

第6章 基本的数字调制技术

主要内容

- 数字调制系统的组成
- 三大类数字调制方法
- 各种接收系统的原理
- 抗噪声性能分析方法

重点

- 系统的组成框图
- 已调信号的性能分析和参数计算
- 各种接收系统的比较
- 信噪比公式



引言

6.1 二进制数字信号的调制

6.2 二进制数字解调技术与抗噪声性能

6.3 四进制数字信号的调制解调

6.4 载波同步

引言

调制的实质：将调制信号的频谱搬移到所希望的频率范围，使其转换成适合信道传输的已调信号，同时利于实现频分复用。

数字调制方法：以正弦波为载波

二进制	多进制、改进
<i>2ASK</i>	<i>MASK</i> 、 <i>QAM</i>
<i>2fBK</i>	<i>MfBK</i> 、 <i>MSK</i>
<i>2PSK</i> 、 <i>2DPSK</i>	<i>QPSK</i>



6.1 二进制数字信号的调制

6.1.1 移幅键控

6.1.2 移频键控

6.1.3 移相键控

6.1.1 移幅键控 (2ASK)

1、信号时域表达式

$$s_m(t) = As(t) \cos \omega_c t$$

2、功率谱

$$P_{2ASK}(f) = \frac{A^2}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)]$$

信号波形及频谱图

重要参数：信号带宽 $B_{2ASK} = 2R_B$

3、调制方法

重要参数：信道带宽 $W_{2ASK} = 2R_B$



- 2ASK 信号时域表达式

设 基带信号 $s(t)$ 的码元速率为 $R_B = 1/T_B$

表达式为
$$s(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_B)$$

∴ 2ASK 信号

$$s_m(t) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n g(t - nT_B) \cos 2\pi f_c t$$

$$= \begin{cases} s_1(t) = A \cos 2\pi f_c t & 0 \leq t \leq T_B & \text{“传号 1”} \\ s_0(t) = 0 & & \text{“空号 0”} \end{cases}$$

根据移幅定义，必须限制 $s(t)$ 是 NRZ 信号



● 2ASK 功率谱

$$s_m(t) = As(t) \cos \omega_c t$$

设 $s(t)$ 的功率谱密度为 $P_s(f)$

$s_m(t)$ 的功率谱密度为 $P_{2ASK}(f)$

非准确推导: $s_m^2(t) = s^2(t) \cos^2 \omega_c t$

$$s_m^2(t) \Leftrightarrow P_{2ASK}(f)$$

$$s^2(t) \Leftrightarrow P_s(f)$$

$$A \cos \omega_c t \Leftrightarrow \frac{A}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)]$$

$$\begin{aligned} A \cos^2 \omega_c t &\Leftrightarrow \frac{A}{2} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \otimes \frac{A}{2} [\delta(f \\ &= \frac{A^2}{4} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \end{aligned}$$

$$P_{2ASK}(f) = \frac{A^2}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)]$$

取决于
NRZ 功率谱



$\therefore s(t)$ 是 NRZ 信号

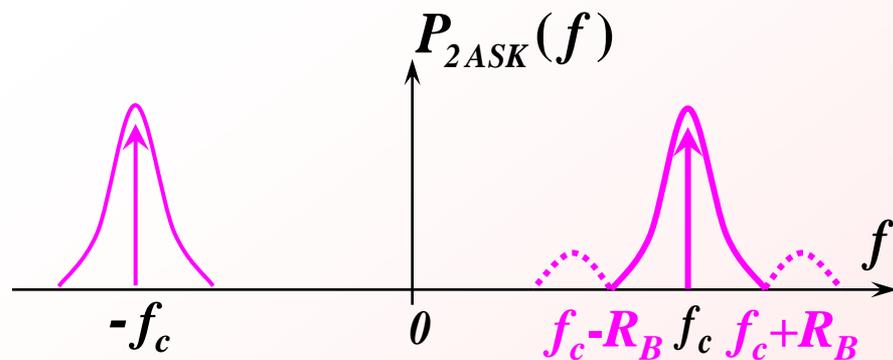
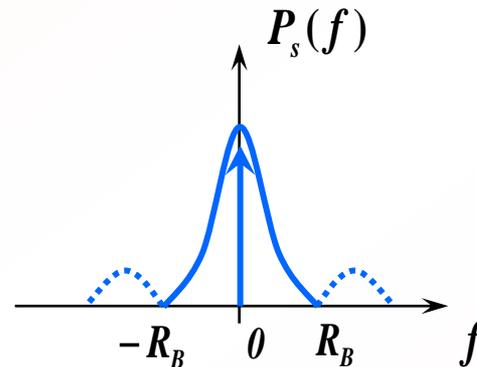
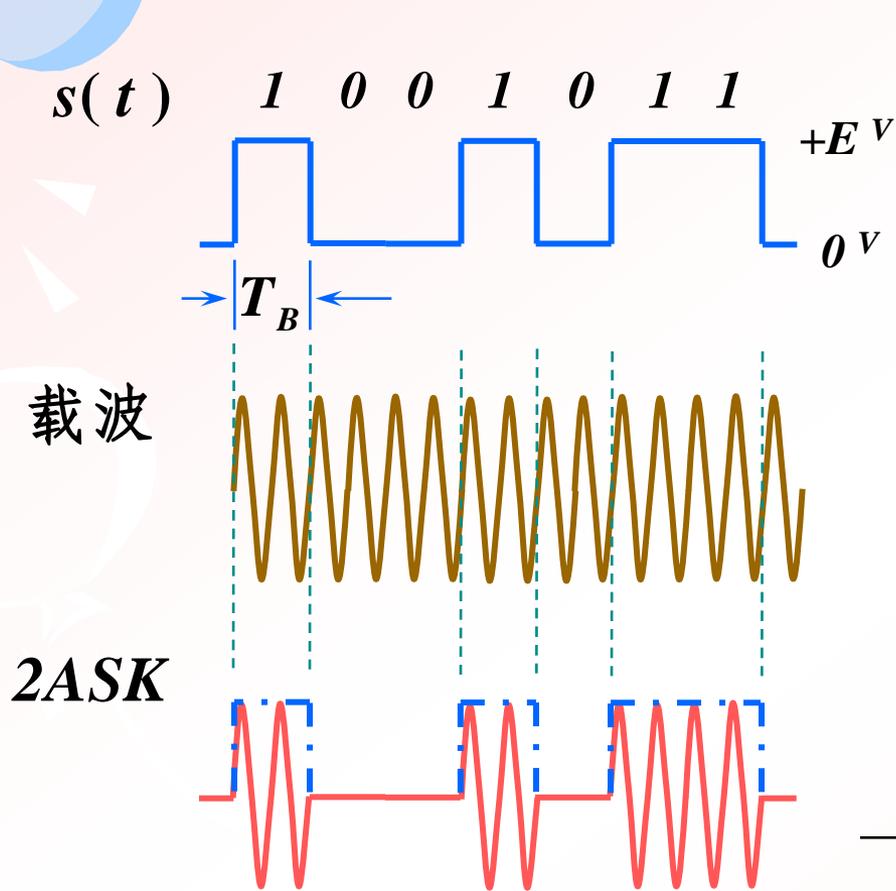
当 $p = 1/2$ 时,

$$P_s(f) = \frac{1}{4} \delta(f) + \frac{1}{4} T_B Sa^2(\pi f T_B)$$

$$\begin{aligned} \therefore P_{2ASK}(f) &= \frac{1}{16} [\delta(f + f_c) + \delta(f - f_c)] \\ &+ \frac{T_B}{16} \{ Sa^2[\pi(f + f_c)T_B] + Sa^2[\pi(f - f_c)T_B] \} \end{aligned}$$

2ASK 信号波形

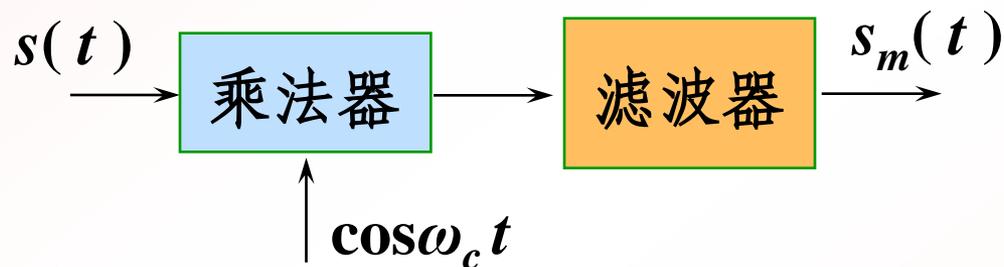
频谱图



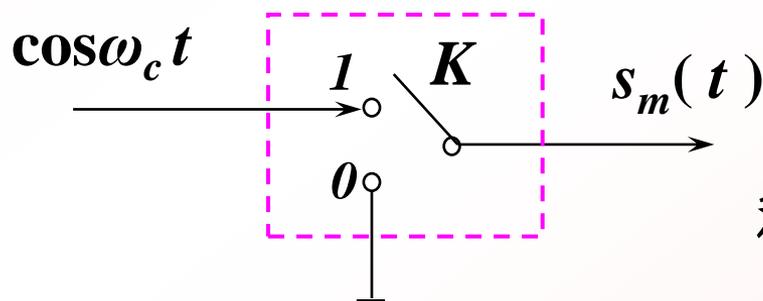
$$B_{2ASK} = 2R_B$$

● 2ASK 调制方法

● 模拟调制方式



● 键控方式



称为 *OOK* 信号

$s(t)$ 控制开关 K 的动作, 当 $s(t) = \begin{cases} 1 & K \text{ 接 } 1 \\ 0 & K \text{ 接 } 0 \end{cases}$

6.1.2 移频键控信号 (2FSK)

1、信号时域表达式

2、功率谱

信号波形及频谱图

重要参数：信号带宽 $B_{2FSK} = 2R_B + |f_1 - f_2|$

3、信号波形的互相关系数

4、调制方法

● 2FSK 信号时域表达式

✧ 相位连续的2FSK信号 $s_m(t) = A \cos(\omega t)$

定义: $\omega = \omega_c + \Delta\omega = \omega_c + k s(t)$

✧ 相位不连续的2FSK信号

双极性信号

$$s_m(t) = \left[\sum_n a_n g(t - nT_B) \right] \cos(\omega_1 t + \varphi_n) + \left[\sum_n \overline{a_n} g(t - nT_B) \right] \cos(\omega_2 t + \theta_n)$$

$\overline{a_n}$ 与 a_n 互为反码

单极性信号

$$\equiv s_1(t) \cos \omega_1 t + \overline{s_1(t)} \cos \omega_2 t$$

特征: 一路2FSK信号是两路2ASK信号的合成

● 2FSK 功率谱

近似分析法：2路2ASK信号的叠加

$$\therefore s_m(t) = s_1(t) \cos \omega_1 t + \overline{s_1(t)} \cos \omega_2 t$$

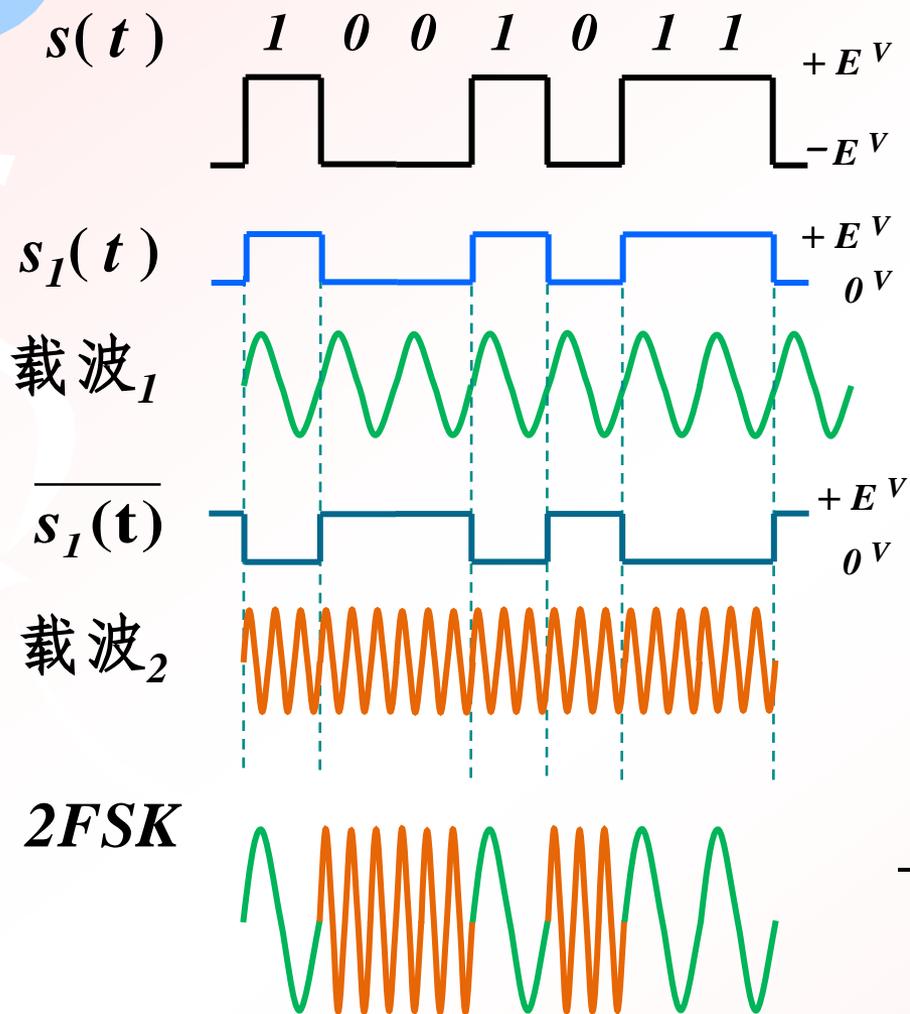
$s_1(t)$ 、 $\overline{s_1(t)}$ 均为 NRZ 信号，脉宽为 T_B

$$\therefore P_{2FSK}(f) = \frac{A^2}{4} [P_{s_1}(f + f_1) + P_{s_1}(f - f_1)] + \frac{A^2}{4} [P_{\overline{s_1}}(f + f_2) + P_{\overline{s_1}}(f - f_2)]$$

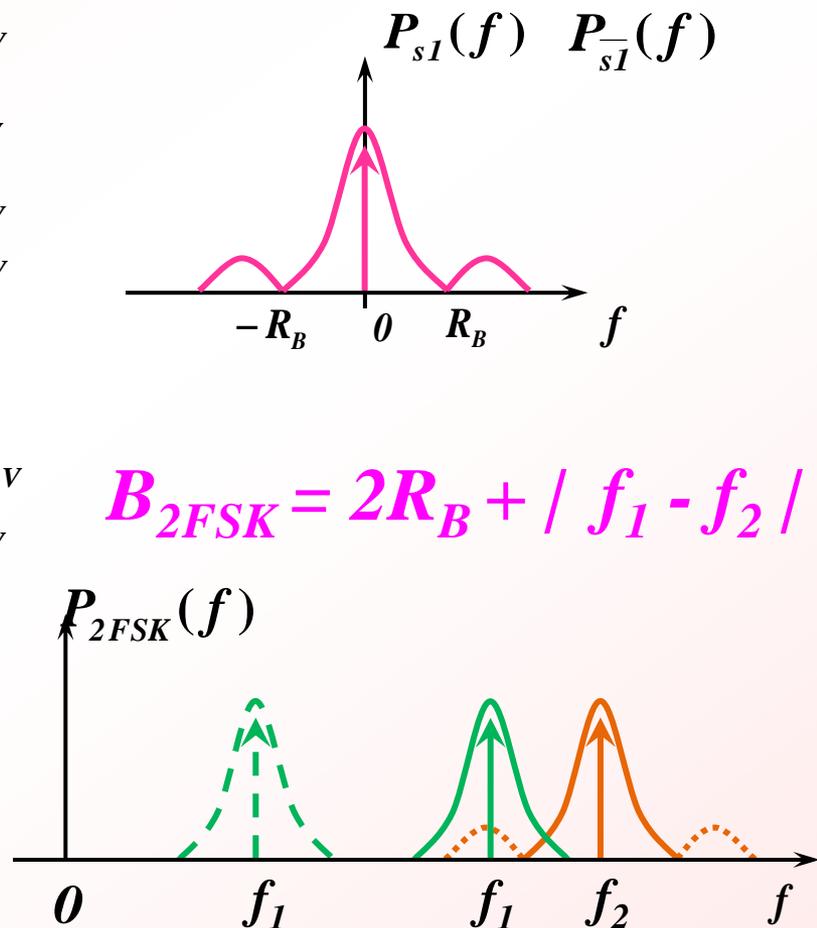
当 $p = 1/2$

$$\begin{aligned} P_{2FSK}(f) = & \frac{A^2}{16} \left\{ Sa^2[\pi(f + f_1)T_B] + Sa^2[\pi(f - f_1)T_B] \right\} \\ & + \frac{A^2}{16} \left\{ Sa^2[\pi(f + f_2)T_B] + Sa^2[\pi(f - f_2)T_B] \right\} \\ & + \frac{A^2}{16} [\delta(f + f_1) + \delta(f - f_1) + \delta(f + f_2) + \delta(f - f_2)] \end{aligned}$$

