

沈阳工业大学

2010 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 1 页 共 2 页

一 判断下列命题是否正确, 并简要说明理由. (每小题 6 分, 本题共 60 分)

1. 设 $\{a_n\}$ 为一数列, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = |A|$.
2. $\{a_n\}$ 为一单调数列, 且含有一个收敛子列, 则 $\{a_n\}$ 收敛.
3. 若 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 存在二重极限, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \lim_{y \rightarrow y_0} f(x, y)$ 存在.
4. 设 $\sum u_n$ 为正项级数, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} n u_n = 0$, 则 $\sum u_n$ 收敛.
5. 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导, 且 $f'_+(a) \cdot f'_-(b) < 0$, 则存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = 0$.
6. 设 $f(x)$ 在点 x_0 具有任意阶导数, 则其泰勒级数收敛于函数本身.
7. 若 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 有界, 则 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 可积.
8. 设 $a_n, b_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 为 $f(x)$ 的傅里叶系数, 若 $\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + |b_n|)$ 收敛, 则 $f(x)$ 的傅里叶级数一致收敛.
9. 设 D 是单连通区域, 函数 $P(x, y), Q(x, y)$ 在 D 内连续且具有一阶连续偏导数, $Pdx + Qdy$ 是 D 内某一函数 $u(x, y)$ 的全微分, 则 $\oint_l Pdx + Qdy = 0$, 其中 l 为 D 内一段光滑封闭曲线.
10. 设 $H = \left\{ \left(\frac{1}{n+2}, \frac{1}{n} \right) \mid n = 1, 2, \dots \right\}$ 则不能从 H 中选出有限个开区间覆盖 $(\frac{1}{100}, 1)$.

沈阳工业大学

2010 年硕士研究生招生考试题签

(请考生将题答在答题册上, 答在题签上无效)

科目名称: 数学分析

第 2 页 共 2 页

二 考察函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & , x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在原点的可微性. (本题 12 分)

三 函数 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导, 且 $f'(x)$ 有界, 证明 $f(x)$ 在 (a, b) 内一致连续. (本题 10 分)

四 设 $z = f(x, \frac{x}{y})$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$. (本题 16 分)

五 计算下列各题 (本题共 20 分)

$$1. \iint_{\Sigma} x^3 dydz + y^3 dzdx + (z^3 - a^3) dxdy,$$

其中 Σ 为上半球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2 (a > 0)$ 的外侧. (本小题 12 分)

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin x) - \sin(\sin x)}{\tan x - \sin x} \quad (\text{本小题 8 分})$$

六 设 $f_n(x) = n^{\frac{1}{2}} x e^{-nx} (n = 1, 2, \dots)$, 证明 $f_n(x)$ 在 $[0, 1]$ 上一致收敛于 0. (本题 10 分)

七 证明 $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{1+x} \cos x dx$ 条件收敛. (本题 12 分)

八 设 $f_0(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, $f_{n+1}(x) = \int_a^x f_n(t) dt \quad n = (0, 1, 2, \dots)$,

证明: $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$ 在 $[a, b]$ 上一致收敛. (本题 10 分)