03	1.911	0.281
1W	-4.392e-04	1.880e-03	-3.809	0.524
2W	5.121e-04	2.031e-03	4.666	0.640
1M	-0.896e-04	1.402e-03	0.523	0.079
3M	-2.855e-04	1.357e-03	-1.653	0.228
6M	2.287e-04	0.762e-03	0.482	0.069
9M	2.230e-04	0.412e-03	1.530	0.210
1Y	-2.217e-04	0.695e-03	0.870	0.120

由表 3 可知,各期限 SHIBOR 利率的估计误差和标准差均很小,这表明本文所设定的三因子 GDTSM 模型可以很好的刻画 SHIBOR 利率期限结构的动态变化。从相对误差均值来看,对于短期利率的估计误差较大,中长期利率误差很小。原因在于,在样本期内,有段时间短期利率很高,但是在长期中表现出了均值回复的特征,这很好的捕捉了实际利率的动态特征。究其原因,股票市场重大融资行为形成的资金需求压力对 SHIBOR 利率市场,尤其是短期利率造成了显著影响。

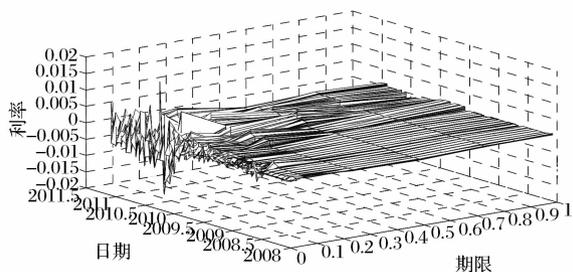


图 3 三因子 GDTSM 模型拟合误差

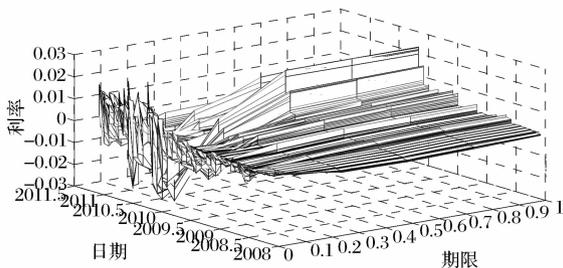


图 4 水平因子对应的估计误差

进一步,为了考察水平因子、斜率因子和曲度因子对 SHIBOR 利率市场的影响差异,设定如下模型:

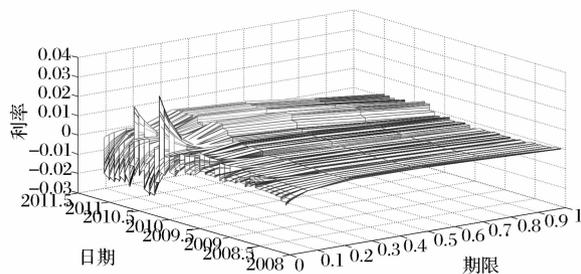


图 5 斜率因子对应的估计误差

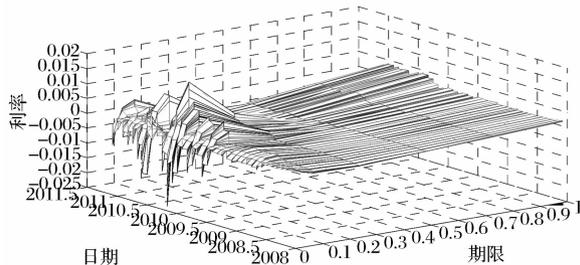


图 6 曲度因子对应的估计误差

$$\Delta y_1 = y_1 - y_0; \Delta y_2 = y_2 - y_0; \Delta y_3 = y_3 - y_0 \quad (17)$$

其中, y_1, y_2, y_3 和 $\Delta y_1, \Delta y_2, \Delta y_3$ 分别为单因子、两因子和三因子 GDTSM 模型估计的各期限利率构成的向量和估计误差; y_0 为真实的 SHIBOR 利率。