2FSK 信号波形



频谱图



$$B_{2FSK} = 2R_B + |f_1 - f_2|$$

● 信号波形

定义：两个信

$\rho =$

$$= \frac{1}{T_b} \int_0^{T_B} [\cos 2\pi(2\Delta f)t + \cos 2\pi(2f_c)t] dt$$

$$= Sa[2\pi(2\Delta f)T_B] + \frac{\sin[2\pi(2f_c)T_B]}{[2\pi(2f_c)T_B]}$$

$\therefore 2\pi(2\Delta f)T_B = n\pi$

$2\pi f_c T_B = n\pi$

$|f_2 - f_1| = 2\Delta f$

$= Sa[2\pi(2\Delta f)T_B] + S$ 数值范围 [

$E_b = \int_0^{T_B} s_1^2(t) dt$

$= \int_0^{T_B} s_0^2(t) dt = \frac{1}{2} A^2 T_B$

比特能量

当 $\rho = 0$ ，表示 $s_1(t)$ 和 $s_0(t)$ 正交

$2\Delta f = \frac{n}{2T_B}$

影响信号带宽，与 R_B 有关

取 $n = 1$ ，信号带宽最小

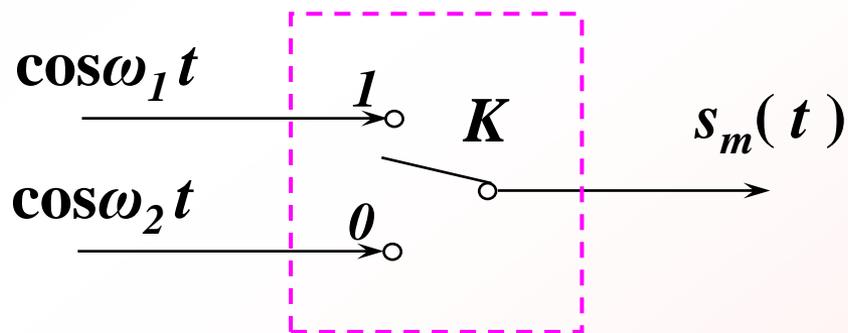
称为最小移频键控 MSK 信号

● 2FSK 调制方法

- 相位连续 2FSK 的调制



- 相位不连续 2FSK 的调制——键控方式



$s(t)$ 控制开关 K 的动作, 当 $s(t) = \begin{cases} 1 & K \text{ 接 } 1 \\ 0 & K \text{ 接 } 0 \end{cases}$



6.1.3 移相键控信号

(*2PSK*、*2DPSK*)

6.1.3.1 移相原理

6.1.3.2 移相键控信号

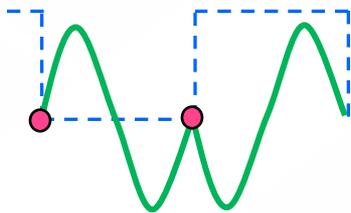
6.1.3.1 移相原理

- 模拟调相：载波相位随调制信号的变化而变化
- 数字移相：以载波的初始相位值表示数字信号的状态

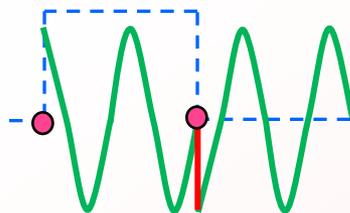
载波初相 Φ ：每个码元起始时刻对应的载波相位

例：二进制数字移相信号的载波初相描述

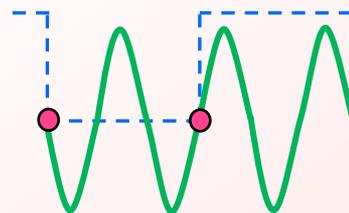
$$\Phi_0 = 0 \quad \Phi_1 = \pi$$



$$\Phi_1 = \pi/2 \quad \Phi_0 = -\pi/2$$



$$\Phi_0 = \pi \quad \Phi_1 = 0$$



6.1.3.2 移相键控信号 (2PSK 与 2DPSK)

1、信号定义及波形

2PSK 2DPSK 比较

2、信号时域表达式 $s_m(t) = As(t)\cos\omega_c t$

3、功率谱

重要参数：信号带宽 $B_{2PSK} = B_{2DPSK} = 2R_B$

4、调制方法

★ 2PSK: 绝对移相键控信号

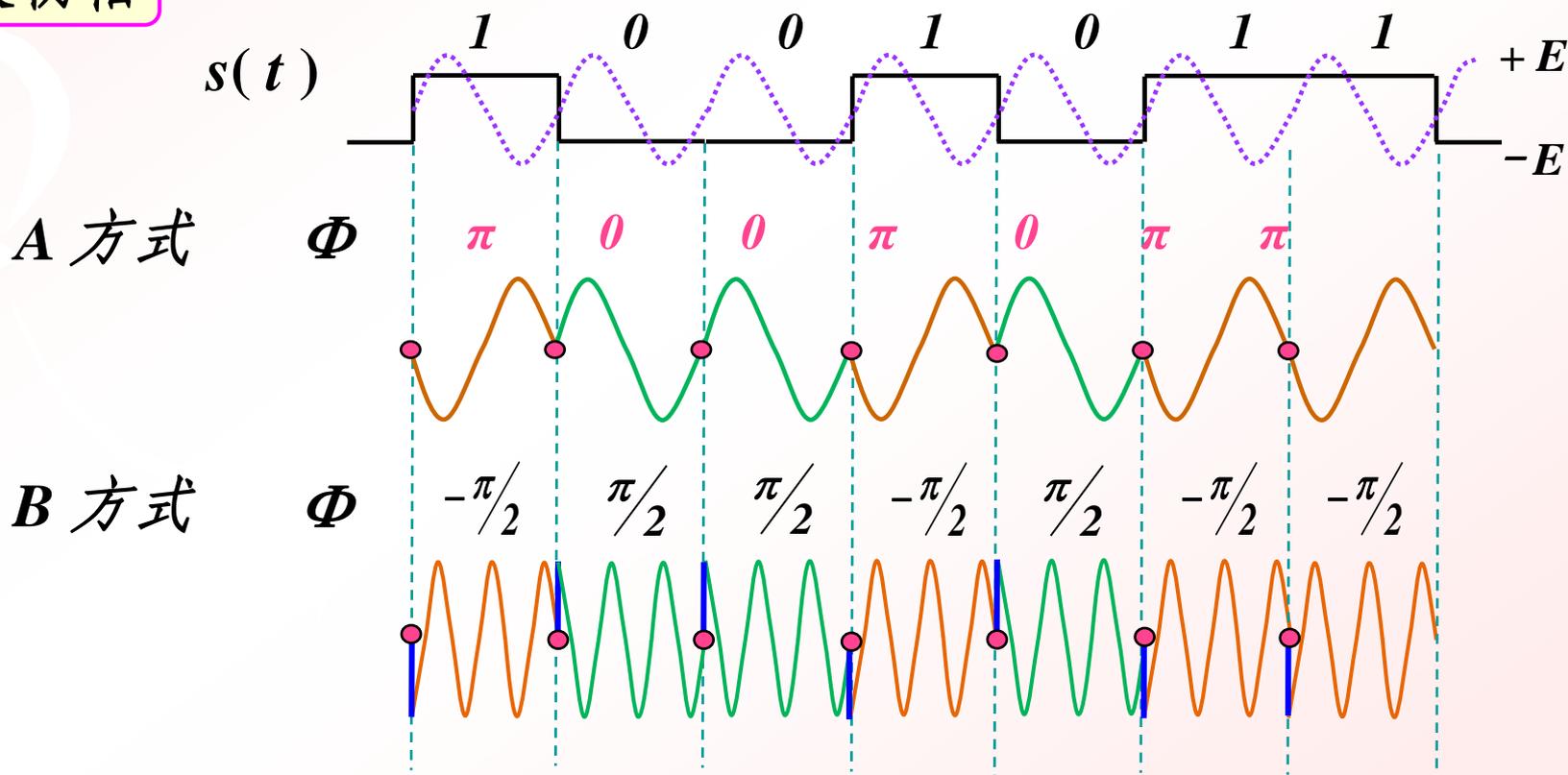
• A 方式

• B 方式

定义: $\Phi = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$

$\Phi = \begin{cases} \pi/2 \\ -\pi/2 \end{cases}$ 表示 “1”
表示 “0” 或反之

载波初相



★ 2DPSK：相对移相键控信号

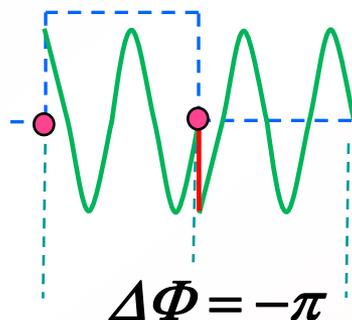
2DPSK 波形

$\Delta\varphi$ ：当前码元载波初相 φ_n
与相邻前码元载波初相 φ_{n-1} 的差值

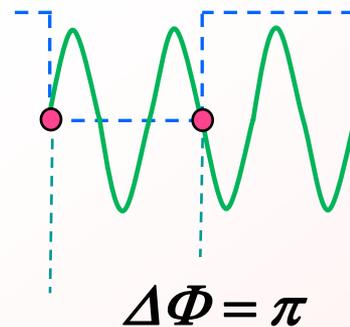
相对载波初相

$$\Delta\varphi = \varphi_n - \varphi_{n-1}$$

$$\Phi_1 = \pi/2 \quad \Phi_2 = -\pi/2$$



$$\Phi_1 = 0 \quad \Phi_2 = \pi$$

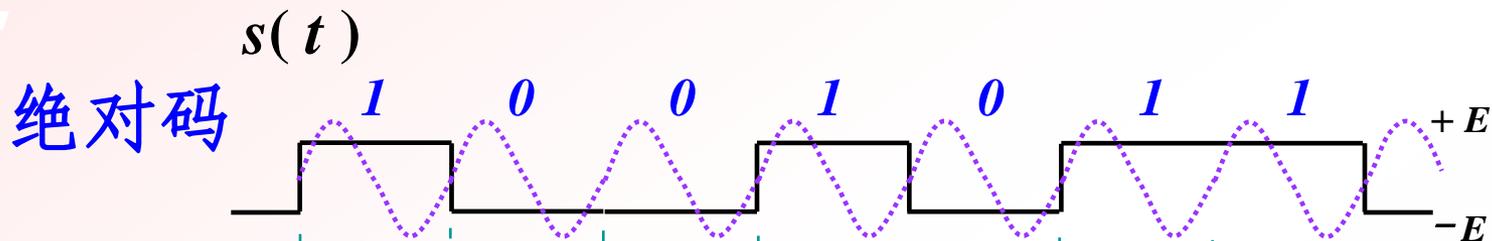


• A 方式

$$\Delta\Phi = \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases}$$

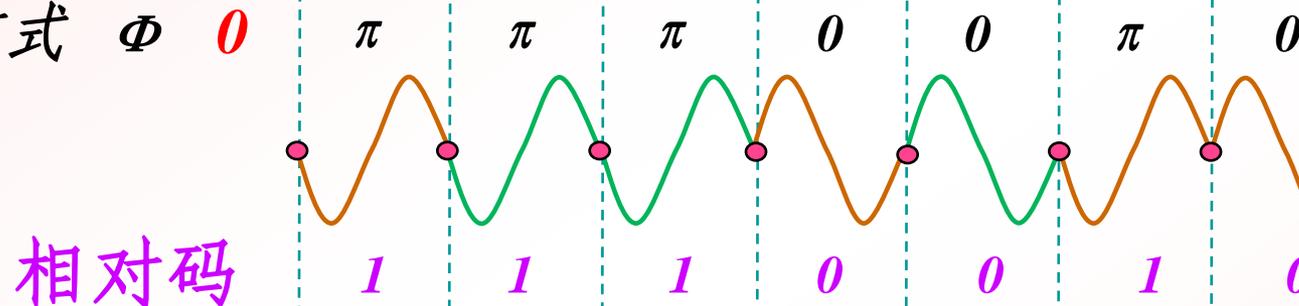
• B 方式

$$\Delta\Phi = \begin{cases} \pi/2 \\ -\pi/2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{表示 "0"} \\ \text{表示 "1"} \end{array} \quad \text{或反之}$$



参考点

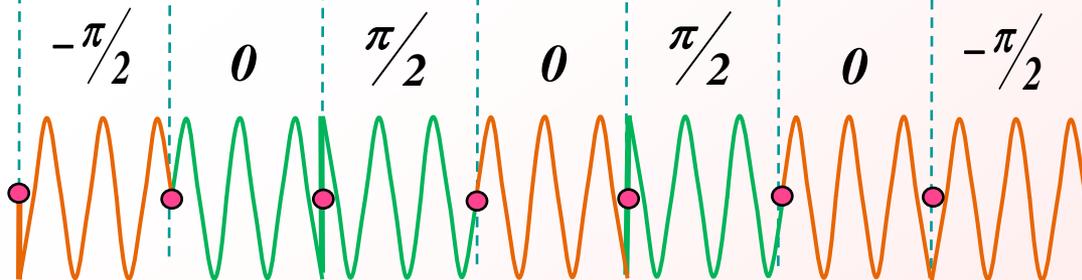
A 方式 Φ 0



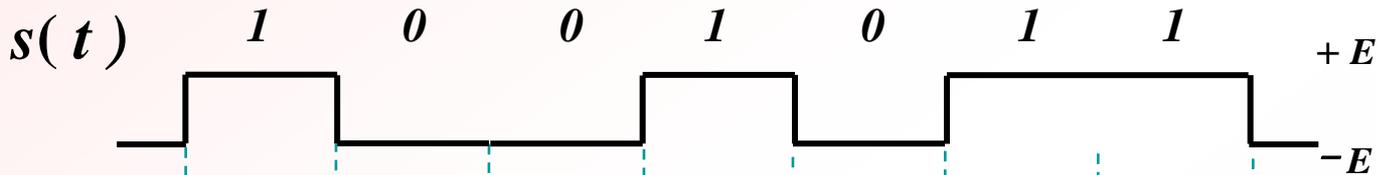
绝对码经过差分编码可得到相对码

B 方式 Φ 0

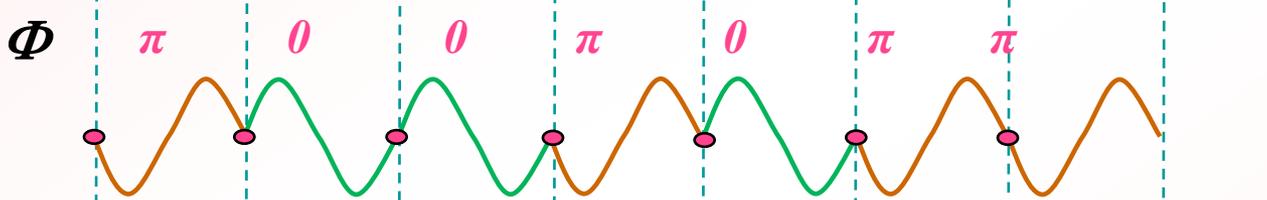
$-\pi/2$ 0 $\pi/2$ 0 $\pi/2$ 0 $-\pi/2$



比较



2PSK



缺陷

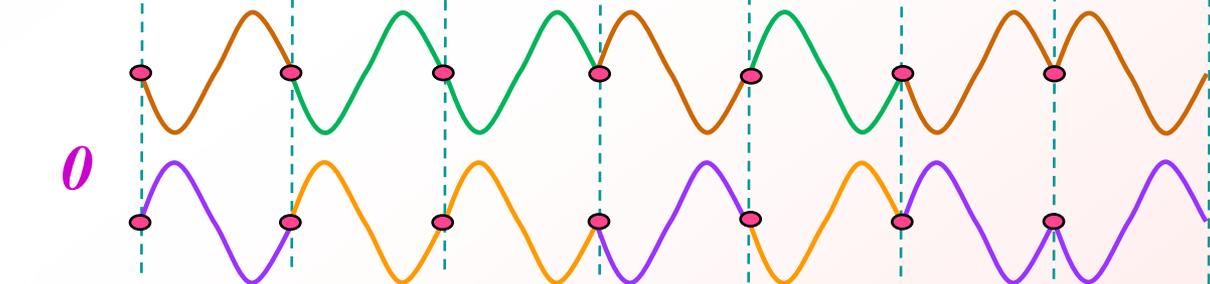
倒 π 现象

判

0 1 1 0 1 0 0 全错

2DPSK

0 π π π 0 0 π 0



判

0 0 0 1 0 1 1

错1位

● 2PSK 与 2DPSK 功率谱

∴ 2PSK 的信号表达式 $s_m(t) = s(t) \cos \omega_c t$

要求 $s(t)$ 为双极性非归零

∴ 2PSK 的功率谱密度

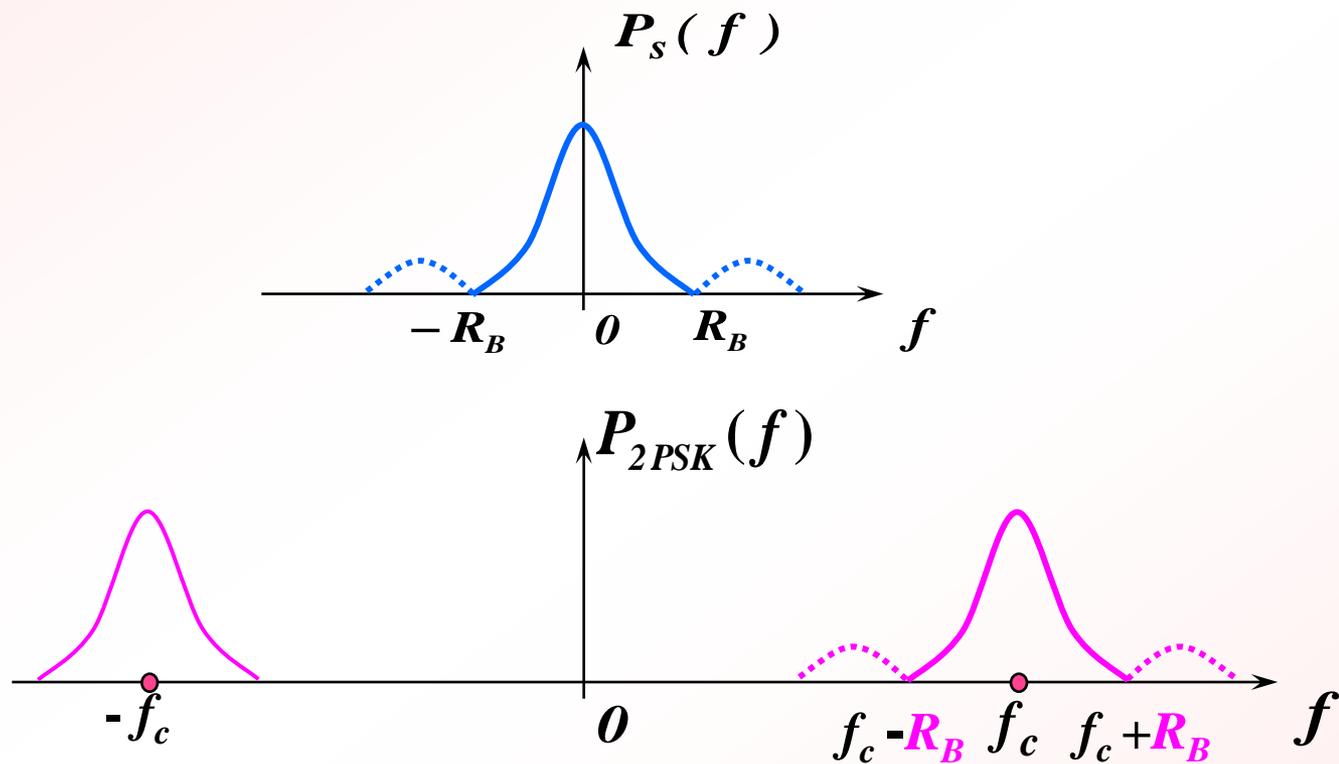
$$P_{2PSK}(f) = \frac{A^2}{4} [P_s(f + f_c) + P_s(f - f_c)]$$

$$\begin{aligned} \therefore P_s(f) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} |f_B(2p-1)G(mf_B)|^2 \delta(f - mf_B) + 4f_B p(1-p) |G(f)|^2 \\ &= f_B |G(f)|^2 \quad (p = 1/2) \\ &= T_B Sa^2(\pi f T_B) \end{aligned}$$

