

DOI: 10.13196/j.cims.2015.02.025

故障相关的两部件并联系统可靠性建模及 动态更换策略

高文科, 张志胜⁺, 刘 颺, 陈 霞
(东南大学 机械工程学院, 江苏 南京 211189)

摘 要:为研究 I, II 类故障相关性同时存在维修计划的随机变动对系统可靠性和维修成本的影响, 针对同时存在 I, II 类故障相关性的两部件并联系统, 建立系统的可靠性模型并提出一种拟周期的动态预防性更换策略。模型中部件 A 的故障以概率 p 为一般故障引起部件 B 的故障率增加, 以概率 $1-p$ 为严重故障导致 B 故障; B 的故障以概率 θ_2 为严重故障导致 A 故障。系统故障后进行事后更换, 预防性更换在给定长度的实施区间内根据动态计划随机进行。通过优化给出了最优预防性更换区间唯一存在的证明并得到运行区间大于更换区间的条件。案例结果表明, 相关系数的增加或实施区间的增长会增加维护成本、缩短平均运行时间, 制造企业应在满足实际需求的情况下尽可能缩短实施区间。

关键词:两部件并联系统; 故障相关性; 拟定期更换策略; 动态计划

中图分类号:TH112.1 **文献标识码:**A

Reliability modeling and dynamic replacement policy for two-unit parallel system with failure interactions

GAO Wen-ke, ZHANG Zhi-sheng⁺, LIU Yang, CHEN Xia

(School of Mechanical Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract: To research the coexist of type I and II failure interaction and the influence of random variation on system reliability and maintain cost in maintain plan, the reliability model of system and a quasi-periodic dynamic Preventive Replacement (PR) policy were established aiming at the two-unit parallel system with type I and II failure interaction. In the model, the hazard rate of unit B was increased by a failure of unit A as a minor failure with probability p , and the failure of unit B was caused by probability $1-p$ as a catastrophic failure. A failure of unit A was caused by the failure of B as a catastrophic failure with probability θ_2 . An unplanned replacement was performed when the system failed, and a preventive replacement was executed stochastically in an implemented period with a given length. A certification for the existence and uniqueness of the optimal implemented period was given, which could minimize the long run cost rate, and a condition that a running period was greater than an implemented period was presented. Numerical results showed that failure dependence parameters and the length of the implemented period should be decreased as soon as possible to meet the practical requirements, which could increase mean operating time and decrease long running cost rate.

Key words: two-unit parallel system; failure interaction; quasi-periodic replacement policy; dynamic plan

收稿日期:2013-12-16; **修订日期:**2014-01-12. Received 16 Dec. 2013; accepted 12 Jan. 2014.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51275090); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2011608); 江苏省研究生创新基金资助项目(CXLX12_0078); 东南大学优秀博士论文基金资助项目(YBJJ1302). **Foundation items:** Project supported by the National Natural Science Foundation, China(No. 51275090), the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China(BK2011608), the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China(No. CXLX12_0078), and the Scientific Research Foundation of Graduate School of Southeast University, China(No. YBJJ1302).

0 引言

随着计算机控制及相关信息技术的发展,现代制造设备正朝着智能化、集成化、大功率等方向快速发展,在这种发展趋势下,现代制造设备的结构已趋向集机、电、液等多子系统或多部件于一体的复杂系统,进而使设备子系统或部件间的经济、结构和故障相关(随机相关)程度更趋紧密。经济相关指同时对多个设备或部件进行维修比对各自维修的成本低;结构相关指对一个部件进行维修时,因物理结构上的关系必须同时对另一部件进行维修;故障相关或随机相关指同一设备不同部件的退化过程存在相互影响,即一个部件的故障会导致其他部件故障或加剧其他部件的退化速度。这些相关性的存在和相关程度的增加,使得针对多部件设备维修策略的优化变得极为复杂^[1]。

故障相关性的构成机理非常复杂且在设备部件间广泛存在,在故障机理尚未完全攻克的前提下,概率模型作为一种有效的方法被广泛研究,但相对于经济相关的研究,对故障相关的关注较少^[2]。这一类研究自 Murthy 等^[3]于 1985 年首次提出以来逐渐受到重视。根据故障相关的影响结果,一般将其分为三类^[3-9]: I 类为故障相关,指当一个部件发生故障时,会以一定的概率引起其他部件故障; II 类为故障率相关,指当系统中的一个部件发生故障时,会在一定程度上增加其他部件的故障率; III 类为冲击损伤相关,即当系统中的一个部件发生故障时,会对其他部件造成随机损伤,当随机损伤累积到一定程度时该部件发生故障。在这三类故障相关性的研究中,面向多部件系统的研究主要以串联系统为主,并联系统的研究主要以两部件系统为主。

