DOI:10.13196/j.cims.2015.01.028

生产成本扰动下差别定价闭环供应链的应对策略及协调

牟宗玉[1],刘晓冰[2],李新然[2],曹德弼[3]
(1.青岛大学 管理科学与工程学院,山东 青岛 266071;
2.大连理工大学 管理与经济学部,辽宁 大连 116024;
3.日本庆应义塾大学 理工学院,日本 东京 108-8345)

摘 要:针对一个考虑新产品和再造品差别定价的制造商回收闭环供应链,在突发事件干扰两类产品生产成本发生扰动的情况下,研究了集中式决策闭环供应链的应对策略,以及设计可协调突发事件干扰下分散式决策闭环供应链的数量折扣契约问题。研究表明:突发事件发生后,集中式决策闭环供应链的稳定环境下新产品和再造品最优决策的调整方式不仅与两类产品生产成本发生扰动的程度相关,还与两类产品之间的相互替代系数相关;改进的数量折扣契约可通过使系统成员共担突发事件干扰的风险实现分散式决策闭环供应链的协调。通过数值算例验证了所得结论的正确性。

关键词:闭环供应链;生产成本扰动;差别定价;协调;数量折扣契约
中图分类号:F272 **文献标识码**:A

Dealing strategies and coordination of closed-loop supply chain with differential price under production cost disruptions

MU Zong-yu[1], *LIU Xiao-bing*[2], *LI Xin-ran*[2], *CAO De-bi*[3]
(1. College of Management Science and Engineering, Qingdao University, Qingdao 266071, China;
2. Faculty of Management and Economics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;
3. Keio University, Faculty of Science and Technology, Tokyo 108-8345, Japan)

Abstract: Aimming at a manufacturer collecting Closed-Loop Supply Chain (CLSC) with differential price between new and remanufactured products, the dealing strategies of centralized CLSC and the coordination of decentralized CLSC were studied by considering the situation that production costs of two products were disrupted. The results show that the adjustment directions of normal environment optimal decisions of new and remanufactured products were not only related to the disrupting degree of production cost for the centralized CLSC, but also to substitute coefficient of the two products. The improved quantity discount contract could coordinate the decentralized CLSC under disruptions. A numerical example was given to examine the theoretical results.

Key words: closed-loop supply chain; production cost disruptions; differential price; coordination; quantity discount contract

0 引言

近年来,随着环境污染和资源短缺问题的日益严重,政府不得不制定相关的法规政策,要求企业对其生产产品的整个生命周期负责,而企业在运营过程中发现,通过产品的回收再制造可以为其自身带

收稿日期:2013-12-06;**修订日期**:2014-05-23。Received 06 Dec. 2013;accepted 23 May 2014.
基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(61034003);国家自然科学基金资助项目(71271041)。**Foundation items**:Project supported by the National Natural Science Foundation, China(No. 61034003,71271041).

来巨大的经济效益。因此,新型的供应链管理模式——闭环供应链受到了普遍重视,并引起学术界和企业界的广泛关注[1-3]。

Savaskan 等[4]通过调研发现,实际运营中存在制造商回收、零售商回收和第三方回收商回收等闭环供应链类型,其在假设回收率为决策变量、回收价格为外生变量的情况下,得到零售商回收闭环供应链在经济和环保效益等方面均最优的结论;Savaskan 等[5]对文献[4]进行拓展,探讨了由两个竞争零售商组成的闭环供应链的回收渠道选择问题;随后,Gu 等[6]假设回收率不是决策变量,而是回收价的函数,得到制造商回收闭环供应链为最优的结论。因此,从不同视角研究闭环供应链的回收渠道选择问题时,会产生不同的决策变量和目标函数,进而会得出不同的结论。然而,上述研究均表明,在分散式决策闭环供应链中,由于各独立决策成员的自私自利行为,会产生"双重边际效应"问题,进而使分散式决策闭环供应链的效益相对于集中式决策闭环供应链的效益会产生损失,而通过契约协调可以解决该问题,提高分散式决策闭环供应链的运营效益。因此,国内外许多学者针对契约协调闭环供应链的问题开展了研究,例如:Savaskan[4]运用两部收费契约协调了零售商回收闭环供应链;Karakayli 等[7]采用两部定价契约分别协调制造商作为领导者和第三方回收商作为领导者两种市场权利结构下的第三方回收商回收闭环供应链;Chen 等[8]考虑因消费者对产品不满意而将其退货给零售商的情况,探讨了回购契约协调零售商回收闭环供应链的问题。在实际中,由于法律法规要求以及消费者对再造品的认识存在偏见等原因,使市场上再造品的销售价格低于新产品[9-10],由此郑克俊[11]分别探讨了特许经营费用契约和收益共享契约协调差别定价闭环供应链的问题。

上述已有的关于闭环供应链的回收渠道选择和契约协调等方面问题的研究,均默认系统所处的内外部环境不会发生变化,即处于一个稳定的环境中。然而,实际生活中的各类突发事件(如自然灾害、公共卫生事件、企业运营中的突发问题等)会严重干扰供应链的正常运营,例如 2013 年,受 H7N9 禽流感疫情因素的影响,鸭绒和鹅绒等原材料大幅度减少,羽绒价格水涨船高,导致许多羽绒加工类相关企业调整生产计划。因此,供应链的应急管理问题引起了学术界和企业界的广泛关注,许多学者纷纷开展了相关研究。Qi 等[12]最早考虑突发事件干扰市场需求的情况,研究了数量折扣契约协调供应链的应急管理问题,其研究结论表明突发事件的影响会干扰稳定环境下的生产决策,进而使稳定环境设计的协调契约失效,而通过对其改进可再次协调突发事件干扰下的分散式决策供应链;在 Qi 的基础上,Xu 等[13]考虑突发事件干扰生产成本的情况,研究了数量折扣契约协调供应链的问题;Xiao 等[14]针对突发事件同时干扰市场需求和生产成本的情况,探讨了全单位数量折扣契约和增量单位数量折扣契约协调供应链的问题;Zhang 等[15]针对由一个制造商和两个零售商组成的供应链,在突发事件干扰市场需求的情况下,研究了收益共享契约协调供应链的问题;Huang 等[16]以双渠道供应链为对象,考虑突发事件干扰生产成本的情况,研究了分散式决策和集中式决策供应链的定价及生产决策问题,指出契约协调突发事件干扰情况下的双渠道供应链是一个值得探讨的领域。

闭环供应链由于具有更复杂的网络结构,极易受各类突发事件的影响,因此在文献[12-16]等传统供应链和双渠道供应链成果的基础上,一些学者开展了突发事件干扰下闭环供应链的契约协调应急管理问题的研究,例如:王玉燕[17]采用收益共享契约、牟宗玉等[18]采用两部收费契约协调了市场需求发生扰动下的零售商回收闭环供应链;王玉燕[19]开展了数量折扣契约协调零售商回收闭环供应链应对突发事件、同时干扰市场需求和生产成本发生扰动问题的研究;在突发事件干扰市场需求和废旧品回收价格发生扰动的情况下,王旭等[20]开展了数量折扣契约协调零售商回收闭环供应链的研究。上述成果存在的不足是仅针对零售商回收闭环供应链展开。施乐公司通过自身直接回收打印机再制造,在不到五年的时间内节约了约两亿美元的原材料成本,可看作是应用制造商回收闭环供应链模式的成功典范。另外,惠普和佳能等均通过应用制造商回收闭环供应链的管理模式取得了巨大的成功。因此,为了探讨制造商回收闭环供应链如何采用契约协调应对突发事件干扰的应急管理问题,本文给出了由单个制造商和零售商组成的制造商回收闭环供应链模型。同时,出于法律法规的要求和消费者对再造品的认识存在偏见等考虑,模型中假设新产品和再造品存在差别定价,且两者在消费市场上表现为价格竞争,逐步开展了以下工作:①在稳定环境下,设计

