

高成, 孙建国, 齐鹏等. 2015. 2D 共炮时间域高斯波束偏移. 地球物理学报, 58(4):1333-1340, doi:10. 6038/cjg20150420.

Gao C, Sun J G, Qi P, et al. 2015. 2-D Gaussian-beam migration of common-shot records in time domain. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 58(4):1333-1340, doi:10. 6038/cjg20150420.

## 2D 共炮时间域高斯波束偏移

高成<sup>1,2</sup>, 孙建国<sup>1,2\*</sup>, 齐鹏<sup>1,2</sup>, 孙辉<sup>1,2</sup>, 刘志强<sup>1,2</sup>, 刘明忱<sup>1,2</sup>

1 吉林大学地球探测科学与技术学院, 长春 130026

2 国土资源部应用地球物理综合解释理论实验室, 长春 130026

**摘要** 针对传统射线方法在奇异区成像精度不高, 而 2D 频率域高斯波束叠前深度偏移需要计算成像点处每个频率的格林函数, 影响计算效率的问题, 本文通过使用复走时代替实走时, 改变频率域下成像公式的积分顺序, 给出了在时间域下进行高斯波束偏移的方法和计算公式. 本文使用复杂数值模型验证了 2D 时间域高斯波束叠前偏移方法的正确性, 并同传统射线偏移成像结果做了对比. 对比结果表明时间域高斯波束偏移在成像精度上优于传统射线偏移.

**关键词** 时间域; 高斯波束偏移; 叠前深度偏移; 复走时

doi:10. 6038/cjg20150420

中图分类号 P631

收稿日期 2014-08-31, 2015-03-29 收修定稿

## 2-D Gaussian-beam migration of common-shot records in time domain

GAO Cheng<sup>1,2</sup>, SUN Jian-Guo<sup>1,2\*</sup>, QI Peng<sup>1,2</sup>, SUN Hui<sup>1,2</sup>,

LIU Zhi-Qiang<sup>1,2</sup>, LIU Ming-Chen<sup>1,2</sup>

1 *GeoExploration of Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China*

2 *Laboratory for Integrated Geophysical Interpretation Theory, Ministry of Land and Resources, Changchun 130026, China*

**Abstract** The traditional ray method don't perform well in the caustic and shadow region because its image accuracy is low. While the 2D Gaussian beam prestack depth migration in the frequency domain is less efficient because it needs calculation of Green function of all frequencies at imaging points. To solve these problems, we propose a novel method of 2D Gaussian beam migration of common-shot records in the time domain.

In Gaussian beam migration, the source and recorded wavefield are both based on the Green functions staked by Gaussian beam from the source point and the receive point. Thus we can use the source wavefield and the recorded wavefield to generate the migrated image. Amplitude and exponential terms are both complex numbers, as Green function is complex and the traveltime expressed by the exponential term is called complex traveltime. This complex traveltime at the image point is determined by the second-order Taylor expansion of the nearest point's traveltime in the center ray. With the image condition, the migration formula is a triple integral of the horizontal slowness, vertical slowness and frequency, and the integrand is also a complex number. Focused on the real part of the integrand, the triple integral is reduced to a double

**基金项目** 国家自然科学基金(41274120)资助.

**作者简介** 高成, 男, 1986 年生, 吉林大学地球探测与信息技术专业在读博士, 主要从事地震偏移成像研究. E-mail: gaocheng100@126.com

**\* 通讯作者** 孙建国, 男, 1956 年生, 博士, 教授, 主要从事波动理论与成像技术、地震资料处理方法与解释技术等方面的教学和研究工作.

E-mail: sun\_jg@jlu.edu.cn

integral by transforming the integral variable time to frequency using the Fourier transform. In the triple integral with the real part of the integrand, we change the sequence, and transform the frequency to the time by the Fourier transform to get the result that is two-fold integral of the horizontal slowness and the vertical slowness at the image time. The image time in the formula is the summation of the complex traveltimes from the source point to the image point and that from the receiver point to the image point. Because the amplitude is a complex number, so the result with the imaginary of the amplitude is needed to transform the product of the Green function and the seismic data with the Hilbert transform. Then the triple integral becomes a double integral of the horizon slowness and the vertical slowness, and the image formula becomes the summation of two double integrals.

The validity of the new method is proved on a complex numerical model. Using the Marmousi data set, the imaging result and computational efficiency of Gaussian beam migration in the time domain is compared with the method in the frequency domain. We can find that the image results of these two methods are similar, while the migration algorithm in the time domain takes less computing time. Then we compare the imaging result of Gaussian beam migration with that of Kirchhoff migration on the Sigsbee model. The migration result of Gaussian beam migration is clearer, especially for the region under the high-velocity geologic body. Gaussian beam migration section can show clear interfaces and even faults under this body which appears as migration illusion in the Kirchhoff migration. The result compared with the migrated imaging result based on the ray method indicates that Gaussian beam migration in the time domain has a higher accuracy.

In this article, we present a novel method of 2D common-shot Gaussian beam migration in the time domain by employing the Fourier transform and the Hilbert transform. The ability of this method to deal with complicated models has been validated using the Marmousi data set and Sigsbee data set. Furthermore, because of holding the similar integral kernels, this method can be applied to other types of Gaussian beam migration straightforwardly, such as common-offset, common-receiver, common-midpoint and even 3D conditions.

