9-6 等效结点荷载

教学目标：

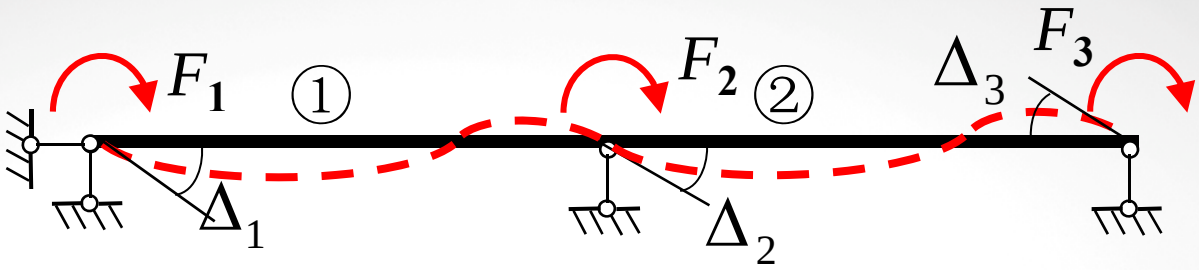
- 掌握等效结点荷载的计算。
- 理解等效结点荷载的概念。

教学内容：

- 结点荷载与非结点荷载
- 单元集成法求等效结点荷载

1. 结点荷载与非结点荷载

- 结点荷载——连续梁



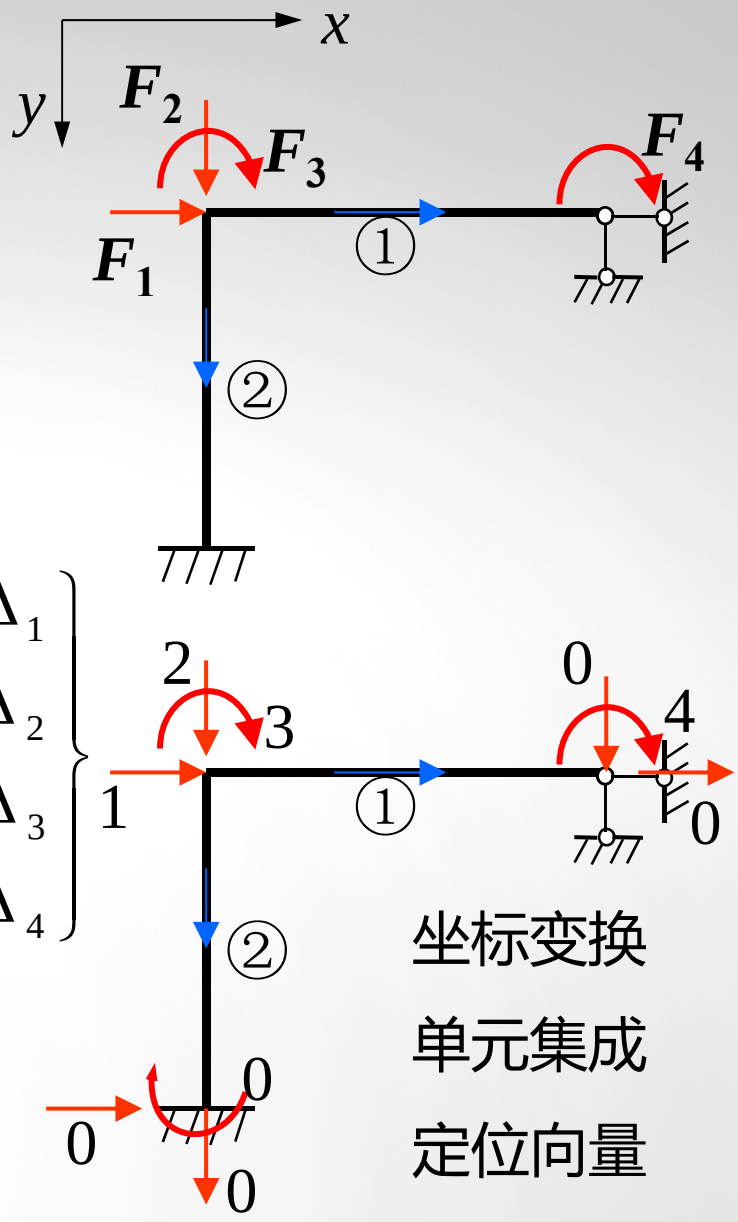
整体刚度矩阵

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{F\} = [K]\{\Delta\}$$

1. 结点荷载与非结点荷载

- 结点荷载——刚架



整体刚度矩阵

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{Bmatrix}$$

$$\{F\} = [K]\{\Delta\}$$

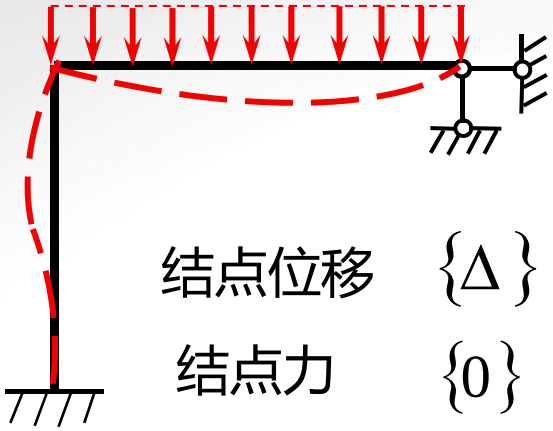
坐标变换

单元集成

定位向量

