第一章

经典电动力学的理论基础

本章重点、难点及主要内容简介

认知重点：从特殊到一般，由电磁实验定律及假设，并推广总结出麦克斯韦方程。

认知难点：场的边值关系、电磁场能量与动量

主要内容:

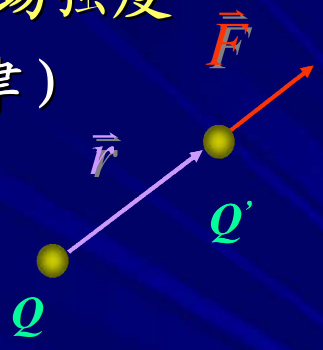
1. 讨论实验定律，归纳出静电场、静磁场方程;
2. 讨论电磁感应定律，全面分析问题，提出假设，总结真空中麦氏方程;
3. 讨论介质电磁性质，得出介质中麦氏方程;
4. 由三大基本假设；引入电磁场能量与动量的表示

1.1. 静电现象的基本规律

1.1.1、 库仑定律和电场强度

1. 库仑定律（实验定律）

$$\boxed{\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{QQ'}{r^2}\hat{r}}$$



点电荷模型
真空中

静电作用力方式的两种物理解释:

超距作用：一个点电荷超越空间距离无需借助中介便可对另一点电荷即时施加作用（错误）。

场致作用：点电荷相互作用力通过场来传递（正确）。

2. 电场强度

电场激发方式：电荷在自己周围空间激发电场。

1）电场强度

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{\vec{F}}{Q'}$$

从作用力的角度描述静电场性质的物理量。

2）点电荷产生的场强

$$\vec{E}(\vec{x}) = \frac{\vec{F}}{Q'} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}}{r^3}$$

3）多点电荷产生的场强

$$\vec{E}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^{n}\frac{Q_i}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{r}_i}{r_i^3} = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i$$

5. 连续分布电荷激发的电场强度

$$\vec{E}(\vec{x}) = \int_V \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} \Leftarrow d\vec{E} = \frac{dQ\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

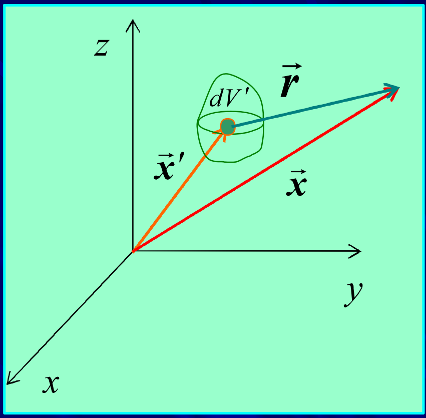
$$dQ = \begin{cases} \rho\, dV' & \text{体电荷分布} \\ \sigma\, ds' & \text{面电荷分布} \\ \lambda\, dl' & \text{线电荷分布} \end{cases}$$

场强积分式反映了电荷体系整体产生场的特性，不能表征场与源之间的局域作用特性。此问题要用微分关系来解决。

关于场强数学积分式表征的说明

（以体分布为例）

$$\vec{E}(\vec{x}) = \int_V \frac{\rho(x')}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3} dV'$$



$\vec{x}$ ——场点坐标

$\vec{x}'$ ——电荷源微分点的坐标

$\vec{r} = \left|\vec{x} - \vec{x}'\right|$ ——电源点指向场点的矢量

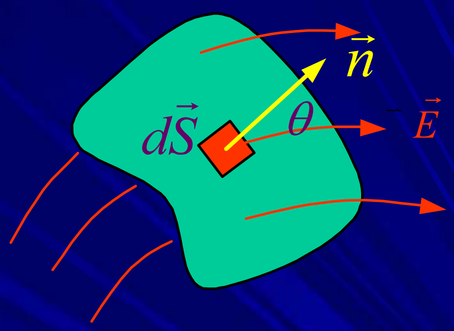
从数学上讲，确定一个矢量场的基本特性应由其散度和旋度方程来表述，对于一个具体的矢量场还应加上相应的边界条件。

1.1.2、高斯定理与静电场的散度方程

1. 高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$Q = \int_V \rho(\vec{x}')dV'$$



