

## 2008 级信息理论与编码 A 卷标答

### 一、填空题（每小题 1 分，共 20 分）

1. 8;      2. 大于;      3. 0;      4. 后验不确定性; 5. 有效性; 6. 小（短）; 7. 高斯;  
 8. 定;      9. 大;      10. 输入; 11. 终端;      12. 2;      13.  $D$ ;      14. 下凸;  
 15. 非负; 16. 平均差错率(误码率) 17.  $I(y_j; x_i)$ ;      18. 信道输入等概; 19. 小; 20. 均匀

### 二、简答题（每小题 5 分，共 20 分）

1. 离散熵：信源的不确定性；  
 连续熵：信源不确定性的相对值；  
 二者表达式相似。

2.

$$H(X) = \sum_{i=1}^2 P(x_i) \log \frac{1}{P(x_i)} = \frac{1}{4} \log \frac{1}{1/4} + \frac{3}{4} \log \frac{1}{3/4} = \frac{1}{4} \times 2 + \frac{3}{4} \times 0.415 = 0.811 \text{ bit}$$

$$\eta = \frac{H(X)}{H_{\max}(X)} \times 100\% = \frac{0.811}{\log 2} \times 100\% = 81.1\%$$

$$\gamma = 1 - \eta = 1 - 81.1\% = 0.189$$

3.  $N$  次扩展信道，其输入和输出均为  $N$  元随机变量序列。

$N$  次扩展信道的输入是取值于  $A^N$  的离散随机变量，输出是取值于  $B^N$  的离散随机变量。

4. 最大的信息率定义为该信道的信道容量。

### 三、（每问 5 分，共 15 分）

1.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} W & B \end{array} \\ \begin{array}{c} W \\ B \end{array} & \begin{bmatrix} P(W/W) & P(B/W) \\ P(W/B) & P(B/B) \end{bmatrix} \end{array}$$

2.

$$\begin{bmatrix} P(W/W) & P(B/W) \\ P(W/B) & P(B/B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(W/W) & P(B/W) \\ P(W/B) & P(B/B) \end{bmatrix}$$

3.

$$\begin{cases} p(W) = p(W|W)p(W) + p(W|B)p(B) \\ p(B) = p(B|W)p(W) + p(B|B)p(B) \\ p(W) + p(B) = 1 \end{cases}$$

### 四、（每问 5 分，共 15 分）

1.

$$[P_Y] = [P_X][P_{Y/X}] = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.55 \end{bmatrix}$$

(1 分)

$$[P_{XY}] = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.1 \\ 0.05 & 0.45 \end{bmatrix} \quad (2 \text{ 分})$$

$$[P_{X|Y}] = \begin{bmatrix} 8/9 & 2/11 \\ 1/9 & 9/11 \end{bmatrix} \quad (2 \text{ 分})$$

2.

$$\begin{aligned} H(X|Y) &= \sum_k \sum_j P(x_k, y_j) I(x_k | y_j) = - \sum_{k,j} P(x_k, y_j) \log P(x_k | y_j) \\ &= 0.4 * \log(9/8) + 0.1 * \log(11/2) + 0.05 * \log 9 + 0.45 * \log(11/9) \\ &= 0.4 * 0.17 + 0.1 * 2.46 + 0.05 * 3.17 + 0.45 * 0.29 \\ &= 0.068 + 0.246 + 0.1585 + 0.13 \\ &= 0.6 \end{aligned} \quad (4 \text{ 分})$$

表示收到Y后对于X还存在的疑义，或看作由于干扰的存在，输入信息在传输过程中损失的部分。  
(1分)

3.

$$\begin{aligned} I(X;Y) &= H(X) - H(X|Y) \\ &= 1 - 0.6 \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

五、(每问5分，共15分)

解：1.

信源符号 $u_i$	概率 $p(u_i)$	累积概率 $P_i$	$-\log p(u_i)$	码长	码字
$u_1$	0.37	0	1.43	2	00
$u_2$	0.25	0.37	2.00004	3	010
$u_3$	0.18	0.62	2.47	3	100
$u_4$	0.10	0.8	3.322	4	1100
$u_5$	0.07	0.9	3.84	4	1110
$u_6$	0.03	0.97	5.06	6	111010

2.  $\bar{l} = 0.37 \times 2 + 0.25 \times 3 + 0.18 \times 3 + 0.10 \times 4 + 0.07 \times 4 + 0.03 \times 6 = 2.89$  码元/信源符号

$$\begin{aligned}
 3. \quad H(U) &= 0.37 \log \frac{1}{0.37} + 0.25 \log \frac{1}{0.25} + 0.18 \log \frac{1}{0.18} + 0.1 \log \frac{1}{0.1} \\
 &\quad + 0.07 \log \frac{1}{0.07} + 0.03 \log \frac{1}{0.03} \\
 &= 0.37 \times 1.43 + 0.25 \times 2 + 0.18 \times 2.47 + 0.1 \times 3.32 + 0.07 \times 3.85 + 0.03 \times 5.17 \\
 &= 0.53 + 0.54 + 0.44 + 0.33 + 0.27 + 0.15 \\
 &= 2.22 \text{ bit/symbol}
 \end{aligned}$$

$$\eta = \frac{H(U)}{l \log r} = \frac{2.22}{2.89} = 76.82\% \quad (4 \text{ 分})$$

六. (每问 5 分, 共 15 分)

解:

1. 用 0.4 乘以转移矩阵的第 1 行; 用 0.3 乘以转移矩阵的第 2、3 行得到信道的联合概率矩阵为

$$[P_{XY}] = \begin{bmatrix} \underline{3/15} & 2/15 & 1/15 \\ 1/20 & \underline{3/20} & 2/20 \\ 2/20 & 1/20 & \underline{3/20} \end{bmatrix} \quad (1 \text{ 分})$$

根据最佳译码准则, 在联合概率矩阵中, 每列选一最大值 (矩阵中带下划线的值), 译为

$$\begin{cases} b_1 \rightarrow a_1 \\ b_2 \rightarrow a_2 \\ b_3 \rightarrow a_3 \end{cases} \quad (4 \text{ 分})$$

2. 若根据最大似然概率译码准则

$$[P_{Y|X}] = \begin{bmatrix} \underline{1/2} & 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & \underline{1/2} & 1/3 \\ 1/3 & 1/6 & \underline{1/2} \end{bmatrix} \quad (1 \text{ 分})$$

在矩阵每列中选一最大值, 译为

$$\begin{cases} b_1 \rightarrow a_1 \\ b_2 \rightarrow a_2 \\ b_3 \rightarrow a_3 \end{cases} \quad (4 \text{ 分})$$

3. 平均错误概率均为

$$P_e = \frac{1}{20} + \frac{2}{20} + \frac{2}{15} + \frac{1}{20} + \frac{1}{15} + \frac{2}{20} = \frac{1}{2} \quad (3 \text{ 分})$$

极大似然规则确定起来方便, 有时候可以达到最小平均误码率。 (2 分)