

天基空间监视交会计算和可观测时段预报的误差分析

白显宗^{1,2}, 陈磊²

(1. 中国人民解放军95997部队, 北京100076; 2. 国防科学技术大学航天科学与工程学院, 长沙410073)

摘要: 将卫星和目标的轨道预报误差引入天基空间目标监视的任务规划中,研究了交会计算和可观测时段预报的误差分析方法。在协方差转换基本方法和交会信息计算公式的基础上,推导了从RSW轨道坐标系到RAE参数(距离、方位角、俯仰角)的协方差转换方法。对LEO和GEO目标观测分别引入相对速度和角距变化率,给出了可观测时段误差的分析方法。算例表明本文的计算结果与Monte-Carlo仿真结果相对误差不大于4%,典型轨道误差下LEO和GEO目标的观测时段误差分别为0.2秒和3秒量级。该方法对任务规划和姿态及相机导引具有指导意义,还可用于分析成功观测对轨道预报精度的需求。

关键词: 空间目标; 天基空间监视; 交会计算; 可观测时段; 误差分析

中图分类号: V412.4+1 文献标识码: A 文章编号: 1000-1328(2015)05-0574-08

DOI: 10.3873/j.issn.1000-1328.2015.05.012

Error Analysis of Conjunction Calculation and Visible Time Duration Prediction for Space-Based Space Surveillance

Bai Xian-zong^{1,2}, Chen Lei²

(1. PLA 95997 Troop, Beijing 100076, China; 2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The orbital prediction errors of the satellite and the space target are introduced into the mission planning of space-based space surveillance. The error analysis methods for the conjunction calculation and the visible time duration prediction are proposed. The transformation of covariance from the RSW orbit-based coordinates system to the RAE parameters (range, azimuth, and elevation) is deduced on the basis of method for transformation of covariance and the formulae of conjunction calculation. The error analysis methods of visible time duration are discussed by introducing the relative velocity and the angular rate for LEO and GEO target observations respectively. The examples indicate that the relative error between one from this paper and result from Monte-Carlo method is less than 4%. The standard deviations of visible time duration for LEO and GEO targets under typical orbit error are 0.2 s and 3 s, respectively. This method is helpful for the mission planning and guiding of attitude maneuver and camera pointing, and the requirement analysis of orbit prediction accuracy for space-based observation.

Key words: Space target; Space-based space surveillance; Conjunction calculation; Visible time duration; Error analysis

0 引言

空间目标监视系统的平台一般包括地基和天基两类,目前主要利用地基平台进行观测^[1-2]。天基空间监视是利用天基平台对空间目标进行光学观测

或其它手段的监测,具有不受地球大气层影响、不受地域空域限制、测量精度高、可近距离成像获得图像特征等优点^[3-11],是空间目标监视与跟踪的重要发展趋势。

天基光学观测卫星(以下简称卫星)要对空间

目标(以下简称目标)进行观测,必须满足一系列的约束条件,这些条件称为可见性条件。可见性条件包括几何可见条件和光学可见条件^[12-15]。几何可见条件包括:卫星可以通视目标,之间无遮挡;目标在卫星相机的视场范围内;卫星和目标之间的距离小于相机的可探测距离。光学可见条件包括:目标受到太阳光线的直射,在地球的阴影区之外;目标背景不能过亮,即卫星—目标—太阳和卫星—目标—月亮之间的夹角不能大于门限值。满足可见性条件的目标才有可能被卫星观测到,如图1所示。

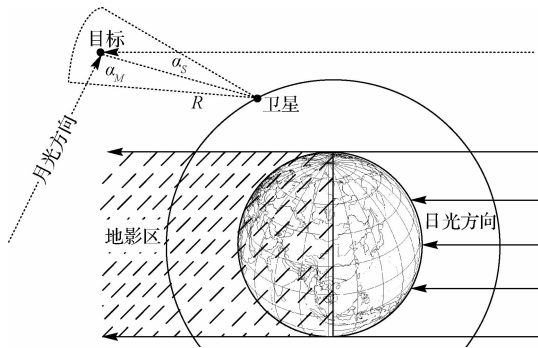


图1 天基光学观测的可见性条件

Fig. 1 Condition of visual accessibility for space-based optical observation

天基空间监视任务规划是根据卫星和目标的轨道数据,给出未来一段时间内卫星的相机对目标的可见性,并计算给出交会信息,用于指导卫星的任务调度以及卫星姿态和相机指向的导引。交会计算和可观测时段的预报是任务规划的重要内容^[16-18]。

天基空间监视的交会计算和可观测时段预报方法已经比较成熟^[12-15],但是没有考虑卫星和目标的轨道预报误差对结果的影响。事实上,卫星和目标的轨道预报不可避免地存在误差,尤其是目标的轨道预报所用的数据一般是对应解析模型的轨道平根(如美国 NORAD 发布的 TLE 数据),精度较低。轨道预报误差会造成交会计算和可观测时段预报的误差,进而对卫星的观测任务造成影响,严重时可导致观测任务失败。

目前国内外对该问题的研究不多,大多数天基空间监视误差分析的文献都从轨道确定的角度出发研究天基光学观测的误差及其对轨道确定精度的影响^[15,19-24],而没有发现从任务规划的角度出发研究卫星和目标的轨道误差对交会信息计算和可观测时

段的影响。因此,有必要分析轨道预报误差对交会计算和可观测时段预报误差的影响,以更好地指导任务规划和相机导引,并确定成功观测对轨道预报精度的需求。

本文将卫星和目标的轨道预报误差引入交会计算和可观测时段预报,给出目标对卫星的交会信息的误差分析方法,并在简化的基础上进一步讨论 LEO 和 GEO 两种相机的可观测时间误差分析方法。

1 基本公式

1.1 协方差转换的基本方法

已知卫星和目标的轨道预报误差在其 RSW 轨道坐标系中的协方差矩阵,求该协方差造成相对距离、方位角和俯仰角的误差。这实质上是不同坐标系和不同参数之间协方差矩阵的转换问题。