**Keywords** Time domain; Gaussian beam migration; Prestack depth migration; Complex travel time

## 1 引言

目前在石油地震勘探中主要应用的常规 Kirchhoff 偏移方法虽然计算速度快,但是由于其基于传统的射线传播理论,在射线焦散区内动力学射线参数  $Q$  为 0,因此在射线焦散区不能得到有限振幅,且无法到达阴影区,所以常规 Kirchhoff 偏移方法在这些区域不能很好的成像.而高斯波束在焦散区能够得到有限振幅,且在垂直于中心射线的方向上具有一定宽度,能够覆盖到阴影区,因此其对焦散区和阴影区的成像能有一定程度的改善.

1990年,基于前苏联地球物理学家 Babich 等和捷克地球物理学家 Červený 等(1982)对高斯波束的研究工作,Hill(1990)将高斯波束应用到了地震

偏移成像中,提出了叠后高斯波束偏移方法,给出了一些偏移中如窗口大小、初始波束宽和慢度间隔等初始参数的选取方法,同时亦给出了在时间域中计算高斯波束叠后深度偏移的计算思路.1992年,Hale(1992)详细对比了 Kirchhoff 偏移,倾斜叠加偏移和高斯波束偏移三者之间的优势和计算效率,高斯波束偏移在计算效果和计算效率上都是要优于前两者的.2001年,Hill(2001)提出了共偏移距的叠前高斯波束偏移方法,使高斯波束偏移方法可以应用到叠前数据当中,从而提高了计算精度.Nowack 等(2003)和 Gray(2005)都提出了共炮域的高斯波束叠前偏移方法.2009年,Gray 等(2009)给出了真振幅高斯波束偏移的计算方法和公式.2010年,Popov 等(2010)给出了基于 Kirchhoff 偏移思想的高斯波束偏移.在 Hill 方法中的上行波场是通

过倾斜叠加后的地震数据乘以接收点对成像点的格林函数的共轭所得到的反向延拓场,而 Popvo 方法中的上行波场是通过接收点在所有接收点处的格林函数进行类似 Kirchhoff 绕射积分而得到的. 2010 年, Bleistein 等(2010)又将实数表示的走时变为复数表示的走时,提出了利用复走时表示的高斯波束计算 3D 情况下振幅的方法,并且给出了 3D 情况下计算格林函数的最速下降法公式. 2012 年, 岳玉波等(2012)提出了针对复杂地表条件下的保幅高斯束偏移. 2013 年, 段鹏飞等(2013)给出了 TI 介质下的角度域高斯波束偏移的实现方法.

上述高斯波束偏移方法的共同点是这些偏移算法都是在频率域下进行的. 仅 Hill 在其 1990 年的文章中给出了时间域下高斯波束叠后偏移的计算思路,但并未完全给出时间域下高斯波束偏移的公式. 本文基于 Hill 和 Gray 等人的研究成果,使用复走时代替实走时,进一步对 Gray 共炮高斯波束偏移成像计算公式进行了推导,通过改变积分次序,使用傅里叶变换和 Hilbert 变换将频率下的计算转换成时间域下的计算,给出了 2D 情况下时间域的共炮偏移成像公式. 同时利用复杂模型对比了时间域高斯波束偏移同频率域高斯波束偏移和普通射线偏移的计算结果,对比结果表明时间域高斯波束偏移在成像精度上优于普通射线偏移,在效率上优于频率域高斯波束偏移.

## 2 时间域高斯波束偏移原理

高斯波束叠前偏移是通过高斯波束分别得到源点和接收点在成像点处的格林函数,然后通过这两个格林函数来分别合成下行波场和上行波场,最后通过对下行波场和上行波场做互相关得到成像结果. 下面,将从频率域的互相关成像条件来推导出时

间域高斯波束叠前偏移的基本原理, Zhang 等(2007)给出了频率域的互相关成像条件为

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = -i \int d\omega \operatorname{sgn}(\omega) P_U(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega) P_D^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega), \quad (1)$$

其中  $P_U(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega)$  和  $P_D(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega)$  分别表示上行波场和下行波场, \* 表示复共轭.

根据 Gray 等(2009)的文章,用格林函数表示上行波场(地表接收到的反射波场)为

$$\begin{aligned} P_U(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega) &= 2 \int d\mathbf{x}_r P_U(\mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s; \omega) \frac{\cos\theta_r}{V_r} \sqrt{-i\omega} A_{\text{ART},r} \exp[-i\omega\tau_r] \\ &= -2 \int d\mathbf{x}_r P_U(\mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s; \omega) \frac{\cos\theta_r}{V_r} i\omega G^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_r; \omega), \quad (2) \end{aligned}$$

用格林函数表示的下行波场为

$$\begin{aligned} P_D^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega) &= -2 \frac{\cos\theta_s}{V_s} \sqrt{-i\omega} A_{\text{ART},s} \exp[-i\omega\tau_s] \\ &= 2 \frac{\cos\theta_s}{V_s} i\omega G^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega), \quad (3) \end{aligned}$$

其中,  $V_s$  和  $V_r$  分别表示源点  $\mathbf{x}_s$  和接收点  $\mathbf{x}_r$  处的速度,  $\theta_s$  和  $\theta_r$  分别表示源点  $\mathbf{x}_s$  和接收点  $\mathbf{x}_r$  处的出射角,  $A_{\text{ART},s}$ 、 $A_{\text{ART},r}$  分别为源点  $\mathbf{x}_s$  和接收点  $\mathbf{x}_r$  在成像点  $\mathbf{x}$  处产生的振幅,  $\tau_s$ 、 $\tau_r$  分别为源点  $\mathbf{x}_s$  和接收点  $\mathbf{x}_r$  在成像点  $\mathbf{x}$  处通过射线理论得到的走时(图 1).