Murthy 等^[3]在考虑经济相关和故障相关的情况下,研究了两部件系统分别存在 I, II 类故障相关的预防性更换策略。Nakagawa 等^[4]研究了两部件系统分别存在 II 类和 III 类故障相关性时的定期预防性更换策略,并以反应器和冷却泵为例对模型的可行性进行了说明。Lai 等^[5]研究了两部件系统存在 II 类故障相关的周期性更换策略,并给出了使长期运行成本率最小的最优更换周期唯一存在性的证明。进一步地, Lai 等^[6]研究了两部件系统存在 II 类故障相关、同时承受两种类型外部冲击的预防性定期更换策略,以数值案例为例对模型的求解进行了说明。Leung 等^[7]研究了两部件串联系统存在 I

类故障相关、但未考虑经济相关的预防性维修和更换策略,同时给出了最优解的求解算法。Sung 等^[8]将两部件系统存在 II 类故障相关的情形拓展为存在外部冲击时的定期或设定故障阈值的预防性更换策略,并给出最优更换周期唯一性的证明。国内张卓琦等^[9]研究了两部件系统存在 II 类故障相关的情形下,采用年龄预防性维修和机会维修相结合的更换策略,并以石化企业循环氢压缩机的维修为例验证了策略的可行性。杨元等^[10]研究了两部件系统部件间存在故障相关的成组维修策略,并以船舶燃油系统为例进行说明。上述研究中的更换策略包括故障后更换和预防性更换,其中故障后更换因系统的随机故障所致,成本一般高于预防性更换;预防性更换一般将事先预定的累积工作时间或发生可修故障的次数作为实施更换的依据。

定期预防性更换策略因便于企业制定生产计划而广泛应用,但在现有的预防性维修研究中,多数模型都假设维修周期为一定值,即当工作时间达到设定阈值时立即实施预防性更换,然而实际生产中预防性更换的时间往往受产品加工周期或生产任务等外界因素的共同影响,很难按时实施预防性更换,一般在一定时间范围内根据生产需求的紧迫性等因素动态地实施。申桂香等^[11]研究认为,数控加工设备应根据实际生产计划制定动态的维修计划,以提高设备利用率、降低设备维护成本;我国某种机车为考虑生产任务等的随机性,将维修周期设定为 23 000 km~30 000 km^[12-13],在该范围内根据实际情况动态地实施预防性维修。少数研究讨论了一定条件下的动态预防性更换策略,如 Nakagawa^[2]讨论了随机更换策略,模型中更换活动的发生受外部因素影响,在 $[0, T]$ 内按某种分布动态实施。Zhao 等^[14]研究了考虑单件产品加工周期为随机变化量的超时预防性更换策略,预防性更换在单个产品加工完成后进行。Gao 等^[15]分析了单部件系统拟定期更换策略,系统的更换取决于动态的预防性更换计划和系统本身发生严重故障的竞争结果。这些研究均以单部件或单台设备为主,未考虑部件间存在相关的情形。部件间同时存在 I, II 类故障相关且预防性维修呈动态随机变化的系统在实际生产中较为普遍,如文献^[16]研究的两泵并联系统、HX3C 电力机车中的蓄电池供电控制系统等,这种系统部件间不但同时存在 I, II 类故障相关性,而且其预防性更换常因受生产紧迫程度等外部因素的影响而随机调整。

因此,虽然针对这一类系统的预防性更换策略的研究比较复杂,但是能为制造企业制定实际的维修策略提供一定参考。

1 建模及分析

1.1 符号定义及系统假设

p 表示部件 A 的一次故障为一般故障的概率;

$q=1-p$ 表示部件 A 的一次故障为严重故障的概率;

$h_A(t)$ 为部件 A 的故障率函数;

$h_B^0(t)$ 为部件 B 未受 A 冲击时的故障率函数;

$\{N_A(t)\}$ 为部件 A 在 $(0, t]$ 内发生故障的次数;

$P_{p,j}(t)$ 为部件 A 在 $(0, t]$ 内发生 j 次一般故障的概率;

I_i, χ 为示性函数;

a 为故障相关系数;

$h_B(t)$ 为部件 B 在时刻 t 的故障率函数;

$f_{p,j}(t)$ 为部件 A 发生一般故障的概率密度函数;

$H_A(t)$ 为部件 A 的均值函数;

$\xi(t)$ 为系统的故障率;

$\bar{F}(t)=1-F(t)$;

$\bar{G}(t)=1-G(t)$;

T 为计划的预防性更换周期长度;

T^* 为最优的预防性更换周期长度;

W 为实施区间的长度;

Y_1 为第一个更新周期的长度;

$C(t)$ 为 $(0, t]$ 内累计产生的维护费用;

C_r 为一次更换成本;

C_e 为一次严重故障产生的附加维修成本;