假设在某坐标系中状态为 m 维矢量 \mathbf{x} ,在另一坐标系中状态为 n 维度矢量 \mathbf{y} ,存在关系 $\mathbf{y} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$ 。状态矢量 \mathbf{x} 的均值 $\bar{\mathbf{x}}$ 和协方差矩阵 \mathbf{P}_x 分别为

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{E}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{P}_x = \mathbf{E}[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})^T] \quad (1)$$

式中:状态矢量 \mathbf{x} 和均值 $\bar{\mathbf{x}}$ 均为列矢量。

状态矢量 \mathbf{y} 的协方差矩阵 \mathbf{P}_y 为

$$\mathbf{P}_y = \mathbf{J}\mathbf{P}_x\mathbf{J}^T \quad (2)$$

式中 \mathbf{J} 是偏导数矩阵,称为 Jacobian 矩阵,可写为

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_1}{\partial x_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial y_n}{\partial x_m} \end{bmatrix}_{n \times m} \quad (3)$$

式(2)实际上是对协方差矩阵 \mathbf{P}_x 进行相似变换。当 $m = n$ 时, Jacobian 矩阵 \mathbf{J} 是正交矩阵,有 $\mathbf{J}^{-1} = \mathbf{J}^T$,且 $\det(\mathbf{J}) = 1$ 。若状态变量 \mathbf{x} 与 \mathbf{y} 存在线性关系 $\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{x} + \mathbf{b}$,则 Jacobian 矩阵即状态转移矩阵 \mathbf{M} ,有 $\mathbf{P}_y = \mathbf{M}\mathbf{P}_x\mathbf{M}^T$ 。

式(2)给出了不同的状态变量类型之间进行协方差转换的基本方法。

1.2 交会信息的计算

交会信息的计算包括相对距离、方位角和俯仰角等信息的计算。设某时刻 t ,在地心惯性(ECI)坐标系中,卫星的位置速度矢量分别为 \mathbf{r}_1 、 \mathbf{v}_1 ,目标的位置速度矢量分别为 \mathbf{r}_2 、 \mathbf{v}_2 (以下用下标“1”表示卫星,下标“2”表示目标)。则 ECI 坐标系中的相

对位置矢量和相对速度矢量分别为

$$\mathbf{r}_r = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1, \mathbf{v}_r = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \quad (4)$$

交会信息中方位角和俯仰角需要在星基轨道坐标系中描述。定义卫星的 RSW 轨道坐标系,其原点位于卫星质心, R 轴沿地心指向矢径的方向, S 轴在轨道平面内与矢径方向垂直,指向运动方向, W 轴垂直于轨道平面,构成右手直角坐标系^[25]。RSW 坐标系随时间变化,由当前时刻的位置和速度决定。根据定义,其三个坐标轴的单位矢量为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|}, \hat{\mathbf{W}} = \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{v}_1}{|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{v}_1|}, \hat{\mathbf{S}} = \hat{\mathbf{W}} \times \hat{\mathbf{R}} \quad (5)$$

式中 $\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{W}}$ 均为列向量。由文献[25]可得 ECI 坐标系到卫星 RSW 坐标系的转换矩阵为

$$\mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW}} = [\hat{\mathbf{R}} : \hat{\mathbf{S}} : \hat{\mathbf{W}}]^\top \quad (6)$$

式中矩阵 $\mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW}}$ 的各行分别是 $\hat{\mathbf{R}}, \hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{W}}$ 列向量的转置行向量。

得到了 ECI 坐标系到卫星 RSW 坐标系的转换矩阵,就可以将相对位置矢量和相对速度矢量转换到卫星的 RSW 坐标系中表示为

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{r\text{RSW}} = \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW}} \mathbf{r}_r \\ \mathbf{v}_{r\text{RSW}} = \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW}} \mathbf{v}_r - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{r\text{RSW}} \end{cases} \quad (7)$$

其中 $\boldsymbol{\omega}$ 为 RSW 坐标系在惯性空间的旋转角速度矢量,可表示为 $\boldsymbol{\omega} = [0 \ 0 \ \dot{f}]^\top$ 。

目标在卫星 RSW 坐标系中的位置可以用相对距离 R 、方位角 A 和俯仰角 E 表示,有

$$\mathbf{r}_{r\text{RSW}} = \begin{bmatrix} x_{\text{RSW}} \\ y_{\text{RSW}} \\ z_{\text{RSW}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \sin E \\ R \cos E \cos A \\ R \cos E \sin A \end{bmatrix} \quad (8)$$

可得相对距离 R 、方位角 A 和俯仰角 E 的表达式为

$$R = \sqrt{x_{\text{RSW}}^2 + y_{\text{RSW}}^2 + z_{\text{RSW}}^2}, \quad E = \arcsin\left(\frac{x_{\text{RSW}}}{R}\right)$$

$$A = \begin{cases} \arctan\left(\frac{z_{\text{RSW}}}{y_{\text{RSW}}}\right), & y_{\text{RSW}} > 0 \\ \pi + \arctan\left(\frac{z_{\text{RSW}}}{y_{\text{RSW}}}\right), & y_{\text{RSW}} < 0, z_{\text{RSW}} \geq 0 \\ \arctan\left(\frac{z_{\text{RSW}}}{y_{\text{RSW}}}\right) - \pi, & y_{\text{RSW}} < 0, z_{\text{RSW}} < 0 \end{cases} \quad (9)$$

方位角 A 的取值范围为 $-\pi < A \leq \pi$, 俯仰角 E 的取值范围为 $-\pi/2 \leq E \leq \pi/2$ 。

相对距离变化率、方位角速度和俯仰角速度 $(\dot{R}, \dot{A}, \dot{E})$ 与卫星的 RSW 坐标系表示的相对速度矢量 $\mathbf{v}_{r\text{RSW}}$ 的各分量之间具有如下关系