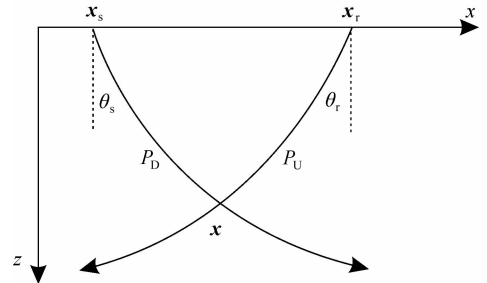


图 1 成像点处的高斯波束偏移示意图

Fig. 1 Sketch of Gaussian-beam migration at the image point

将波场代入到成像函数式(1),得:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = -4 \int d\omega i\omega |\omega| \frac{\cos\theta_s}{V_s} G^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega) \int d\mathbf{x}_r p_U(\mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s; \omega) \frac{\cos\theta_r}{V_r} G^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_r; \omega), \quad (4)$$

根据 Gray 等(2009)中的  $G(\mathbf{x}; \mathbf{x}'; \omega) = \frac{i}{4\pi} \int \frac{dp_x}{p_z} A \exp\{i\omega T\}$  可以得到源点  $\mathbf{x}_s$  和接收点  $\mathbf{x}_r$  在成像点  $\mathbf{x}$  处高斯波束表示的格林函数,分别简写为

$$\begin{aligned} G(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega) &= \frac{i}{4\pi} \int \frac{dp_x}{p_z} A_s \exp\{i\omega T_s\} \quad \text{和} \\ G(\mathbf{x}; \mathbf{x}_r; \omega) &= \frac{i}{4\pi} \int \frac{dp_x}{p_z} A_r \exp\{i\omega T_r\}, \quad (5) \end{aligned}$$

根据 e 指数的复共轭等于其幂指数的复共轭,可以得到源点  $\mathbf{x}_s$  和接收点  $\mathbf{x}_r$  在成像点  $\mathbf{x}$  处高斯波束表示的格林函数的复共轭,分别简写为

$$\begin{aligned} G^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s; \omega) &= \frac{i}{4\pi} \int \frac{dp_x}{p_z} A_s^* \exp\{(i\omega T_s)^*\} \\ &= \frac{i}{4\pi} \int \frac{dp_x}{p_z} A_s^* \exp\{-i\omega T_s^*\}, \end{aligned}$$

$$G^*(\mathbf{x}; \mathbf{x}_r; \omega) = \frac{i}{4\pi} \int \frac{dp_x}{p_z} A_r^* \exp\{i\omega T_r\}^* \\ = \frac{i}{4\pi} \int \frac{dp_x}{p_z} A_r^* \exp\{-i\omega T_r^*\},$$

其中,

$$A_s(\omega) = \text{Re}[A_s(|\omega|)] + i \text{sgn}(\omega) \text{Im}[A_s(|\omega|)],$$

$$A_r(\omega) = \text{Re}[A_r(|\omega|)] + i \text{sgn}(\omega) \text{Im}[A_r(|\omega|)],$$

分别为源点和接收点在成像点处高斯波束的振幅,

$$T(\mathbf{x}) = T(x + \Delta x, z + \Delta z) = T(x, z) + \Delta x p_x + \Delta z p_z \\ + \frac{1}{2} \Delta^2 x \left( -p_x^2 \frac{\partial v}{\partial s} - 2p_x p_z \frac{\partial v}{\partial n} + p_z^2 v^2(x, z) \frac{\partial^2 T}{\partial n^2} \right) \Big|_{T=T(x, z), v=v(x, z)} \\ + \Delta x \Delta z \left( p_x^2 \frac{\partial v}{\partial n} - p_x p_z \left( \frac{\partial v}{\partial s} + v^2(x, z) \frac{\partial^2 T}{\partial n^2} \right) - p_z^2 \frac{\partial v}{\partial n} \right) \Big|_{T=T(x, z), v=v(x, z)} \\ + \frac{1}{2} \Delta^2 z \left( p_x^2 v^2(x, z) \frac{\partial^2 T}{\partial n^2} + 2p_x p_z \frac{\partial v}{\partial n} - p_z^2 \frac{\partial v}{\partial s} \right) \Big|_{T=T(x, z), v=v(x, z)}, \quad (6)$$

其中  $(x, z)$  为  $\mathbf{x}_0$  的笛卡尔坐标,  $p_x, p_z$  为  $\mathbf{x}_0$  处中心射线的慢度分量,  $v$  为速度,  $s, n$  为  $\mathbf{x}$  的中心射线坐标,  $(x + \Delta x, z + \Delta z)$  为  $\mathbf{x}$  的笛卡尔坐标, 且根据 2D 动力学射线追踪存在  $\frac{\partial^2 T}{\partial n^2} \Big|_{T=T(s, n)} = \frac{P}{Q}$ . 一般使用公式(6)来求取公式(8)中的  $T_s$  和  $T_r$ .