基于方差分解思想对三因子 GDTSM 模型的误差项 Δy_3 进行分解,则:

$$\Delta y_3 = \Delta y_1 + (\Delta y_2 - \Delta y_1) + (\Delta y_3 - \Delta y_2) \quad (18)$$

其中,第一项 Δy_1 可以看作水平因子对利率期限结构的影响;第二项 $\Delta y_2 - \Delta y_1$ 可以看作斜率因子对利率期限结构的影响;第三项 $\Delta y_3 - \Delta y_2$ 可以看作曲度因子对利率期限结构的影响。图 4、5、6 展示了三因子对于 SHIBOR 利率期限结构的估计误差分布图。

图 4 表明,水平因子对短期利率的影响持续存在且较大,对长期利率的影响则在一定期间表现显著,而对中期利率的影响较小。图 5 和图 6 表明,斜率因子和曲度因子对短期利率的影响同样持续存在且较大,且前者对中长期利率的影响很小,后者对中长期利率的影响较大。综上,水平因子和斜率因子是短期利率期限结构的主要影响因素,曲度因子则是中长期利率期限结构的主要影响因素。

此外,利用模型估计参数和公式(13)对样本外

2011年5月1日—2012年4月28日SHIBOR利率进行预测,并对模型估计误差进行描述性统计分析,结果如表4所示。

表4 样本外各期限SHIBOR利率估计
误差描述性统计

利率种类	绝对误差 均值	绝对误差 标准差	相对误差 均值(%)	相对误差 标准差
O/N	2.751e-03	2.121e-03	1.093	8.408e-04
1W	-0.994e-03	1.815e-03	-0.030	5.044e-04
2W	-1.390e-03	1.901e-03	-0.368	4.832e-04
1M	-0.701e-03	1.710e-03	-0.140	3.858e-04
3M	2.204e-03	1.777e-03	0.056	4.604e-04
6M	0.488e-03	0.395e-03	0.012	0.916e-04
9M	-0.423e-03	0.475e-03	-0.010	1.047e-04
1Y	1.357e-03	0.754e-03	-0.030	1.739e-04

由表4可知,基于三阶段GDTSM模型对样本外SHIBOR利率期限结构进行估计时,相对误差大都低于0.05%,远低于仿射利率期限结构模型的10%^[1],模型预测精度达到很高的水平,验证了模型的稳健性。

4 结语

将所有市场利率的主成分作为定价因子,本文构建了能够刻画利率水平因子、斜率因子和曲度因子的三因子GDTSM模型,充分利用所有期限市场利率信息和极大似然估计得到模型的参数,并基于方差分解模型探讨了SHIBOR利率期限结构的内在结构特征。最后,将模型外推到样本外进行预测以验证模型的实用性。研究结果表明:三因子GDTSM模型能够很好的对利率期限结构进行拟合,水平因子和斜率因子是短期利率期限结构的主要影响因素,曲度因子则是中长期利率期限结构的主要影响因素。样本外利率的相对预测误差仅约为0.5%,进一步验证了模型的稳健性和高精度,可以考虑将其应用于国债定价及其衍生品定价和风险管理。

参考文献:

[1] 郑振龙,柯鸿,莫天瑜. 利率仿射模型下的利率风险价格形式实证研究[J]. 管理科学学报,2010,13(9):4-15.

[2] Duffee G. Term premia and interest rate forecasts in affine models[J]. Journal of Finance, 2002, 57(1): 405-443.

[3] Ang A, Piazzesi M. A no-arbitrage vector autoregression of term structure dynamics with macroeconomic and latent variables[J]. Journal of Monetary Economics, 2003, 50(4): 745-787.

[4] Christensen J H, Diebold F X, Rndebusch G D. The affine arbitrage-free class of nelson siegel term structure models[J]. Journal of Econometrics, 2011, 164(1): 4-20.

