

## 第六章

# 电磁场的辐射

## 6.3 磁偶极辐射和电四极辐射

# 1. 矢势展开式第二项的数学分解

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 e^{ikR}}{4\pi R} \int \vec{J}(\vec{x}') \left( 1 - ik\vec{n} \cdot \vec{x}' + \frac{1}{2!} (-ik\vec{n} \cdot \vec{x}')^2 + \dots \right) dV'$$

$$\vec{A} = \vec{A}^{(0)} + \vec{A}^{(1)} + \vec{A}^{(2)} + \dots$$

第一项属于电偶极辐射。第二项辐射的物理模型对应？

$$\vec{A}^{(1)}(\vec{x}) = -\frac{\mu_0 e^{ikR}}{4\pi R} ik \int_V \vec{J}(\vec{x}') [\hat{n} \cdot \vec{x}'] d\tau' \quad \text{分解成两项}$$

$$= -\frac{ik\mu_0}{4\pi R} e^{ikR} \int_V \frac{1}{2} \left[ (\hat{n} \cdot \vec{x}') \vec{j}(\vec{x}') + (\hat{n} \cdot \vec{j}(\vec{x}')) \vec{x}' \right] d\tau'$$

$$- \frac{ik\mu_0}{4\pi R} e^{ikR} \int_V \frac{1}{2} \left[ (\hat{n} \cdot \vec{x}') \vec{j}(\vec{x}') - (\hat{n} \cdot \vec{j}(\vec{x}')) \vec{x}' \right] d\tau'$$

$$\vec{A}_{(m)}^{(1)}(\vec{x}) \quad \text{磁偶极势}$$

$$\vec{A}_{(e)}^{(1)}(\vec{x}) \quad \text{电四极势}$$

$$\vec{A}^{(1)}(\vec{x}) = \frac{ik\mu_0}{4\pi R} e^{ikR} (\hat{n} \times \vec{m})$$

$$- \frac{ik\mu_0}{24\pi R} e^{ikR} (\hat{n} \cdot \dot{\vec{D}})$$

## 2. 矢势展开式第二项的物理内涵

(1) 磁偶极辐射势与场

$$\vec{A}_{(m)}^{(1)}(\vec{x}) = \frac{ik\mu_0 e^{ikR}}{4\pi R} \hat{n} \times \vec{m}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 e^{ikR}}{4\pi R c^2} (\ddot{\vec{m}} \times \hat{n}) \times \hat{n}$$

$$\vec{E} = c\vec{B} \times \hat{n} = -\frac{\mu_0 e^{ikR}}{4\pi R c} (\ddot{\vec{m}} \times \hat{n})$$

(2) 电四极辐射势与场

$$\vec{A}_e^{(1)}(\vec{x}) = -\frac{ik\mu_0 e^{ikR}}{24\pi R} \hat{n} \cdot \dot{\vec{D}}$$

$$\vec{B} = \frac{e^{ikR}}{24\pi\epsilon_0 R c^4} \ddot{\vec{D}} \times \hat{n}$$

$$\vec{E} = \frac{e^{ikR}}{24\pi\epsilon_0 R c^3} (\ddot{\vec{D}} \times \hat{n}) \times \hat{n}$$