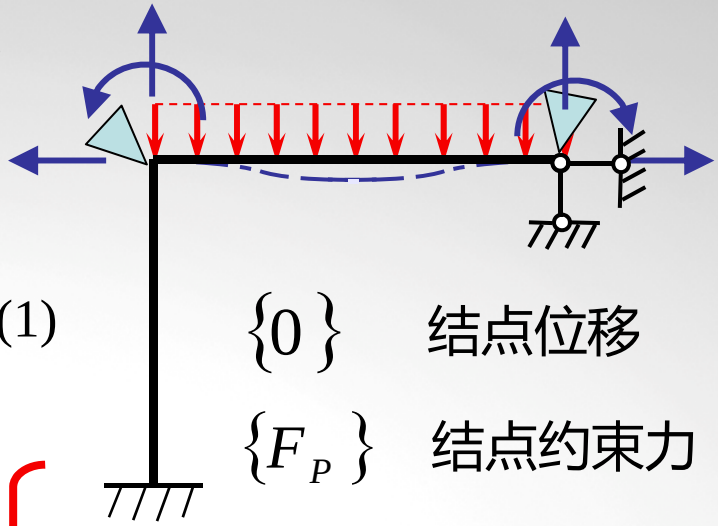
1. 结点荷载与非结点荷载

■ 非结点荷载作用



结点位移 $\{\Delta\}$

结点力 $\{0\}$



(1) $\{0\}$ 结点位移

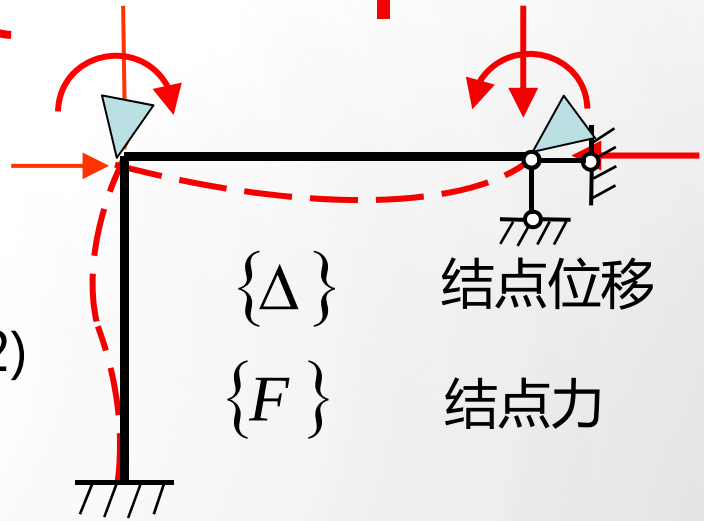
$\{F_P\}$ 结点约束力

$$\{F\}+\{F_P\}=\{0\}$$ 结点力

$$[K]\{\Delta\}=\{F\}$$

$$[K]\{\Delta\}+\{F_P\}=\{0\}$$

位移法基本方程

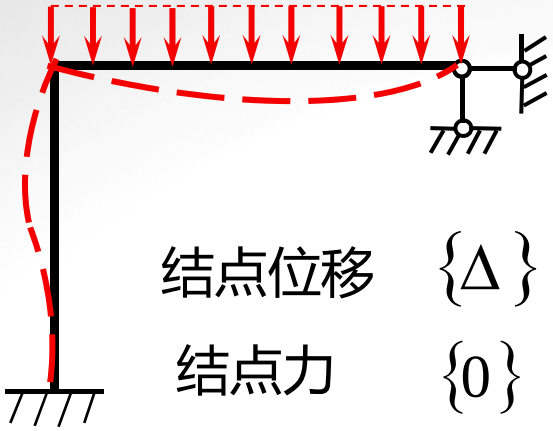


(2) $\{\Delta\}$ 结点位移

$\{F\}$ 结点力

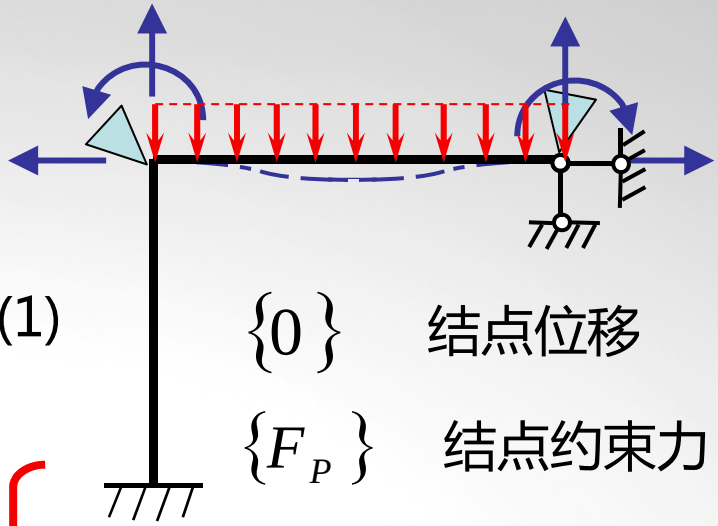
1. 结点荷载与非结点荷载

■ 等效结点荷载的概念



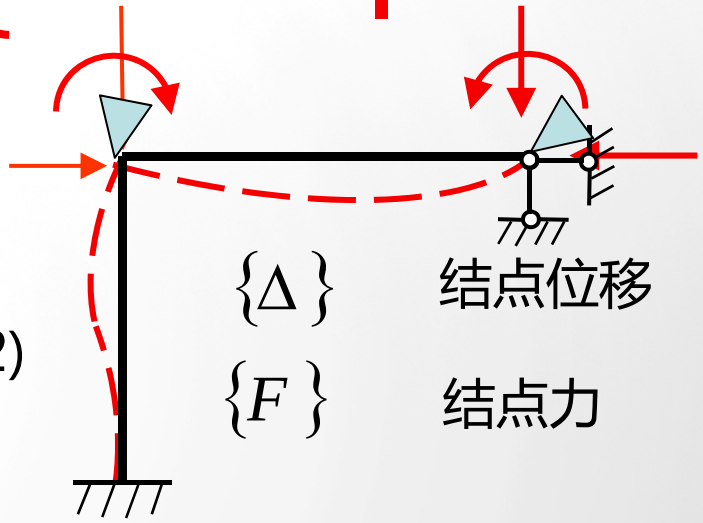
结点位移 $\{\Delta\}$