由于高斯波束具有一定宽度, 所以接受点处会接收到不同波束的能量, 为了区分这些波束, 并且将这些波束的能量沿其传播的反方向延拓回去, 可以通过倾斜叠加来进行. 根据 Hill(1990)中的公式

$$1 \approx \frac{\Delta L}{\sqrt{2\pi\omega_0}} \sqrt{\left| \frac{\omega}{\omega_r} \right|} \sum_L \exp \left[ - \left| \frac{\omega}{\omega_r} \right| \frac{(x_r - L)^2}{2\tau\omega_0^2} \right], \quad (7)$$

其中  $L$  为波束中心(高斯窗中心)位置, (4)式可变为

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = \frac{\Delta L \omega_r}{4\pi^2 \sqrt{2\pi\omega_0}} \sum_L \int d\omega i\omega \frac{\cos\theta_s}{V_s} \int \frac{dp_{sr}}{p_{sz}} A_s^* \exp\{-i\omega T_s^*\} \int d\mathbf{x} \\ \times \frac{\cos\theta_L}{V_L} \int \frac{dp_{Lr}}{p_{Lz}} A_L^* \exp\{-i\omega T_L^*\} D_S(L, p_{Lr}, \omega), \quad (8)$$

其中  $\Delta L$  为高斯窗间隔. 根据 Gray 等(2009)的文章, 倾斜叠加公式定义为

$$D_s(L, p_{Lr}, \omega) = \left| \frac{\omega}{\omega_r} \right|^{3/2} \int d\mathbf{x}_r P_U(\mathbf{x}_r; \mathbf{x}_s; \omega) \exp \\ \times \left[ - \left| \frac{\omega}{\omega_r} \right| \frac{(x_r - L)^2}{2\tau\omega_0^2} \right] \exp[-i\omega p_{Lr}(x_r - L)], \quad (9)$$

成像函数中的  $\int d\mathbf{x}_r$  是倾斜叠加中对窗口内地震记录的叠加.

式(8)表示的是先对频率、源点出射的波束和高斯窗中心出射的波束进行三重积分, 然后再对不同

即负频率下的复振幅是正频率下复振幅的复共轭,

$T_s = \int_{s_1}^{s_2} \frac{ds'}{v(s')} + \frac{n_1^2}{2} \frac{P_s}{Q_s}, T_r = \int_{s_r}^{s_2} \frac{ds'}{v(s')} + \frac{n_2^2}{2} \frac{P_r}{Q_r}$  为复数形式所表示的走时, 即复走时 (Bleistein and Gray, 2010). 一般利用距离成像点  $\mathbf{x}$  最近的中心射线上的点  $\mathbf{x}_0$  在  $\mathbf{x}$  的二阶泰勒展开来求取  $\mathbf{x}$  处的复走时  $T(\mathbf{x})$ :

高斯窗所对应的三重积分求和的过程. 对式(8)的三重积分改变积分次序可以得到:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = \frac{\Delta L \omega_r}{4\pi^2 \sqrt{2\pi\omega_0}} \sum_L \int \frac{dp_{sr}}{p_{sz}} \int \frac{dp_{Lr}}{p_{Lz}} \int i\omega d\omega \frac{\cos\theta_s}{V_s} \frac{\cos\theta_L}{V_L} \\ \times A_s^* \exp\{-i\omega T_s^*\} A_L^* \exp\{-i\omega T_L^*\} D_S(L, p_{Lr}, \omega), \quad (10)$$

其中  $\frac{\cos\theta_s}{V_s} \frac{\cos\theta_L}{V_L} A_s^* \exp\{-i\omega T_s^*\} A_L^* \exp\{-i\omega T_L^*\} \times D_S(L, p_{Lr}, \omega)$  是被积函数,  $\frac{\cos\theta_s}{V_s} \frac{\cos\theta_L}{V_L}$  是与频率无关的变量.

由于最外面两层的积分  $\int \frac{dp_{sr}}{p_{sz}} \int \frac{dp_{Lr}}{p_{Lz}}$  是对每一个波束进行的积分, 故最内层对频率的积分可以理解为从源点发出的一个波束和接受点发出的一个波束在成像点处的互相关. 令:

$$I(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = \frac{\Delta L \omega_r}{4\pi^2 \sqrt{2\pi\omega_0}} \sum_L \int \frac{dp_{sr}}{p_{sz}} \int \frac{dp_{Lr}}{p_{Lz}} \frac{\cos\theta_s}{V_s} \frac{\cos\theta_L}{V_L} \\ \times I_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s), \quad (11)$$

最内层的积分可以表示为

$$I_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = \int i\omega d\omega A_s^* \exp\{-i\omega T_s^*\} A_L^* \exp\{-i\omega T_L^*\} \\ \times D_S(L, p_{Lr}, \omega) \\ = \int i\omega d\omega A_s^* A_L^* \exp\{-i\omega(T_s^* + T_L^*)\} \\ \times D_S(L, p_{Lr}, \omega), \quad (12)$$

