教育研究

1988年全国青年力学竞赛复赛试题

材料力学部分

1．一体重为 W 的跳水运动员站在厚 $2a$ 长为 L 的悬臂梁跳水板之端部，已知梁的许用应力为 σ_B，惯矩为 J，弹性模量为 E．允许他起跳的高度在（　　）以内．

2．两端简支，长为 l 的直圆管中，定常地以速度 v 流动着液体．已知管的弹性模量 E，转动惯量 $J=J_x=J_y$．管单位长度的质量为 ρ_1，液体沿单位管长的质量为 ρ_2，则液体的速度 $v_{cr}=$（　　）时管子将失稳．

3．一形状不规则的弹性容器，已知，若在标准大气压 p_0 下，在容器的 A，B 两点上，沿直线 AB 作用大小相等方向相反的一对力 Q 时．当容器中充满了不可压流体，再压入一定体积 V_1 的此种液体，测得容器中压力为 p，此时 A，B 两点的距离增加为（　　）．

4．截面为圆的弹性圆环，已知截面半径为 r，圆环半径为 $R(\gg r)$．在圆环直径两端 A，B 施一对大小相等，方向相反，绕直径旋转的扭矩，已知材料的弹性模量为 E，泊桑比 $\gamma=\dfrac{1}{3}$，扭力矩大小为 M．这时 A，B 两点上圆环的切线段相对转角 $\varphi=kM^aE^bR^cr^d$，这里 $a=$（　　），$b=$（　　），$c=$（　　），$d=$（　　），$k=$（　　）．

5．半径为 R 的球体，均匀而不可压缩，密度为 ρ，质点之间的作用力服从万有引力，引力常数为 G，球心处的应力为（　　）．

理论力学部分

说明：有些问不必作详细计算即可回答．是（画∨）非（画×）题，共25问．评分：答对4分，答错0分，不回答1分．

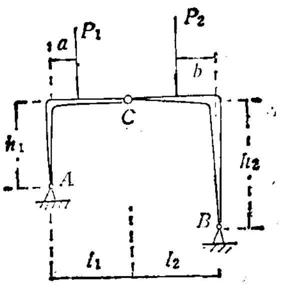
一、静力学	①	
	②	
	③	
	④	
	⑤	
二、运动学	⑥	
	⑦	
	⑧	
	⑨	
	⑩	
三、动力学	⑪	
	⑫	
	⑬	
	⑭	
	⑮	
四、有心运动	⑯	
	⑰	
	⑱	
五、综合题	⑲	
	⑳	
	㉑	
	㉒	
	㉓	
	㉔	
	㉕	

一、静力学　不对称三铰拱 ACB，受到竖直载荷 P_1 和 P_2 的作用．支座反力为 R_A 和 R_B（图1）．

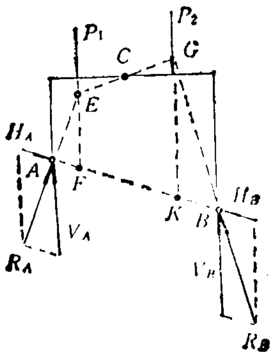
① 假若 $P_1(l_1-a)=P_2(l_2-b)$ 图1(a)，则载荷 P_1 和 P_2 可以用它们的合力（作用于 C）来代替，这样所得支座反力 R_A 和 R_B 不变．（　　）

② 假若 $P_1=-P_2$，即 (P_1,P_2) 组成一力偶图1(b)，则 R_A 和 R_B 作用线相平行．（　　）

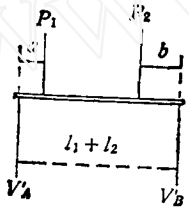
③ 将 R_A 分解为沿 AB 方向（不是水平的）和竖直方向两个分力 H_A 和 V_A，将 R_B 类似地分解为 H_B 和



(a)



(b)



(c)

图 1

V_B，则 H_A 和 H_B 大小相等且方向相反．图 1(b)
( )

④ 图 1(c) 为一简支梁，它由三铰拱"投影"而得(中间没有铰)，即 P_1，P_2，a，b，l_1+l_2 同三铰拱．则有

$V'_A=V_A$，$V'_B=V_B$ ( )

⑤ 在三铰拱中，R_A 和 P_1 作用线交于 E 点，它在 AB 上的竖直投影是 F 点．同样，R_B 和 P_2 交于 G 点，其投影是 K 点．如简支梁 P_1 和 P_2 处的弯矩分别为 M_1 和 M_2，则有 $M_1:M_2=EF:GK$． ( )

二、运动学 平面上杆 OA 绕 O 点不均匀地转动，杆 BC 作非匀速的平行移动．两杆都穿过小环 P．在某一瞬间 OA 的角速度大小为 ω，角加速度大小为零，杆 BC 在这瞬间与 OA 相垂直，离 O 的(垂直)距离为 a，速度大小为 u，加速度为零．

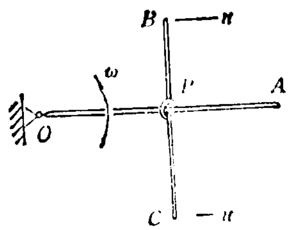


图 2

分析这瞬间环 P 的运动(图 2)．

⑥ P 的(绝对)速度大小为 $\sqrt{u^2+a^2\omega^2}$． ( )

⑦ 如以杆 OA 为动参考系，P 为运动点，则 P 点的牵连加速度大小为 $a\omega^2$． ( )

⑧ 条件同⑦，P 点的科氏 (Coriolis) 加速度大小是 $2u\omega$． ( )