C_m 为一次一般故障的维修成本;

R_1 为第一个更新周期内的维护成本;

y_s 为动态预防性更换的计划时间;

S_j 为 A 发生第 j 次故障的时间;

θ_2 为部件 B 的一次故障为严重故障的概率;

$\theta_1=1-\theta_2$ 为部件 B 的一次故障为一般故障的概率。

系统建模基于以下假设:

(1) 系统假设 系统由部件 A 和 B 并联组成, A 的寿命随机地小于 B。A 和 B 间存在 I, II 类故障相关,即 A 的一次故障以概率 p 为一般故障,可以视为内部冲击,在一定程度上增大 B 的故障率;以概率 $q=1-p$ 为严重故障,对 B 造成致命冲击,

使得 B 发生故障,即系统故障。当 B 的故障以概率 θ_2 为严重故障,可视为对 A 的致命冲击,使 A 发生严重故障致系统故障;以概率 $1-\theta_1$ 为一般故障,对 A 不构成影响。

(2) 故障率假设 A 的故障率随自身年龄的增加而增加;B 的故障率是其年龄 t 和 A 在 $(0, t]$ 内发生一般故障次数 j 的二元函数,分别随 t 和 j 的增加而增加;因此, A 的故障率函数 $h_A(t)$ 及 B 不受 A 的故障冲击影响时的故障率函数 $h_B^0(t)$ 分别为 t 的单增函数。

(3) 故障的假设 所有故障均能被及时发现,系统发生的一般故障均能被修复,修复时间忽略。

1.2 系统可靠性分析

记 $\{N_A(t)\}_{t \geq 0}$ 表示 A 在 $[0, t]$ 内发生故障的次数,根据假设, A 发生一般故障和严重故障服从强度分别为 $ph_A(t)$ 和 $qh_A(t)$ 的泊松过程。则在 $[0, t]$ 内 A 发生 j 次一般故障的概率为

$$P_{p,j}(t) = P(N_A(t) = j, \prod_{i=1}^j I_i = 1) = \frac{(pH_A(t))^j e^{-pH_A(t)}}{j!}.$$

其中 $I_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 次故障为一般故障;} \\ 0, & \text{第 } i \text{ 次故障为严重故障.} \end{cases}$

在 $[0, t]$ 内 A 至少发生 j 次一般故障的概率为

$$P(N_A(t) \geq j, \prod_{i=0}^j I_i = 1) = \sum_{i=j}^{\infty} \frac{(pH_A(t))^i e^{-pH_A(t)}}{i!}.$$

则 A 发生 j 次一般故障的概率密度函数为

$$f_{p,j}(t) = \frac{dP(S_j \leq t)}{dt} = \frac{d \sum_{i=j}^{\infty} \frac{(pH_A(t))^i e^{-pH_A(t)}}{i!}}{dt} = P_{p,j-1}(t) ph_A(t).$$

根据故障率假设, B 的故障率为条件故障,记为 $h_B(t|N_A(t)=j)$,它是 A 发生故障的次数 j 和自身年龄 t 的二元函数,并且分别随 j 和 t 的增加而增加。即给定 t 时, $h_B(t|N_A(t)=j)$ 随 j 的增加而增加,当给定 j 时, h_B 则随着 t 的增加而增加。因此,假设 $h_B(t|N_A(t)=j) = (1+a)^j h_B^0(t)$,其中 a 为故障相关系数 ($0 < a$),即当 B 的年龄为 t 时承受了来自 A 的 j 次故障冲击后的故障率。根据系统假设, B 处于工作状态时,受到 A 的冲击均为一般故障所致。因此,在 $[0, t]$ 区间 B 的故障率为

$$\begin{aligned}
 h_B(t) &= \sum_{j=0}^{+\infty} h_B^j(t) P(N_A(t) = j, \prod_{i=1}^j I_i = 1) \\
 &= \sum_{j=0}^{+\infty} (p + pa)^j h_B^0(t) \frac{H_A(t)^j e^{-\rho H_A(t)}}{j!} \\
 &= h_B^0(t) e^{pa H_A(t)}.
 \end{aligned}$$

取 $\alpha = pa$, 则 $h_B(t) = h_B^0(t) e^{\alpha H_A(t)}$, 显然在假设前提下, 在任意时间 t , B 的故障率亦为 t 的单增函数; 同时由于部件间相关性的存在, 使得 B 的故障率增加到 $e^{\alpha H_A(t)}$ 倍。则 B 的概率密度函数及其生存函数分别为 $f_B(t) = h_B(t) \bar{F}_B(t)$ 和 $\bar{F}_B(t) = \exp(-\int_0^t h_B(t) dt)$ 。

根据系统假设, 下列情况系统可能会发生故障:

① A 和 B 同时工作, A 发生的 j 次一般故障均被发现并修复, B 发生严重故障导致 A 和 B 同时发生故障使系统故障; ② A 发生严重故障, 致使 A 和 B 同时发生故障使系统故障。因此, 系统发生故障由两部分组成, 用 U 表示系统寿命, Z_1 为 B 首次发生严重故障的时间, Z_2 为 A 首次发生严重故障的时间, 则 $U = \min(Z_1, Z_2)$, 系统的生存函数

$$\begin{aligned}
 \bar{G}(t) &= P(U > t) = P(\min(Z_1, Z_2) > t) \\
 &= \exp(-\int_0^t qh_A(u) + \theta h_B(u) du) \\
 &= \exp(-\int_0^t \xi(u) du).
 \end{aligned}$$

式中 $\xi(t) = qh_A(t) + \theta h_B(t) = qh_A(t) + \theta_2 h_B^0(t) e^{\alpha H_A(t)}$, $\xi(t)$ 为系统的故障率函数。不难发现, 在假设前提下 $\xi(t)$ 为时间 t 的单增函数, 相关系数 a 的增加会提高系统的故障率, 但 p 的变化对系统故障率的影响存在不确定性。有关 p, a 对系统可靠性的影响在 4.2 节给出。系统的故障密度函数可表示为

$$f(t) = \xi(t) \bar{G}(t) = \xi(t) \exp(-\int_0^t \xi(u) du).$$

相关系数对系统可靠性和分布密度函数影响的详细分析将在第 4 章给出。

2 维修策略及优化

2.1 更换策略

在考虑外界因素影响维修计划实施的情况下, 周期性预防性更换不能准时进行, 一般在区间 $[T - w_1, T + w_2]$ 内实施预防性更换, T 为计划的预防性更换周期, w_1 和 w_2 为常数, 一般由维修工程师确定。为了减少参数, 取 $T = T - w_1, w_1 + w_2 = W$, 则区间 $[0, T)$ 记为计划的运行区间, T 为制定长期维

修计划时不考虑外部影响因素情况下所确定的维修周期; 区间 $[T, T + W]$ 记为预防性更换实施区间, 是在短期内根据多种因素对周期维修计划的调整, 预防性更换活动可以在该区间内动态随机地实施。因此, 将周期性维修活动调整在一定时间范围内随机实施的维修策略定义为拟周期维修策略, 记为 $(T; W)$ 策略, 其中 W 为确定的常数。

系统的维修采用基于年龄的拟周期性预防性更换策略 (time-based maintenance)。系统运行时, 若 A 和 B 发生一般故障则实施最小维修, 以恢复系统运行; 若 A 和 B 同时发生故障则使系统故障, 应采取计划外预防性更换或事后更换; 若系统处于运行状态进入预防性更换实施区间 $[T, T + W]$ 内, 则按照动态维修计划实施预防性维修; 若在预防性更换实施区间内系统故障抢先于动态计划发生, 则采取意外更换。

根据上述维修策略, 对维修模型做以下假设:

(1) 在 $t = 0$ 时, 部件以全新的状态投入运行; 所有故障均可瞬时被发现, 对一般故障的恢复性维修不改变系统的故障率。

(2) 按动态计划能在给定的时间 $[T, T + W]$ 内安排更换, 假定动态计划在该区间内服从均匀分布。

(3) A, B 发生一般故障后实施最小维修, 维修费用均为 C_m ; 系统发生故障导致计划外更换, 更换费用为 $C_e + C_r$, 按计划实施的预防性更换费用为 C_r ($C_e < C_r, C_m < C_r$)。每次更换都能使系统恢复到与新系统同样的状态。

(4) 维修力量充足, 可以满足生产调度, 所有维修时间均忽略不计。

2.2 成本率分析

将系统从全新状态投入运行到第一次全部更换记为一个更新周期。假设 Y_i 为第 i ($i = 1, \dots, N$) 个更新周期的长度, R_i 为对应的更新周期内的维护成本, 则 (R_i, Y_i) 构成一个更新过程, 根据报酬更新过程定理

$$C(T) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{C(t)}{t} = \frac{E[R_1]}{E[Y_1]}$$

可知, 为了确定 $C(T)$, 在一个更新周期内, 需首先计算 R_1, Y_1 及对应的期望 $E[R_1]$ 和 $E[Y_1]$ 。根据维修过程, 第一个更新周期内的维护成本可表示为

$$\begin{aligned}
 R_1 &= (C_e + C_r + C_m(N_A(U) + N_B(U))) \\
 &\quad \chi_{(0, T+Y_x)}(U) + (C_r + C_m(N_A(T + Y_x) + \\
 &\quad N_B(T + Y_x))) \chi_{(T+Y_x, +\infty)}(U) = C_r + C_e
 \end{aligned}$$

$$\chi_{(0, T+Y_x)}(U) + C_m((N_A(U) + N_B(U))\chi_{(0, T+Y_x)}(U) + (N_A(T + Y_x) + N_B(T + Y_x))\chi_{(T+Y_x, +\infty)}(U))$$