由于  $T_s + T_L$  是复数, 所以必须将  $T_s + T_L$  拆分成实部和虚部两个数, 令  $A = A_s A_L, T = T_s + T_L, T_R = \text{Re}(T), T_I = \text{Im}(T), A_R = \text{Re}(A), A_I = \text{Im}(A)$ , (12)式可以表示为

$$\begin{aligned}
 I_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) &= \int i\omega d\omega A^* \exp\{-i\omega \operatorname{Re}(T^*) + \omega \operatorname{Im}(T^*)\} \\
 &\quad \times D_S(L, p_{Lx}, \omega) \\
 &= \int i\omega d\omega A^* \exp\{-i\omega T_R - \omega T_1\} \\
 &\quad \times D_S(L, p_{Lx}, \omega) \\
 &= \int i\omega d\omega A^* \exp\{-i\omega T_R\} \exp\{-\omega T_1\} \\
 &\quad \times D_S(L, p_{Lx}, \omega), \quad (13)
 \end{aligned}$$

其中  $\exp\{-\omega T_1\}$  构成一个衰减项(且必为衰减项, 高斯波束中  $\operatorname{Im}(p/q) > 0$ )。

基于 Hill(1990)中的公式, 可以令

$$\begin{aligned}
 \bar{D}_S(L, p_{Lx}, t, \alpha) &= \\
 \sum_{\omega} i\omega D_S(L, p_{Lx}, \omega) \exp\{-\alpha|\omega|\} \exp\{-i\omega t\}, \quad (14)
 \end{aligned}$$

这相当于定义了  $i\omega D_S(L, p_{Lx}, \omega) \exp\{-\alpha|\omega|\}$  的傅里叶反变换. 式(14)中  $\alpha$  即为  $T_1$ , 且  $\alpha > 0$  (这是由于高斯波束本身的性质决定的). 因为  $A^*$  也是一个复数, 因此(13)可以写为

$$\begin{aligned}
 I_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) &= \int i\omega d\omega [\operatorname{Re}(A^*) + i\operatorname{Im}(A^*)] \exp\{-i\omega T_R\} \\
 &\quad \times \exp\{-\omega T_1\} D_S(L, p_{Lx}, \omega) \\
 &= \int i\omega D_S(L, p_{Lx}, \omega) \exp\{-\omega T_1\} A_R \exp\{-i\omega T_R\} d\omega \\
 &\quad + \int i\omega D_S(L, p_{Lx}, \omega) \exp\{-\omega T_1\} (-iA_I) \\
 &\quad \times \exp\{-i\omega T_R\} d\omega, \quad (15)
 \end{aligned}$$

令:  $I_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = I_2(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) + I_3(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s)$ ,

$$\begin{aligned}
 I_2(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) &= \int i\omega D_S(L, p_{Lx}, \omega) \exp\{-\omega T_1\} \\
 &\quad \times A_R \exp\{-i\omega T_R\} d\omega, \quad (16)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_3(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) &= \int i\omega D_S(L, p_{Lx}, \omega) \exp\{-\omega T_1\} (-iA_I) \\
 &\quad \times \exp\{-i\omega T_R\} d\omega. \quad (17)
 \end{aligned}$$

在 Hill(Hill, 1990)和 Aki(Aki and Richards, 1980)的文章和著作中定义傅里叶正变换为  $\int \exp\{i\omega t\} dt$ , 傅里叶反变换为  $\frac{1}{2\pi} \int \exp\{-i\omega t\} d\omega$ .

所以基于(14)式, (16)式可表示为

$$I_2(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) = 2\pi A_R \bar{D}_S(L, p_{Lx}, T_R, T_1). \quad (18)$$

而对式(17), 根据 Aki 等(1980)给出的 Hibert 变换为

$$\begin{aligned}
 B_H(t) = H[B(\omega)] &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} B(\omega) \exp\left[-i\frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(\omega)\right] \\
 &\quad \times \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (19)
 \end{aligned}$$

可以得到式(17)的积分结果为

$$\begin{aligned}
 I_3(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) &= 2\pi \operatorname{Im}(A_s^* A_L^*) \bar{D}_{S,H}\left[L, p_{Lx}, \operatorname{Re}(T_s + T_L), \right. \\
 &\quad \left. \operatorname{Im}(T_s + T_L)\right], \quad (20)
 \end{aligned}$$

通过式(18)和(20)可以得到式(15)的结果为

$$\begin{aligned}
 I_1(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) &= 2\pi A_R \bar{D}_S(L, p_{Lx}, T_R, T_1) \\
 &\quad + 2\pi A_I \bar{D}_{S,H}(L, p_{Lx}, T_R, T_1), \quad (21)
 \end{aligned}$$

式(21)为炮点域和窗中心点发出的两条波束针对一个成像点的偏移公式, 将式(21)代入式(11)可以得到最后的偏移公式为

$$\begin{aligned}
 I(\mathbf{x}; \mathbf{x}_s) &= \frac{\Delta L \omega_r}{2\pi \sqrt{2\pi} \omega_0} \sum_L \int \frac{dp_{sx}}{p_{sx}} \int \frac{dp_{Lx}}{p_{Lx}} \frac{\cos\theta_s}{V_s} \frac{\cos\theta_L}{V_L} \\
 &\quad \times \left\{ A_R \bar{D}_S(L, p_{Lx}, T_R, T_1) \right. \\
 &\quad \left. + A_I \bar{D}_{S,H}(L, p_{Lx}, T_R, T_1) \right\}. \quad (22)
 \end{aligned}$$

整个程序实现的流程图如图 2.