结点力 $\{0\}$



(1) $\{0\}$ 结点位移

$\{F_P\}$ 结点约束力



$\{\Delta\}$ 结点位移

$\{F\}$ 结点力

$$[K]\{\Delta\}+\{F_P\}=\{0\}$$

$$[K]\{\Delta\}=-\{F_P\}$$

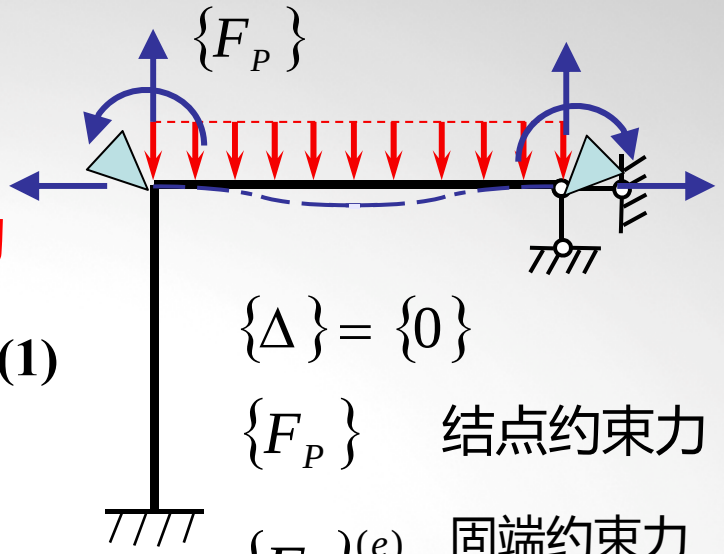
等效结点荷载

$$\{P\}=-\{F_P\} \quad (2)$$

$$[K]\{\Delta\}=\{P\}$$

2. 单元集成法求等效结点荷载

$$\{P\}=-\{F_P\}$$



$\{F_P\}$ 是由各单元的固端约束力 $\{F_P\}^{(e)}$ 集合而成。 (1)

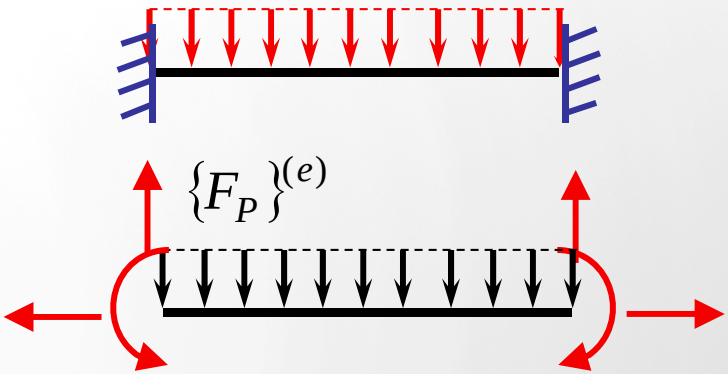
$\{\Delta\}=\{0\}$

$\{F_P\}$ 结点约束力

$\{F_P\}^{(e)}$ 固端约束力（单元杆端力）