[频谱图](#)

$$\therefore P_{2PSK}(f) = \frac{A^2 T_B}{4} \left\{ Sa^2[\pi(f + f_c)T_B] + Sa^2[\pi(f - f_c)T_B] \right\}$$

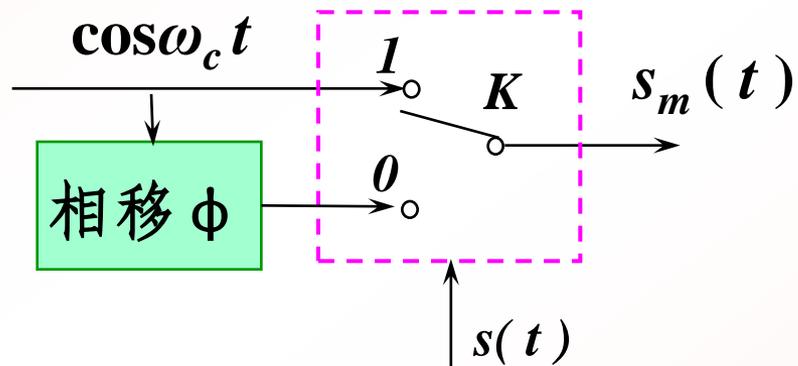
2PSK 频谱图



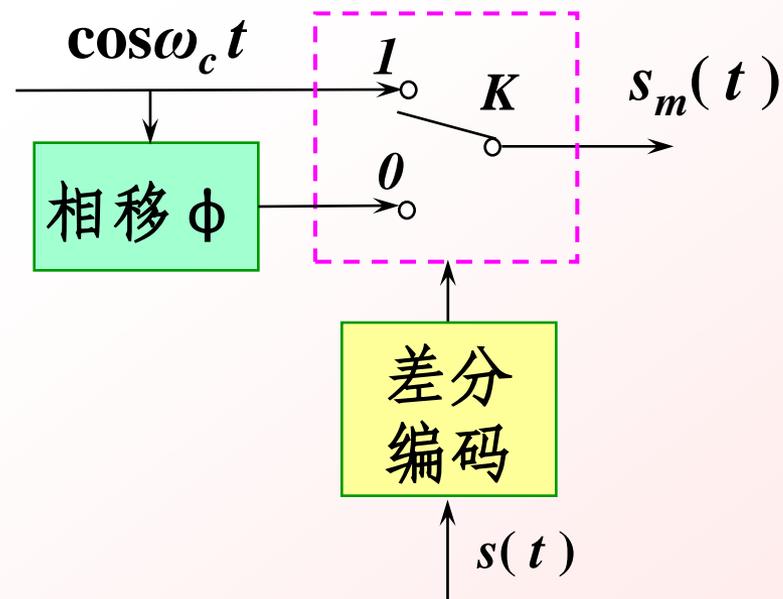
$$B_{2PSK} = 2R_B$$

- 调制方法

- 2PSK 键控方式



- 2DPSK 键控方式





6.2 二进制数字解调技术与抗噪声性能

6.2.1 2ASK 信号的解调

6.2.2 2FSK 信号的解调

6.2.3 2PSK 与 2DPSK 信号的解调



6.2.1 2ASK 信号的解调

6.2.1.1 接收信号描述

6.2.1.2 非相干解调

6.2.1.3 相干解调

6.2.1.4 匹配滤波器

⌘ 匹配滤波器解调

6.2.1.1 接收信号描述

分析：一个信号波形 (T_B 时间)

发送

$$s_m(t) = \begin{cases} A \cos \omega_c t & 0 < t < T_B \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

“1”

“0”

接收

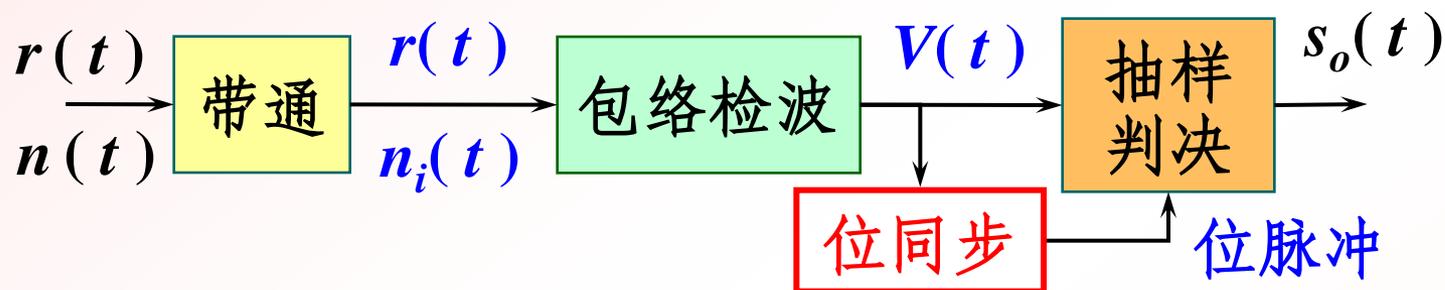


$$r(t) + n_i(t) = \begin{cases} a \cos \omega_c t + n_i(t) & \text{发“1”} \\ n_i(t) & \text{发“0”} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} [a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发“1”} \\ n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发“0”} \end{cases}$$

正弦波 + 窄带高斯过程

6.2.1.2 2ASK 非相干解调



$$r(t) + n_i(t) = \begin{cases} [a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发 "1"} \\ n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发 "0"} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} \sqrt{[a + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} \cos(\omega_c t + \varphi_0) \\ \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)} \cos(\omega_c t + \theta_0) \end{cases}$$

随机

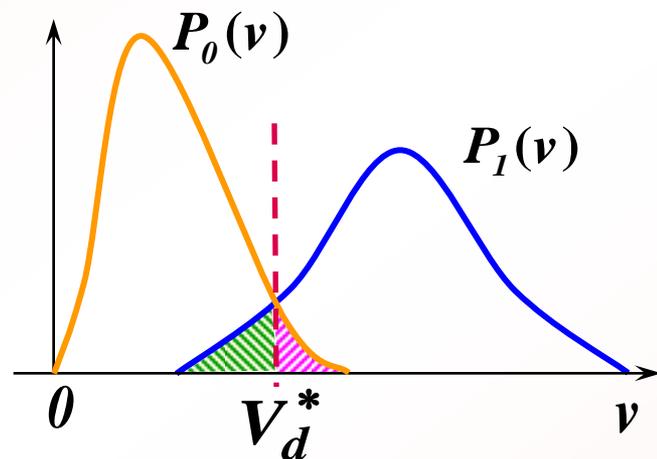
$$\therefore \begin{cases} V_1(t) = \sqrt{[a + n_c(t)]^2 + n_s^2(t)} & \text{发 "1"} \\ V_0(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)} & \text{发 "0"} \end{cases}$$

莱斯分布

$$P_1(v) = \frac{v}{\sigma_n^2} I_0\left(\frac{av}{\sigma_n^2}\right) e^{-\frac{(v^2 + a^2)}{2\sigma_n^2}}$$

瑞利分布

$$P_0(v) = \frac{v}{\sigma_n^2} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_n^2}}$$



\therefore 误码为 $P(0/1)$ 、 $P(1/0)$

令最佳判决门限为 V_d^* ，满足 $P_0(V_d^*) = P_1(V_d^*)$

$$\text{则 } p_{e_1} = P(0/1) = P(v < V_d^*) = \int_0^{V_d^*} P_1(v) dv = 1 - \int_{V_d^*}^{\infty} P_1(v) dv$$

$$p_{e_0} = P(1/0) = P(v > V_d^*) = \int_{V_d^*}^{\infty} P_0(v) dv$$

\therefore 系统总误码率 $P_e = p(s_1) p_{e_1} + p(s_0) p_{e_0}$

误码率推导

误码率与信噪比

最佳判决门限

定义: Q 函数
$$Q(\alpha, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} t I_0(\alpha t) e^{-\frac{t^2 + \alpha^2}{2}} dt$$

$$\therefore p_{e_1} = 1 - \int_{V_d^*}^{\infty} P_1(v) dv$$

$$\int_{V_d^*}^{\infty} P_1(v) dv = \int_{V_d^*}^{\infty} \frac{v}{\sigma_n^2} I_0\left(\frac{av}{\sigma_n^2}\right) e^{-\frac{(v^2 + a^2)}{2\sigma_n^2}} dv$$

$$= \int_{V_d^*/\sigma_n}^{\infty} \frac{v}{\sigma_n} I_0\left(\frac{a}{\sigma_n} \cdot \frac{v}{\sigma_n}\right) e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{v^2}{\sigma_n^2} + \frac{a^2}{\sigma_n^2}\right)} \cdot d \frac{v}{\sigma_n}$$

$$\therefore p_{e_1} = 1 - Q\left(\frac{a}{\sigma_n}, \frac{V_d^*}{\sigma_n}\right) \quad \alpha = \frac{a}{\sigma_n} \quad \beta = \frac{V_d^*}{\sigma_n}$$

$I_0(\alpha t)$ 零阶修正贝塞尔函数

$$p_{e_0} = \int_{V_d^*}^{\infty} \frac{v}{\sigma_n^2} e^{-\frac{v^2}{2\sigma_n^2}} dv = e^{-\frac{(V_d^*)^2}{2\sigma_n^2}}$$

定义: • 归一化门限值 $b_0 = \frac{V_d^*}{\sigma_n}$

• 带通滤波器的输出信噪比 $\gamma = \frac{a^2}{2} / \sigma_n^2$

$$\therefore p_{e_1} = 1 - Q\left(\frac{a}{\sigma_n}, \frac{V_d^*}{\sigma_n}\right) = 1 - Q(\sqrt{2\gamma}, b_0)$$

$$p_{e_0} = e^{-b_0^2/2}$$

$$\therefore p(1) = p(0) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P_e = p(s_1)p_{e_1} + p(s_0)p_{e_0}$$

$$= \frac{1}{2} [1 - Q(\sqrt{2\gamma}, b_0)] + \frac{1}{2} e^{-b_0^2/2}$$

当 $\gamma \gg 1$ 时 $\approx \frac{1}{2} e^{-\gamma/4}$

结论: P_e 的大小取决于 γ 、 b_0

确定最佳门限电压 V_d^* 、 b_0

$$\therefore P_1(V_d^*) = P_0(V_d^*)$$

$$\therefore \frac{V_d^*}{\sigma_n^2} I_0\left(\frac{aV_d^*}{\sigma_n^2}\right) e^{-\frac{V_d^{*2}+a^2}{2\sigma_n^2}} = \frac{V_d^*}{\sigma_n^2} e^{-\frac{(V_d^*)^2}{2\sigma_n^2}}$$

$$\therefore I_0\left(\frac{aV_d^*}{\sigma_n^2}\right) e^{-\frac{a^2}{2\sigma_n^2}} = 1$$

化简

$$\therefore \ln I_0\left(\frac{aV_d^*}{\sigma_n^2}\right) - \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = 0$$

两边同取自然对数

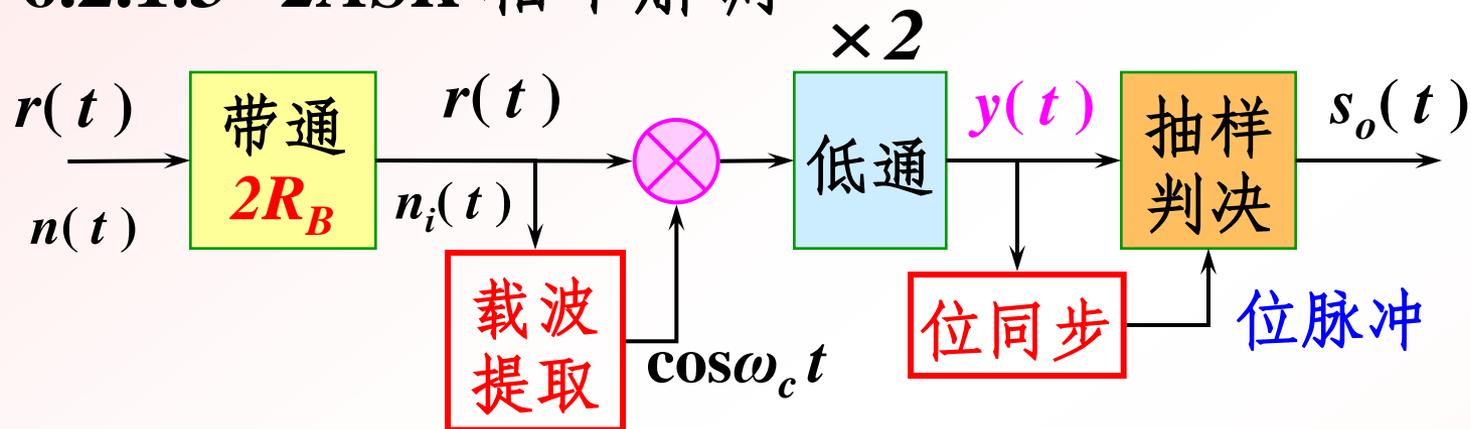
$$\therefore \gamma = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} = \ln I_0\left(\frac{aV_d^*}{\sigma_n^2}\right) \approx \frac{aV_d^*}{\sigma_n^2}$$

$\gamma \gg 1$ 时

$$\therefore V_d^* = \frac{a}{2} \quad b_0 = \frac{V_d^*}{\sigma_n} = \sqrt{\gamma/2}$$

同理: $\gamma \ll 1$ 时 $V_d^* = \sqrt{2\sigma_n^2} \quad b_0 = \sqrt{2}$

6.2.1.3 2ASK 相干解调



$$\therefore r(t) + n_i(t) = \begin{cases} [a + n_c(t)] \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发“1”} \\ n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t & \text{发“0”} \end{cases}$$

正态分布

$$\therefore y(t) = \begin{cases} a + n_c(t) & \text{发“1”} \\ n_c(t) & \text{发“0”} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{均值为 } a \\ \text{均值为 } 0 \end{array} \quad \text{方差为 } \sigma_n$$

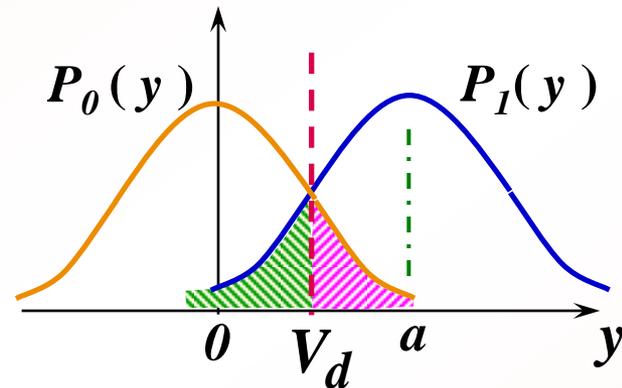
$$\therefore P_1(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{(y-a)^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

$$P_0(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{y^2}{2\sigma_n^2}\right]$$

$$p_{e_1} = \int_{-\infty}^{V_d} P_1(y) dy = 1 - \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{V_d - a}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right]$$

$$p_{e_0} = \int_{V_d}^{\infty} P_0(y) dy = \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{V_d}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{V_d - a}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right] + \frac{1}{4} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{V_d}{\sqrt{2}\sigma_n} \right) \right]$$



系统总误码率 $P_e = p(s_1) p_{e_1} + p(s_0) p_{e_0}$

当最佳门限 $V_d = \frac{a}{2}$, $\gamma = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} \gg 1$ 时

等概 $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma}{4}} = \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma}} e^{-\gamma/4}$

6.2.1.4 匹配滤波器

最佳接收概念：根据接收**数字信号**特性和环境噪声的变化规律，寻找与接收信号**匹配**的接收系统结构，达到信号的最佳还原。

匹配滤波器定义：保证判决时刻输出信噪比**最大**的线性滤波器。

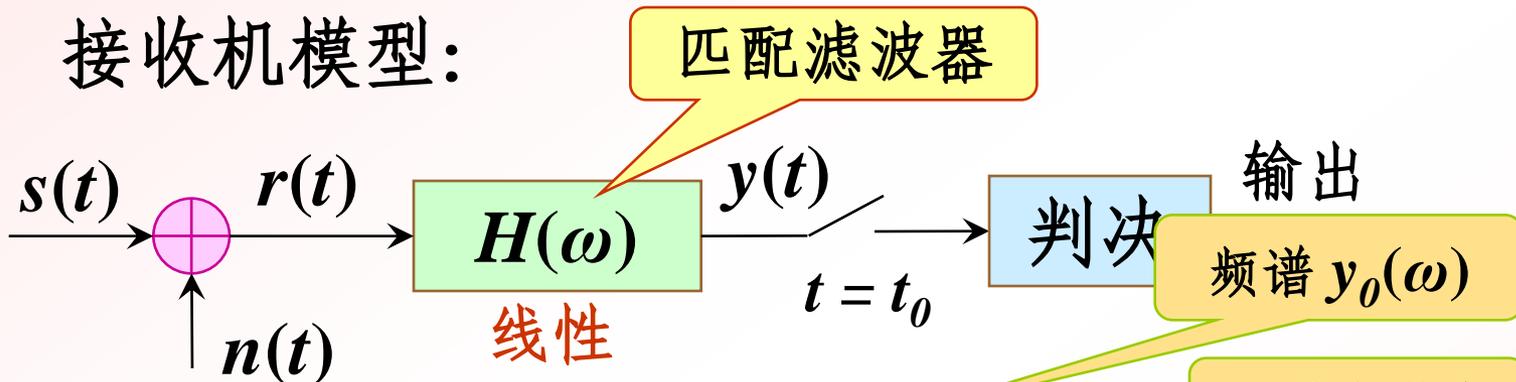
匹配滤波器的**设计思想**：

针对接收信号，确定滤波器的 **$H(\omega)$** ，在噪声背景下，尽可能使还原信号与发送信号一致。

匹配滤波器的特性

★ 匹配滤波器的特性

接收机模型:



$$\because r(t) = s(t) + n(t)$$

$$y(t) = y_0(t) + n_0(t)$$

$$\because y_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} y_0(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} s(\omega) H(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