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\text{RSW}} \\ \dot{y}_{\text{RSW}} \\ \dot{z}_{\text{RSW}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin E & 0 & R \cos E \\ \cos E \cos A & -R \cos E \sin A & -R \sin E \cos A \\ \cos E \sin A & R \cos E \cos A & -R \sin E \sin A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{R} \\ \dot{A} \\ \dot{E} \end{bmatrix} \quad (10)$$

定义速度转换矩阵

$$\mathbf{M}_{\text{RAE} \rightarrow v} = \begin{bmatrix} \sin E & 0 & R \cos E \\ \cos E \cos A & -R \cos E \sin A & -R \sin E \cos A \\ \cos E \sin A & R \cos E \cos A & -R \sin E \sin A \end{bmatrix} \quad (11)$$

则有

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\text{RSW}} \\ \dot{y}_{\text{RSW}} \\ \dot{z}_{\text{RSW}} \end{bmatrix} = \mathbf{M}_{\text{RAE} \rightarrow v} \begin{bmatrix} \dot{R} \\ \dot{A} \\ \dot{E} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \dot{R} \\ \dot{A} \\ \dot{E} \end{bmatrix} = (\mathbf{M}_{\text{RAE} \rightarrow v})^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_{\text{RSW}} \\ \dot{y}_{\text{RSW}} \\ \dot{z}_{\text{RSW}} \end{bmatrix} \quad (12)$$

根据式(12)可由 $\mathbf{v}_{r\text{RSW}}$ 求出 $[\dot{R}, \dot{A}, \dot{E}]$ 。

2 从 RSW 坐标系到 RAE 观测量的协方差转换

在已知卫星和目标在其各自的 RSW 轨道坐标系中的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{\text{RSW}1}$ 和 $\mathbf{P}_{\text{RSW}2}$ 时,为了得到目标相对于卫星轨道坐标系的 RAE 参数的协方差矩阵 \mathbf{P}_{RAE} ,需要经过三次协方差变换,如图 2 所示。

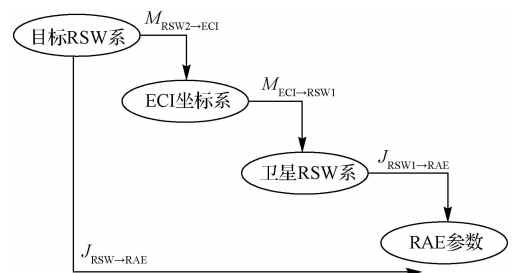


图 2 从 RSW 坐标系到 RAE 参数的转换

Fig. 2 Transformation from RSW coordinates to RAE parameters

2.1 目标 RSW 坐标系到 ECI 坐标系

Jacobian 矩阵为目标 RSW 坐标系到 ECI 坐标系的状态转移矩阵 $\mathbf{M}_{\text{RSW2} \rightarrow \text{ECI}} = [\hat{\mathbf{R}}_2 \quad \hat{\mathbf{S}}_2 \quad \hat{\mathbf{W}}_2]$, 所以有

$$\mathbf{P}_{\text{ECI2}} = \mathbf{M}_{\text{RSW2} \rightarrow \text{ECI}} \mathbf{P}_{\text{RSW2}} \mathbf{M}_{\text{RSW2} \rightarrow \text{ECI}}^{\text{T}} \quad (13)$$

2.2 ECI 坐标系到卫星 RSW 坐标系

Jacobian 矩阵为 ECI 坐标系到卫星 RSW 坐标系的状态转移矩阵 $\mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}} = [\hat{\mathbf{R}}_1 \quad \hat{\mathbf{S}}_1 \quad \hat{\mathbf{W}}_1]^{\text{T}}$, 所以有

$$\mathbf{P}_{\text{RSW2in1}} = \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}} \mathbf{P}_{\text{ECI2}} \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}}^{\text{T}} \quad (14)$$

假设卫星和目标的位置误差协方差是相互独立的, 可将卫星和目标在卫星 RSW 坐标系中的协方差

$$\mathbf{J}_{\text{RSW} \rightarrow \text{RAE}} = \frac{\partial \mathbf{P}_{\text{RAE}}}{\partial \mathbf{r}_{\text{RSW}}} = \begin{bmatrix} \frac{x_{\text{RSW}}}{R} & \frac{y_{\text{RSW}}}{R} & \frac{z_{\text{RSW}}}{R} \\ 0 & \frac{-z_{\text{RSW}}}{y_{\text{RSW}}^2 + z_{\text{RSW}}^2} & \frac{y_{\text{RSW}}}{y_{\text{RSW}}^2 + z_{\text{RSW}}^2} \\ \frac{\sqrt{y_{\text{RSW}}^2 + z_{\text{RSW}}^2}}{R^2} & \frac{-x_{\text{RSW}} y_{\text{RSW}}}{R^2 \sqrt{y_{\text{RSW}}^2 + z_{\text{RSW}}^2}} & \frac{-x_{\text{RSW}} z_{\text{RSW}}}{R^2 \sqrt{y_{\text{RSW}}^2 + z_{\text{RSW}}^2}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

所以可得到卫星轨道坐标系中 RAE 参数的协方差矩阵 \mathbf{P}_{RAE} 为

$$\mathbf{P}_{\text{RAE}} = \mathbf{J}_{\text{RSW} \rightarrow \text{RAE}} (\mathbf{P}_{\text{RSW1}} + \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}} \mathbf{M}_{\text{RSW2} \rightarrow \text{ECI}} \mathbf{P}_{\text{RSW2}} \mathbf{M}_{\text{RSW2} \rightarrow \text{ECI}}^{\text{T}} \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}}^{\text{T}}) \mathbf{J}_{\text{RSW} \rightarrow \text{RAE}}^{\text{T}} \quad (19)$$