⑨ 条件同⑦，P 点的相对加速度大小是 $a\omega^2$．( )

⑩ P 的(绝对)加速度大小是 $2u\omega$． ( )

三、动力学 均质细杆在光滑水平面上按惯性作平行移动，速度方向垂直于杆．在某一瞬间杆的一端突然遇到并粘附上一原为静止的泥团，泥团的质量与杆相同．分析杆和泥团结合在一起后继续在水平(光滑)面上的运动(图 3)．

⑪ 结合后系统(包括杆和泥团)质心的速度是细杆原速度的 1/2． ( )

⑫ 系统的动能是原来动能的 4/5． ( )

⑬ 杆上各点的速度最大为原速度的 7/5 ( )

⑭ 在整个运动过程和杆上所有点中，不可能出现速度方向和原速度方向相反的情况． ( )

⑮ 水平面的总反力大小在运动过程中不变．( )

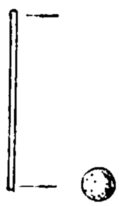


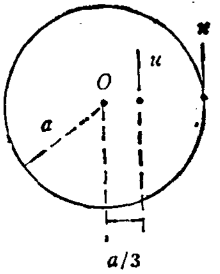
图 3

四、有心运动 质点在平方反比引力作用下运动(开普勒问题)．已知当质点作半径为 a 的圆运动时，它的速度大小是 u (图 4)．

⑯ 设初始条件为：质点离力心的距离是 $a/3$，速度大小仍为 u，且垂直于质点和力心的连线，则质点的轨道是一椭圆． ( )

⑰ 条件同 ⑯，质点在运动中离力心的距离不会超过 $a/3$． ( )

⑱ 设初始条件改为：离力心距离是 $3a$，速度大小和



方向和以前一样，则质点轨道是一支双曲线的半条. ( )

五、综合题 形状相同、密度不同的两个均匀的半圆柱体粘合成为一个完整的圆柱体. 已知圆柱体的总质量是 m，半径为 a，质心 C 离粘合平面的距离是 e 图(5).

⑲ e/a 不可能大于 $4/9$. ( )

⑳ 圆柱体绕中心轴 O 的转动惯量是 $\frac{1}{2}ma^2$. ( )

㉑ 圆柱体对 C 轴的转动惯量是 $m\left(\frac{1}{2}a^2-e^2\right)$ ( )

现设圆柱体从图示位置(粘合面竖直)出发，无初

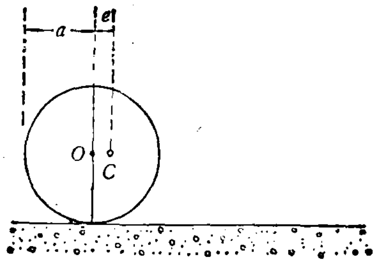


图 5

速地在粗糙水平面上滚动.

㉒ 圆柱体不可能一直向右滚去，而是在向右滚过 πa 距离时又回到速度为零，并开始向左滚回. ( )

㉓ 设运动中粘合面与竖直面夹角为 φ，则

$$\dot{\varphi}^2 = 4ge\sin\varphi/(3a^2-4ae\sin\varphi).$$

( )

㉔ 运动中水平面摩擦力最大为 $mge/3a$. ( )

㉕ 运动中水平面受到的法向压力最大为

$$[1+4e^2/(3a^2-4ae)]mg.$$

( )

注：㉔㉕需经过较多的计算才能判断是非.

关于《弹性稳定》教学中若干论点的讨论(一)基本概念

吴 明 德

(清 华 大 学)

弹性稳定在实际工程中是个重要的课题，诸如航空、土建、船舶、海洋以及其它许多专业都会遇到各种类型的失稳问题，同时稳定定义对于初学者来说又是个难于理解的新概念，历来同学学习本课题时都是个难点而且又容易与以前习惯的强度刚度相混淆. 加之教师们在教授稳定概念及定义时又是众说纷云，学派各异，各种教材及专著中也不尽相同. 那么如何教给同学以清晰正确的稳定概念与定义以便在今后的工作中正确应用以及进一步进行科学研究就成为一个重要的问题.

1.稳定定义及基本概念

目前教材中对稳定的定义主要有两种不同的观点，一种从工程实际设计观点出发，以缺陷系统(或称不完善系统，意指几何缺陷或加载偏心等)的压杆为模型，从开始加力起杆件就产生压弯现象，当侧向挠度迅速增大(或挠度趋于无穷)则将失去承载能力，由此来定义失稳，此时载荷(极限载荷)即作为临界载荷. 这种观点的代表著作就是铁木辛柯 (S. Timoshenko) 的材料力学，从 30 年代到 60 年代几经再版都是如此. 直到 70 年代与盖尔 (J. Gere) 合写的材料力学才在缺陷系统讲述之后，增加了理想的中心受压杆平衡稳定性的论述. 当然铁氏的稳定专著则不然，书中详细讨论了理想模型的稳定性，重新定义了临界力的定义、其原因可能是考虑了教学法如何引出新概念易于为同学所接受. 另一种则是从实际工程中抽象出来的理想完善系统的中心受压杆件的力学模型出发，给出分支点 (bifurcation point) 失稳定义. 研究变形体的平衡稳定性，就是观察平衡状态的变化，所谓压杆失稳(或称屈曲) 就是由初始直线平衡状态过渡到另一种新的弯曲平衡状态，而原来的直线平衡状态开始变为不稳定，此时对应的载荷称为临界载荷或分支点载荷. 如图 1(b)、(c) 所示，C 点即分支点，超过此点可能有两种