可协调分散式决策闭环供应链的数量折扣契约；②在突发事件干扰新产品和再造品的生产成本发生扰动的情况下，探讨集中式决策闭环供应链的应对策略；③设计可协调突发事件干扰情况下分散式决策闭环供应链的数量折扣契约。

1 稳定环境下的闭环供应链的契约协调模型

系统为由单个制造商和零售商组成的制造商回收闭环供应链，两者之间信息对称；制造商是 Stackelberg 博弈关系的领导者，零售商是跟从者；制造商同时使用原材料生产新产品和回收的废旧品生产再造品；新产品和再造品在销售市场上表现为价格竞争。

模型中的假设及符号说明如下：

(1)假设一单位的废旧品只能生产一单位的再造品，为避免废旧品剩余而承担额外的存储和处理成本，制造商根据再造品的市场需求决定废旧品的回收数量，即回收废旧品的数量和市场上销售的再造品数量相同，废旧品生产再造品的单位生产成本为 c_r，原材料生产新产品的单位生产成本为 c_n，为使制造商进行废旧品回收再制造的活动有利可图，应有 $c_n>c_r>0$。

(2)假设新产品和再造品差别定价，制造商分别以批发价格 w_n 和 w_r 向零售商批发两类产品。

(3)零售商分别以销售价格 p_n 和 p_r 销售新产品和再造品。参考微观经济学表述存在价格竞争的两个寡头所面临的市场需求函数的形式，将新产品和再造品的市场需求函数分别表示为 $q_n=\varphi_n-\beta_n p_n+\gamma_n p_r$ 和 $q_r=\varphi_r-\beta_r p_r+\gamma_r p_n$。在下面的求解分析过程中，将两类产品销售价格的敏感系数设为 $\beta_n=\beta_r=1$，替代系数设为 $\gamma_n=\gamma_r=\gamma$，并不会影响得到的结论。因此，基于系统建模的现实性和易处理性原则，同文献[16]，令 $\beta_n=\beta_r=1$，$\gamma_n=\gamma_r=\gamma$。此时，新产品和再造品的市场需求函数分别表示为 $q_n=\varphi_n-p_n+\gamma p_r$ 和 $q_r=\varphi_r-p_r+\gamma p_n$。其中，$\varphi_n$ 和 φ_r 分别表示新产品和再造品的最大市场需求规模，即当两类产品的销售价格为零时各自潜在的最大可能市场需求数量，考虑我国消费者对再造品的认可度不足而使其市场规模小的实际情况，令 $\varphi_n>\varphi_r$；$\gamma(0\leqslant\gamma<1)$为两类产品的替代系数，反映了新产品和再造品的相互替代程度。

(4)制造商从消费者手中回收废旧品的单位回收价格为 A，同文献[4]，假设消费者返还的产品具有较低的残值且不存在二级交易市场，将 A 设为外生变量，考虑到再制造过程的经济性，应有 $c_r+A\leqslant c_n$。

基于以上假设和符号说明，可得制造商、零售商和整个闭环供应链的利润函数分别为：

$$\pi_M(w_n,w_r)=(w_n-c_n)(\varphi_n-p_n+\gamma p_r)+(w_r-c_r-A)(\varphi_r-p_r+\gamma p_n);\quad(1)$$

$$\pi_R(p_n,p_r)=(p_n-w_n)(\varphi_n-p_n+\gamma p_r)+(p_r-w_r)(\varphi_r-p_r+\gamma p_n);\quad(2)$$

$$\pi_T(p_n,p_r)=(p_n-c_n)(\varphi_n-p_n+\gamma p_r)+(p_r-c_r-A)(\varphi_r-p_r+\gamma p_n)。\quad(3)$$

易知 $\pi_T(p_n,p_r)$为关于 p_n 和 p_r 的严格凹函数，故由式(3)的一阶最优性条件易得：新产品的最优销售价格为 $p_n^{c*}=\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{2(1-\gamma^2)}+\frac{c_n}{2}$，再造品的最优销售价格为 $p_r^{c*}=\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{2(1-\gamma^2)}+\frac{c_r+A}{2}$，整个闭环供应链可获得的最优利润为

$$\pi_T^{c*}=\frac{[\varphi_n+\gamma\varphi_r-(1-\gamma^2)c_n](\varphi_n-c_n+\gamma c_r+\gamma A)}{4(1-\gamma^2)}+\frac{[\varphi_r+\gamma\varphi_n-(1-\gamma^2)(c_r+A)](\varphi_r-c_r-A+\gamma c_n)}{4(1-\gamma^2)}。$$

在制造商作为 Stackelberg 博弈领导者的分散式决策闭环供应链中，其会率先做出新产品和再造品的批发价格决策，零售商在观测到制造商的决策后做出自己的新产品和再造品的销售价格决策。因此，借助逆向归纳法易知：当制造商分别以最优批发价格 $w_n^{d*}=\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{2(1-\gamma^2)}+\frac{c_n}{2}$ 和 $w_r^{d*}=\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{2(1-\gamma^2)}+\frac{c_r+A}{2}$向零售商销售新产品和再造品时，零售商分别以最优销售价格 $p_n^{d*}=\frac{3(\varphi_n+\gamma\varphi_r)}{4(1-\gamma^2)}+\frac{c_n}{4}$和 $p_r^{d*}=\frac{3(\varphi_r+\gamma\varphi_n)}{4(1-\gamma^2)}+\frac{c_r+A}{4}$向消费者销售新产品和再造品。此时，整个分散式决策闭环供应链可获得的最优利润为 $\pi_T^{d*}=\frac{3}{4}\pi_T^{c*}$。

对比集中式决策和分散式决策的闭环供应链最优结果和利润易知：$p_n^{d*}>p_n^{c*}$；$p_r^{d*}>p_r^{c*}$；$\pi_T^{d*}<\pi_T^{c*}$。

这是因为在分散式决策下，制造商和零售商均会追求个体利润的最大化，使得新产品和再造品的最优销售价格均高于集中式决策闭环供应链中两类产品的最优销售价格，进而导致新产品和再造品的市场需求量(即制造商的最优产量或零售商的最优

订购量)低于集中式决策闭环供应链的市场需求量,最终使得分散式决策闭环供应链的最优总利润少于集中式决策闭环供应链的最优利润,即产生了“双重边际效应”问题。

若制造商通过契约的协调使得分散式决策闭环供应链中零售商的最优决策行为等同于集中式决策闭环供应链的最优决策行为,则可实现整个分散式决策闭环供应链的最优利润与集中式决策闭环供应链的最优利润相等,即分散式决策闭环供应链在该契约下实现了协调。同文献[16],给出契约协调供应链的一个充分条件:

引理 1　一个契约可协调分散式决策闭环供应链的条件,是其可使零售商的利润函数为集中式决策闭环供应链的利润函数的仿射(线性)函数,即 $\pi_R=\lambda\pi_T+\eta$(λ 和 η 均为常数,$0<\lambda<1$)。

下面探讨数量折扣契约协调分散式决策闭环供应链问题,为了将该契约设定的零售商订购的最优新产品和再造品的数量体现出来,下面的分析中通过 $q_n=\varphi_n-p_n+\gamma p_r$ 和 $q_r=\varphi_r-p_r+\gamma p_n$ 得到 $p_n=\dfrac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}$ 和 $p_r=\dfrac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}$,代入式(2)和式(3),可将零售商和整个闭环供应链的利润函数的决策变量转换为 q_n 和 q_r:

$$\pi_R(q_n,q_r)=\left[\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}-w_n\right]q_n+\left[\frac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}-w_r\right]q_r;\tag{4}$$

$$\pi_T(q_n,q_r)=\left[\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}-c_n\right]q_n+\left[\frac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}-c_r-A\right]q_r。\tag{5}$$

令制造商提供的数量折扣契约为

$$T(w_n,q_n,w_r,q_r)=w_nq_n+w_rq_r,\tag{6}$$

则数量折扣契约协调下零售商的利润函数与式(4)相同。

定理 1　数量折扣契约为 $T(w_n^*,q_n,w_r^*,q_r)=w_n^*q_n+w_r^*q_r$ 时,能够协调分散式决策闭环供应链,且系统成员可通过讨价还价来确定契约参数 λ($0<\lambda<1$)的值,以分配整个闭环供应链所获得的最优总利润。其中:

$$w_n^*=\lambda\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}+(1-\lambda)c_n;$$

$$w_r^*=\lambda\frac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}+(1-\lambda)(c_r+A)。$$

证明　比较式(4)和式(5)可知:

对于任意 λ($0<\lambda<1$),将数量折扣契约 $T(w_n^*,q_n,w_r^*,q_r)=w_n^*q_n+w_r^*q_r$ 中的 w_n^* 和 w_r^* 代入式(4),有

$$\begin{aligned}\pi_R(q_n,q_r)&=\left[\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}-w_n^*\right]q_n+\left[\frac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}-w_r^*\right]q_r\\&=\left[\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}-\lambda\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}-(1-\lambda)c_n\right]q_n+\\&\quad\left[\frac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}-\lambda\frac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}-(1-\lambda)(c_r+A)\right]q_r=(1-\lambda)\pi_T(q_n,q_r),\end{aligned}\tag{7}$$

即零售商的利润函数是整个闭环供应链的利润函数的仿射函数。由引理 1 可知,数量折扣契约实现了分散式决策闭环供应链的协调,定理 1 得证。

2　生产成本扰动下集中式决策闭环供应链的应对策略分析

突发事件干扰制造商处新产品和再造品生产成本发生扰动下的供应链运营过程如图 1 所示。

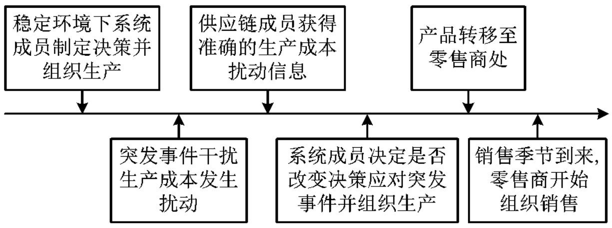

图1　突发事件干扰下的供应链运营过程

在销售季节开始之前,考虑制造商已根据零售商预测的市场需求安排了生产新产品和再造品的生产计划为(q_n^{c*},q_r^{c*})。随后发生突发事件,使新产品和再造品的生产成本分别变为 $c_n+\Delta c_n$ 和 $c_r+\Delta c_r$,显然需有 $c_n+\Delta c_n>0$,$c_r+\Delta c_r>0$ 才有意义,此时新产品和再造品的生产计划为(q_n,q_r),与突发事件发生前相比,新产品和再造品生产数量的变化分别为 $\Delta q_n=q_n-q_n^{c*}$ 和 $\Delta q_r=q_r-q_r^{c*}$。

参考文献[12],进一步给出突发事件干扰下模型中的假设和符号:

(1)当 $\Delta q_n>0$ 时,对于增加生产的 Δq_n 数量的新产品,因调整生产计划而产生额外的单位生产成本 λ_{11}($0<\lambda_{11}<c_n$)。

(2)当 $\Delta q_r>0$ 时，对于增加生产的 Δq_r 数量的再造品，因调整生产计划而产生额外的单位生产成本 $\lambda_{12}(0<\lambda_{12}<c_r)$。

(3)当 $\Delta q_n<0$ 时，对于多余的 $-\Delta q_n$ 数量的新产品，应承担额外的单位处理成本 $\lambda_{21}(0<\lambda_{21}<c_n)$。

(4)当 $\Delta q_r<0$ 时，对于多余的 $-\Delta q_r$ 数量的再造品，应承担额外的单位处理成本 $\lambda_{22}(0<\lambda_{22}<c_r)$。

因此，突发事件发生后集中式决策闭环供应链的利润函数为

$$\bar{\pi}_T(q_n,q_r)=\left[\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}-c_n-\Delta c_n\right]q_n+\left[\frac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}-c_r-\Delta c_r-A\right]q_r-\lambda_{11}(q_n-q_n^{c*})^+-\lambda_{12}(q_r-q_r^{c*})^+-\lambda_{21}(q_n^{c*}-q_n)^+-\lambda_{22}(q_r^{c*}-q_r)^+。\tag{8}$$

式中 $(x)^+=\max\{x,0\}$，$\lambda_{11}(q_n-q_n^{c*})^+$ 和 $\lambda_{12}(q_r-q_r^{c*})^+$ 分别表示制造商因增加生产新产品和再造品而产生的额外生产成本；$\lambda_{21}(q_n^{c*}-q_n)^+$ 和 $\lambda_{22}(q_r^{c*}-q_r)^+$ 分别表示因处理多余新产品和再造品而产生的额外处理成本。

由式(8)易知 $A'=\frac{\partial^2\bar{\pi}_T(q_n,q_r)}{\partial q_n^2}=-\frac{2}{1-\gamma^2}$，$B'=\frac{\partial^2\pi_T(q_n,q_r)}{\partial q_n\partial q_r}=-\frac{2\gamma}{1-\gamma^2}$，$C'=\frac{\partial^2\pi_T(p_n,p_r)}{\partial p_r^2}=-\frac{2}{1-\gamma^2}$。因为 $A'<0$，$A'C'-B'^2=4>0$，所以函数 $\bar{\pi}_T(q_n,q_r)$ 的 Hessian 矩阵 $\begin{bmatrix}A' & B'\\ B' & C'\end{bmatrix}$ 负定，其为严格凹函数，存在唯一最优解。

在实际运营过程中，突发事件通常会干扰新产品和再造品的生产成本发生同方向的变化。例如：2011 年日本发生里氏 9 级地震，导致包括丰田汽车公司和多家芯片生产企业在内的众多供应商先后关闭了部分生产线，使得汽车零部件和芯片供应出现紧张，导致价格恐慌性上涨，从而使东南亚等制造企业不得不调整原有的生产计划，承受生产成本增加带来的压力，且相关品牌二手汽车的翻新成本也顺势上涨；同期，硅谷使用的芯片中有 60%来自日本，苹果公司旗下的许多产品如 iPad 等所用的内存芯片价格涨幅也超过了 10%。因此，本文探讨突发事件干扰新产品和再造品生产成本发生同方向扰动，即 Δc_n 和 Δc_r 的符号相同的情况。假设突发事件发生后，新产品和再造品的最优产量分别为 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$，有如下定理：