式(19)即根据卫星和目标在其各自的 RSW 轨道坐标系中的协方差矩阵 \mathbf{P}_{RSW1} 和 \mathbf{P}_{RSW2} 求解目标相对于卫星的 RAE 参数的协方差矩阵 \mathbf{P}_{RAE} 的计算公式。在得到 \mathbf{P}_{RAE} 之后, 还可知相对距离 R 、方位角 A 和俯仰角 E 的误差方差

$$\begin{cases} \sigma_R^2 = P_{\text{RAE}}(1,1) \\ \sigma_A^2 = P_{\text{RAE}}(2,2) \\ \sigma_E^2 = P_{\text{RAE}}(3,3) \end{cases} \quad (20)$$

对于天基目标观测而言, 是否可以观测和精度如何主要取决于位置误差信息, 而速度误差信息对观测的影响不大, 因此这里没有给出。

3 观测时间误差的分析方法

可观测时段的预报与交会信息的计算密切相关, 轨道预报误差造成的相对距离、方位角、俯仰角等交会信息的误差会造成可观测时间段的误差。在已知交会信息(相对距离、方位角、俯仰角)误差的情况下, 有必要进行时间误差折合, 确定可观测时段的误差。

相加得到联合位置误差协方差矩阵

$$\mathbf{P}_{\text{RSW}} = \mathbf{P}_{\text{RSW1}} + \mathbf{P}_{\text{RSW2in1}} \quad (15)$$

2.3 卫星 RSW 坐标系到 RAE 参数

相对位置矢量转换到卫星的 RSW 坐标系中表示为

$$\mathbf{r}_{\text{rRSW}} = \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}} \mathbf{r}_r \quad (16)$$

目标在卫星 RSW 坐标系中的位置可以用相对距离 R 、方位角 A 和俯仰角 E 表示, 定义 RAE 参数矢量为 $\mathbf{P}_{\text{RAE}} = [R \quad A \quad E]^{\text{T}}$, 相对位置矢量 \mathbf{r}_{rRSW} 与 RAE 参数之间的关系由式(8)和(9)表示。

对 RAE 参数矢量 \mathbf{P}_{RAE} 求偏导数, 可得 RSW 坐标系相对位置矢量到 RAE 参数之间的 Jacobian 矩阵为

$$\mathbf{P}_{\text{RAE}} = \mathbf{J}_{\text{RSW} \rightarrow \text{RAE}} \mathbf{P}_{\text{RSW}} \mathbf{J}_{\text{RSW} \rightarrow \text{RAE}}^{\text{T}} \quad (18)$$

综合式(13)、(14)、(15)、(18), 可得

$$\mathbf{P}_{\text{RAE}} = \mathbf{J}_{\text{RSW} \rightarrow \text{RAE}} (\mathbf{P}_{\text{RSW1}} + \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}} \mathbf{M}_{\text{RSW2} \rightarrow \text{ECI}} \mathbf{P}_{\text{RSW2}} \mathbf{M}_{\text{RSW2} \rightarrow \text{ECI}}^{\text{T}} \mathbf{M}_{\text{ECI} \rightarrow \text{RSW1}}^{\text{T}}) \mathbf{J}_{\text{RSW} \rightarrow \text{RAE}}^{\text{T}} \quad (19)$$

为了对近地轨道(LEO)目标和地球静止轨道(GEO)目标进行观测, 天基空间监视卫星一般搭载 LEO 目标成像相机和 GEO 目标观测相机(以下分别简称为 LEO 相机和 GEO 相机)两类相机。对于 LEO 目标和 GEO 目标, 天基空间监视卫星的可观测时段确定方法是不同的, 因此其可观测时段的误差分析方法也不同。

3.1 LEO 目标观测时间误差分析

LEO 相机采取近距离接近方式对 LEO 目标进行成像观测。其特点是观测视场较大, 且 LEO 相机一般安装在二维转台上, 可以通过转台转动增大观测范围; 但 LEO 相机是用于近距离成像, 其作用距离一般较短。对于 LEO 目标, 可观测时段主要是由卫星和目标的相对距离决定的, 当卫星和目标的相对距离小于预设的门限值时, 才有可能对目标进行观测。相对距离的误差会造成可观测时间段起始和结束时间的误差。

在卫星和 LEO 目标近距离交会期间, 可以引入线性相对运动假设。该假设认为交会期间卫星和目

标的相对速度保持不变,设相对位置和相对速度矢量分别为 \mathbf{r}_r 和 \mathbf{v}_r ,则相对速度矢量在相对位置矢量上的投影,也即相对距离的变化率为

$$\dot{R} = \frac{\mathbf{r}_r \cdot \mathbf{v}_r}{R} \quad (21)$$

为便于分析,可以忽略相对距离变化率 \dot{R} 的误差。得到相对距离变化率之后,即可得到 LEO 目标观测时间误差标准差 $\sigma_{T,LEO}$ 和相对距离误差标准差 σ_R 之间的关系

$$\sigma_{T,LEO} = \frac{\sigma_R}{|\dot{R}|} \quad (22)$$

根据式(22)即可将由式(20)得到的相对距离误差折合为 LEO 目标观测时间误差。

3.2 GEO 目标观测时间误差分析

GEO 相机采取远距离观测方式对 GEO 带目标进行观测定轨。其特点是观测视场较小(如美国 MSX 卫星的 SBV 传感器^[4]的每个 CCD 的视场为 $1.4^\circ \times 1.4^\circ$,四个 CCD 的总视场为 $6.6^\circ \times 1.4^\circ$),且一般与卫星本体固连,只能通过卫星姿态机动进行视角的调整;但 GEO 相机的作用距离一般较远。卫星对 GEO 目标的观测是远距离观测,可观测时段主要由卫星和目标的相对方向确定,卫星与目标可通视且目标进入卫星 GEO 相机的视场范围内才有可能进行观测。相对方向的误差会造成可观测时间段起始和结束时间的误差。