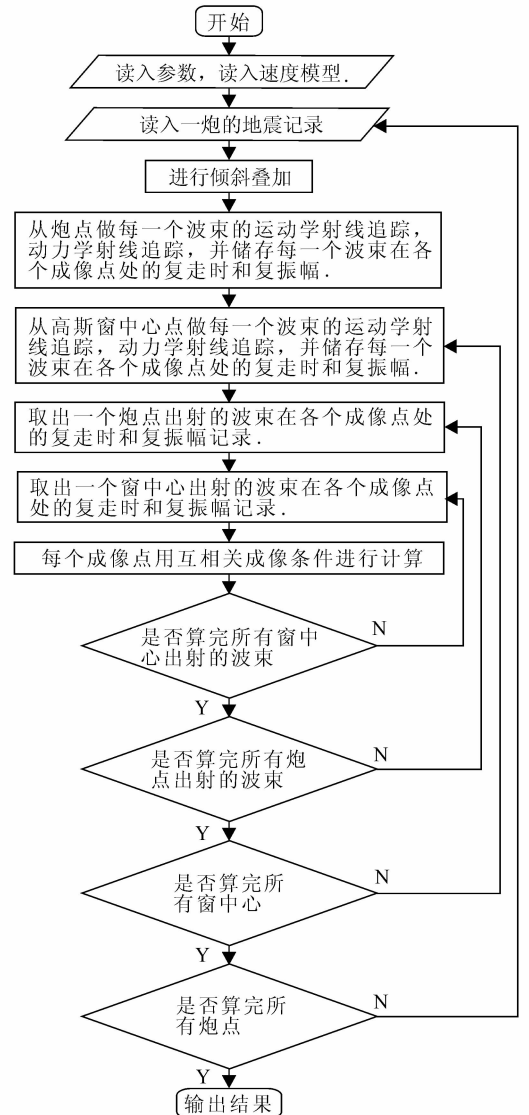


图 2 偏移方法程序流程图

Fig. 2 Flow chart of the program in the migration method

### 3 模型试算对比

首先选用 Marmousi 理论模型数据对时间域高斯波束偏移方法进行检验. 图 3a 给出了 Marmousi 速度模型. Marmousi 速度模型横向网格节点数 737, 横向网格间距 12.5 m, 长 9200 m, 纵向网格节点数 750, 纵向网格间距 4 m, 深 2996 m. 图 3b 是频率域下高斯波束叠前偏移计算的结果, 图 3c 是时间域下高斯波束偏移的结果. 通过两者对比可以看出频率域下计算结果和时间域下计算结果基本相同,

下部背斜构造都能刻画出来, 并且上部断层位置也很清晰, 和模型所给出的相一致.

由频率域和时间域两种方法在计算思路上比较可以发现, 由于互相关成像条件是一个零时刻的成像条件, 在时间域下只需要计算下行波场和上行波场在地震波到达成像点时的值就可以了, 而频率域下, 必须计算成像点处所有频率所对应的下行波场和上行波场的值, 才能通过成像条件得到偏移结果. 由于频率域下需要计算多个频率的数据, 而时间域只需要计算一个时间点的数据, 因此, 时间域下的偏移要比频率域下的偏移更有效率. 在图 3 的计算过