$$\{F_P\}^e \xrightarrow{\text{集合}} \{F_P\} \xrightarrow{\text{反号}} -\{F_P\} \Rightarrow \{P\}$$

单元等效结点荷载 $\{P\}^e=-\{F_P\}^e$，由它们集合成为整体结构的等效结点荷载。



$$\{F_P\}^e \xrightarrow{\text{反号}} -\{F_P\}^e \Rightarrow \{P\}^e \xrightarrow{\text{集合}} \{P\}$$

2. 单元集成法求等效结点荷载

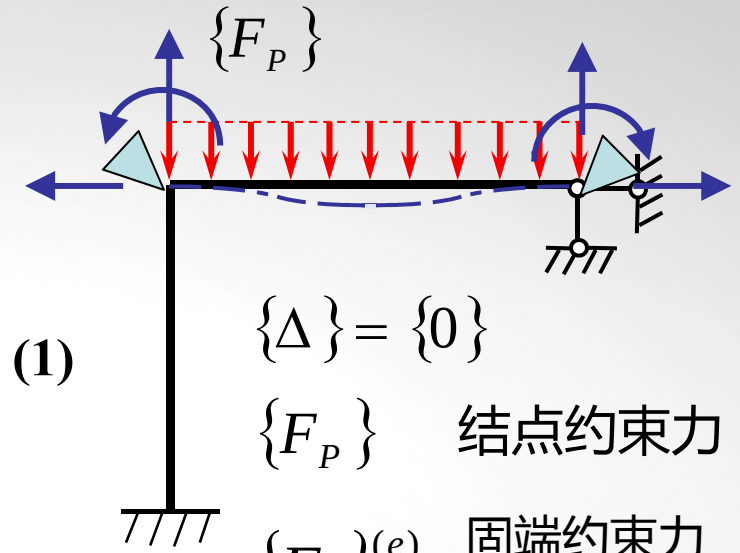
■ 坐标变换

局部坐标下单元的固端约束力

$$\{\overline{F}_{\mathrm{P}}\}^e = (\overline{F}_{xP1} \quad \overline{F}_{yP1} \quad \overline{M}_{P1} \quad \overline{F}_{xP2} \quad \overline{F}_{yP2} \quad \overline{M}_{P2})^T$$