假设卫星上安装的 GEO 观测相机的光轴方向与轨道面法向相反,视场为圆锥形视场,视场半顶角为 ε ,如图 3 所示。

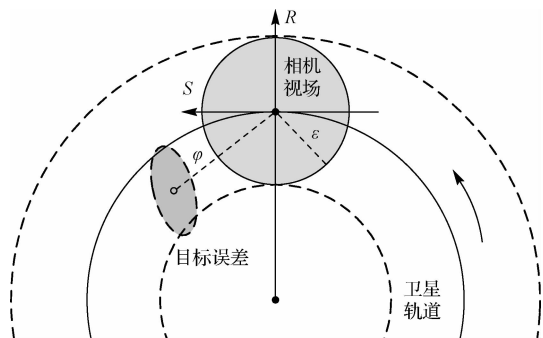


图 3 GEO 目标观测时间误差分析

Fig. 3 Analysis of observation time error of GEO object

已知目标在卫星 RSW 坐标系中的方位角和俯仰角分别为 A 和 E ,则目标到视场中心(即 $A =$

-90° 且 $E = 0$ 的点)的角距 φ 为

$$\varphi = \arccos(-\sin A \cos E) \quad (23)$$

如图 3 所示,当 $\varphi \leq \varepsilon$ 时目标可被观测。角距 φ 对方位角 A 和俯仰角 E 的 Jacobian 矩阵为

$$\mathbf{J}_{AE \rightarrow \varphi} = \begin{bmatrix} \frac{\cos A \cos E}{\sqrt{1 - \sin^2 A \cos^2 E}} & -\frac{\sin A \sin E}{\sqrt{1 - \sin^2 A \cos^2 E}} \end{bmatrix} \quad (24)$$

方位角 A 和俯仰角 E 的 2 维协方差矩阵为

$$\mathbf{P}_{AE} = \begin{bmatrix} P_{RAE}(2,2) & P_{RAE}(2,3) \\ P_{RAE}(3,2) & P_{RAE}(3,3) \end{bmatrix} \quad (25)$$

故可得角距 φ 的方差为

$$\sigma_\varphi^2 = \mathbf{J}_{AE \rightarrow \varphi} \mathbf{P}_{AE} \mathbf{J}_{AE \rightarrow \varphi}^T \quad (26)$$

由式(12)可得方位角和俯仰角的变化率分别为 \dot{A} 和 \dot{E} ,在已知 \dot{A} 和 \dot{E} 的情况下,角距的变化率为

$$\dot{\varphi} = \frac{\cos A \cos E \cdot \dot{A} - \sin A \sin E \cdot \dot{E}}{\sin \varphi} \quad (27)$$

为便于分析,可以忽略角距变化率 $\dot{\varphi}$ 的误差。得到角距的变化率 $\dot{\varphi}$ 之后,即可得到 GEO 目标观测时间误差标准差 $\sigma_{T,GEO}$ 和角距标准差 σ_φ 之间的关系为

$$\sigma_{T,GEO} = \frac{\sigma_\varphi}{|\dot{\varphi}|} \quad (28)$$

根据式(28)即可将由式(20)得到的角距误差折合为 GEO 目标观测时间误差。

4 算例分析

4.1 LEO 目标算例分析

4.1.1 算例及结果

以卫星和一个 LEO 目标的一次交会为例,进行算例分析。交会过程中历元为 2014 - 03 - 25 23:29:31.373 时卫星和目标在 ECI 坐标系中的位置速度坐标如表 1 所列。

利用第 1.2 节交会信息的计算方法可以得到此时目标对卫星 RSW 轨道坐标系的相对距离 $R = 26.038$ km、方位角 $A = -68.9129^\circ$ 、俯仰角 $E = 64.0689^\circ$ 。

卫星和 LEO 目标在各自 RSW 坐标系的基准位置误差标准差分别为 $10 \times 100 \times 10$ 和 $100 \times 1000 \times 100$ (单位为 m)。为了验证不同误差情况下本文方法的计算结果,用比例因子 k 乘以基准值得到实际协方差矩阵,令比例因子 k 从 0 变化到 1,根据式(19)~(22)计算 σ_R 、 σ_A 、 σ_E 、 $\sigma_{T,LEO}$ 随比例因子 k

的变化曲线。

表 1 卫星和 LEO 目标位置速度坐标

Table 1 Position and velocity coordinates of the satellite and the LEO object

位置	X / m	Y / m	Z / m
卫星	2254393.019	3168935.299	-5927225.441
LEO 目标	2257626.081	3189314.024	-5943107.871
速度	$V_x / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$V_y / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$V_z / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
卫星	5102.5962	3785.8658	3967.2871
LEO 目标	-6938.7797	-416.4629	-2884.1596

为了验证协方差转换方法正确性,用 Monte-Carlo 方法进行验证,采样点数为 $N_{\text{mc}} = 10^4$ 。具体方法为:对

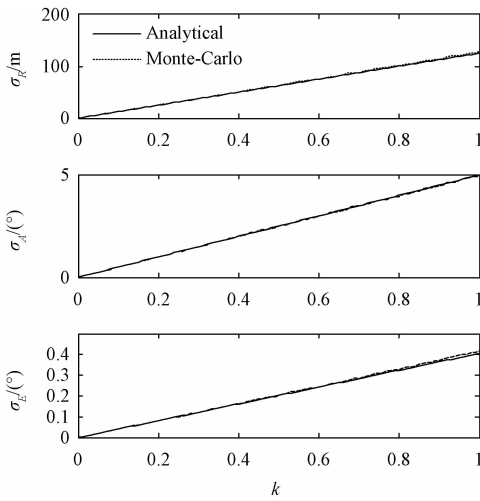


图 4 LEO 目标 RAE 参数误差标准差随比例因子 k 的变化曲线

Fig. 4 Curve of RAE parameters error standard deviations vs. scaling factor k for LEO object