输出信噪比 $|H(\omega)|^2$

$$N_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P_{n_0}(\omega) d\omega$$

设计 $H(\omega)$

保证 $\gamma_0 = \frac{|y_0(t)|^2}{N_0} \Big|_{t=t_0}$ 最大

推导 $H(\omega)$ 、 $h(t)$ 、结构

匹配滤波器的 $H(\omega)$

判决时刻 $t = t_0$

输出信噪比

$$\gamma_0 = \frac{|y_0(t)|^2}{N_0} \Big|_{t=t_0} = \frac{\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) s(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega \right|^2}{\frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega}$$

根据许瓦兹不等式

求极值

$$\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) Y(\omega) d\omega \right|^2 \leq \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |Y(\omega)|^2 d\omega$$

当且仅当 $X(\omega) = KY^*(\omega)$ 等式成立

$$\therefore H(\omega) = Ks^*(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

$$(\gamma_0)_{\max} = \frac{\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\omega)|^2 d\omega}{n_0} = \frac{2E}{n_0}$$

信号能量的2倍

➤ 匹配滤波器的 $h(t)$

$$\because H(\omega) = Ks^*(\omega)e^{-j\omega t_0}$$

$$\therefore h(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} KS^*(\omega)e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t} d\omega$$

$$= \frac{K}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) e^{j\omega(\tau - t_0 + t)} d\tau \right] e^{-j\omega t_0} d\omega$$

发送信号
码元波形

$$= K \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \delta(\tau - t_0 + t) d\tau$$

$$= Ks(t_0 - t)$$

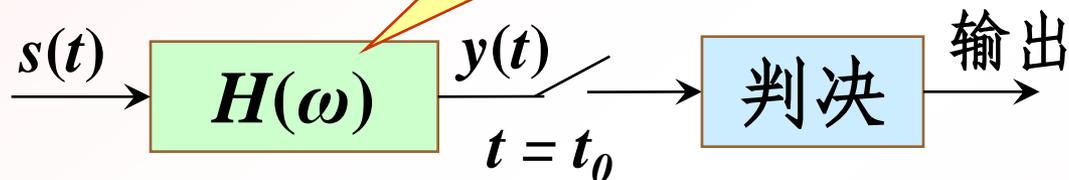
满足因果性 $h(t) = 0 \quad t < 0$

物理可实现

即约束 $s(t_0 - t) = 0 \quad t < 0$

令时刻判决 $t_0 = T_B \quad h(t) = Ks(T_B - t)$

匹配滤波器的结构



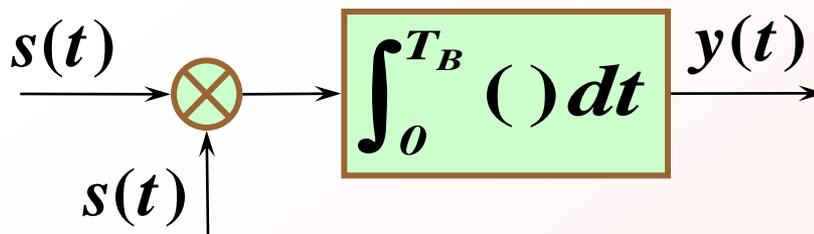
$$y(t) = s(t) * h(t) = Ks(t) * s(t_0 - t)$$

卷积、无噪

令时刻判决 $t_0 = T_B$ 、 $K = 1$

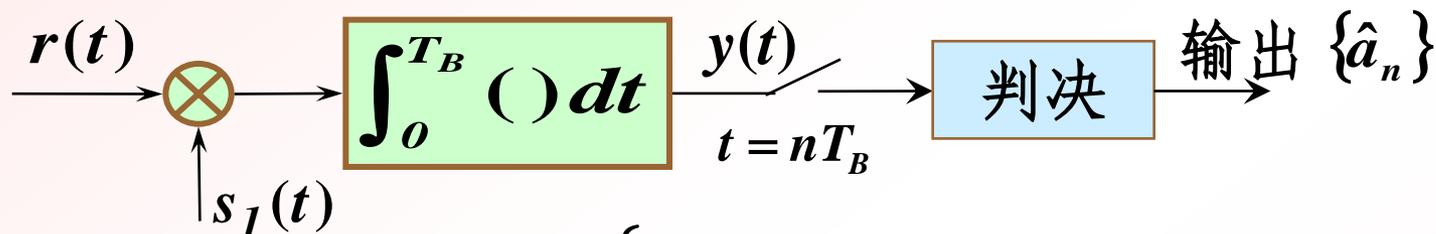
$$\begin{aligned} y(T_B) &= \int_0^{T_B} s(\tau) \cdot s[T_B - (T_B - \tau)] d\tau \\ &= \int_0^{T_B} s^2(\tau) d\tau \end{aligned}$$

结构:



也称为相关器

❖ 2ASK 的匹配滤波器解调



发“1”

$$r(t) = s_m(t) + n(t) = \begin{cases} a \cos \omega_c t + n(t) & \text{"1"} \\ 0 + n(t) & \text{"0"} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T_B$$

输出

$$y(T_B) = \int_0^{T_B} [s_1(\tau) + n(\tau)] s_1(\tau) d\tau$$

$$= \int_0^{T_B} s_1^2(\tau) \cdot \text{比特能量} \cdot s_1(\tau) d\tau$$

发“0”

$$= E_b + Z$$

正态分布

$$y(T_B) = \int_0^{T_B} n(\tau) \cdot s_1(\tau) d\tau = Z$$

Z: 均值 $E(Z) = 0$ 方差 $\sigma_n^2 = D(Z) = \frac{n_0}{2} E_b$

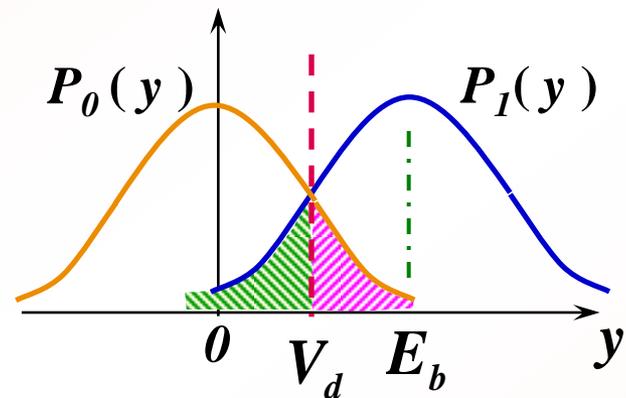
生成条件概率密度函数: $P_0(y)$ 、 $P_1(y)$

最佳门限 $V_d^* = \frac{E_b}{2}$

判决规则:

$$y(nT_B) > V_d^* \quad \text{判 "1"}$$

$$y(nT_B) < V_d^* \quad \text{判 "0"}$$



$$\therefore p_{e_1} = \int_{-\infty}^{V_d^*} P_1(y) dy \quad p_{e_0} = \int_{V_d^*}^{\infty} P_0(y) dy$$

系统总误码率 $P_e = p(s_1) p_{e_1} + p(s_0) p_{e_0}$

等概 $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{4n_0}} \right)$

与相干解调比较

★ 解调性能比较①

2ASK 相干解调

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma}{4}}$$

>

匹配滤波器

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{4n_0}} \right)$$

讨论: 信噪比 γ 和 $\frac{E_b}{n_0}$

最佳接收

$$\gamma = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$$

$$\frac{E_b}{n_0} = \frac{\frac{1}{2}a^2T_B}{n_0} = \frac{\frac{1}{2}a^2T_B}{\frac{\sigma_n^2}{B}} = \frac{\frac{1}{2}a^2}{\sigma_n^2} T_B B = \frac{a^2}{\sigma_n^2}$$

$$B = 2R_B = \frac{2}{T_B}$$



6.2.2 $2FSK$ 信号的解调

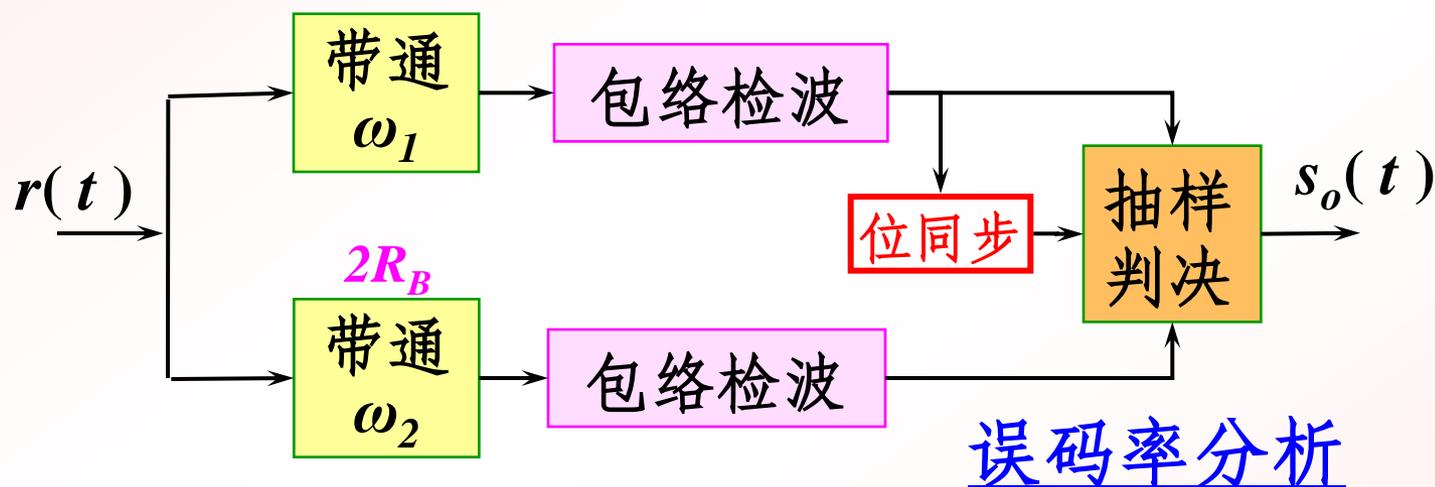
6.2.2.1 非相干解调

6.2.2.2 相干解调

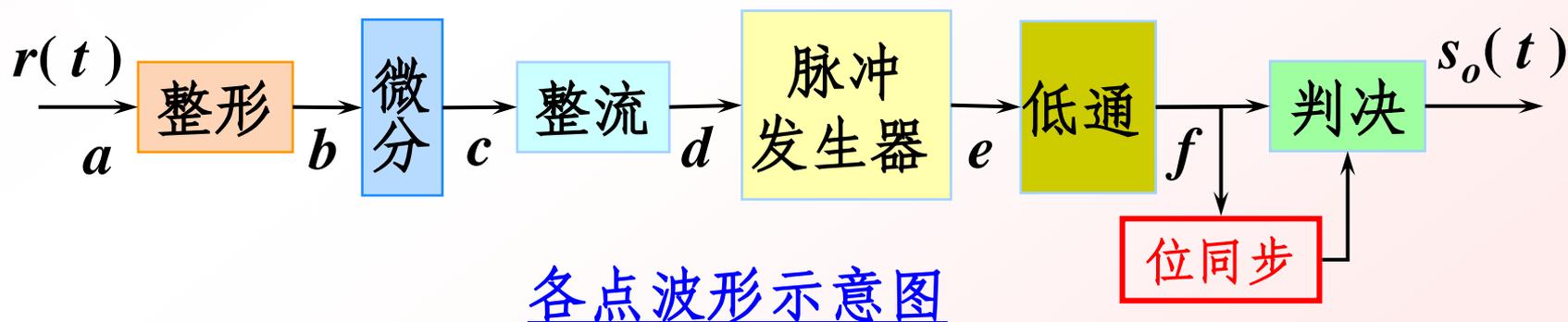
6.2.2.3 匹配滤波器解调

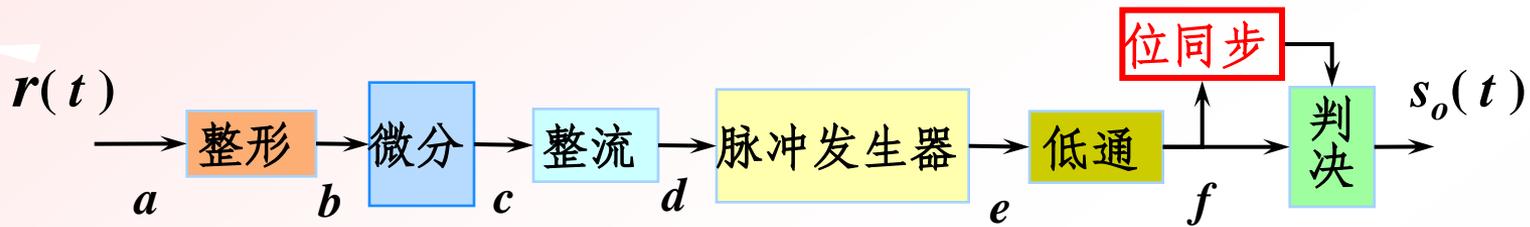
6.2.2.1 2FSK 非相干解调

- 包络检波法 应用条件: $|f_1 - f_2| \geq 2R_B$

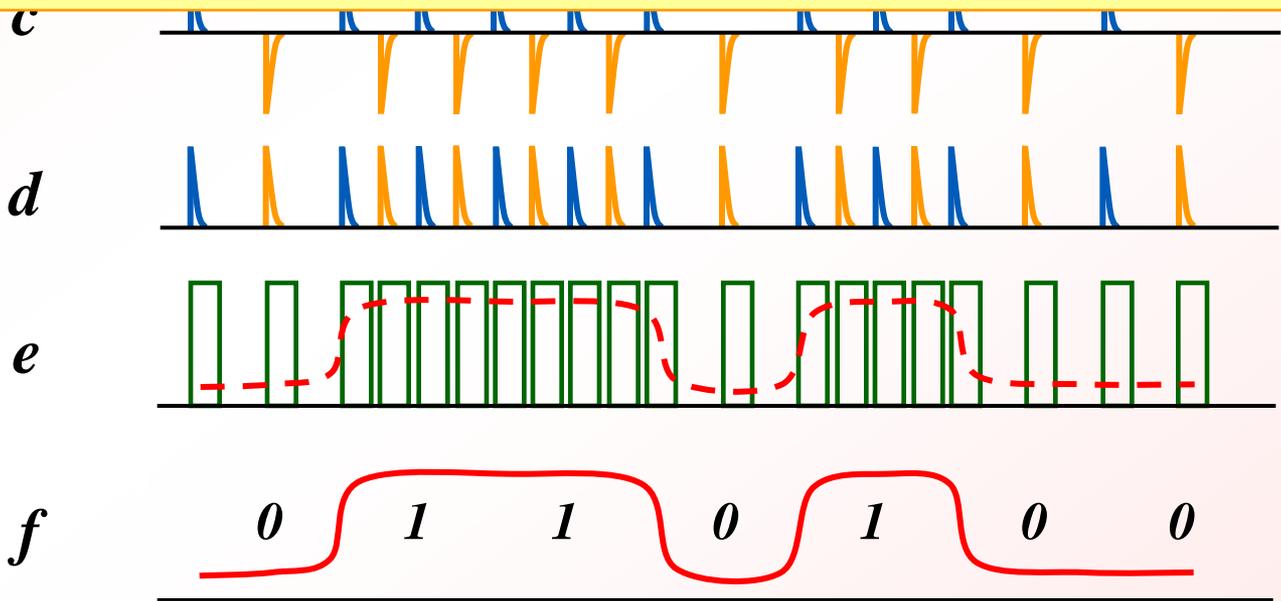


- 过零检测法

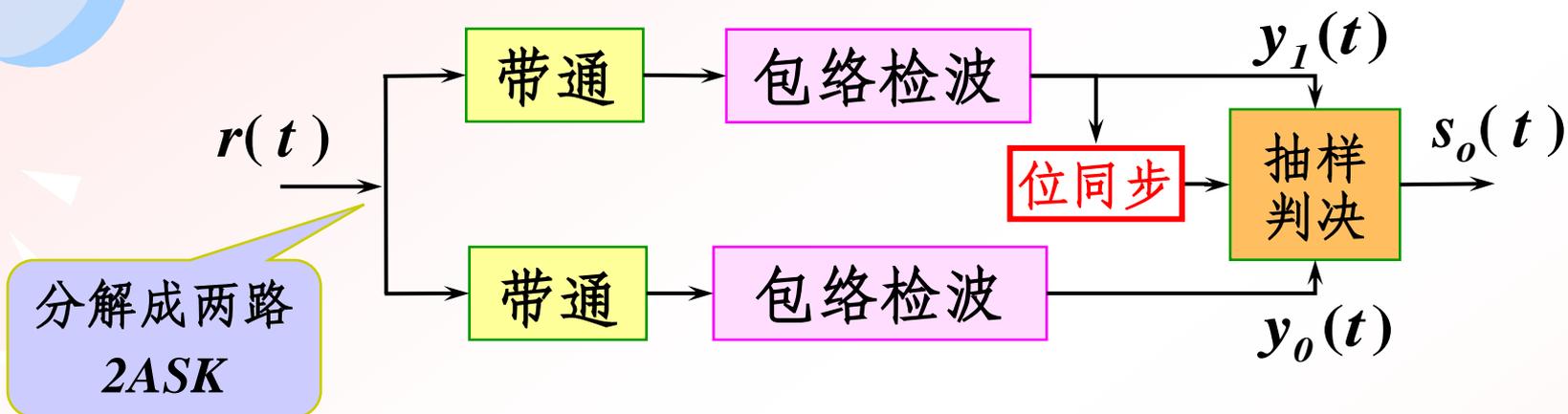




特点： “1”、 “0” 码元的载波频率不同，
 一个码元时间内载波的过零点数目不同。
 利用此特点，还原基带信号。



★ 2FSK 包络检波的误码率



发“1”
 上支路输出 $y_1(t)$
 下支路 $y_0(t)$

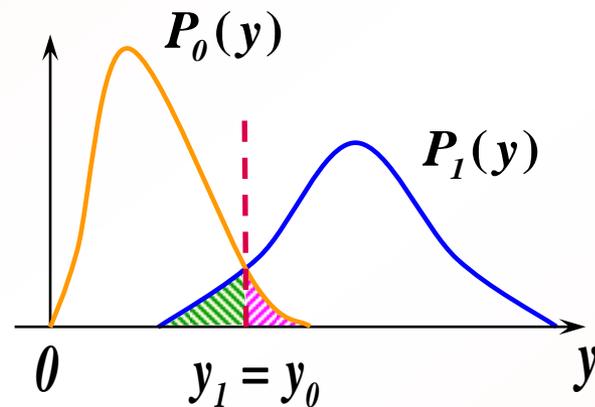
发“0”
 上支路输出 $y_0(t)$
 下支路 $y_1(t)$

$$\begin{cases} y_1(t) = \sqrt{[a + n_{1c}(t)]^2 + n_{1s}^2(t)} \\ y_0(t) = \sqrt{n_{2c}^2(t) + n_{2s}^2(t)} \end{cases}$$