式中 $\chi_B(Z) = \begin{cases} 1 & Z \in B \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 对应的 R_1 的期望可表示为

$$E[R_1] = C_r + E[C_e\chi_{(0, T+Y_x)}(U) + C_m((N_A(U) + N_B(U))\chi_{(0, T+Y_x)}(U) + (N_A(T + Y_x) + N_B(T + Y_x))\chi_{(T+Y_x, +\infty)}(U))] = C_r + \frac{C_e}{W} \int_T^{T+W} G(y) dy + \frac{C_m}{W} \int_T^{T+W} \int_0^y (ph_A(u) + \theta_1 h_B(u)) \bar{G}(u) dudy$$

相应地, 系统的一个更换周期 $Y_1 = \min(U, T + y_x)$, 则 Y_1 的期望可表示为

$$E[Y_1] = \int_0^{+\infty} P(Y_1 > t) dt = \sum_{j=0}^{+\infty} \frac{1}{W} \int_T^{T+W} \int_0^y \bar{G}(t) P_{p,j}(t) dt dy$$

可得长期运行成本率函数

$$C(T) = \left[C_r + \frac{C_e}{W} \int_T^{T+W} G(y) dy + \frac{C_m}{W} \int_T^{T+W} \int_0^y (ph_A(u) + \theta_1 h_B(u)) \bar{G}(u) dudy \right] / \left(\frac{1}{W} \sum_{j=0}^{+\infty} \int_T^{T+W} \int_0^y \bar{G}(t) P_{p,j}(t) dt dy \right) \quad (1)$$

2.3 策略优化分析

以系统长期运行成本率最小确定最优的更换区间, 对 $C(T)$ 进一步化简, 得下式:

$$C(T) = \left[WC_r + C_e \int_T^{T+W} G(y) dy + C_m \int_T^{T+W} \int_0^y (ph_A(u) + \theta_1 h_B(u)) \bar{G}(u) dudy \right] / \left[\int_T^{T+W} \int_0^y \bar{G}(t) dt dy \right] \quad (2)$$

寻找最优的更换区间 $[T^*, T^* + W]$, 使得 $C(T)$ 最小。根据生产实际, 一般要求 $T \geq W$, 为证明存在唯一的 $T^* \geq W$ 使得函数 $C(T)$ 取最小值, 先引入式(3)及定理 1。

$$\int_W^{2W} \{ (C_e \xi(u) + C_m(ph_A(u) + \theta_1 h_B(u))) \int_W^{2W} \int_0^y \bar{G}(v) dv dy - (C_r + C_e \int_W^{2W} G(y) dy + C_m \int_W^{2W} \int_0^y (ph_A(v) + \theta_1 h_B(v)) \bar{G}(v) dv dy) \} \bar{G}(u) du = 0 \quad (3)$$

定理 1 当 $h_A(y), h_B^0(y)$ 和 $\xi(y)$ 为关于 y 的连

续、可导且单增的函数时, 式(3)存在唯一解 $W_P \geq 0$ 。

证明 由式(3)的左端可得

$$\phi(u) = (C_e \xi(u) + C_m(ph_A(u) + \theta_1 h_B(u))) \int_W^{2W} \int_0^y \bar{G}(v) dv dy - (C_r + C_e \int_W^{2W} G(y) dy + C_m \int_W^{2W} \int_0^y (ph_A(v) + \theta_1 h_B(v)) \bar{G}(v) dv dy)$$

显然, 当 $h_A(y), h_B^0(y)$ 和 $\xi(t)$ 为关于 y 的连续、可导且单增的函数时, $\phi'(u) \geq 0, \phi(+\infty) = +\infty$, 且 $\phi(0) < 0$ 。因此, 式(3)有唯一解 $W_P \geq 0$ 。

定理 2 当 $h_A(y), h_B^0(y)$ 和 $\xi(y)$ 为关于 y 的连续、可导、单增的函数且 $W \leq W_P$ 时, 存在唯一的 $T^* \geq W$, 使得函数 $C(T)$ 取最小值。

证明 由 $C'(T) = 0$, 得

$$\int_{T^*}^{T^*+W} \int_{T^*}^{T^*+W} \int_0^y \{ [(C_e \xi(y) + C_m(ph_A(y) + \theta_1 h_B(y))) - (C_e \xi(s) + C_m(ph_A(s) + \theta_1 h_B(s)))] \bar{G}(s) - C_r \} \bar{G}(t) ds dy dt = 0,$$