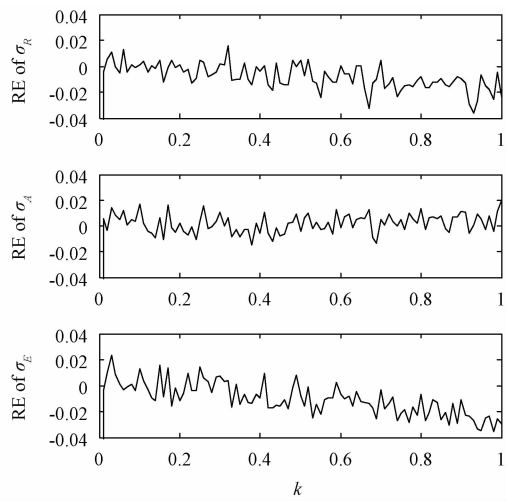
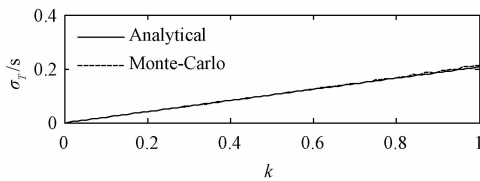


图 5 LEO 目标观测时间误差随比例因子 k 的变化曲线

Fig. 5 Curve of observation time error standard deviations vs. scaling factor k for LEO object

比例因子 $k = 1$ 时计算得到的 R 、 A 、 E 和对应时间的误差标准差分别为

$$\sigma_R = 125.267 \text{ m}, \quad \sigma_A = 4.9829^\circ$$

$$\sigma_E = 0.4054^\circ, \quad \sigma_T = 0.2071 \text{ s}$$

4.1.2 结果分析

分析 LEO 目标算例可以得到以下结论:

(1) 本文的协方差转换方法计算结果与 Monte-Carlo 仿真结果吻合较好,相对误差不大于 0.04,这

于每个比例因子 k 所对应的误差标准差,分别生成 N_{mc} 个均值为 0、标准差为对应标准差的卫星和目标在各自 RSW 坐标系内的随机位置误差。将这些随机误差转换到 ECI 坐标系,再将随机误差矢量加到卫星和目标各自的位置矢量上得到 N_{mc} 组相对位置矢量,然后将相对位置矢量转换到卫星 RSW 坐标系计算 R 、 A 、 E 等参数。对得到的 N_{mc} 组 R 、 A 、 E 参数进行统计分析,得到均值、标准差等结果。对比公式计算结果和 Monte-Carlo 仿真结果,并求出相对误差 (RE)。

图 4 和图 5 给出了计算结果和 Monte-Carlo 仿真结果以及相对误差随比例因子的变化曲线。

说明本文的方法是正确的。

(2) 相对距离、方位角、俯仰角误差标准差随比例因子的增大呈近似线性增长,这说明轨道预报误差越大,距离方位角俯仰角的误差也随之线性增大。

(3) 方位角和俯仰角误差大小不同,方位角误差比俯仰角误差大近一个量级,这是由轨道误差椭球的形状决定的。在卫星和目标距离较近时,方位

角误差主要由 S 方向位置误差造成,俯仰角误差主要由 R 方向位置误差造成,一般情况下 S 方向误差比 R 方向误差大,因此方位角误差大于俯仰角误差。

(4) 进行 LEO 目标观测时,卫星和目标间的接近时间一般较短(时间约为几秒)。时间误差与时段长度相比属于小量,可以满足任务要求。

4.2 GEO 目标算例分析

4.2.1 算例及结果

以卫星对一个 GEO 目标的一次观测为例,进行算例分析。观测过程中历元为 2014-03-24 07:42:40.000 时卫星和目标在 ECI 坐标系中的位置速度坐标如表 2 所列。

利用第 1.2 节交会信息的计算方法可以得到目标对卫星 RSW 轨道坐标系的相对距离 $R = 41455.669$ km、方位角 $A = -91.9293^\circ$ 、俯仰角 $E = 1.0313^\circ$ 。

卫星和 GEO 目标在各自 RSW 坐标系基准位置误差标准差分别为 $10 \times 100 \times 10$ 和 $2000 \times 30000 \times$

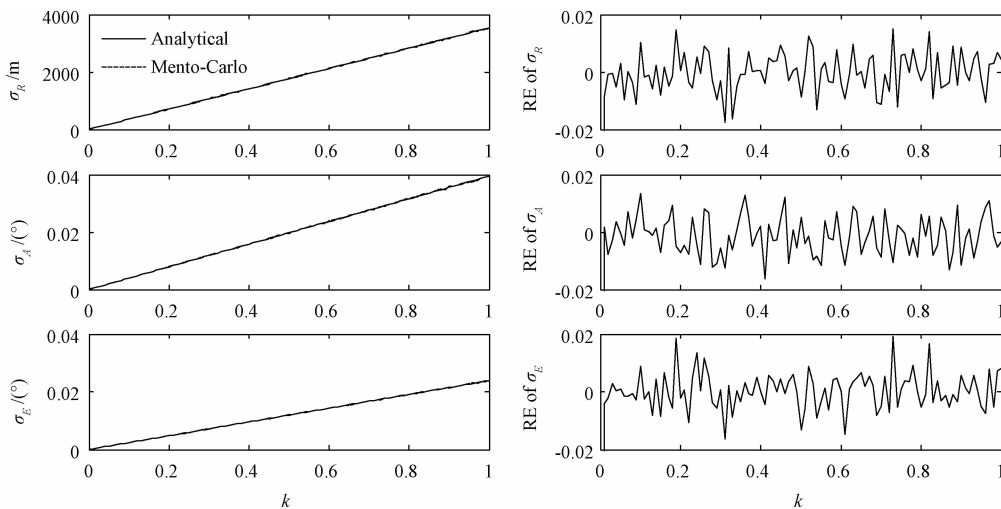


图 6 GEO 目标 RAE 参数误差标准差随比例因子 k 的变化曲线

Fig.6 Curve of RAE parameters error

standard deviations vs. scaling factor k for GEO object

比例因子 $k = 1$ 时计算得到的 R 、 A 、 E 、 φ 和时间的误差标准差分别为

$$\sigma_R = 3542.085 \text{ m}, \sigma_A = 0.03954^\circ$$

$$\sigma_E = 0.02386^\circ, \sigma_\varphi = 0.04107^\circ, \sigma_T = 3.0838 \text{ s}$$