莱斯分布

瑞利分布

判决规则： $y_1 \geq y_0$ 判 “1”
 $y_1 < y_0$ 判 “0”



发 “1”错
判

$$p_{e_1} = P(y_1 < y_0) = \int_0^{\infty} P_1(y_1) \left[\int_{y_0=y_1}^{\infty} P_0(y_0) d y_0 \right] d y_1$$

$$= \frac{1}{2} e^{-\gamma/2}$$

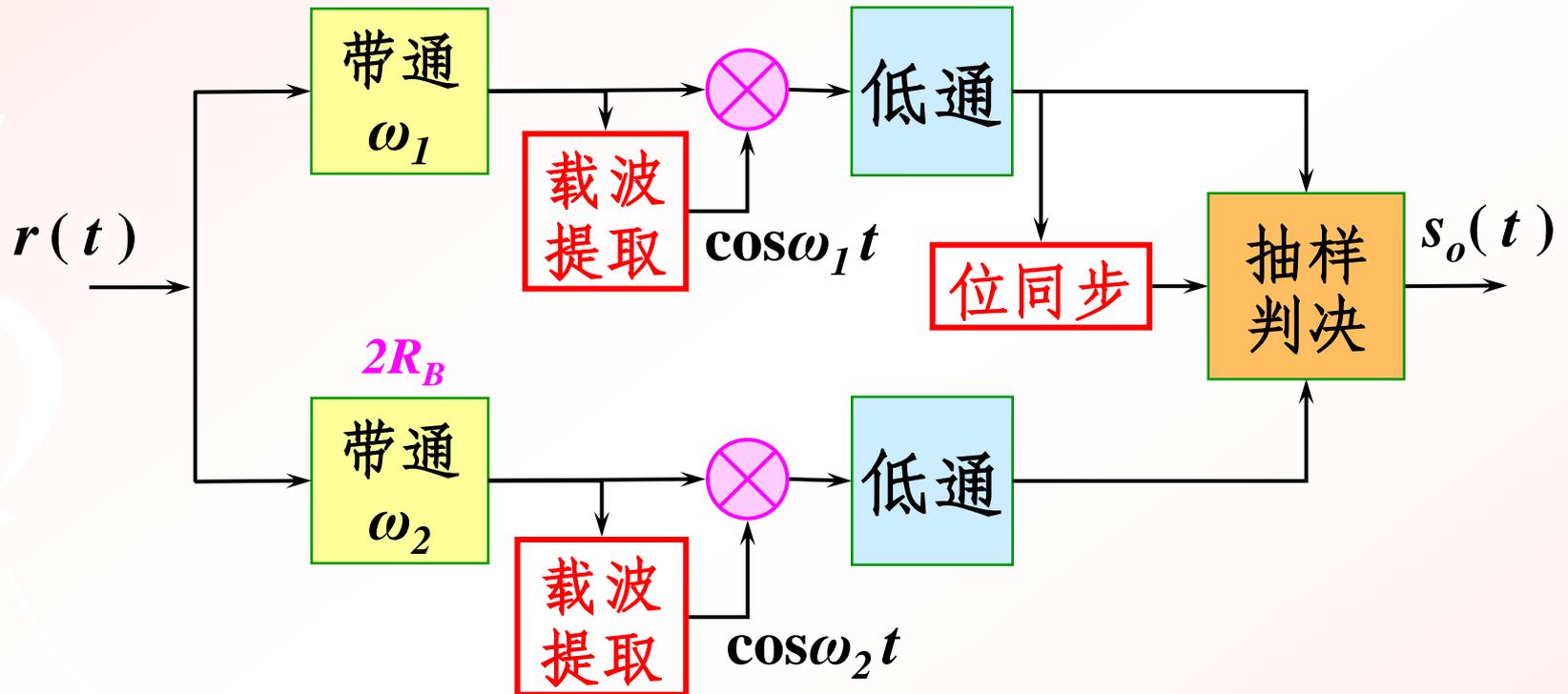
发 “0”错
判

$$p_{e_0} = P(y_1 > y_0) = \frac{1}{2} e^{-\gamma/2}$$

系统总误码率 $P_e = \frac{1}{2} [p_{e_1} + p_{e_0}] = \frac{1}{2} e^{-\gamma/2}$

等概

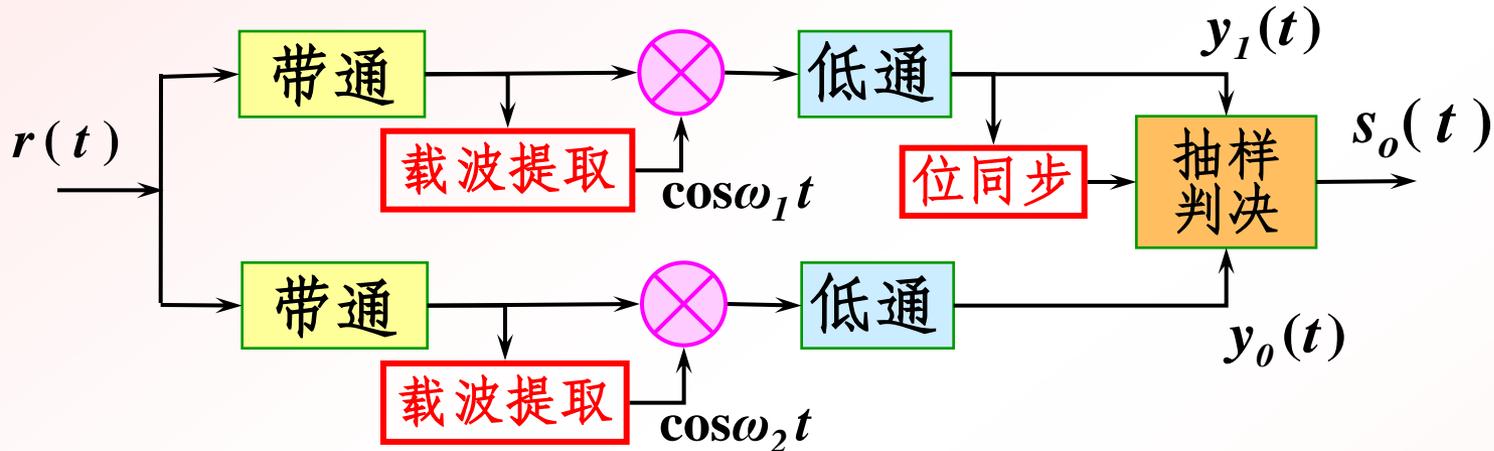
6.2.2.2 2FSK 相干解调



应用条件: $|f_1 - f_2| \geq 2R_B$

误码率分析

★ 2FSK 相干解调的误码率



发“1”

上支路
下支路 输入

$$[a + n_{1c}(t)] \cos \omega_1 t - n_{1s}(t) \sin \omega_1 t$$

$$n_{2c}(t) \cos \omega_2 t - n_{2s}(t) \sin \omega_2 t$$

上支路
下支路 输出

$$\begin{cases} y_1(t) = a + n_{1c}(t) \\ y_0(t) = n_{2c}(t) \end{cases}$$

正态分布

判决规则

$$y_1 > y_0 \quad \text{判 “1”}$$

$$y_1 < y_0 \quad \text{判 “0”}$$

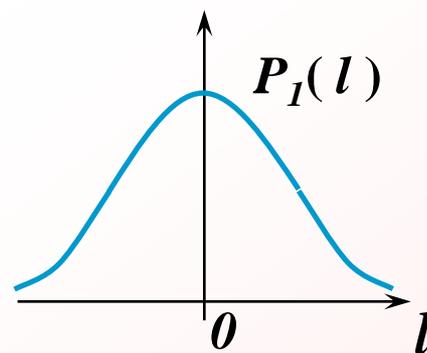
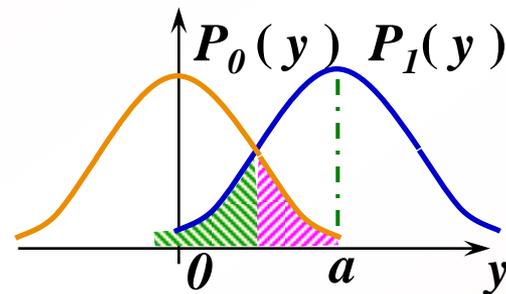
发“1”错判

判

$$p_{e1} = P(y_1 < y_0) = P[a + n_{1c} - n_{2c} < 0] \\ = P(l < 0)$$

$$\therefore P_1(l) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} e^{-\frac{(l-a)^2}{2\sigma_l^2}}$$

$$\therefore p_{e1} = \int_{-\infty}^0 P_1(l) dl = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_l} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{(l-a)^2}{2\sigma_l^2}} dl \\ = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{\gamma}{2}}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma}} e^{-\frac{\gamma}{2}}$$

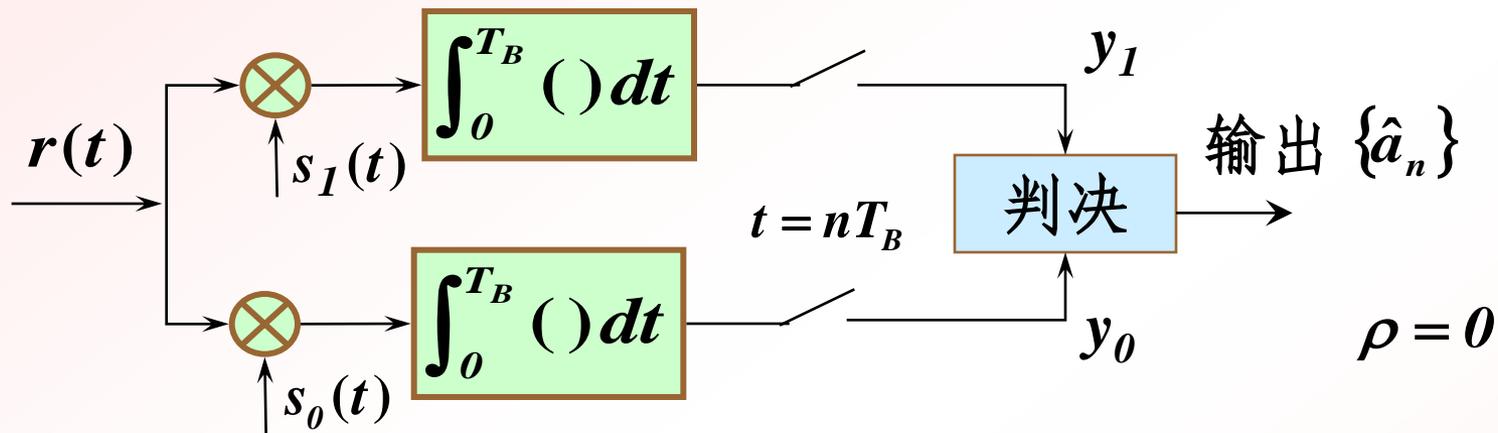


同理：发“0”错判 $p_{e0} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma}} e^{-\frac{\gamma}{2}}$

系统总误码率 $P_e = \frac{1}{2} [p_{e1} + p_{e0}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma}} e^{-\frac{\gamma}{2}}$

等概

6.2.2.3 2FSK 的匹配滤波器解调



发“1”

输入 $r(t) = \begin{cases} s_1(t) + n(t) & \text{"1"} \\ s_0(t) + n(t) & \text{"0"} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T_B$

输出 $y_1(T_B) = \int_0^{T_B} [s_1(\tau) + n(\tau)] s_1(\tau) d\tau$

上支路

$= \int_0^{T_B} s_1^2(\tau) \cdot s_1(\tau) d\tau$ (比特能量)

下支路

$= E_b + Z_1$ (正态分布)

$y_0(T_B) = \int_0^{T_B} n(\tau) s_0(\tau) d\tau = Z_0$

令 $l = y_1 - y_0 = Z_1 - Z_0$

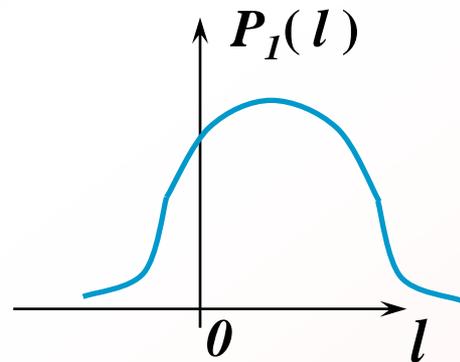
随机变量

l : 均值 $E(l) = E_b$ 方差 $\sigma_n^2 = D(l) = n_0 E_b$

判决规则: $l \geq 0$ 判 "1"
 $l < 0$ 判 "0"

$$\therefore p_{e1} = \int_{-\infty}^0 P(l) dy$$

同理得 p_{e0}



系统总误码率 $P_e = p(s_1) p_{e1} + p(s_0) p_{e0}$

等概 $P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2n_0}} \right)$

与相干解调比较

★ 解调性能比较②

2FSK 相干解调

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{\gamma}{2}}$$

>

匹配滤波器

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{2n_0}} \right)$$

讨论: 信噪比 γ 和 $\frac{E_b}{n_0}$

最佳接收

$$\gamma = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} \quad \frac{E_b}{n_0} = \frac{\frac{1}{2}a^2 T_B}{n_0} = \frac{\frac{1}{2}a^2}{\sigma_n^2} T_B B = \frac{a^2}{\sigma_n^2}$$

$$? \quad B = 2R_B = \frac{2}{T_B}$$



6.2.3 $2PSK$ 及 $2DPSK$ 信号的解调

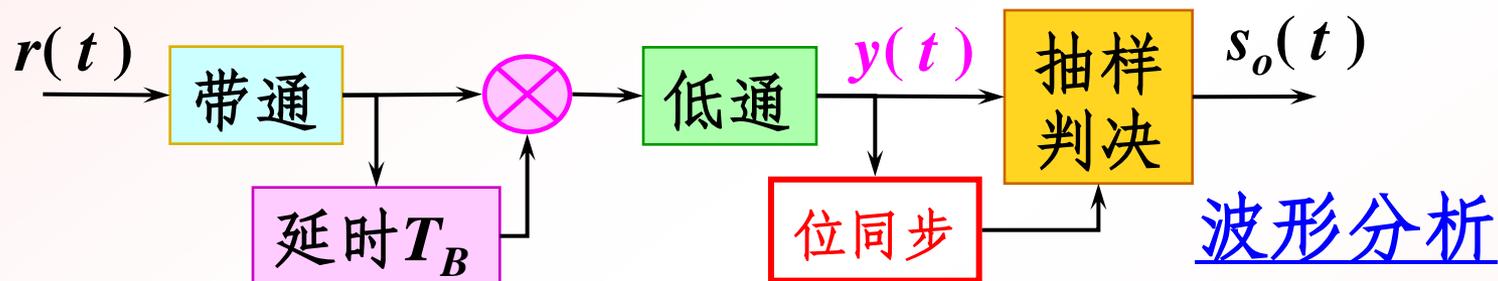
6.2.3.1 非相干解调

6.2.3.2 相干解调

6.2.3.3 匹配滤波器解调

6.2.3.1 非相干解调

• 2DPSK 差分相干检波



若 2DPSK 信号定义

$$\Delta\varphi = \varphi_n - \varphi_{n-1} = \begin{cases} \pi & \text{"1"} \\ 0 & \text{"0"} \end{cases}$$

判决规则:

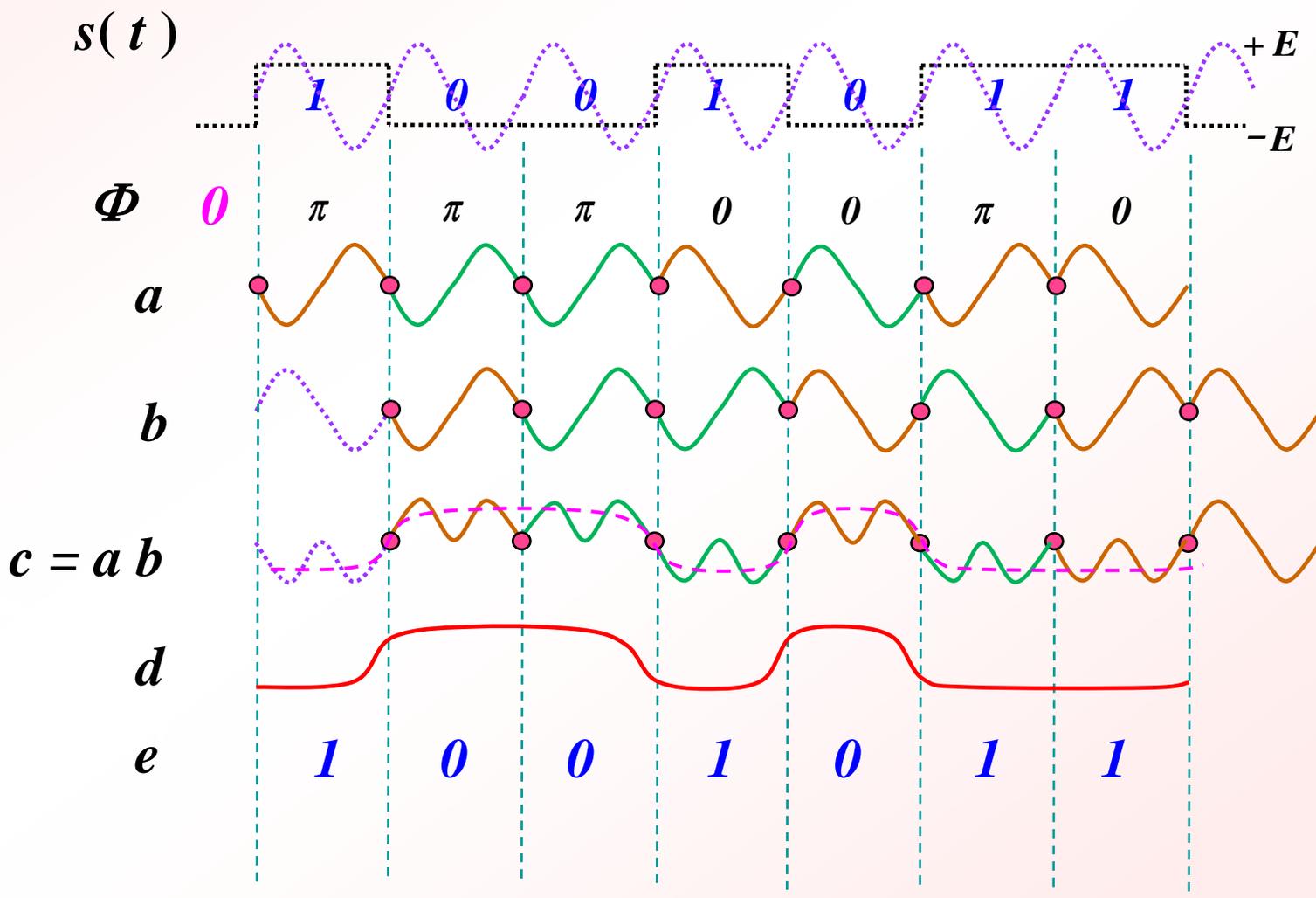
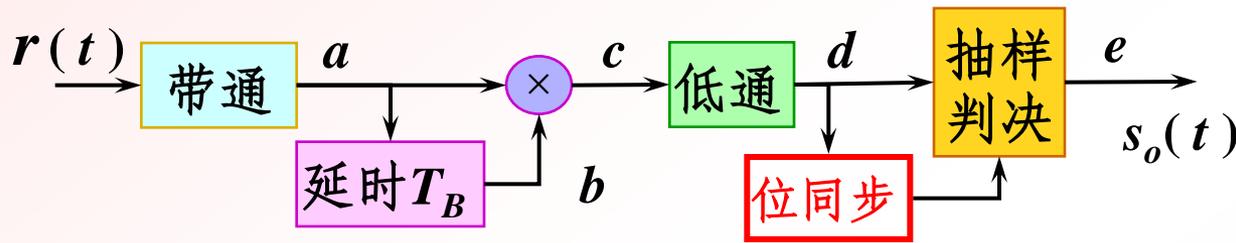
$$\begin{array}{ll} y(nT_B) < 0 & \text{判 "1"} \\ y(nT_B) > 0 & \text{判 "0"} \end{array}$$

系统总误码率

$$P_e = \frac{1}{2} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_n^2}\right) = \frac{1}{2} e^{-\gamma}$$

低通输出

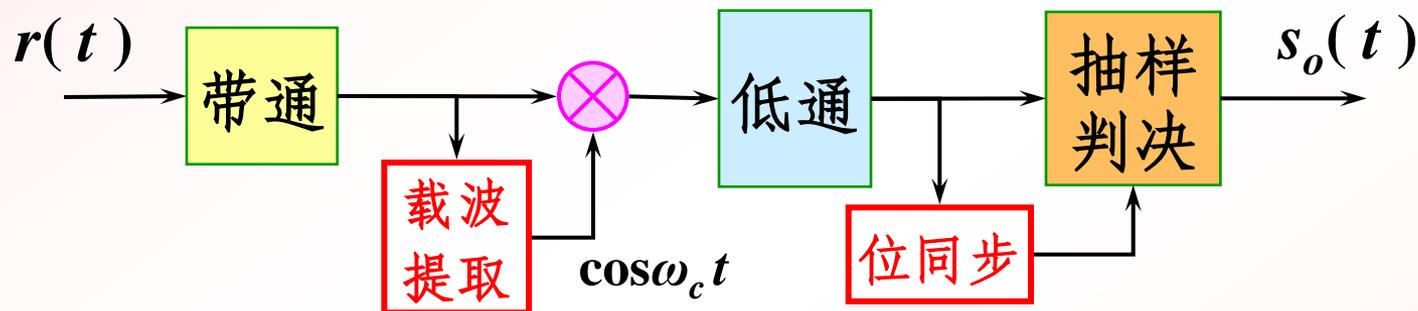
$$y(t) = \frac{A^2}{2} \cos(\varphi_n - \varphi_{n-1})$$



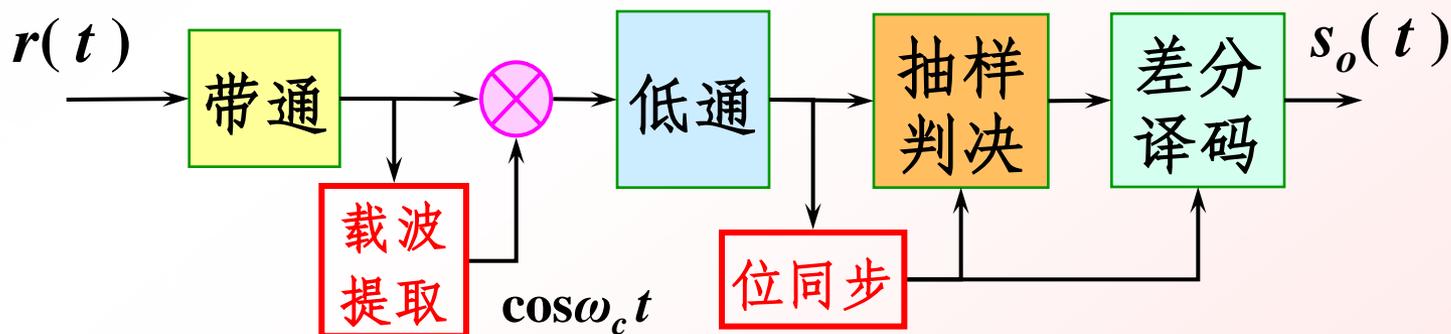
6.2.3.2 相干解调

误码率分析

• 2PSK

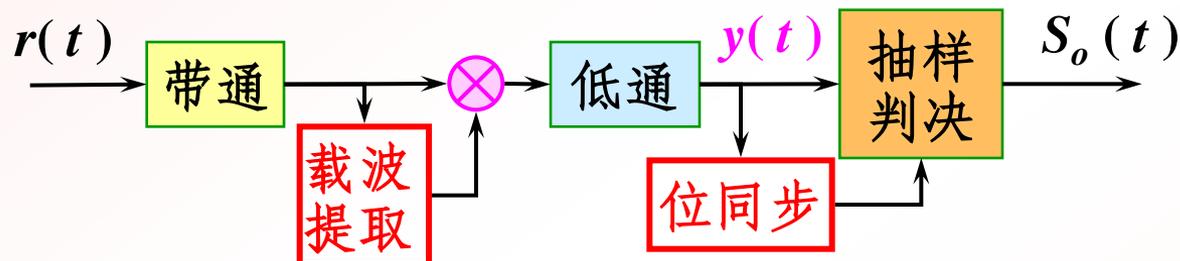


• 2DPSK 相干解调--码变换



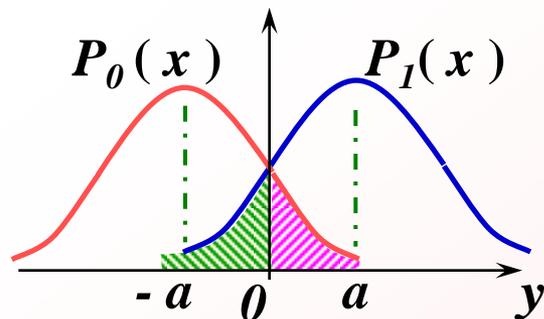
★ 相干解调的误码率

● 2PSK



∴ $s(t)$ 为双极性非归零信号

$$\therefore y(t) = \begin{cases} a + n_c(t) & \text{发“1”} \\ -a + n_c(t) & \text{发“0”} \end{cases}$$



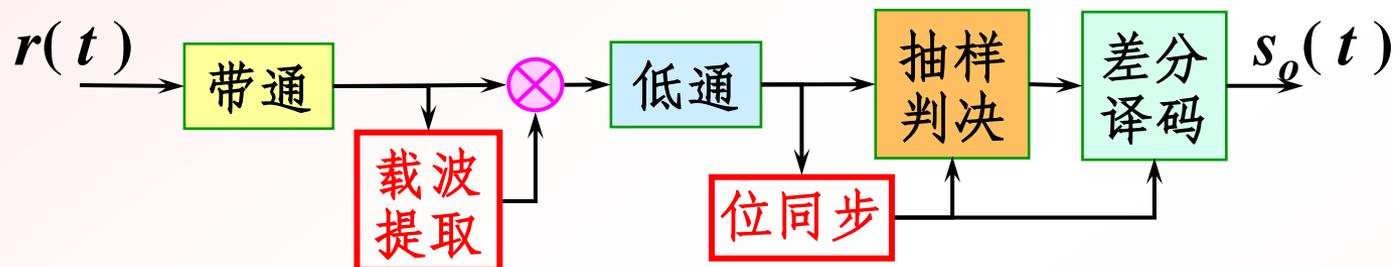
$$\therefore p_{e_1} = P(y < 0) = \int_{-\infty}^0 P_1(x) dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma})$$

$$p_{e_0} = P(y > 0) = \int_0^{\infty} P_0(x) dx = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma})$$

$$\text{系统总误码率 } P_e = \frac{1}{2} [p_{e_1} + p_{e_0}] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\gamma}) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\gamma}} e^{-\gamma}$$

• 2DPSK

误码率推导



特征：在 2PSK 系统的基础上增加译码电路

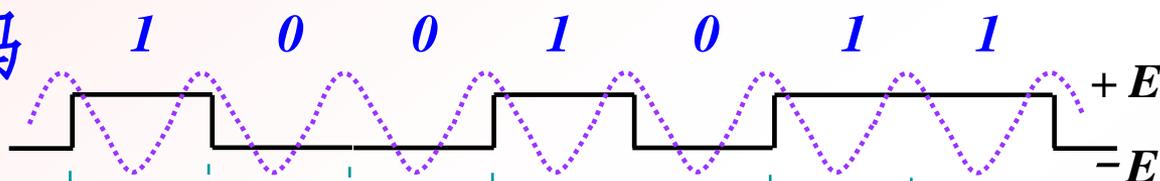
译码电路自身不产生误码（无噪），当其输入相对码有误时，必然会造成输出绝对码有误。

系统总误码应为 2PSK 系统的误码及译码引入的误码总和。

译码的误差积累图解

结论：系统总误码率 $P_e' \approx 2P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma}} e^{-\gamma}$

$s(t)$ 绝对码



正确相对码

错误相对码

差分译码

错误相对码

译码

错误相对码

译码

Φ	0	π	π	π	0	0	π	0
0	1	1	1	0	0	1	0	
0	1	0	1	0	0	1	0	
0	1	1	1	1	0	1	1	
0	1	0	0	0	0	1	0	
0	1	1	0	0	0	1	1	
0	1	0	0	0	0	1	1	
0	1	0	0	1	0	1	0	
0	1	1	0	1	1	1	1	

★ 2DPSK 相干解调误码率

分析

相对码中出现的每一串错码，译码后产生两位错码

P_n 表示相对码中出现 n 个连续错码事件的概率

P_e' 表示译码输出的总误码率

$$\therefore P_e' = 2P_1 + 2P_2 + 2P_3 + \dots + 2P_n + \dots$$

$\therefore n$ 个连续错码

表示该串错码两端各有一个正确码元

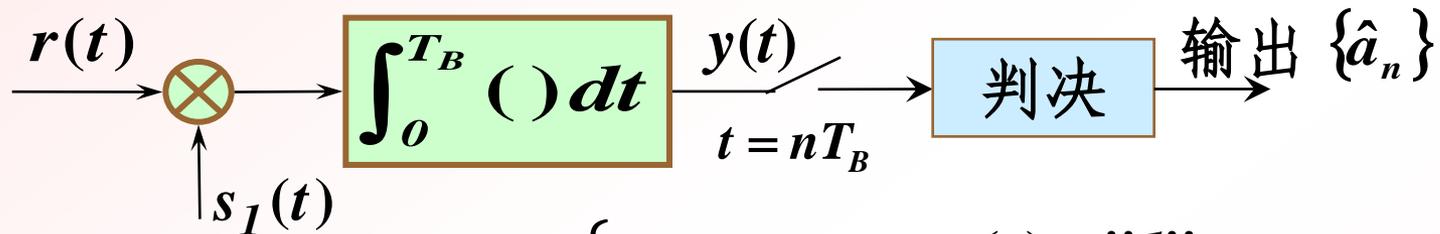
$$\therefore P_n = (1 - P_e)^2 \times P_e^n \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

$$P_e' = 2P_e(1 - P_e)^2 \cdot \frac{1}{1 - P_e}$$

$$= 2P_e(1 - P_e)$$

$$\approx 2P_e = \frac{1}{\sqrt{\pi\gamma}} e^{-\gamma}$$

6.2.3.3 2PSK 的匹配滤波器解调



输入 $r(t) = s_m(t) + n(t) = \begin{cases} a \cos \omega_c t + n(t) & \text{"1"} \\ -a \cos \omega_c t + n(t) & \text{"0"} \end{cases} \quad 0 \leq t \leq T_B$

$s_1(t) = -s_0(t)$

比特能量

发 "1"

输出

$$y(T_B) = \int_0^{T_B} [s_1(\tau) + n(\tau)] s_1(\tau) d\tau$$

$$= E_b + Z$$

发 "0"

$$y(T_B) = \int_0^{T_B} [-s_1(\tau) + n(\tau)] s_1(\tau) d\tau$$

$$= -E_b + Z$$

正态分布

Z: 均值 $E(Z) = 0$ 方差 $\sigma_n^2 = D(Z) = \frac{n_0}{2} E_b$

生成条件概率密度函数: $P_0(y)$ 、 $P_1(y)$

最佳门限 $V_d^* = 0$

判决规则:

$y(nT_B) > 0$ 判 "1"

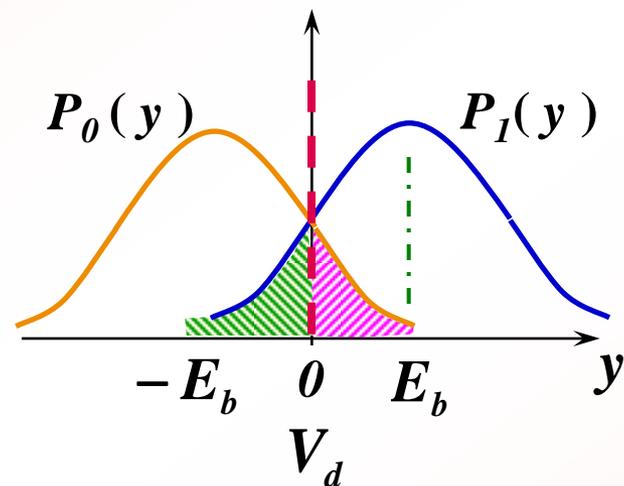
$y(nT_B) < 0$ 判 "0"

$$\therefore p_{e1} = \int_{-\infty}^{V_d} P_1(y) dy$$

$$p_{e0} = \int_{V_d}^{\infty} P_0(y) dy$$

系统总误码率 $P_e = p(s_1) p_{e1} + p(s_0) p_{e0}$

等概
$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \right)$$



与相干解调比较

★ 解调性能比较③

2PSK 相干解调

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\gamma}$$

>

匹配滤波器

$$P_e = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{E_b}{n_0}} \right)$$