有

$$\int_{T^*}^{T^*+W} \int_0^y [(C_e \xi(y) + C_m(ph_A(y) + \theta_1 h_B(y))) - (C_e \xi(s) + C_m(ph_A(s) + \theta_1 h_B(s)))] \bar{G}_1(s) ds dy = C_r W \quad (4)$$

记左端为

$$J(T^*) = \int_{T^*}^{T^*+W} \int_0^y [(C_e \xi(y) + C_m(ph_A(y) + \theta_1 h_B(y))) - (C_e \xi(s) + C_m(ph_A(s) + \theta_1 h_B(s)))] \bar{G}(s) ds dy$$

显然, 当 $h_A(y), h_B^0(y)$ 和 $\xi(y)$ 为关于 y 的连续、可导且单增函数时, $J(+\infty) = +\infty, J'(y) > 0$, 则 $J(y)$ 为关于 y 的增函数, 而右端 $C_r W$ 为一常数。根据生产实际, 一般要求 $T \geq W$, 即只有 $J(W) \leq C_r W$ 时, 式(4)存在唯一 $T \geq W$ 的解。因此, 当 $h_A(y), h_B^0(y)$ 和 $\xi(y)$ 为关于 y 的连续、可导、单增的函数且 $W \leq W_P$ 时, 式(4)存在唯一解, 继而式(2)存在唯一的最小值。

根据系统假设, $h_A(y)$ 和 $h_B^0(y)$ 为关于 y 的连续、可导、单增函数, 而 $\xi(y)$ 为关于 $h_A(y)$ 和 $h_B^0(y)$ 的函数, 故为关于 y 的连续、可导、单增函数。因此, 在系统假设的前提下, 最优的预防性更换区间是唯一存在的, 在给定 W 的情况下, 最优的 T^* 可以通过式(4)获取。

2.4 特例分析

在上述模型中,当 W 在不同范围内取值时,模型对应的维修策略不同;当 p 和 a 取不同值时,模型对应的部件故障相关情形不同,除 $p=0$ 即任一部件故障均能导致系统故障外,当 W, p 和 a 取不同范围的值时共有四种特例,分别简要介绍如下:

(1) $W=0, p \neq 1, a \neq 0$

当 $W=0, p \neq 1, a \neq 0$ 时,系统与前文假设相同,维修策略为周期性预防性更换策略,两部件并联系统的预防性更换活动在系统累积运行时间达到 T 后立即实施,其余系统假设和维修策略假设与上述模型均相同,优化模型相对简单。

(2) $W=0, p=1, a \neq 0$

当 $W=0, p=1, a \neq 0$ 时,该模型为部件间存在 II 类故障相关的定期预防性更换策略,它是特例 1 的特殊情形。由于 $p=1$ 时 $q=0$,系统的故障率变为 $\xi(t) = \theta_2 h_B(t) = \theta_2 h_B^0(t) e^{aH_A(t)}$,即只有当 B 发生严重故障时才导致系统故障;A 的故障只能引起 B 的故障率在在一定程度上增加,B 故障以概率 θ_2 引起系统故障。该模型是 Murthy 在文献[3]中讨论的第二种模型,即部件 1 以一定的概率 θ 引起部件 2 故障,部件 2 的每一个故障均能在一定程度上引起部件 1 的故障率增加;当部件 1 和部件 2 同时故障或工作时间达到 T 时更换系统,优化方法和本文提出的模型相同。

(3) $W \neq 0, p=1, a \neq 0$

当 $W \neq 0, p=1, a \neq 0$ 时,该模型为部件间存在 II 类故障相关的拟周期预防性更换策略优化模型,系统的长期运行成本率函数比同时存在 I, II 类故障相关的模型简单。由于 $p=1$ 时 $q=0$,系统的故障率变为 $\xi(t) = \theta_2 h_B(t) = \theta_2 h_B^0(t) e^{aH_A(t)}$,其长期运行成本率函数和 W_p 及最优解求解方法也相同。

(4) $p \neq 1, a=0$

特别地,当 $p \neq 1, a=0$ 时,模型为部件间存在 I 类故障相关的模型,系统的故障率函数为 $\xi(t) = qh_A(t) + \theta_2 h_B(t) = qh_A(t) + \theta_2 h_B^0(t)$;当 $W \neq 0$ 时,模型为拟周期预防性更换策略优化模型;当 $W=0$ 时,模型为周期预防性更换策略优化模型。最优解求解方法与对应方程相同。

3 案例分析

3.1 数值案例

为说明模型的建模和求解,现以数值案例为例

进行说明。在机电设备的可靠性建模中,Weibull 分布因富有弹性和具有良好的可拟合性被广泛应用。现假设部件 A 和 B 的寿命分别服从不同参数的 Weibull 分布,则有 $h_A(t) = (t\eta_A^{-1})^{\beta_A}, h_B^0(t) = (t\eta_B^{-1})^{\beta_B}$ 。系统及各维修参数如表 1 所示。