4.2.2 结果分析

(1) 本文的协方差转换方法计算结果与 Monte-Carlo 仿真结果吻合较好,相对误差不大于 0.02,这说明本文的方法是正确的。

表 2 卫星和 GEO 目标位置速度坐标

Table 2 Position and velocity coordinates of the satellite and the GEO object

位置	X / m	Y / m	Z / m
卫星	-2168553.084	-549871.064	-6727142.823
GEO 目标	-29808390.834	29827677.721	-1086537.889
速度	$V_x / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$V_y / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	$V_z / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
卫星	5292.1461	4861.9776	-2104.2818
GEO 目标	-2164.0755	-2170.9235	-232.2620

15000(单位为 m)。用比例因子 k 乘以基准值得到实际协方差矩阵,令比例因子 k 从 0 变化到 1,根据式(19)、(20)、(26)和(28)计算 σ_R 、 σ_A 、 σ_E 、 σ_φ 、 $\sigma_{T,\text{GEO}}$ 随比例因子 k 的变化曲线。同时用 Monte-Carlo 方法进行验证,采样点数为 10^4 ,具体方法同第 4.1.1 节。对比公式计算结果和 Monte-Carlo 仿真结果,并求出相对误差(RE)。图 6 和图 7 给出了计算结果和 Monte-Carlo 仿真结果以及相对误差随比例因子的变化曲线。

(2) 相对距离、方位角、俯仰角、角距误差标准差随比例因子的增大呈近似线性增长,这说明轨道预报误差越大,距离方位角俯仰角的误差也随之线性增大。

(3) 与 LEO 目标相比,GEO 目标的方位角和俯仰角误差都较小,这是由于进行 GEO 目标观测时卫星和目标的距离很远,位置误差对相对方向角的影响很小。

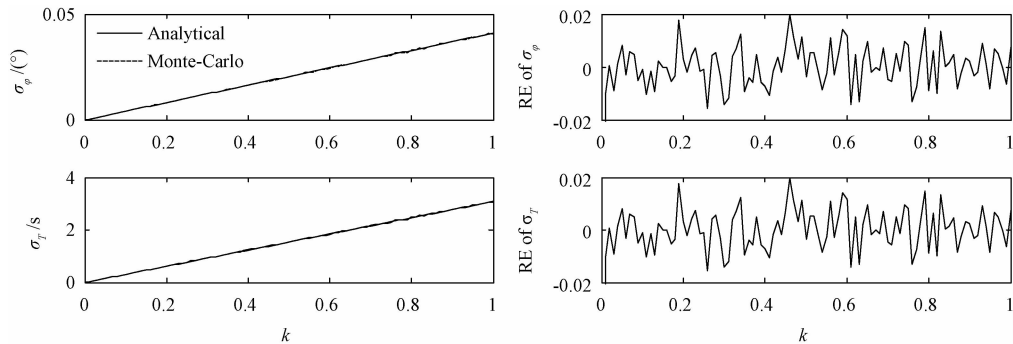
图7 GEO目标观测时间误差随比例因子 k 的变化曲线

Fig.7 Curve of observation time error

standard deviations vs. scaling factor k for GEO object

(4) 进行 GEO 目标观测时,卫星对 GEO 目标的观测时间一般较长,有十几分钟,时间步长可取大一些如 10 秒。时间误差 3 s 小于该时间步长,满足任务的要求

5 结论

本文以天基光学空间目标监视为研究背景,将天基监视卫星和空间目标的轨道预报误差引入交会计算和可观测时段预报,给出了交会信息和可观测时段预报的误差分析方法。在不同坐标系之间和不同参数类型之间的协方差转换基本方法的基础上,推导了从 RSW 轨道坐标系到 RAE 参数(距离、方位角、俯仰角)的协方差转换方法。对于 LEO 目标可观测时段主要由卫星和目标的相对距离决定。对于 GEO 目标可观测时段主要由卫星和目标的相对方向角决定。在该简化条件的基础上,分别引入相对速度和角距变化率,进行了从交会信息误差到时间误差的折合,确定了 LEO 相机和 GEO 相机可观测时段的误差。

研究表明,本文的交会计算和可观测时段误差分析方法计算结果与 Monte-Carlo 仿真结果吻合较好,相对误差不大于 0.04。利用典型的轨道预报误差计算,LEO 目标观测的可观测时段误差为 0.2 秒量级,而时段长度一般为几秒量级。GEO 目标观测的可观测时段误差为 3 秒量级,而时段长度一般为十几分钟。时间误差与时段长度相比属于小量,可以满足任务要求。

参 考 文 献

[1] 柳中贵. 近地空间目标监视网设计[J]. 飞行器测控学报, 2000, 19(4): 9-17. [Liu Zhong-gui. Design of space

surveillance net for LEO objects [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2000, 19(4): 9-17.]