[5] Chernov M, Mueller P. The term structure of inflation expectations[J]. Journal of Financial Economics, 2012, 106(2): 367-394.

[6] Jardet C, Monfort A, Pegoraro F. No-arbitrage near-cointegrated VAR(p) term structure models, term premiums and GDP growth[J]. Journal of Banking and Finance, 2013, 37(2): 389-402.

[7] Duffie D, Kan R. A yield-factor model of interest rates[J]. Mathematical Finance, 1996, 6(4): 379-406.

[8] Cochrane J, Piazzesi M. Bond risk premia[J]. American Economic Review, 2005, 95(1): 138-160.

[9] Adrian T, Moench E. Pricing the term structure with linear regression[J]. Journal of Financial Economics, 2013, 110(1): 110-138.

[10] Joslin S, Singleton K, Zhu Haoxiang. A new perspective on Gaussian dynamic term structure models[J]. Review of Finance Studies, 2011, 24(3): 924-970.

[11] Joslin S, Singleton K. Why Gaussian Macro-Finance term structure models are (nearly) unconstrained Factor-VARs[J]. Journal of Financial Economics, 2013, 109(3): 604-622.

[12] Kim D H, Singleton K. Term structure models and the zero bound: An empirical investigation of Japanese yields[J]. Journal of Econometrics, 2012, 170(1): 37-49.

[13] 范龙振. 上交所利率期限结构的三因子广义高斯仿射模型[J]. 管理工程学报, 2005, 19(1): 81-85.

[14] 陈盛业,陈宁,王义克. 银行间国债利率期限结构的三因子仿射模型[J]. 运筹与管理, 2006, 15(6): 87-90.

[15] 吴启权,王春峰,李晗虹. 仿射期限结构下资产混合策略[J]. 系统工程, 2007, 25(4): 78-82.

[16] 张蕊,王春峰,房振明,等. 上交所国债市场流动性溢价研究——基于4因子仿射利率期限结构模型[J]. 系统管理学报, 2009, 18(5): 481-486.

[17] 戴国强,李良松. 利率期限结构模型估计结果影响因素经验研究[J]. 中国管理科学, 2010, 18(1): 9-17.

[18] 周荣喜,王晓光. 基于多因子仿射利率期限结构模型的国债定价[J]. 中国管理科学, 2011, 19(4): 26-30.

[19] Dai Qiang, Singleton K. Specification analysis of affine

term structure models[J]. *Journal of Finance*, 2000, 55(5): 1943–1978.

2003, 16(3): 631–678.

[20] Dai Qiang, Singleton K. Term structure dynamics in theory and reality[J]. *Review of Financial Studies*,

[21] 杨宝臣, 苏云鹏. 基于无损卡尔曼滤波的 HJM 模型及实证研究[J]. *管理科学学报*, 2010, 13(4): 67–75.

Three-factor Gaussian Dynamic Model for Term Structure of Interest Rate: An Application to the SHIBOR Market

LUO Xiao-ling, HUANG Ling-ying, CHEN Xiao-hong

(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: Domestic literature mainly focus on the application of affine model to term structure of interest rate, and few attentions are paid to Gaussian Dynamic Term Structure Model (GDTSM). Based on the JSZ normalization, a new three-factor GDTSM is proposed, and maximum likelihood estimator is used to estimate the parameters. Using the three-factor GDTSM, the term structure of Shanghai Inter Bank Offered Rate (SHIBOR) market from January 4, 2008 to April 28, 2012 is analyzed, and then its internal structure features is discussed by decomposing the corresponding error terms. The results show that: (1) the three-factor GDTSM fit and forecast the SHIBOR market very well; (2) the level and slope factors affect the short-term interest rates, and the curvature factor explains the long-term interest rate. As the basic technology for empirical researches on rate term structure, the three-factor GDTSM could be applied in national debt and derivatives pricing and risk management.

Key words: term structure of interest rate; three-factor GDTSM; maximum likelihood estimator; SHIBOR market