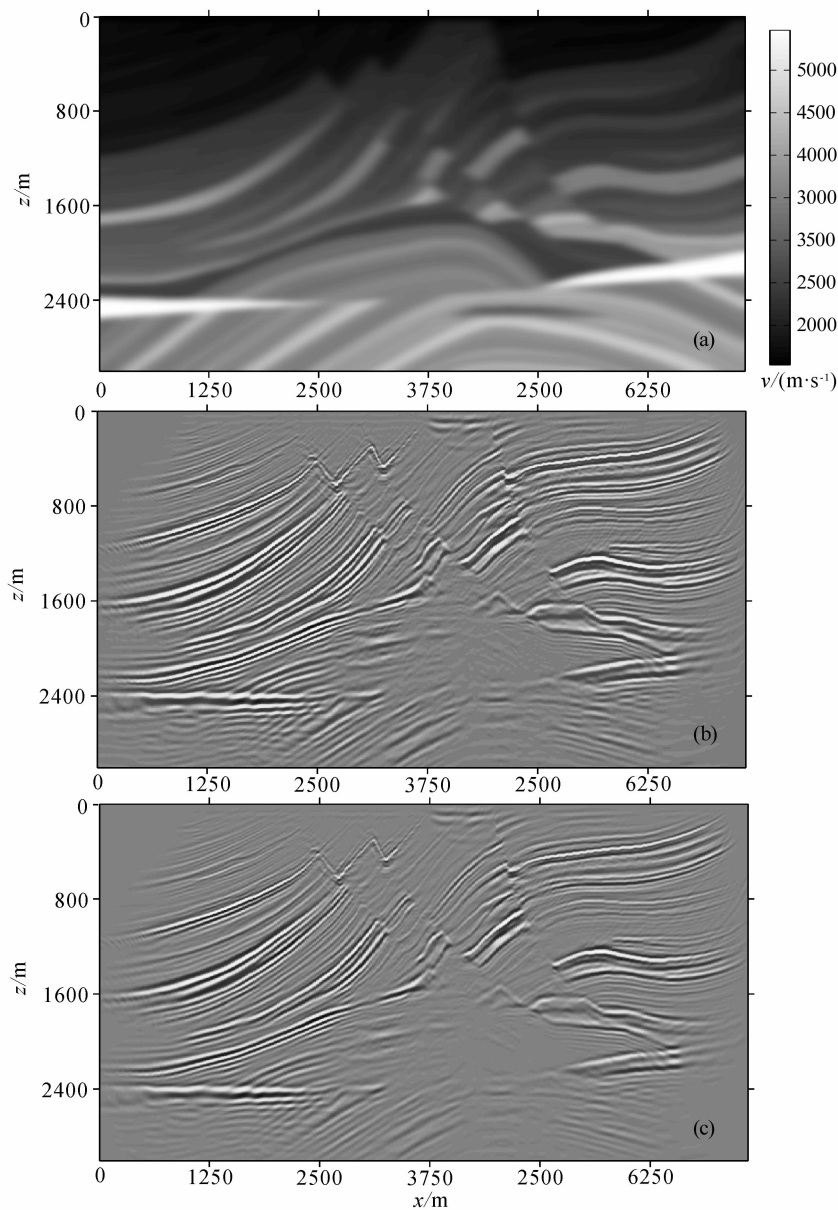


图 3 (a) Marmousi 速度模型, (b) 频率域下高斯波束叠前偏移结果, (c) 时间域下高斯波束叠前偏移结果  
Fig. 3 (a) Marmousi velocity model. (b) Result of Gaussian beam migration in the frequency domain.  
(c) Result of Gaussian beam migration in the time domain

程中,使用的是网上公开的 240 炮 Marmousi 模型模拟数据,每炮 96 道,时间采样点个数为 726,时间采样间隔为 0.004 s,使用的计算机是 32 位 Windows XP 系统,3G 主频,4G 内存,单核运行. 偏移孔径为以炮点为中心,左右两侧各取长度为最大偏移(2575 m)的矩形孔径. 整个地震记录的时间采样长度为 726 个时间采样点,所以傅里叶变换后对应的零频率和正频率采样点的总个数为 364 个. 在频率域计算过程中需要计算 364 个频率在成像点处的上下行波场值,而时间域中只需要计算成像时刻在成像点处的上下行波场值就可以了. 故而针对 Marmousi 模型,时间域能够比频率域减少 364 倍计算上下行波场值

的时间. 对于 Marmousi 模型单炮地震记录的偏移时间,频率域为 12682 s,时间域为 45 s.

选用 SMAART JV 提供的 Sigsbee 2a 理论模型和模拟数据对时间域高斯波束偏移方法进行检验. 图 4a 中给出了 Sigsbee 2a 速度模型. 图 4b 是 Kirchhoff 叠前偏移计算的结果. 图 4c 是时间域下高斯波束叠前偏移的结果. 通过计算结果同模型的对比可以看出 Kirchhoff 偏移和高斯波束偏移在无高速体覆盖的地层有着良好的成像效果,而在高速体下高斯波束偏移相对于 Kirchhoff 偏移具有较好的成像效果. 在图 4c 中白圈内可以看到断层,而在图 4b 中的白圈内则出现了更多的偏移假象,看不到