定理 2　突发事件干扰新产品和再造品的生产成本发生同方向扰动时，在集中式决策闭环供应链中：①当 $\Delta c_n\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r\geqslant 0$ 时，最优产量 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$ 不会出现以下三种情况：$\bar{q}_n^{c*}>q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}>q_r^{c*}$；$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}>q_r^{c*}$；$\bar{q}_n^{c*}>q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。②当 $\Delta c_n<0$ 且 $\Delta c_r<0$ 时，最优产量 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$ 不会出现以下三种情况：$\bar{q}_n^{c*}<q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}<q_r^{c*}$；$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}<q_r^{c*}$；$\bar{q}_n^{c*}<q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

证明　首先证明①当 $\Delta c_n\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r\geqslant 0$ 时的情况，用反证法证明。

假设突发事件干扰下新产品和再造品的最优产量满足 $\bar{q}_n^{c*}>q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}>q_r^{c*}$。在稳定环境下，由式(5)可知，对任意 $q_n\geqslant 0$，$q_r\geqslant 0$，均有 $\pi_T(q_n,q_r)\leqslant\pi_T(q_n^{c*},q_r^{c*})$ 成立。由假设可知，当新产品和再造品的最优产量分别为 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$ 时，突发事件干扰下集中式决策闭环供应链的最优利润函数为

$$\bar{\pi}_T(\bar{q}_n^{c*},\bar{q}_r^{c*})=\pi_T(\bar{q}_n^{c*},\bar{q}_r^{c*})-\Delta c_n\bar{q}_n^{c*}-\Delta c_r\bar{q}_r^{c*}-[\lambda_{11}(\bar{q}_n^{c*}-q_n^{c*})+\lambda_{12}(\bar{q}_r^{c*}-q_r^{c*})]。\tag{9}$$

有 $\bar{\pi}_T(\bar{q}_n^{c*},\bar{q}_r^{c*})\leqslant\pi_T(q_n^{c*},q_r^{c*})-\Delta c_n\bar{q}_n^{c*}-\Delta c_r\bar{q}_r^{c*}-\lambda_{11}(\bar{q}_n^{c*}-q_n^{c*})-\lambda_{12}(\bar{q}_r^{c*}-q_r^{c*})<\bar{\pi}_T(q_n^{c*},q_r^{c*})$，这与 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$ 为 $\bar{\pi}_T(q_n,q_r)$ 的最优值矛盾。因此，当 $\Delta c_n\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r\geqslant 0$ 时，最优产量 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$ 不会出现 $\bar{q}_n^{c*}>q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}>q_r^{c}$。

同理可证，当 $\Delta c_n\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r\geqslant 0$ 时，新产品和再造品的最优产量 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$ 不会出现 $\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}>q_r^{c*}$ 和 $\bar{q}_n^{c*}>q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

类似可证②。定理 2 得证。

基于定理 2，有如下分析：

情况 1　当 $\Delta c_n\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r\geqslant 0$ 时，最大化集中式决策闭环供应链的利润函数可分为如下几个有约束非线性规划问题：

(1)$\bar{\pi}_T(q_n,q_r)=\left(\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{1-\gamma^2}-\frac{q_n+\gamma q_r}{1-\gamma^2}-c_n-\Delta c_n\right)q_n+\left(\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{1-\gamma^2}-\frac{q_r+\gamma q_n}{1-\gamma^2}-c_r-\Delta c_r-A\right)q_r-\lambda_{21}(q_n^{c*}-q_n)-\lambda_{22}(q_r^{c*}-q_r)$。

(2)$\bar{\pi}_T(q_n,q_r)=\left(\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{1-\gamma^2}-\frac{q_n+\gamma q_r}{1-\gamma^2}-c_n-\Delta c_n\right)q_n+\left(\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{1-\gamma^2}-\frac{q_r+\gamma q_n}{1-\gamma^2}-c_r-\Delta c_r-A\right)q_r-\lambda_{11}(q_n-q_n^{c*})-\lambda_{22}(q_r^{c*}-q_r)$。

(3)$\bar{\pi}_T(q_n,q_r)=\left(\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{1-\gamma^2}-\frac{q_n+\gamma q_r}{1-\gamma^2}-c_n-\Delta c_n\right)$

$q_n+\left(\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{1-\gamma^2}-\frac{q_r+\gamma q_n}{1-\gamma^2}-c_r-\Delta c_r-A\right)q_r-\lambda_{21}(q_n^{c*}-q_n)-\lambda_{12}(q_r-q_r^{c*})$。

(1)～(3)均需满足约束 $q_n^{c*}-q_n\geqslant 0, q_r-q_r^{c*}\geqslant 0$。

设(1)的最优解为$(\bar{q}_n^{c*},\bar{q}_r^{c*})$,引入拉格朗日乘子 ξ_1 和 ξ_2,可得K-T条件:

$$\begin{gathered}\partial\bar{\pi}_T(q_n,q_r)/\partial q_n-\xi_1=0;\\ \partial\bar{\pi}_T(q_n,q_r)/\partial q_r-\xi_2=0;\\ \xi_1(q_n^{c*}-q_n)=0;\\ \xi_2(q_r^{c*}-q_r)=0;\\ q_n^{c*}-q_n\geqslant 0;q_r^{c*}-q_r\geqslant 0;\xi_1\geqslant 0;\\ \xi_2\geqslant 0;q_n\geqslant 0;q_r\geqslant 0。\end{gathered}\tag{10}$$

对式(10)求解可得(1)的最优解为:①当 $\Delta c_n\geqslant\lambda_{21},\Delta c_r\geqslant\lambda_{22},\Delta c_n\geqslant\gamma\Delta c_r+\lambda_{21}-\gamma\lambda_{22}$ 且 $\Delta c_r\geqslant\gamma\Delta c_n-\gamma\lambda_{21}+\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n+\lambda_{21}-\gamma\lambda_{22}}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r-\gamma\lambda_{21}+\lambda_{22}}{2}$;②当 $\Delta c_n\geqslant\lambda_{21},\Delta c_r\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r<\gamma\Delta c_n+\lambda_{22}-\gamma\lambda_{21}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_n-\lambda_{21})}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$;③当 $\Delta c_n\geqslant 0,\Delta c_r\geqslant\lambda_{22}$ 且 $\Delta c_n<\gamma\Delta c_r+\lambda_{21}-\gamma\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_r-\lambda_{22})}{2}$;④当 $0\leqslant\Delta c_n<\lambda_{21}$ 且 $0\leqslant\Delta c_r<\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

同理,可得(2)的最优解为:①当 $\Delta c_n\geqslant 0,\Delta c_r\geqslant\lambda_{22}$ 且 $\Delta c_n-\gamma\Delta c_r\leqslant-\lambda_{11}-\gamma\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n-\lambda_{11}-\gamma\lambda_{22}}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}}{2}$;②当 $\Delta c_n\geqslant 0,\Delta c_r\geqslant\lambda_{22}$ 且 $\Delta c_n>\gamma\Delta c_r-\lambda_{11}-\gamma\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_r-\lambda_{22})}{2}$;③当 $\Delta c_n\geqslant 0$ 且 $0\leqslant\Delta c_r<\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