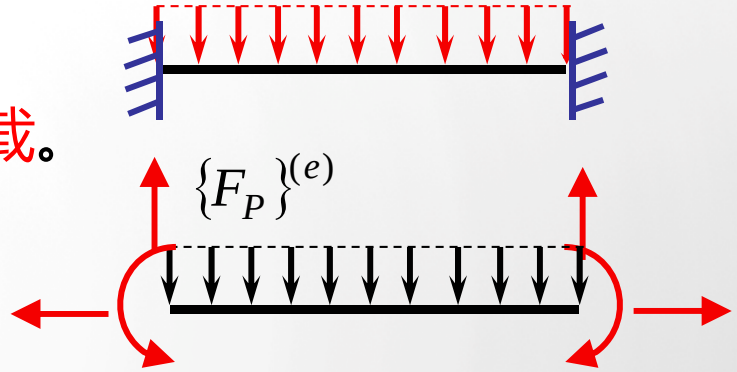
局部坐标下单元的等效结点荷载：

$$\{\overline{P}\}^e = -\{\overline{F}_{\mathrm{P}}\}^e$$



整体坐标下单元等效结点荷载$\{P\}^e$，
再由它们集合成结构整体等效结点荷载。

$$\{P\}^e = [T]^{\mathrm{T}}\{\overline{P}\}^e = -[T]^{\mathrm{T}}\{\overline{F}_{\mathrm{P}}\}^e$$



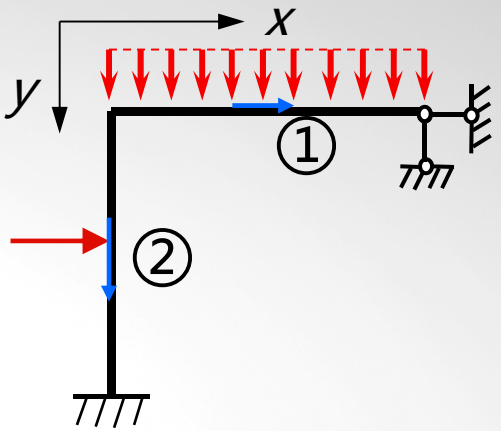
2. 单元集成法求等效结点荷载

■ 单元集成法求整体等效结点荷载的步骤

整体坐标系下单元等效结点荷载 $\{P\}^e$

定位向量

集成结构整体等效结点荷载 $\{P\}$



坐标变换

局部坐标系下的单元等效结点荷载 $\{\overline{P}\}^e$

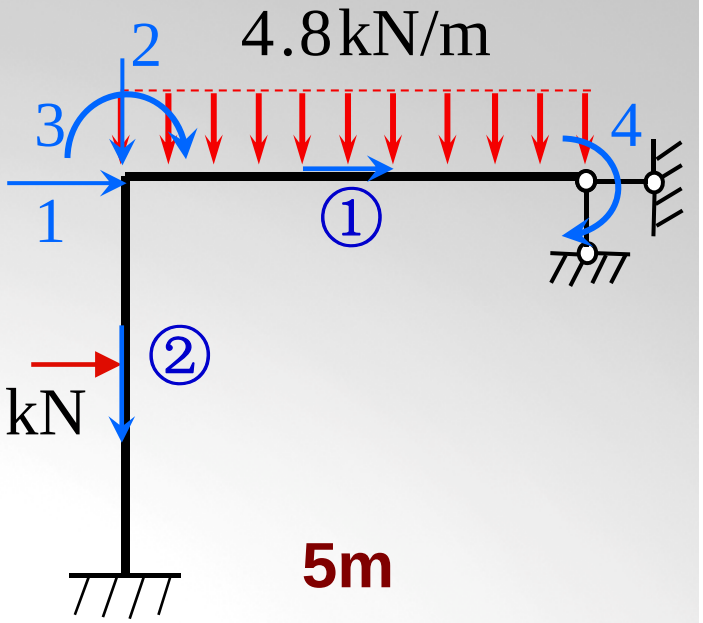
反号

单元的固端约束力 $\{\overline{F}_P\}^e$（P399表9-1）

2. 单元集成法求等效结点荷载

■ 示例

例9-3 求图示刚架等效结点荷载。



解：

（1）局部坐标系下固端约束力 $\{\overline{F}_P\}^e$

（查表9-1）

$$\{\overline{F}_P\}^1=\left[\overline{F}_{xP1}\quad \overline{F}_{yP1}\quad \overline{M}_{P1}\quad \overline{F}_{xP2}\quad \overline{F}_{yP2}\quad \overline{M}_{P2}\right]^T$$