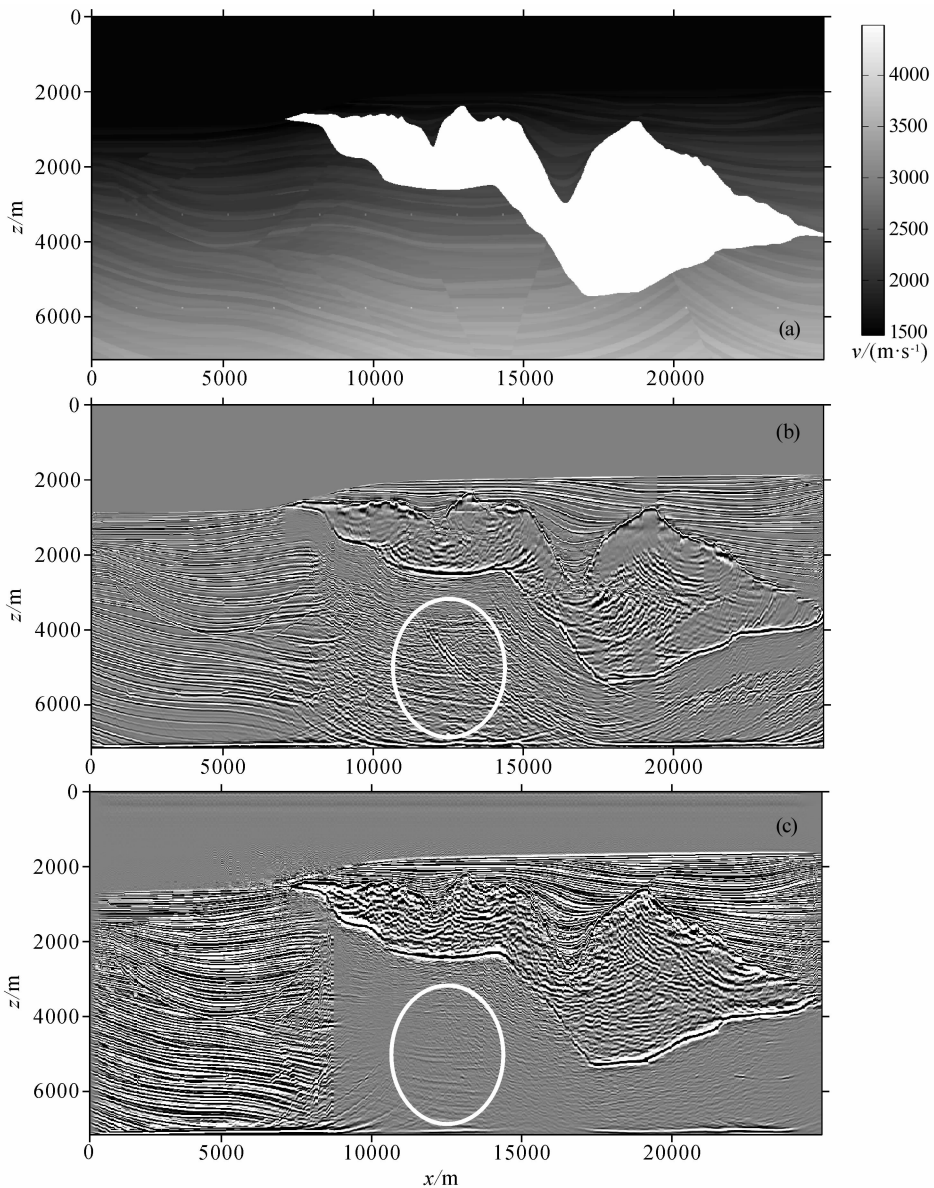


图 4 (a)Sigsbee 2a 速度模型, (b) Kirchhoff 叠前偏移结果, (c)时间域下高斯波束叠前偏移结果

Fig. 4 (a) Sigsbee 2a velocity model, (b) Result of Prestack Kirchhoff migration in the frequency domain, (c) Result of Prestack Gaussian beam migration in the time domain

清楚的断层. 图 4c 中的高速体下界面也相对于图 4b 中的更清晰. 由于文中 Kirchhoff 偏移是使用波前构建法计算走时表, 所以在高速体下方射线稀少的情况可以通过插入新的波前点来改善, 而高斯波束偏移则使用由源点出发通过高速体的射线束来成像, 故高速体对成像影响较大, 造成了在高速体下方高斯波束偏移的能量小于 Kirchhoff 偏移.

## 4 结论

本文中的时间域高斯波束偏移是基于频率域高斯波束偏移推导得到的, 通过改变积分次序, 引入复走时, 将关于频率的积分转化为复走时的函数, 从而避免了计算所有频率的格林函数值, 节省大量的计算时间. 由于时间域高斯波束偏移方法是基于频率域高斯波束偏移方法得到, 因此也能够处理多走时的问题, 并在焦散区和阴影区取得良好的成像效果. 本文研究了构造成像, 可为更深入研究时间域高斯波束真振幅成像提供思路和方法.

## References

- Aki K, Richards P G. 1980. *Quantitative Seismology*. Staffordshire: Freeman Press.
- Červený V, Popov M M, Pšenčík I. 1982. Computation of wave fields in inhomogeneous media—Gaussian beam approach. *Geophysical Journal International*, 70(1): 109-128.
- Bleistein N, Gray S H. 2010. Amplitude calculations for 3D Gaussian beam migration using complex-valued traveltimes. *Inverse Problems*, 26(8): 085017.
- Duan P F, Cheng J B, Chen A P, et al. 2013. Local angle-domain Gaussian beam prestack depth migration in a TI medium.

- Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 56(12): 4206-4214, doi: 10.6038/cjg20131223.
- Gray S H. 2005. Gaussian beam migration of common-shot records. *Geophysics*, 70(4): S71-S77.
- Gray S H, Bleistein N. 2009. True-amplitude Gaussian-beam migration. *Geophysics*, 74(2): S11-S23.
- Hill N R. 1990. Gaussian beam migration. *Geophysics*, 55(11): 1416-1428.
- Hale D. 1992. Migration by the Kirchhoff, slant stack, and Gaussian beam methods (No. DOE/ER/14079-16; CWP-126). Colorado School of Mines, Golden, CO (United States). Center for Wave Phenomena.
- Hill N R. 2001. Prestack Gaussian-beam depth migration. *Geophysics*, 66(4): 1240-1250.
- Nowack R L, Sen M K, Stoffa P L. 2003. Gaussian beam migration for sparse common-shot and common-receiver data. //SEG Int. Exposition and 73rd Annual Meeting, 1114-1117.
- Popov M M, Semtchenok N M, Popov P M, et al. 2010. Depth migration by the Gaussian beam summation method. *Geophysics*, 75(2): S81-S93.
- Yue Y B, Li Z C, Qian Z P, et al. 2012. Amplitude-preserved Gaussian beam migration under complex topographic conditions. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 55(4): 1376-1383, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.04.033.
- Zhang Y, Xu S, Bleistein N, et al. 2007. True-amplitude, angle-domain, common-image gathers from one-way wave-equation migrations. *Geophysics*, 72(1): S49-S58.

## 附中文参考文献

- 段鹏飞, 程玖兵, 陈爱萍等. 2013. TI 介质局部角度域高斯束叠前深度偏移成像. *地球物理学报*, 56(12): 4206-4214, doi: 10.6038/cjg20131223.
- 岳玉波, 李振春, 钱忠平等. 2012. 复杂地表条件下保幅高斯束偏移. *地球物理学报*, 55(4): 1376-1383, doi: 10.6038/j.issn.0001-5733.2012.04.033.

(本文编辑 张正峰)