- [2] 乔凯, 王治乐, 丛明煜. 空间目标天基与地基监视系统对比分析[J]. 光学技术, 2006, 32(5): 744-749. [Qiao Kai, Wang Zhi-le, Cong Ming-yu. Analysis on space based and ground based surveillance system to space target [J]. Optical Technique, 2006, 32(5): 744-749.]
- [3] Gaposchkin E M, Braun C V, Sharma J. Space-based space surveillance with the space-based visible [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(1): 148-152.
- [4] Sharma J. Space-based visible space surveillance performance [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(1): 153-158.
- [5] Stokes G H, Braun C V, Sridharan R, et al. The space-based visible program [C]. AIAA 2000-5334, AIAA Space 2000 Conference and Exposition, Long Beach, CA, 2000.
- [6] King Y J, Garnham J, Preiss B. Innovative space-based surveillance concepts [C]. AIAA 2001-4553, AIAA Space 2001 Conference and Exposition, Albuquerque, NM, 2001.
- [7] Sharma J, Stokes G H, Braun C V, et al. Toward operational Space-based space surveillance [J]. Lincoln Laboratory Journal, 2002, 13(2): 309-313.
- [8] 王杰娟, 于小红. 国外天基空间目标监视研究现状与特点分析[J]. 装备指挥技术学院学报, 2006, 17(4): 33-37. [Wang Jie-juan, Yu Xiao-hong. The current development and characteristics analysis of foreign space-based space surveillance [J]. Journal of the Academy of Equipment Command & Technology, 2006, 17(4): 33-37.]
- [9] 李骏. 空间目标天基光学监视跟踪关键技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009. [Li Jun. Research on key technologies of space objects surveillance and tracking in space-based optical surveillance [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009.]
- [10] 盛卫东. 天基光学监视系统目标跟踪技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2011. [Sheng Wei-dong. Research on target tracking technologies for space-based optical surveillance system [D]. Changsha: National University of Defense

- Technology, 2011.]
- [11] 唐毅. 天基 GEO 目标监视系统星座设计与初始轨道确定方法研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013. [Tang Yi. Study on constellation design and initial orbit determination method for space-based GEO object surveillance system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013.]
- [12] 桑思武, 许尤楠, 刘艳华, 等. 空间碎片天基光电光学可见条件与预报[J]. 天文研究与技术, 2006, 3(3): 271 - 274. [Sang Si-wu, Xu You-nan, Liu Yan-hua, et al. Visible condition and prediction of the space debris with space-based photoelectricity [J]. Astronomical Research & Technology, 2006, 3(3): 271 - 274.]
- [13] 赵砚, 易东云, 潘晓刚, 等. 基于天基光学观测的空间目标可见性分析[J]. 飞行器测控学报, 2007, 26(3): 5 - 12. [Zhao Yan, Yi Dong-yun, Pan Xiao-gang, et al. Analysis of space object's visibility based on space-based optics observation [J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2007, 26(3): 5 - 12.]
- [14] 蓝朝桢, 李建胜, 马赛金, 等. 在轨目标天基光学观测可见性预报与分析[J]. 光电工程, 2008, 35(12): 23 - 27. [Lan Chao-zhen, Li Jian-sheng, Ma Sai-jin, et al. Prediction and analysis of orbital target's visibility based on space-based optics observation [J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(12): 23 - 27.]
- [15] 吴小华. 基于天基光学测量的空间目标轨道确定及其精度分析[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2011. [Wu Xiao-hua. Orbit - determination and precision analysis of space objects based on space - based optical surveillance [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2011.]
- [16] Burnham W F, Morton Jr F E, Sridharan R, et al. Mission planning for space-based surveillance with the space-based visible sensor [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(1): 165 - 169.
- [17] Stotler R. Intelligent space surveillance network (SSN) scheduling [C]. AIAA 2012 - 2434, Infotech @ Aerospace 2012, Garden Grove, California, 2012.
- [18] Wang J L, Fu T, Gao M G, et al. Sensor scheduling criterion for space surveillance based on relative orbit analysis [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36(5): 1453 - 1463.
- [19] Oswald M, Wiedemann C, Wegener P, et al. Accuracy of space debris orbit determination using space-based optical sensors [C]. IAC-03-IAA. 5.1.08, 54th International Astronautical Congress, Bremen, Germany, 2003.
- [20] Braun C, Sharma J, Gaposchkin E. Space-based visible metric accuracy [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(1): 175 - 181.
- [21] 张辉, 田宏, 林玲, 等. 空间目标天基天文定位误差分析[J]. 宇航学报, 2010, 31(5): 1345 - 1351. [Zhang Hui, Tian Hong, Lin Ling, et al. Error analysis of space-based celestial positioning for space object [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(5): 1345 - 1351.]
- [22] 程军, 张伟, 丛明煜, 等. 空间目标相对运动角参数的天基光学测量精度分析[J]. 光学技术, 2010, 36(1): 10 - 13. [Cheng Jun, Zhang Wei, Cong Ming-yu, et al. Measure precision analysis of relative movement angles for space object based on spaceborne electron-optical sensor [J]. Optical Technique, 2010, 36(1): 10 - 13.]
- [23] 盛卫东, 徐洋, 周一宇, 等. 天基光学传感器的视线测量误差分析[J]. 宇航学报, 2011, 32(1): 129 - 135. [Sheng Weidong, Xu Yang, Zhou Yi-yu, et al. Analysis of LOS measurement error for space-based optical sensor [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(1): 129 - 135.]
- [24] 王秀红, 李俊峰, 王彦荣. 天基照相机监测空间目标定轨方法及精度分析[J]. 光学精密工程, 2013, 21(6): 1394 - 1403. [Wang Xiu-hong, Li Jun-feng, Wang Yan-rong. Orbit determination and precision analysis of space object with space-based camera [J]. Optics and Precision Engineering, 2013, 21(6): 1394 - 1403.]
- [25] Vallado D A. Fundamentals of astrodynamics and applications [M]. Second Edition. El Segundo: Microcosm Press, 2004.

作者简介:

白显宗(1983 -),男,博士,讲师,主要研究方向为空间目标监视、轨道力学、误差分析与碰撞预警。

通信地址:北京市丰台区南苑警备东路6号5区(100076)

电话:18612828900

E-mail: baixz@nudt.edu.cn

(编辑:曹亚君)