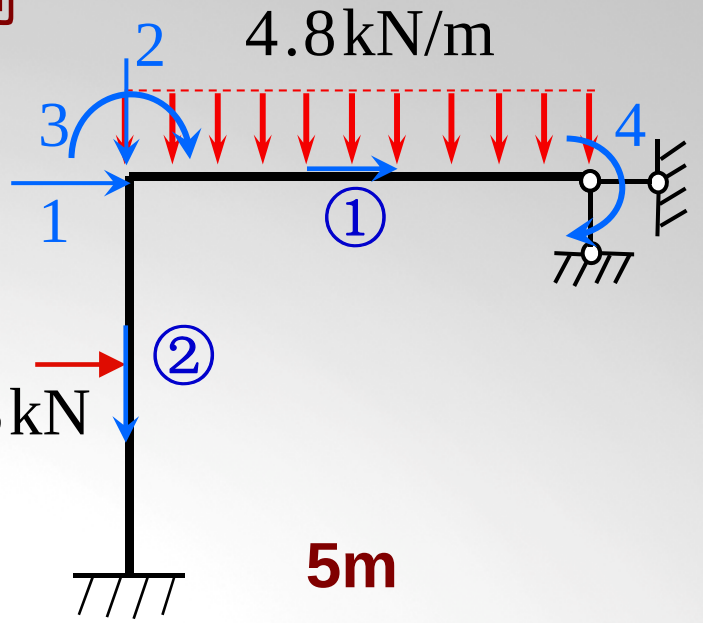
$$=\left[0\quad -12\quad -10\quad 0\quad -12\quad 10\right]^T$$

$$\{\overline{F}_P\}^2=\left[\overline{F}_{xP1}\quad \overline{F}_{yP1}\quad \overline{M}_{P1}\quad \overline{F}_{xP2}\quad \overline{F}_{yP2}\quad \overline{M}_{P2}\right]^T$$

$$=\left[0\quad 4\quad 5\quad 0\quad 4\quad -5\right]^T$$

2. 单元集成法求等效结点荷载

■ 示例



（2）各单元在整体坐标系下等效结点荷载

单元1、2的倾角分别为：

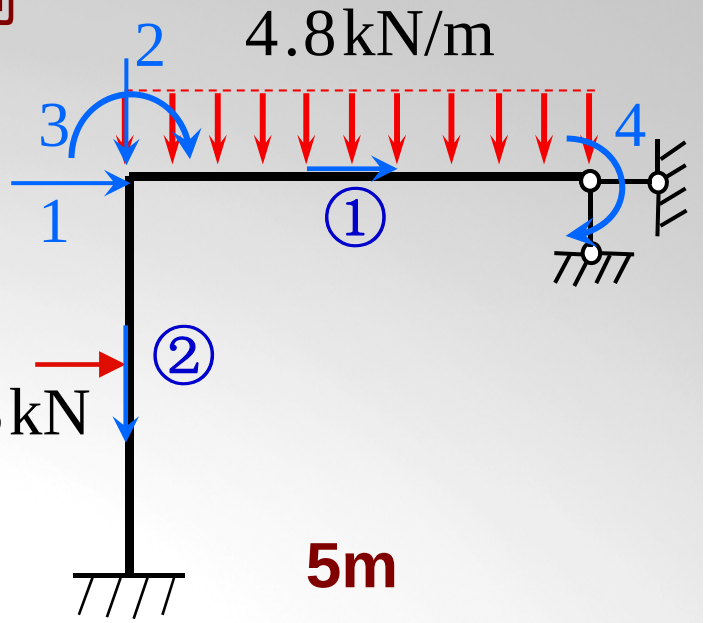
$$\alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 90^\circ$$

$$\{P\}^1 = -\{\overline{F}_P\}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 12 & 10 & 0 & 12 & -10 \end{bmatrix}^T$$

$$\{P\}^{(2)} = -[T]^{(2)T}\{\overline{F}_P\}^{(2)} = -\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \\ 4 \\ -5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 0 \\ -5 \\ 4 \\ 0 \\ 5 \end{Bmatrix}$$