表 1 模型参数

η_A	β_A	η_B	β_B	a	p	C_R	C_m	C_e	W	θ_2
1.5	2	3	1.2	0.05	0.8	2.5	1.5	1.75	0.5	0.2

在确定最优的更换周期时,先解式(3)得 W_p ,判断给定 W 是否满足 $W < W_p$,当 $W > W_p$ 时调整 W ;再解式(4),得到最优的预防性更换区间 $[T^*, T^* + W]$ 。计算结果为 $W_p = 1.36 > W, T^* = 1.81, C_{min} = 3.615, E[Y] = 1.728$,则最优更换区间为 $[1.81, 2.31]$,即系统的预防性更换活动在该区间内随机进行。图 1 所示为 $C(T)$ 随 t 的变化趋势。

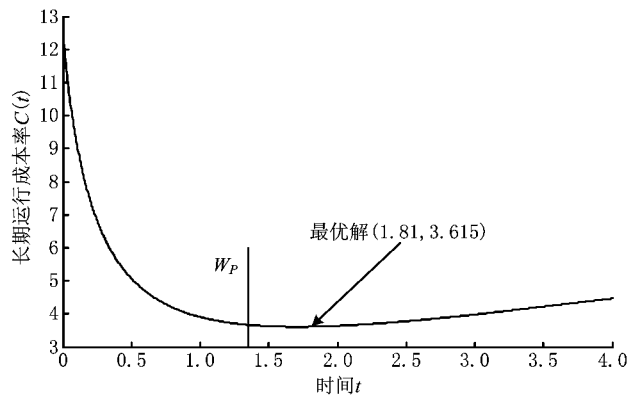


图 1 长期运行成本率 $C(T)$ -时间 (t)

3.2 参数敏感性分析

部件的特性与系统参数相关,维修参数与维修条件等因素相关,它们的不同取值对系统的维修策略有不同程度的影响,下面分别进行分析。

(1) W 的影响分析

该模型中,只有参数 W 是工程师根据实际人为设定的参数, W 对长期运行成本率的影响是否可以忽略,是决定是否采用拟周期预防性策略的关键。图 2a 所示为 W 与长期运行成本率之间的关系,从图中可以看出,随着 W 的增加, C_{min} 呈较快增长趋势。图 2b 说明,随着 W 的增加, T^* 是递减的,且随着 W 的增加,平均工作时间呈递减趋势。因此,在实际生产中,在满足实际需求的情形下,应加强维修调度,尽可能地减小 W 的长度。