可得(3)的最优解为:①当 $\Delta c_n\geqslant\lambda_{21},\Delta c_r\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r\leqslant\gamma\Delta c_n-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}}{2}$;②当 $\Delta c_n\geqslant\lambda_{21},\Delta c_r\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r>\gamma\Delta c_n-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_n-\lambda_{21})}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$;③当 $0\leqslant\Delta c_n<\lambda_{21}$ 且 $\Delta c_r\geqslant 0$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

情况2　当 $\Delta c_n<0$ 且 $\Delta c_r<0$ 时,最大化集中式决策闭环供应链的利润函数可分为如下几个有约束非线性规划问题:

(4) $\bar{\pi}_T(q_n,q_r)=\left(\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{1-\gamma^2}-\frac{q_n+\gamma q_r}{1-\gamma^2}-c_n-\Delta c_n\right)q_n+\left(\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{1-\gamma^2}-\frac{q_r+\gamma q_n}{1-\gamma^2}-c_r-\Delta c_r-A\right)q_r-\lambda_{11}(q_n-q_n^{c*})-\lambda_{12}(q_r-q_r^{c*})$。

(5) $\bar{\pi}_T(q_n,q_r)=\left(\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{1-\gamma^2}-\frac{q_n+\gamma q_r}{1-\gamma^2}-c_n-\Delta c_n\right)q_n+\left(\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{1-\gamma^2}-\frac{q_r+\gamma q_n}{1-\gamma^2}-c_r-\Delta c_r-A\right)q_r-\lambda_{11}(q_n-q_n^{c*})-\lambda_{22}(q_r^{c*}-q_r)$。

(6) $\bar{\pi}_T(q_n,q_r)=\left(\frac{\varphi_n+\gamma\varphi_r}{1-\gamma^2}-\frac{q_n+\gamma q_r}{1-\gamma^2}-c_n-\Delta c_n\right)q_n+\left(\frac{\varphi_r+\gamma\varphi_n}{1-\gamma^2}-\frac{q_r+\gamma q_n}{1-\gamma^2}-c_r-\Delta c_r-A\right)q_r-\lambda_{21}(q_n^{c*}-q_n)-\lambda_{12}(q_r-q_r^{c*})$。

(4)～(6)均需满足约束 $q_n^{c*}-q_n\geqslant 0, q_r-q_r^{c*}\geqslant 0$。

类似(1)的求解,可得(4)的最优解为:①当 $\Delta c_n\leqslant-\lambda_{11},\Delta c_r\leqslant-\lambda_{12},\Delta c_n\leqslant\gamma\Delta c_r-\lambda_{11}+\gamma\lambda_{12}$ 且 $\Delta c_r\leqslant\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}-\lambda_{12}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n-\lambda_{11}+\gamma\lambda_{12}}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r+\gamma\lambda_{11}-\lambda_{12}}{2}$;②当 $\Delta c_n\leqslant-\lambda_{11},\Delta c_r<0$ 且 $\Delta c_r>\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}-\lambda_{12}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_n+\lambda_{11})}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$;③当 $\Delta c_n<0,\Delta c_r\leqslant-\lambda_{12}$ 且 $\Delta c_n>\gamma\Delta c_r-\lambda_{11}+\gamma\lambda_{12}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_r+\lambda_{12})}{2}$;④当 $-\lambda_{11}<\Delta c_n<0$ 且 $-\lambda_{12}<\Delta c_r<0$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

可得(5)的最优解为:①当 $\Delta c_n\leqslant-\lambda_{11},\Delta c_r<0$ 且 $\Delta c_r\geqslant\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n-\lambda_{11}-\gamma\lambda_{22}}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}}{2}$;②当 $\Delta c_n\leqslant-\lambda_{11},\Delta c_r<0$ 且 $\Delta c_r<\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_n+\lambda_{11})}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$;③当 $-\lambda_{11}<\Delta c_n<0$ 且 $\Delta c_r<0$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

可得(6)的最优解为:①当 $\Delta c_n<0,\Delta c_r\leqslant-\lambda_{12}$ 且 $\Delta c_n\geqslant\gamma\Delta c_r+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}}{2}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\frac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}}{2}$;②当 $\Delta c_n<0,\Delta c_r\leqslant-\lambda_{12}$ 且 $\Delta c_n<\gamma\Delta c_r+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}$ 时,$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$,$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}-\frac{(1-\gamma^2)(\Delta c_r+\lambda_{12})}{2}$;③当 $\Delta c_n<0$ 且 $-\lambda_{12}<\Delta c_r<$

0 时，$\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$。

综合考虑 $\Delta c_n\geqslant 0$ 且 $\Delta c_r\geqslant 0$ 和 $\Delta c_n<0$ 且 $\Delta c_r<0$ 等两种情况下集中式决策闭环供应链的最优解，可得定理 3。

定理 3 当突发事件干扰新产品和再造品的生产成本发生扰动时，集中式决策闭环供应链中新产品和再造品的最优产量 $\bar{q}_n^{c*}$ 和 $\bar{q}_r^{c*}$ 的取值为：

(1) $\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}$，$\bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}$，$-\lambda_{11}<\Delta c_n<\lambda_{21}$ 且 $-\lambda_{12}<\Delta c_r<\lambda_{22}$。

$$
(2)\begin{cases}
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}}{2} & \Delta c_n\geqslant\lambda_{21}\text{ 且 }\gamma\Delta c_n-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}\geqslant\Delta c_r\geqslant 0\\
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n-\lambda_{11}-\gamma\lambda_{22}}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}}{2} & \gamma\Delta c_r-\lambda_{11}-\gamma\lambda_{22}\geqslant\Delta c_n\geqslant 0\text{ 且 }\Delta c_r\geqslant\lambda_{22}\\
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n-\lambda_{11}-\gamma\lambda_{22}}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}}{2} & \Delta c_n\leqslant-\lambda_{11}\text{ 且 }\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}\leqslant\Delta c_r<0\\
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}}{2} & \gamma\Delta c_r+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}\leqslant\Delta c_n<0\text{ 且 }\Delta c_r\leqslant-\lambda_{12}
\end{cases};
$$

$$
(3)\begin{cases}
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}-\dfrac{(1-\gamma^2)(\Delta c_n-\lambda_{21})}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*} & \Delta c_n\geqslant\lambda_{21},\Delta c_r\geqslant 0\text{ 且 }\gamma\Delta c_n-\gamma\lambda_{21}-\lambda_{12}<\Delta c_r<\gamma\Delta c_n-\gamma\lambda_{21}+\lambda_{22}\\
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}-\dfrac{(1-\gamma^2)(\Delta c_r-\lambda_{22})}{2} & \Delta c_n\geqslant 0,\Delta c_r\geqslant\lambda_{22}\text{ 且 }\gamma\Delta c_r-\gamma\lambda_{22}-\lambda_{11}<\Delta c_n<\gamma\Delta c_r-\gamma\lambda_{22}+\lambda_{21}\\
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}-\dfrac{(1-\gamma^2)(\Delta c_n+\lambda_{11})}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*} & \Delta c_n\leqslant-\lambda_{11},\Delta c_r<0\text{ 且 }\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}-\lambda_{12}<\Delta c_r<\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}+\lambda_{22}\\
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}-\dfrac{(1-\gamma^2)(\Delta c_r+\lambda_{12})}{2} & \Delta c_n<0,\Delta c_r\leqslant-\lambda_{12}\text{ 且 }\gamma\Delta c_r-\lambda_{11}+\gamma\lambda_{12}<\Delta c_n<\gamma\Delta c_r+\lambda_{21}+\gamma\lambda_{12}
\end{cases};
$$