2. 单元集成法求等效结点荷载

■ 示例



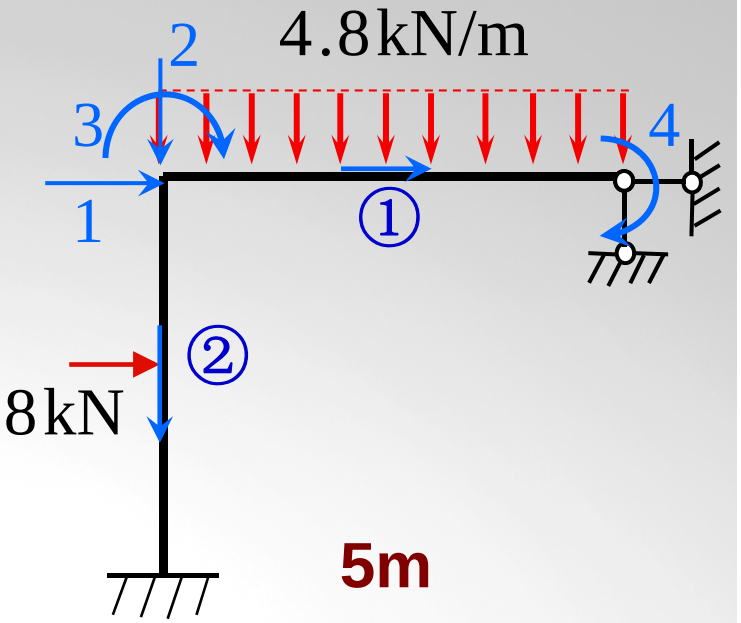
（3）求刚架的等效结点荷载$\{P\}$

$$\{\lambda\}^{(1)}=\{1\quad 2\quad 3\quad 0\quad 0\quad 4\}^T$$

$$\{\lambda\}^{(2)}=\{1\quad 2\quad 3\quad 0\quad 0\quad 0\}^T$$

$$\{P\}^1=\begin{Bmatrix}0\\12\\10\\0\\12\\-10\end{Bmatrix}\begin{matrix}\rightarrow 1\\\rightarrow 2\\\rightarrow 3\\\rightarrow 0\\\rightarrow 0\\\rightarrow 4\end{matrix}\qquad \{P\}^{(2)}=\begin{Bmatrix}4\\0\\-5\\4\\0\\5\end{Bmatrix}\begin{matrix}\rightarrow 1\\\rightarrow 2\\\rightarrow 3\\\rightarrow 0\\\rightarrow 0\\\rightarrow 0\end{matrix}$$

$$\{P\}^{1}=\begin{Bmatrix}0\\12\\10\\0\\12\\-10\end{Bmatrix}\begin{matrix}\rightarrow 1\\\rightarrow 2\\\rightarrow 3\\\rightarrow 0\\\rightarrow 0\\\rightarrow 4\end{matrix}\qquad \{P\}^{(2)}=\begin{Bmatrix}4\\0\\-5\\4\\0\\5\end{Bmatrix}\begin{matrix}\rightarrow 1\\\rightarrow 2\\\rightarrow 3\\\rightarrow 0\\\rightarrow 0\\\rightarrow 0\end{matrix}$$



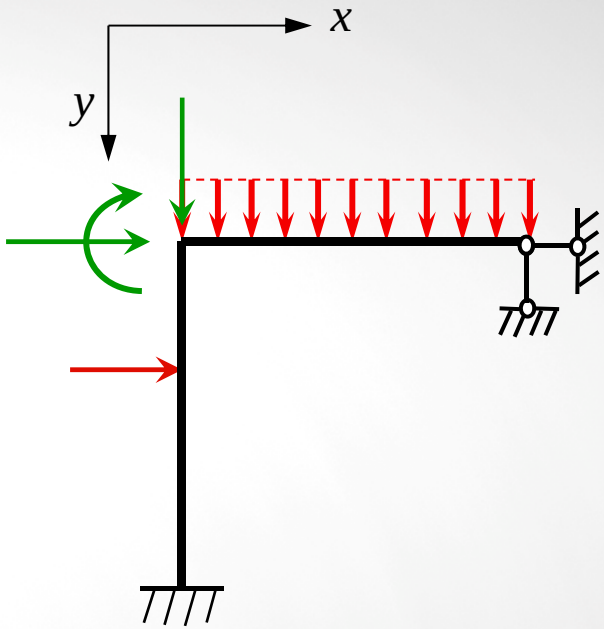
集合过程

$$\{P\}=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\\0\end{Bmatrix}\xrightarrow{\text{集合单元1}}\{P\}=\begin{Bmatrix}0\\12\\10\\-10\end{Bmatrix}\xrightarrow{\text{集合单元2}}\{P\}=\begin{Bmatrix}0+(4)\\12+(0)\\10+(-5)\\-10\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}4\\12\\5\\-10\end{Bmatrix}$$