最佳接收

讨论: 信噪比 γ 和 $\frac{E_b}{n_0}$

$$\gamma = \frac{a^2}{2\sigma_n^2} \quad \frac{E_b}{n_0} = \frac{\frac{1}{2}a^2 T_B}{n_0} = \frac{a^2}{\sigma_n^2}$$

$$B = 2R_B = \frac{2}{T_B}$$

6.3 四进制数字信号的调制解调

▲ 二进制数字调制系统的频带利用率较低。

▲ M 进制数字调制系统

在信息传输速率 R_b 不变的前提下，可降低码元传输速率 R_B ，从而减小信号带宽，提高系统频带利用率。

代价是设备复杂及增加信号功率。

▲ M 进制信号 R_B 与 R_b 之间的关系为

$$R_B = \frac{R_b}{\log_2 M}$$

▲ 仅讨论 MPSK

MPSK

1、定义：符号的载波初相 φ_k 对应 M 个取值

$$s_{MPSK}(t) = A \cos \left[\omega_c t + \frac{2\pi k}{M} \right] \varphi_k$$
$$= A \cos \varphi_k \cos \omega_c t - A \sin \varphi_k \sin \omega_c t$$

$$k = 1, 2 \dots M$$

2、信号矢量图 表征符号间载波初相的关系

3、调制 QPSK DQPSK

令 $M = 4$

4、解调 QPSK DQPSK

- **QPSK**
- **DQPSK**

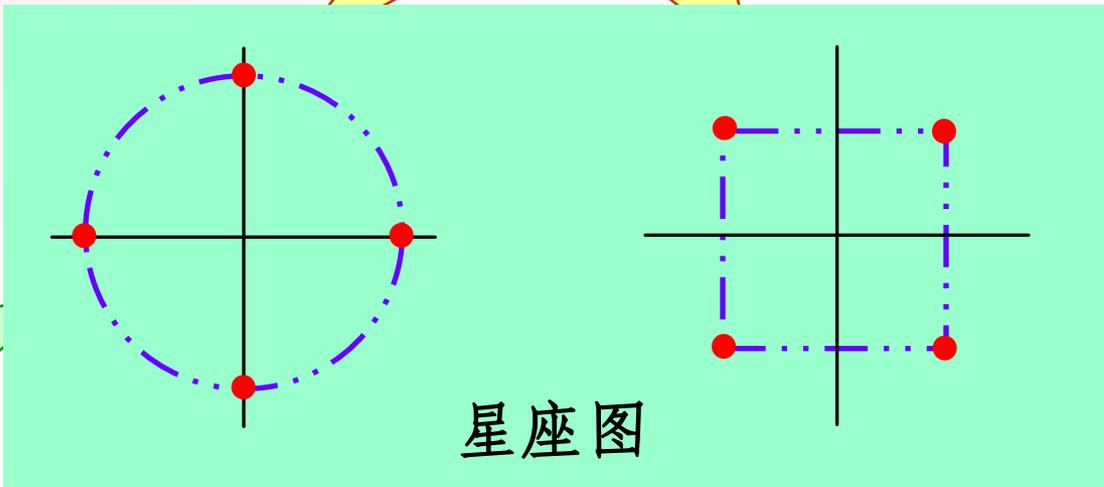
A 方式

B 方式

信号矢量

11、01、00、10

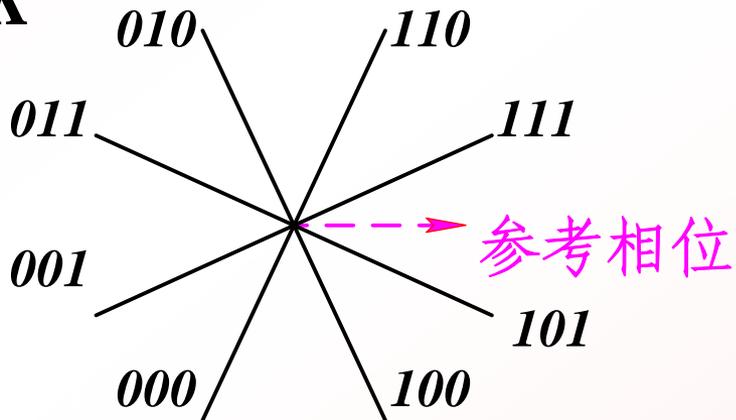
$s_3 \quad s_1 \quad s_0 \quad s_2$



$\varphi_k = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$

$\varphi_k = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$

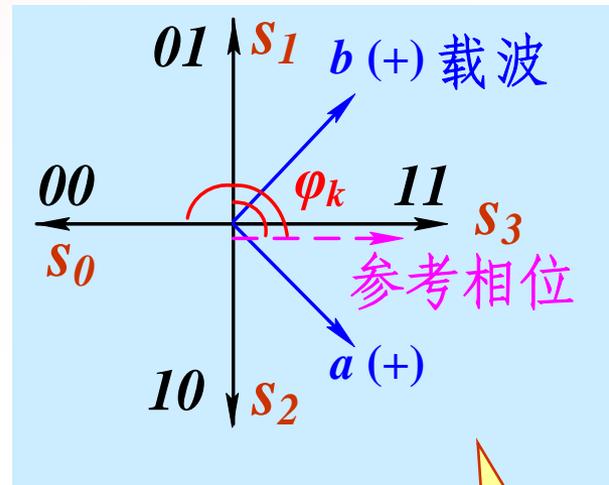
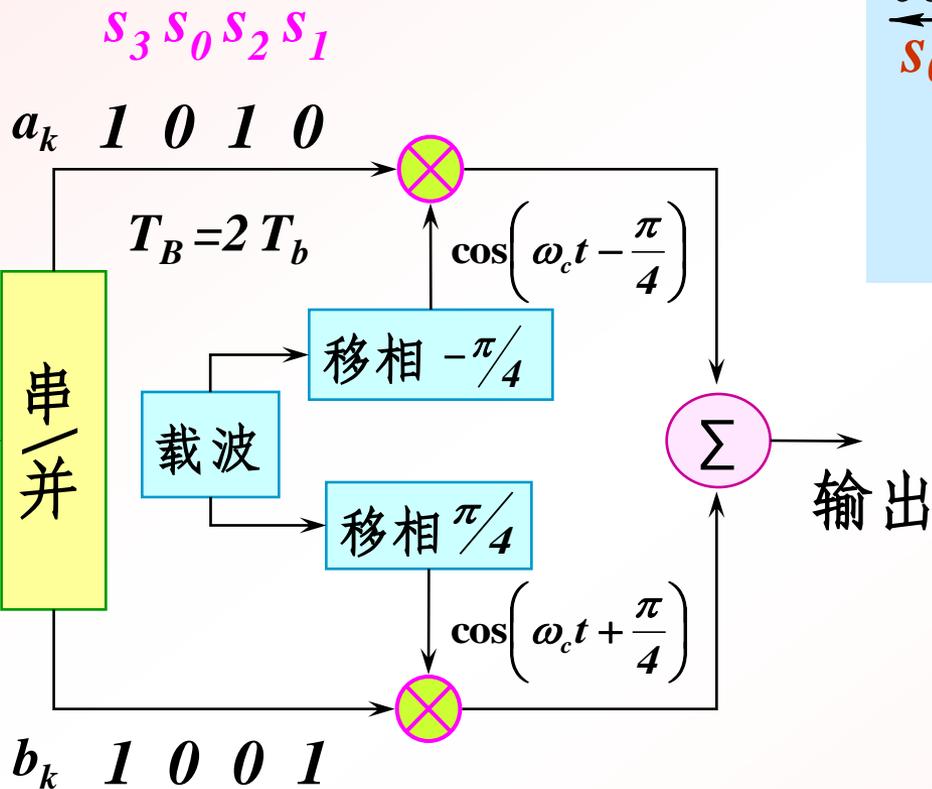
- **8PSK**



$\varphi_k = 22.5^\circ, 67.5^\circ, 112.5^\circ, 157.5^\circ, 202.5^\circ, 247.5^\circ, 292.5^\circ, 337.5^\circ$

QPSK 正交调制

双极性
 T_b



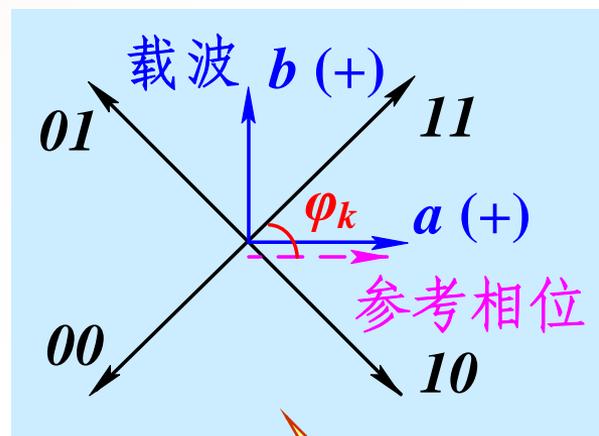
A 方式

当 $a_k b_k = 01$ s_1

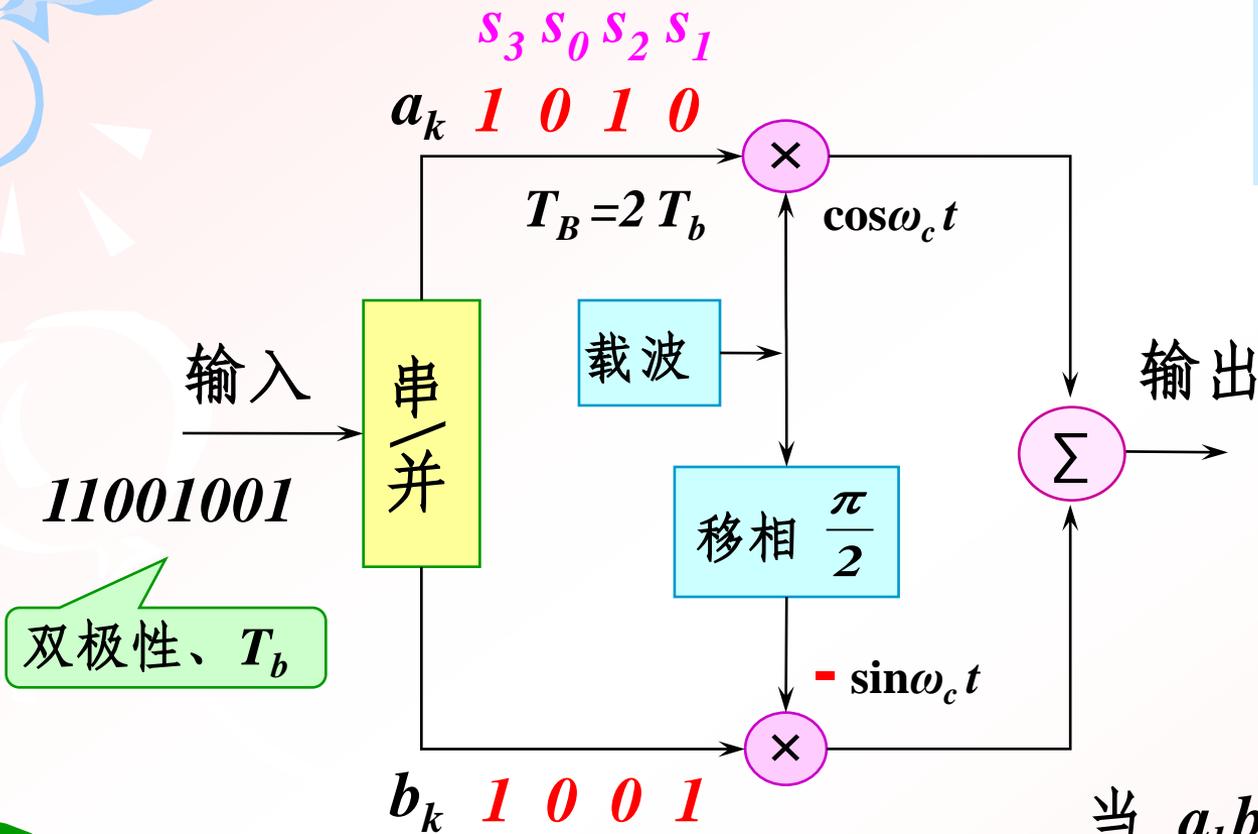
$$\text{输出} = -\cos\left(\omega_c t - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{2}\right)$$

φ_k

QPSK 正交调制



B 方式



双极性、 T_b

当 $a_k b_k = 01$ s_1

$$\text{输出} = \sqrt{2} \cos\left(\omega_c t + \frac{3\pi}{4}\right)$$

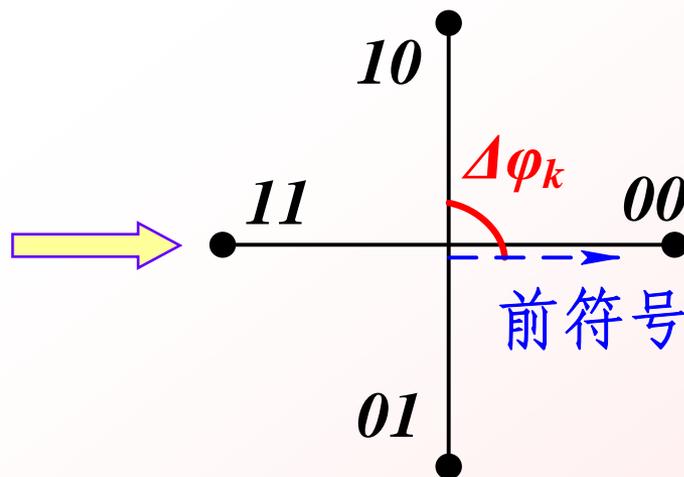
相对载波初相

• DQPSK

定义 $\Delta\varphi_k$ ：当前符号与相邻前符号载波初相的相位差

与2DPSK信号类似，存在差分编码关系

四进制符号 $\Delta\varphi_k$ 约束关系		
当前符号		相位差 $\Delta\varphi_k$
s_0	00	0°
s_2	10	90°
s_3	11	180°
s_1	01	270°

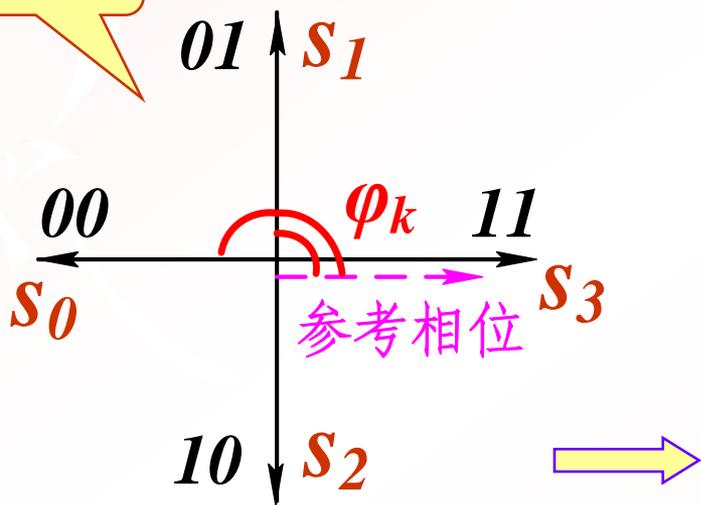


特征：当前符号满足 $\Delta\varphi_k$ 约束关系计算后，得到新的载波初相数值 φ_k 。

四进制符号差分编码步骤:

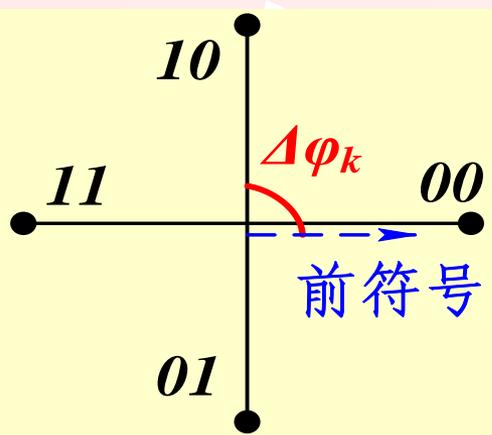
- 1) 根据 $\Delta\varphi_k$ 约束关系计算符号的 φ_k ;
- 2) 选定信号矢量图确定编码规则;
- 3) 根据编码规则由 φ_k 值确定符号的状态。

A 方式

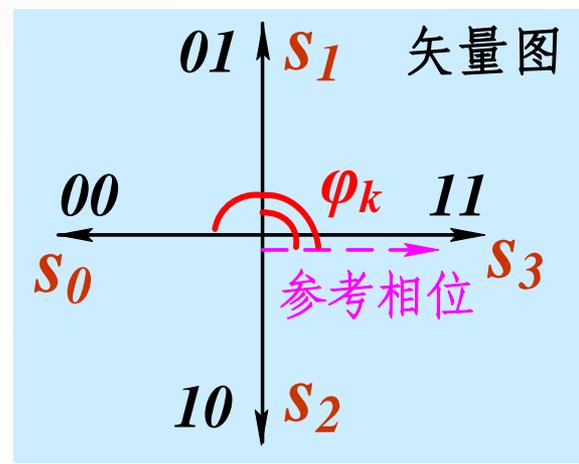


例

四进制差分编码规则		
当前符号 计算所得 φ_k	编码后的符号	
0°	s_3	11
90°	s_1	01
180°	s_0	00
270°	s_2	10



例: DQPSK 信号中四进制符号的差分编码。

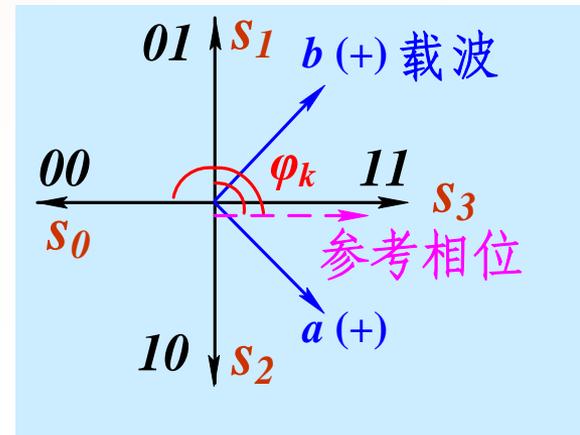
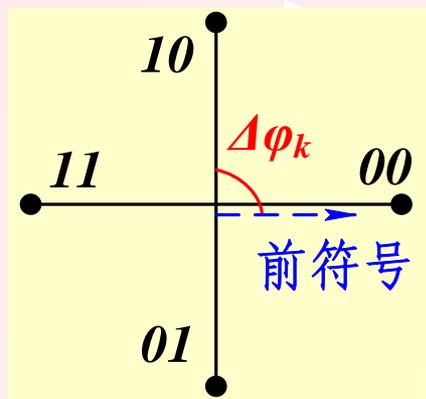


解: 输入 ^{参考点} 10 11 01 01 00 10 10 11 11 10

四进制符号	s_2	s_3	s_1	s_1	s_0	s_2	s_2	s_3	s_3	s_2
相位 φ_k		0°	90°	90°	180°	270°	270°	0°	0°	270°
差分符号 φ_k										
差分编码符号		s_1	s_3	s_2						