$$
(4)\begin{cases}
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n+\lambda_{21}-\gamma\lambda_{22}}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r-\gamma\lambda_{21}+\lambda_{22}}{2} & \Delta c_n\geqslant\lambda_{21},\Delta c_r\geqslant\lambda_{22},\Delta c_r\geqslant\gamma\Delta c_n-\gamma\lambda_{21}+\lambda_{22}\text{ 且 }\Delta c_n\geqslant\gamma\Delta c_r+\lambda_{21}-\gamma\lambda_{22}\\
\bar{q}_n^{c*}=q_n^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_r-\Delta c_n-\lambda_{11}+\gamma\lambda_{12}}{2} & \bar{q}_r^{c*}=q_r^{c*}+\dfrac{\gamma\Delta c_n-\Delta c_r+\gamma\lambda_{11}-\lambda_{12}}{2} & \Delta c_n\leqslant-\lambda_{11},\Delta c_r\leqslant-\lambda_{12},\Delta c_r\leqslant\gamma\Delta c_n+\gamma\lambda_{11}-\lambda_{12}\text{ 且 }\Delta c_n\leqslant\gamma\Delta c_r-\lambda_{11}+\gamma\lambda_{12}
\end{cases}。
$$

定理 3 表明，当突发事件干扰新产品和再造品的生产成本发生扰动的程度均不大，即情况(1)时，应保持两类产品稳定环境下的最优产量不变；当突发事件干扰一类产品的生产成本发生扰动的程度很大，而干扰另一类产品的生产成本发生扰动的程度位于一定范围内(易知该范围与受干扰很大的产品的生产成本扰动程度、两类产品的替代系数正相关)时，对于生产成本受干扰程度很大的产品来说，应按突发事件干扰其生产成本发生扰动相反的方向调整稳定环境下的最优产量，而对另一类产品来说，若发生扰动的程度相对较小，即情况(2)时，应按突发事件干扰该类产品生产成本发生扰动相同的方向调整其稳定环境下的最优产量，若发生扰动的程度相对较大，即情况(3)时，应保持该类产品稳定环境下的最优产量不变；当突发事件干扰两类产品的生产成本发生扰动的程度均很大，即情况(4)时，应按突发事件干扰其生产成本发生扰动相反的方向调整两类产品稳定环境下的最优产量。

通过 $p_n=\dfrac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}$，$p_r=\dfrac{\varphi_r-q_r+\gamma(\varphi_n-q_n)}{1-\gamma^2}$ 和 $\bar{\pi}_T(\bar{q}_n^{c*},\bar{q}_r^{c*})$，易得新产品和再造品的最优销售价格以及整个集中式决策闭环供应链的最优利润。

3 契约协调生产成本扰动下分散式决策闭环供应链分析

同文献[12-15]，在分散式决策闭环供应链中，假设突发事件发生后所产生的额外生产或处理成本由制造商承担，则突发事件干扰下零售商的利润函数形式与其在稳定环境下相同。

在实际中，制造商会受时间、空间及信息反馈等因素的影响，有时并不能及时察觉到突发事件的发生。因此，下面分析突发事件发生后，制造商仍采用稳定环境下的数量折扣契约时，分散式决策闭环供应链的协调情况。有如下定理：

定理 4 突发事件发生后，稳定环境下的数量折扣契约 $T(w_n^*,q_n,w_r^*,q_r)=w_n^*q_n+w_r^*q_r$ 将不能够协调分散式决策闭环供应链。

证明 比较式(4)和式(8)可知：

突发事件发生后，将数量折扣契约 $T(w_n^*,q_n,w_r^*,q_r)=w_n^*q_n+w_r^*q_r$ 中的 w_n^* 和 w_r^* 代入式(4)，有

$$\pi_R(q_n,q_r)=\left[\frac{\varphi_n-q_n+\gamma(\varphi_r-q_r)}{1-\gamma^2}-w_n^*\right]q_n+$$

$$\left[\frac{\varphi_r - q_r + \gamma(\varphi_n - q_n)}{1-\gamma^2} - w_r^*\right]q_r = \left[\frac{\varphi_n - q_n + \gamma(\varphi_r - q_r)}{1-\gamma^2} - \lambda\frac{\varphi_n - q_n + \gamma(\varphi_r - q_r)}{1-\gamma^2} - (1-\lambda)c_n\right]q_n + \left[\frac{\varphi_r - q_r + \gamma(\varphi_n - q_n)}{1-\gamma^2} - \lambda\frac{\varphi_r - q_r + \gamma(\varphi_n - q_n)}{1-\gamma^2} - (1-\lambda)(c_r + A)\right]q_r = (1-\lambda)\bar{\pi}_T(q_n, q_r) + (1-\lambda)\Big[\Delta c_n q_n + \Delta c_r q_r + \lambda_{11}(q_n - q_n^{c*})^+ + \lambda_{12}(q_r - q_r^{c*})^+ + \lambda_{21}(q_n^{c*} - q_n)^+ + \lambda_{22}(q_r^{c*} - q_r)^+\Big]。\quad(12)$$

由式(12)可以看出,零售商的利润函数不再是突发事件干扰下整个闭环供应链利润函数的仿射函数,故数量折扣契约 $T(w_n^*, q_n, w_r^*, q_r) = w_n^* q_n + w_r^* q_r$ 不能协调突发事件干扰下的分散式决策闭环供应链。定理 4 得证。

定理 5　将稳定环境下的数量折扣契约改进为 $T(\bar{w}_n, q_n, \bar{w}_r, q_r) = \bar{w}_n q_n + \bar{w}_r q_r$ 时,其能够协调突发事件干扰下的分散式决策闭环供应链,且系统成员可通过讨价还价确定契约参数 $\lambda(0<\lambda<1)$ 的值来分配整个闭环供应链获得的最优总利润。其中:

$$\bar{w}_n = w_n^* + (1-\lambda)\left[\Delta c_n + \frac{\lambda_{11}(q_n - q_n^{c*})^+ + \lambda_{21}(q_n^{c*} - q_n)^+}{q_n}\right];$$

$$\bar{w}_r = w_r^* + (1-\lambda)\left[\Delta c_r + \frac{\lambda_{12}(q_r - q_r^{c*})^+ + \lambda_{22}(q_r^{c*} - q_r)^+}{q_r}\right]。$$

证明　比较式(4)和式(8)可知:

对于任意 $\lambda(0<\lambda<1)$,将数量折扣契约 $T(\bar{w}_n, q_n, \bar{w}_r, q_r) = \bar{w}_n q_n + \bar{w}_r q_r$ 中的 $\bar{w}_n$ 和 $\bar{w}_r$ 代入式(2),有

$$\pi_R(q_n, q_r) = \left[\frac{\varphi_n - q_n + \gamma(\varphi_r - q_r)}{1-\gamma^2} - \bar{w}_n\right]q_n + \left[\frac{\varphi_r - q_r + \gamma(\varphi_n - q_n)}{1-\gamma^2} - \bar{w}_r\right]q_r = \left[\frac{\varphi_n - q_n + \gamma(\varphi_r - q_r)}{1-\gamma^2} - w_n^* - (1-\lambda)\Delta c_n - (1-\lambda)\frac{\lambda_{11}(q_n - q_n^{c*})^+ + \lambda_{21}(q_n^{c*} - q_n)^+}{q_n}\right]q_n + \left[\frac{\varphi_r - q_r + \gamma(\varphi_n - q_n)}{1-\gamma^2} - w_r^* - (1-\lambda)\Delta c_r - (1-\lambda)\frac{\lambda_{12}(q_r - q_r^{c*})^+ + \lambda_{22}(q_r^{c*} - q_r)^+}{q_r}\right]q_r = (1-\lambda)\bar{\pi}_T(q_n, q_r),\quad(13)$$

即零售商的利润函数是整个闭环供应链利润函数的仿射函数。由引理 1 可知,改进后的数量折扣契约实现了分散式决策闭环供应链的协调。定理 5 得证。

从定理 5 可以看出,采用调整后的数量折扣契约,制造商和零售商能够共同承担由突发事件干扰引起的额外生产或处理成本带来的风险,实现了采用契约协调分散式决策闭环供应链中的各成员共同应对突发事件干扰的目的。

当突发事件不发生即 $\Delta c_n = 0$ 和 $\Delta c_r = 0$ 时,改进后的数量折扣契约 $T(\bar{w}_n, q_n, \bar{w}_r, q_r) = \bar{w}_n q_n + \bar{w}_r q_r$ 中的契约参数取值为 $\bar{w}_n = w_n^*$,$\bar{w}_r = w_r^*$,此时其与稳定环境下的数量折扣契约 $T(w_n^*, q_n, w_r^*, q_r) = w_n^* q_n + w_r^* q_r$ 相同。因此,改进后的数量折扣契约也能协调稳定环境下的分散式决策闭环供应链。

4　算例分析

下面通过数值算例对上文得到的结论进行验证。假设模型中各外生变量的取值为:$\varphi_n = 25$,$\varphi_r = 15$,$c_n = 25$,$c_r = 15$,$A = 4$,$\gamma = 0.5$。

稳定环境下集中式决策闭环供应链中新产品和再造品的销售价格为 $p_n^{c*} = 279.17$,$p_r^{c*} = 242.83$,此时两类产品的最优产量为 $q_n^{c*} = 142.25$,$q_r^{c*} = 96.75$,可获得最优利润为 $\pi_T^{c*} = 57\ 811.08$。

在稳定环境下的分散式决策闭环供应链中,假设制造商和零售商经过讨价还价确定了数量折扣契约参数 λ 的取值为 0.6,数量折扣契约中的新产品和再造品的批发价分别为 $w_n^* = 177.50$,$w_r^* = 157.30$ 时,其可协调分散式决策闭环供应链。

假设 $\lambda_{11} = 2$,$\lambda_{12} = 2$,$\lambda_{21} = 2$,$\lambda_{22} = 2$,基于定理 3 可得突发事件干扰新产品和再造品的生产成本发生不同程度的扰动时,集中式决策闭环供应链中各决策变量的最优取值及整个系统的最优利润如表 1 所示。

表 1 的分析结果表明:

(1)当突发事件干扰两类产品生产成本扰动的程度均不大,即表中的 $\Delta c_n = 1$,$\Delta c_r = 1$ 或 $\Delta c_n = -1$,$\Delta c_r = -1$ 时,同时保持两类产品稳定环境下的最优销售价格和产量不变,可实现对突发事件的有效应对。

(2)当突发事件干扰一类产品的生产成本增加

表 1　不同生产成本扰动下闭环供应链的应对策略

情况	Δc_n	Δc_r	$\bar{p}_n^{c*}$	$\bar{p}_r^{c*}$	$\bar{q}_n^{c*}$	$\bar{q}_r^{c*}$	$\bar{w}_n$	$\bar{w}_r$	$\bar{\pi}_T^{c*}$
1	1	1	279.17	242.83	142.25	96.75	177.90	157.70	57 572.08
	−1	−1	279.17	242.83	142.25	96.75	177.10	156.90	58 050.08
2	10	2	283.17	244.83	139.25	96.75	181.52	158.10	56 237.08
	2	10	281.17	246.83	142.25	93.75	178.30	161.33	56 601.08
	−10	−2	275.17	240.83	145.25	96.75	173.52	156.50	59 469.08
	−2	−10	277.16	238.83	142.25	99.75	176.70	153.32	59 105.08
3	10	5	283.17	244.83	139.25	96.75	181.52	159.30	55 946.83
	5	10	281.17	246.83	142.25	93.75	179.50	161.33	56 174.33
	−10	−5	275.17	240.83	145.25	96.75	173.52	155.30	59 759.33
	−5	−10	277.17	238.83	142.25	99.75	175.50	153.32	59 531.83
4	10	10	283.17	246.83	140.25	94.75	181.51	161.32	55 477.08
	−10	−10	275.17	238.83	144.25	98.75	173.51	153.32	60 257.08

很大、而干扰另一类产品的生产成本增加相对较小，即表中的 $\Delta c_n=10$，$\Delta c_r=2$ 或 $\Delta c_n=2$，$\Delta c_r=10$ 时，与稳定环境下的最优决策相比，应增加两类产品的销售价格，同时减少受干扰程度大的产品的产量，而增加受干扰程度相对较小的产品的产量；当突发事件干扰一类产品的生产成本减少很大、而干扰另一类产品的生产成本减少相对较小，即表中的 $\Delta c_n=-10$，$\Delta c_r=-2$ 或 $\Delta c_n=-2$，$\Delta c_r=-10$ 时，与稳定环境下的最优决策相比，应减少两类产品的销售价格，同时增加受干扰程度大的产品的产量，减少受干扰程度相对较小的产品的产量。

(3)当突发事件干扰一类产品的生产成本增加很大、而干扰另一类产品的生产成本增加相对较大，即表中的 $\Delta c_n=10$，$\Delta c_r=5$ 或 $\Delta c_n=5$，$\Delta c_r=10$ 时，与稳定环境下的最优决策相比，两类产品的销售价格均应增加，同时减少受干扰程度大的产品的产量，保持受干扰程度相对较小的产品的产量不变；当突发事件干扰一类产品的生产成本减少很大、而干扰另一类产品的生产成本减少相对较大，即表中的 $\Delta c_n=-10$，$\Delta c_r=-5$ 或 $\Delta c_n=-5$，$\Delta c_r=-10$ 时，与稳定环境下的最优决策比较，两类产品的销售价格均应减少，同时增加受干扰程度大的产品的产量、减少受干扰程度相对较小的产品的产量。

(4)当突发事件对两类产品生产成本干扰的程度均很大，同时两类产品生产成本扰动的程度相对彼此生产成本扰动的幅度均很大，即表中的 $\Delta c_n=10$，$\Delta c_r=10$ 或 $\Delta c_n=-10$，$\Delta c_r=-10$ 时，与稳定环境下的最优决策比较，需同时按突发事件干扰两类产品生产成本发生扰动相同的方向调整两类产品的销售价格，按相反的方向调整两类产品的产量。