2. 单元集成法求等效结点荷载

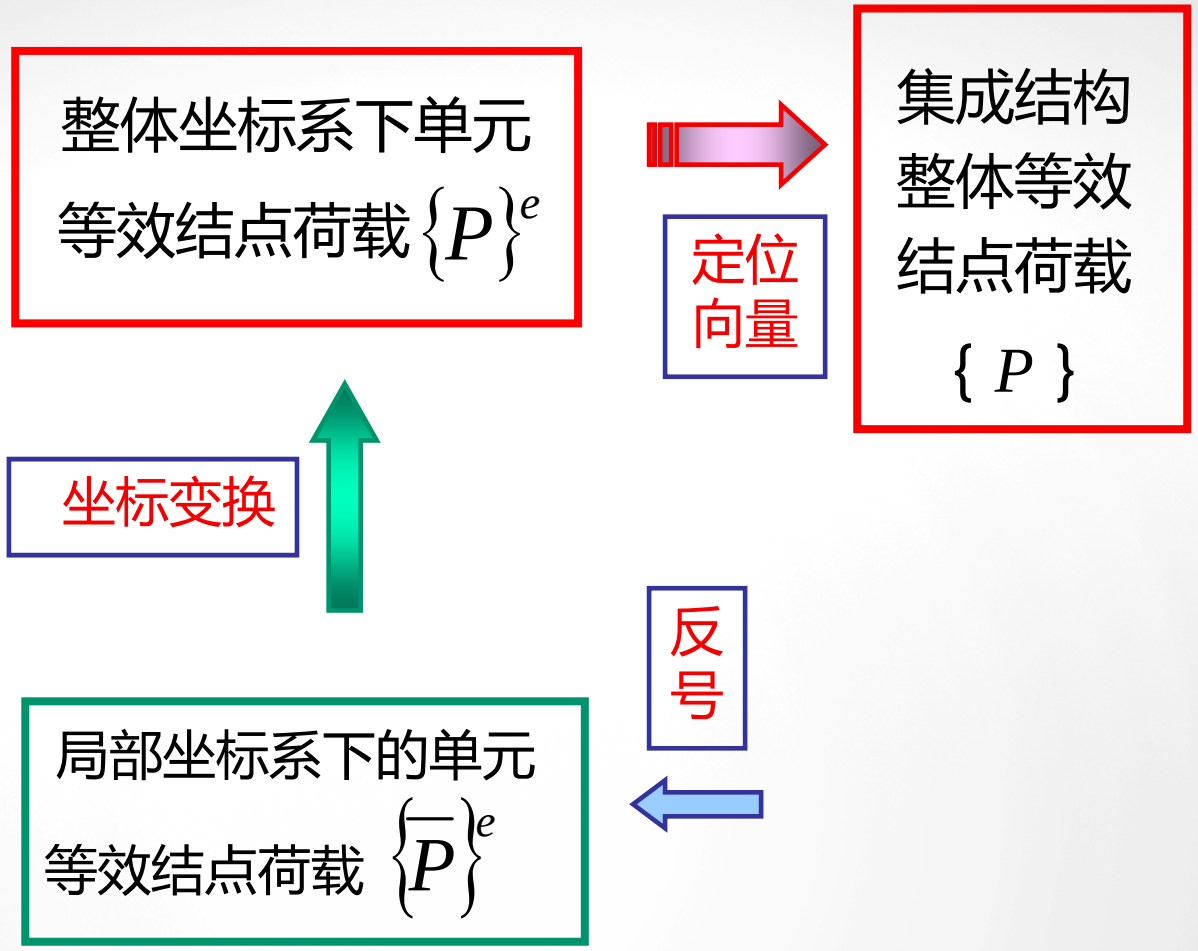
思考：

当结构上同时存在非结点荷载和结点荷载时如何处理？



3. 小结

- 单元集成法求整体等效结点荷载的步骤



作业

写出结构等效结点荷载:

习题　P428：9-1、9-3

- 下一节课内容

9-7 计算步骤和算例

要点：计算步骤