静电场对任一闭合曲面的通量等于面内电荷与真空介电常数比值。

它适用求解对称性很高情况下的静电场。

它反映了电荷分布与电场强度在给定区域内的关系，不反应电场的点与点间的关系。

电场是有源场，源为电荷。

1.静电场的散度

对电场积分式求散度

$$\nabla\cdot\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_V\rho(\vec{x}')\nabla\cdot\frac{\vec{r}}{r^3}dV'=\frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\int\rho(\vec{x}')\nabla^2\frac{1}{r}dV'$$

$$=\frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\int(-4\pi)\delta(\vec{x}-\vec{x}')\rho(\vec{x}')dV'$$

$$=\frac{\rho(x')}{\varepsilon_0}$$

$$\delta(\vec{x}-\vec{x}')=\frac{1}{4\pi}\nabla\cdot\frac{\vec{r}}{r^3}$$

$$\boxed{\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

空间某点场的散度只与该点电荷密度有关。
描述静电场在空间各点发散和会聚情况。

2. 静电场的高斯定理

$$\boxed{\nabla\cdot\vec{E}=\frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

对此式两边进行体积分

$$\int\nabla\cdot\vec{E}dV=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho(\vec{x})dV=\frac{Q}{\varepsilon_0}\qquad\int_V\nabla\cdot\vec{E}dV=\oint_S\vec{E}\cdot d\vec{S}$$

$$\therefore\oint_s\vec{E}\cdot ds=\frac{Q}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\varepsilon_0}\int\rho(\vec{x})dV$$

静电场的高斯定理

对于微小体积元

$$\oint_s\vec{E}\cdot d\vec{s}=\int_{\Delta v}\nabla\cdot\vec{E}dV\equiv\nabla\cdot\vec{E}\Delta V$$

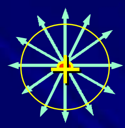
$$\boxed{\therefore\quad\nabla\cdot\vec{E}=\lim_{\Delta v\to0}\frac{\oint\vec{E}\cdot ds}{\Delta V}}$$

某点的散度为该点附近单位体积中发出的电通量。

3.静电场散度方程物理意义的讨论

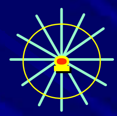
$$\boxed{\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}}$$

$\boxed{\rho(\vec{x}) > 0,\quad \nabla \cdot \vec{E} > 0}$ $\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} > 0}$



场线产生点

$\boxed{\rho(\vec{x}) < 0,\quad \nabla \cdot \vec{E} < 0}$ $\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} < 0}$



场线终止点

$\boxed{\rho(\vec{x}) = 0,\quad \nabla \cdot \vec{E} = 0}$ $\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0}$

场线连续点

1）散度式涵盖的物理内容比库仑定律更加普遍深刻，可推广到迅变场。

2）散度式表明：电荷在其邻近激发场，远处的场由内部作用传递出去

1.1.3. 静电场的旋度与环路定理

1. .静电场的旋度

对电场积分式求旋度

$$\nabla\times\vec{E}=\nabla\times\left\{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\rho(\vec{x}')\frac{\vec{r}}{r^3}dV'\right\}$$

$$=\nabla\times\left\{\nabla\left(\frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\int\rho(\vec{x}')\frac{1}{r}dV'\right)\right\}$$

$$=\nabla\times\nabla f$$

$$=0$$

$$\boxed{\nabla\times\vec{E}=0}$$

静电场为无旋场

2. .静电场的环路定理

$$\boxed{\nabla \times \vec{E} = 0}$$

两边进行面积分

$$\oint_s (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{s} = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\boxed{\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0}$$

表明静电场力线不闭合，场对电荷的闭合路径做功为零，静电场为保守场。

1.1.4 静电场的基本方程

微分方程

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_0} \\ \nabla \times \vec{E} = 0 \end{cases}$$

电荷与电场的散度局域关系
有源场（电场线的源）

电荷与电场的旋度局域关系
无旋场

积分方程

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

作功与路径无关

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = Q / \varepsilon_0$$

闭合面通量由面内电荷决定

微分方程反映了本身的局域特性，表明静电场为无旋有源场——纵向场。

积分方程，反映了电荷激发电场的整体特性