在上述四种情况下，整个系统的最优利润均会随两类产品生产成本的增加而减少、随着两类产品生产成本的减少而增加。

从表 1 还可看出，与稳定环境下契约参数的最优值相比，在突发事件干扰下，数量折扣契约中两类产品的批发价会随生产成本的增加而增加、随生产成本的减少而减少，说明制造商通过协调数量折扣契约，实现了与零售商共同应对突发事件干扰的可能。

5　结束语

本文以一个差别定价制造商回收闭环供应链为对象，研究了其通过数量折扣契约协调应对突发事件干扰新产品和再造品生产成本发生扰动的问题，给出了不同扰动情况下新产品和再造品的应对生产策略，并改进了稳定环境下的数量折扣契约，使其无论突发事件发生与否，都能实现供应链的协调。最后通过数值算验证了所得结论的正确性。研究表明：

(1)数量折扣契约能够协调解决新产品和再造品差别定价的制造商回收闭环供应链中存在的“双重边际效应”问题，提高其运营效益。

(2)对于集中式决策闭环供应链，当突发事件同时干扰新产品和再造品的生产成本发生扰动时，两类产品稳定环境下的最优定价决策和生产计划具有一定的鲁棒性；当突发事件干扰一类产品的生产成本扰动很大、而干扰另一类产品的生产成本扰动程度位于一定范围内时，对于受干扰程度很大的产品，应与突发事件干扰同方向调整其稳定环境下的最优

销售价格,反方向调整其稳定环境下的最优产量,此时对另一种产品来说,其应对策略与受干扰很大产品的生产成本扰动程度以及两类产品的替代系数相关;当突发事件干扰两类产品的生产成本均发生很大程度的扰动时,应同时与突发事件干扰同方向调整两类产品稳定环境下的最优销售价格,反方向调整其稳定环境下的最优产量。

(3)通过改进的数量折扣契约,可使制造商和零售商共同应对突发事件,实现突发事件干扰下分散式决策闭环供应链的协调。

在本文研究的基础上,今后可以进一步探讨信息不对称情况下闭环供应链采用契约协调应对突发事件干扰的应急管理问题。

参考文献:

[1] GUIDE J V D R, JAYARAMAN V, LINTON J D. Building contingency planning for closed-loop supply chains with product recovery[J]. Journal of Operations Management, 2003, 21(3): 259-279.

[2] SCHULTMANN F, ZUMKELLER M, RENTZ O. Modeling reverse logistic tasks within closed-loop supply chains: An example from the automotive industry[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 171(3): 1033-1050.

[3] GUIDE J V D R, VAN WASSENHOVE LUK N. The evolution of closed-loop supply chain research[J]. Operations Research, 2009, 57(1): 10-18.

[4] SAVASKAN R C, BHATTACHARYA S, WASSENHOVE L N V. Closed-loop supply chain models with product remanufacturing[J]. Management Science, 2004, 50(2): 239-252.

[5] SAVASKAN R C, WASSENHOVE L N V. Reverse channel design: the ease of competing retailers[J]. Management Science, 2006, 52(5): 1-14.

[6] GU Q L, JI J H, GAO T G. Pricing management for a closed-loop supply chain[J]. Journal of Revenue and Pricing Management, 2008, 7(1): 45-60.

[7] KARAKAYLI I, EMIR-FARINAS H, AKCALI E. An analysis of decentralized collection and processing of end-of-life products[J]. Journal of Operations Management, 2007, 25(1): 1161-1183.

[8] CHEN J, BELL P C. Coordinating a decentralized supply chain with customer returns and price-dependent stochastic demand using a buyback policy[J]. European Journal of Operational Research, 2011, 212(2): 293-300.

[9] DEBO L G, TOKTAY L B, VAN WASSENHOVE L N. Market segmentation and product technology selection for remanufacturable products[J]. Management Science, 2005, 51(8): 1193-1205.

[10] FERRER G, SWAMINATHAN J M. Managing new and differentiated remanufactured products[J]. European Journal of Operational Research, 2010, 203(2): 370-379.

[11] ZHENG Kejun. Study on pricing decision and contract consideration of closed-loop supply chain with differential price[J]. Operations Research and Management Science, 2012, 21(1): 118-123(in Chinese). [郑克俊. 存在价格差异的闭环供应链定价策略及契约协调[J]. 运筹与管理, 2012, 21(1): 118-123.]

[12] QI X T, BARD J, YU G. Supply chain coordination with demand disruptions[J]. Omega, 2004, 32(4): 301-312.

[13] XU M, QI X T, YU G, et al. Coordinating dyadic supply chains when production costs are disrupted[J]. IIE Transactions, 2006, 38(9): 765-775.

[14] XIAO T J, QI X T. Price competition, cost and demand disruptions and coordination of a supply chain with one manufacturer and two competing retailers[J]. Omega, 2008, 36(5): 741-753.

[15] ZHANG W G, FU J H, LI H Y, et al. Coordination of supply chain with a revenue-sharing contract under demand disruptions when retailers compete[J]. International Journal of Production Economics, 2012, 138(1): 68-75.

[16] HUANG S, YANG C, LIU H. Pricing and production decisions in a dual-channel supply chain when production costs are disrupted[J]. Economic Modelling, 2013, 30: 521-538.

[17] WANG Yuyan. Closed-loop supply chain coordination under disruptions with revenue-sharing contract[J]. Chinese Journal of Management Science, 2009, 17(6): 78-83(in Chinese). [王玉燕. 收益共享契约下闭环供应链应对突发事件的协调分析[J]. 中国管理科学, 2009, 17(6): 78-83.]

[18] MU Zongyu, CAO Debi, LIU Xiaobing, et al. Research on closed-loop supply chain coordination with two-part tariff contract under disruptions[J]. Operations Research and Management Science, 2013, 22(5): 35-42(in Chinese). [牟宗玉, 曹德弼, 刘晓冰, 等. 突发事件下两部收费契约协调闭环供应链研究[J]. 运筹与管理, 2013, 22(5): 35-42.]

[19] WANG Yuyan. Adjusted production strategy and coordination strategy in closed-loop supply chain when demand and cost disruptions[J]. Systems Engineering—Theory & Practice, 2013, 33(5): 1149-1157(in Chinese). [王玉燕. 需求与成本双扰动时闭环供应链的生产策略和协调策略[J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33(5): 1149-1157.]

[20] WANG Xu, WANG Yinhe. Coordination and pricing for closed-loop supply chain based on demand and collection disruptions[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2013, 19(3): 624-630(in Chinese). [王　旭, 王银河. 需求和回收扰动的闭环供应链定价和协调[J]. 计算机集成制造系统, 2013, 19(3): 624-630.]

作者简介:

牟宗玉(1983—),男,山东日照人,博士研究生,研究方向:物流与供应链管理,E-mail: mzydragon@163.com;

刘晓冰(1956—),男,吉林长春人,教授,博士生导师,研究方向:先进制造模式、CAD/CAM/CIMS;

李新然(1963—),男,辽宁大连人,副教授,研究方向:生产运作管理、物流与供应链管理;

曹德弼(1958—),男,吉林珲春人,教授,博士生导师,研究方向:物流与供应链管理。