输出 01 11 10 10 11 01 10 01 00

DQPSK 正交调制



$s_3 s_3 s_1 s_3$

双极性
 T_b

输入
 11001001

串/并

$s_0 s_3 s_0 s_2 s_1$
 $a_k 0 1 0 1 0$

差分编码

$b_k 0 1 0 0 1$

$c_k 1 1 0 1$

$d_k 1 1 1 1$

初态为 00
 $\varphi_k = \pi$

$\varphi_k = 0$

$\varphi_k = \pi/2$

载波

移相 $-\pi/4$

移相 $\pi/4$

$\cos(\omega_c t - \pi/4)$

$\cos(\omega_c t + \pi/4)$

输出

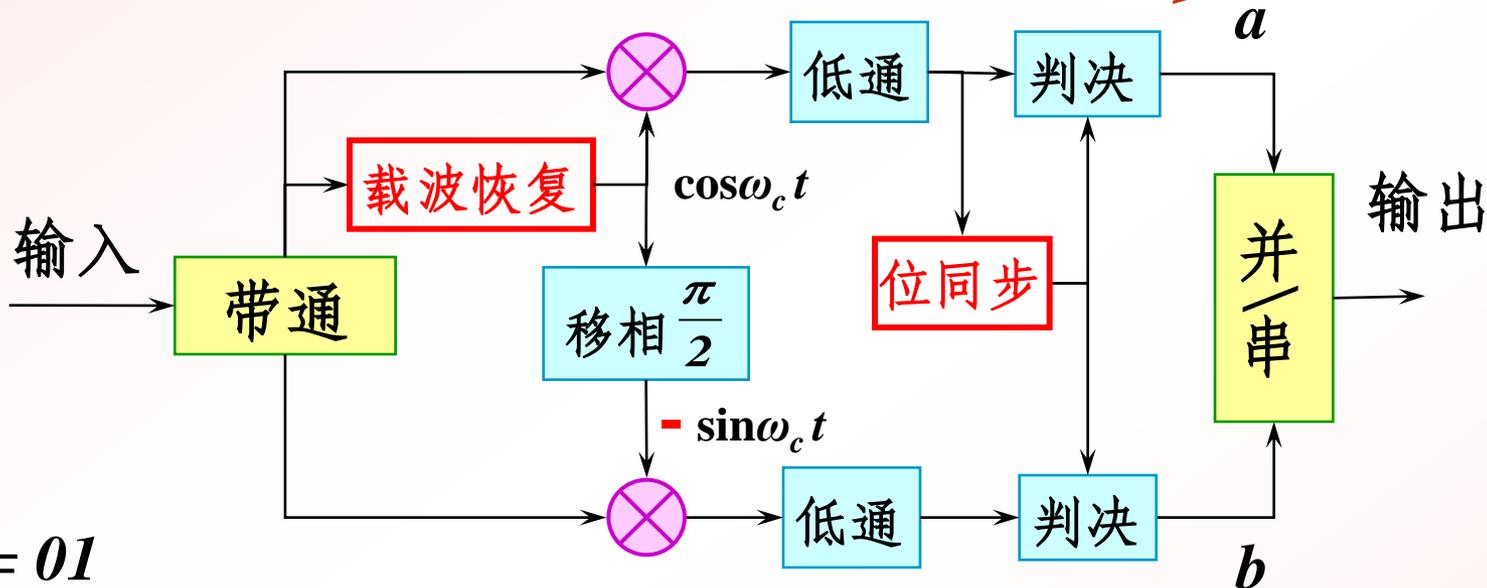
Σ

\times

\times

QPSK 相干解调

B 方式



当 $a_k b_k = 01$

发 $\cos\left(\omega_c t + \frac{3\pi}{4}\right)$

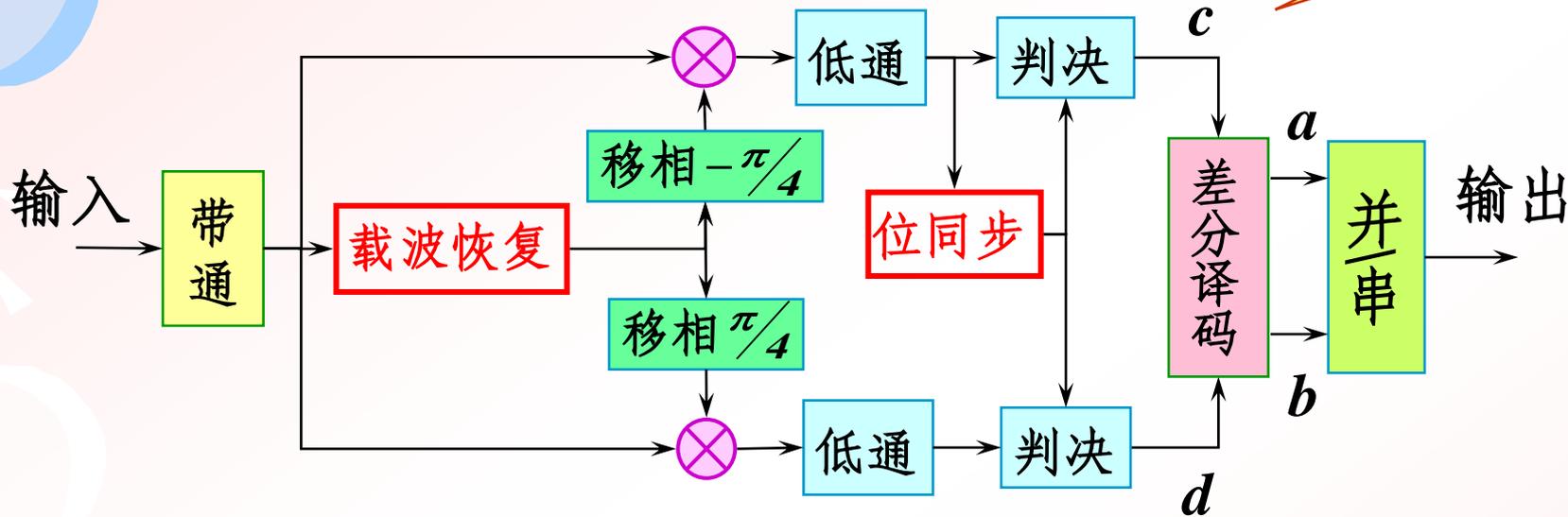
上支路 a $\cos\left(\omega_c t + \frac{3\pi}{4}\right) \cos \omega_c t = \frac{1}{2} \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$

下支路 b $\cos\left(\omega_c t + \frac{3\pi}{4}\right) (-\sin \omega_c t) = \frac{1}{2} \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

判 0
1

DQPSK 相干解调

A 方式



当 $c_k d_k = 01$

发 $\cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{2}\right)$

收

$$c \quad \cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega_c t - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \cos \frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

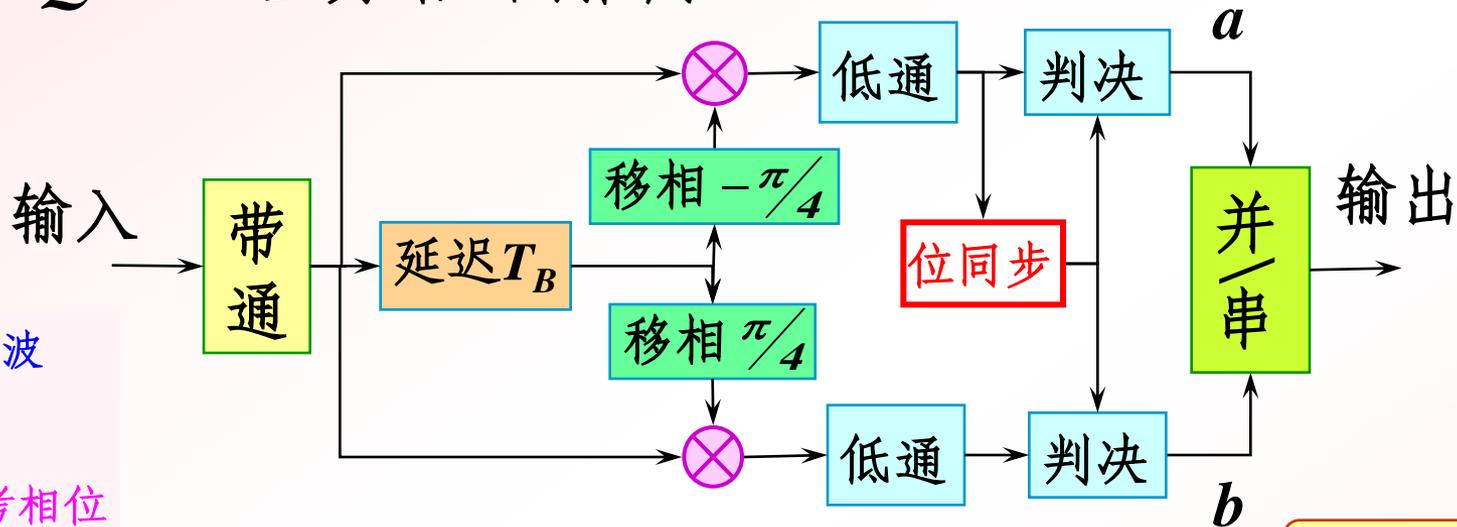
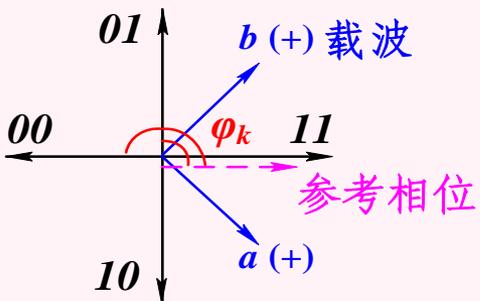
$$d \quad \cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\omega_c t + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

判

0

1

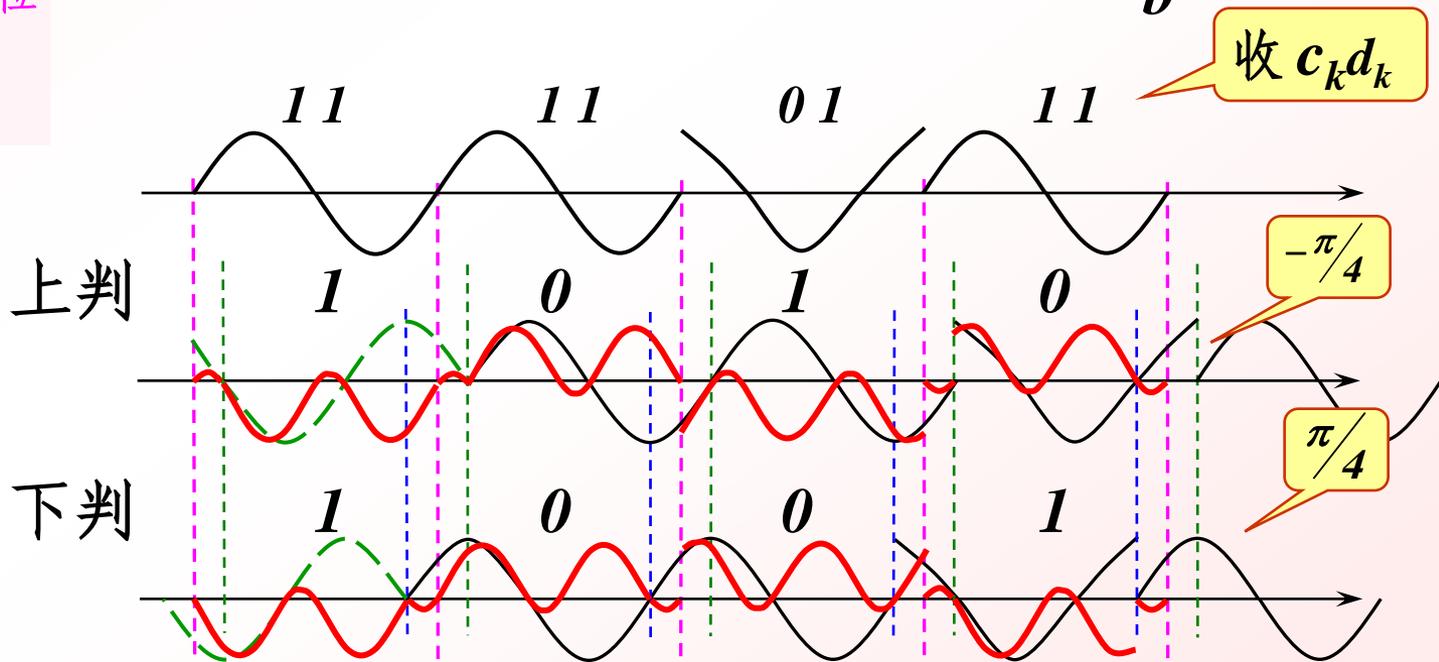
DQPSK 差分相干解调



发 11001001

a_k 0 1 0 1 0

b_k 0 1 0 0 1



同频同相

6.4 载波同步

▲ 载波同步：在接收设备中**恢复**本地载波的技术。

▲ 原理

- 本地载波是周期信号；
- 接收信号的频谱包含离散谱、连续谱。

离散谱对应周期性信号

▲ 实现方法

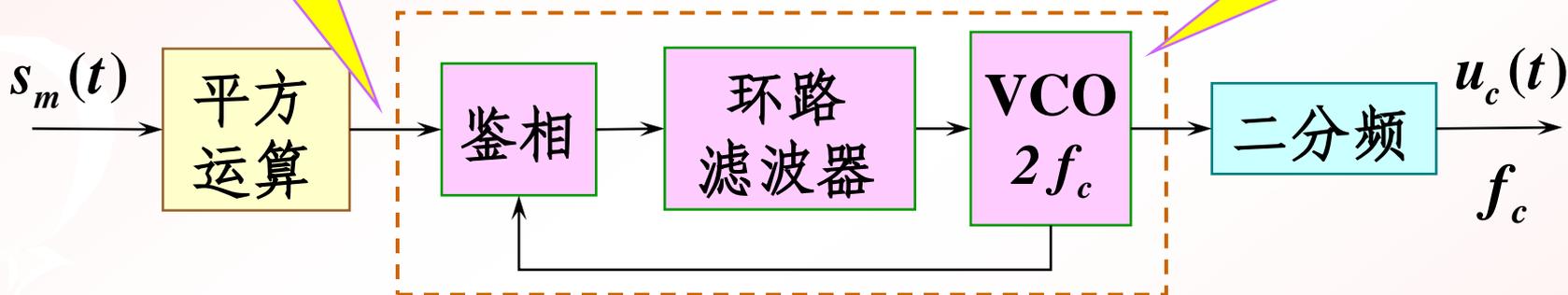
直接提取法：收端直接对接收信号处理或变换，恢复本地载波。

插入导频法：在发送信号中插入特定频率信号为导频，收端从接收信号中提取导频恢复本地载波。

6.4.1 直接提取法

对于不含离散谱的信号，将其进行运算，提取信号频谱成分，从而实现同步。

1. 平方环法



分析：2PSK 信号的载波提取过程。

$$\because s_m(t) = s(t) \cos(2\pi) f_c t$$

$$\because s_m^2(t) = \frac{1}{2} s^2(t) + \frac{1}{2} s^2(t) \cos(2\pi) 2 f_c t$$

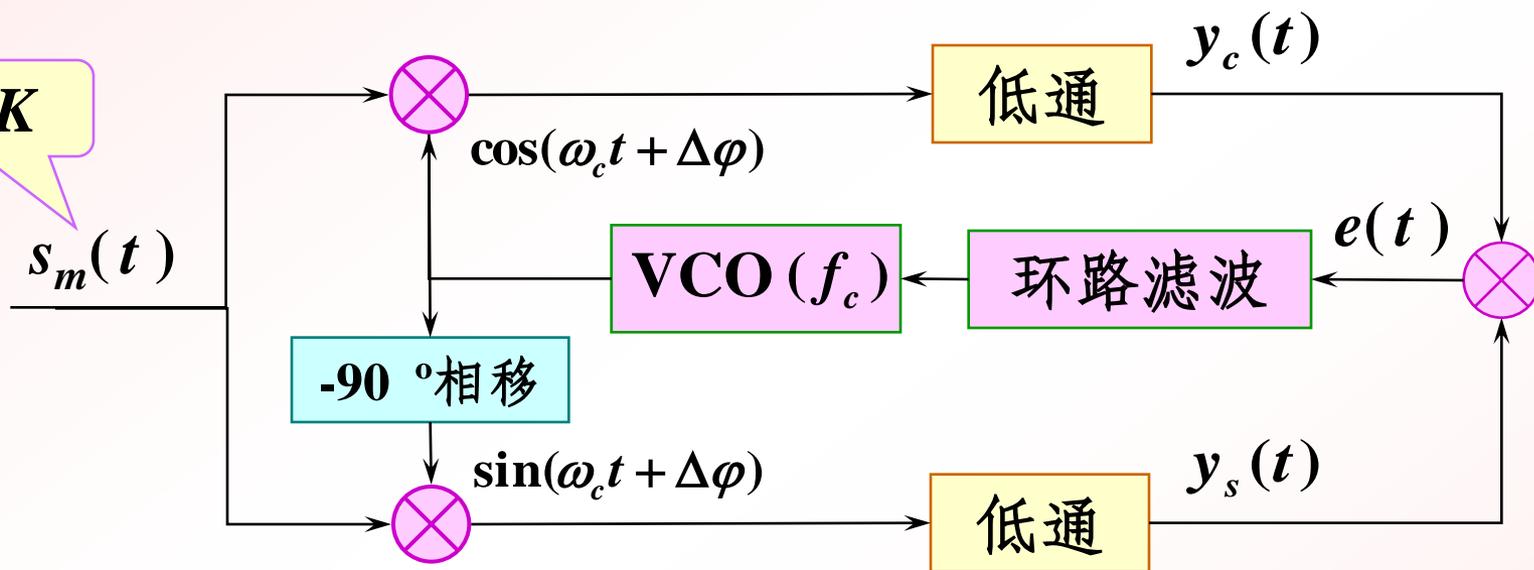
单极性

含 $2f_c$ 的离散谱

2. 科斯塔斯环 (Costas) 法

特点: 没有平方运算, 工作频率降低。

2PSK



$$\therefore \begin{cases} y_c(t) = \frac{1}{2} s(t) \cos \Delta\phi \\ y_s(t) = \frac{1}{2} s(t) \sin \Delta\phi \end{cases} \quad \therefore e(t) = \frac{1}{8} s^2(t) \sin 2\Delta\phi$$

$e(t)$ 通过环路滤波控制
VCO 的工作频率

$$\Delta\phi \rightarrow 0$$

6.4.2 插入导频法

1. 频域插入法

针对发送信号，在适当的**频点**处插入一个（或多个）正弦波，称作导频。

导频信号频谱为零的位置。



$$u(t) = s(t) \cos(2\pi) f_c t + \sin(2\pi) f_c t$$

LPF 输出: $s(t)$

[讨论](#)

讨论：插入非正交导频

$$u(t) = s(t) \cos(2\pi) f_c t + \cos(2\pi) f_c t$$

恢复的本地载波：

$$\sin(2\pi) f_c t \rightarrow \cos(2\pi) f_c t$$

乘法器输出：

需调整移相电路

$$\begin{aligned} u'(t) &= [s(t) \cos(2\pi) f_c t + \cos(2\pi) f_c t] \cos(2\pi) f_c t \\ &= [s(t) + 1] \cos^2(2\pi) f_c t \end{aligned}$$

LPF 输出： $\frac{1}{2} [s(t) + 1]$

还原信号中增加了零频分量

2. 时域插入法

适用于数字通信系统。

传输有效数据之前，分配一个时间窗，
在时间窗内插入导频信号。

先发送导频信号再传数据包。

发送端