从图 2 可以发现,当 $W=0$ 时,对应的特例 1 为定期更换策略,其长期运行成本率小于 $W \neq 0$ 的情

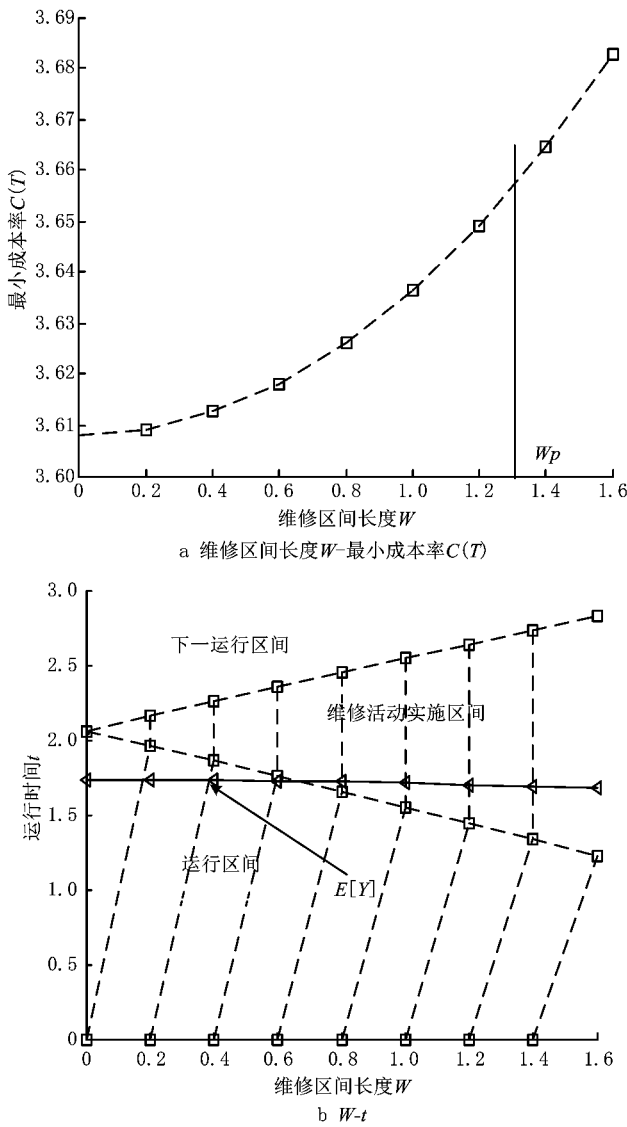


图2 针对不同 W 的优化结果

形,系统更换周期大于 $W \neq 0$ 的情形。

(2)设备参数的影响

系统参数 $a, p, \theta_2, h_B^0(t)$ 和 $h_A(t)$ 从不同角度体现设备的性能,一般只能从设计的角度加以改进。其中 $h_B^0(t)$ 和 $h_A(t)$ 对优化结果的影响可以定性地从式(2)和式(4)中获得。对于运行相同的时间 t, A 和 B 的故障率越高,系统的故障率 $\xi(t)$ 越大,系统的性能越差、维护成本率越高、 T^* 越小。

参数 a 是刻画 A 对 B 存在 II 类相关程度的参数,随着参数 a 的增加,部件间的相关性更强, A 对 B 故障率的影响越显著。分析系统的故障率可以发现,在给定 t 下,系统故障率 $\xi(a)$ 为 a 的增函数,因此在设计中通过有效控制相关参数可以减小系统故障率。图 3 所示为系统可靠性、概率密度函数曲线

图,从中可以发现, a 对系统整体性能的影响随着运行时间的增加更趋明显。

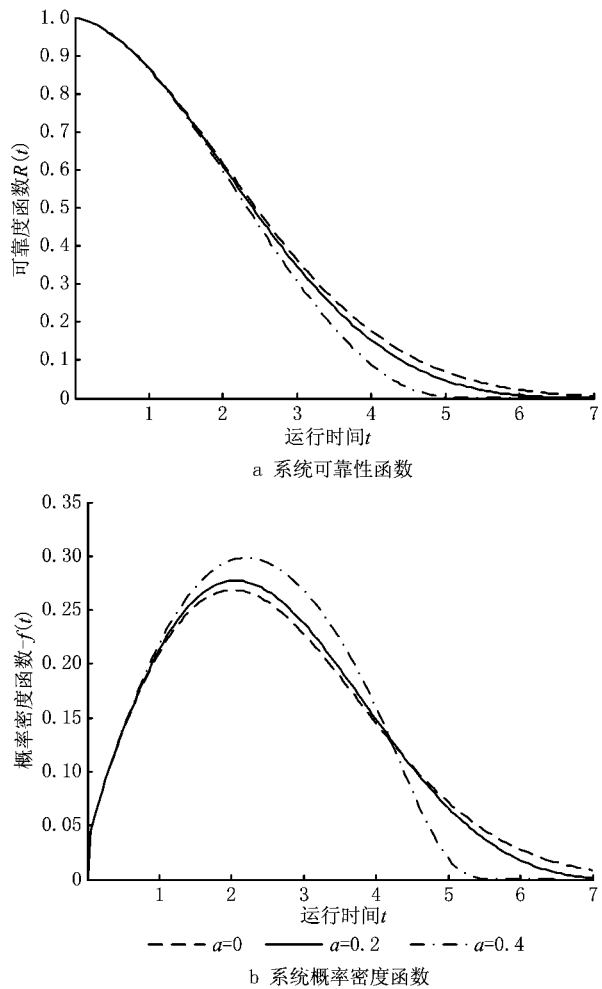


图3 不同参数 a 对应的系统可靠性、概率密度函数

由于 $\xi(a)$ 为 a 的增函数, a 的增加会导致系统整体故障率增加,对系统的维修决策存在规律性影响。其影响结果从表 2 可以看出,系统的维护成本率呈递增态势, T^* 及平均运行时间呈递减趋势。因此,减小部件间的相关性能使优化指标朝着良性方向发展。

表 2 不同相关系数 a 对应的优化结果

a	T^*	C_{\min}	$E[Y]$	W_p
0	1.815	3.614	1.731	1.365
0.2	1.785	3.618	1.712	1.345
0.4	1.750	3.622	1.689	1.315

p 反映了 A 对 B 存在 II 类故障相关的情形, p 越大, A 导致 B 瞬间故障的概率越小,但是 p 减小会导致 q 增大, q 的增加对系统故障率的影响随系统运行

时间的不同表现不尽相同。由于 $d\xi(q)/dq = h_A(t) - a\theta_2 h_B^0(t)e^{H_A(t)}$, 在不同时间 t 的单调性表现不同。图 4 所示为不同 p 对应的可靠性和概率密度函数, 从图 4 可知, 对于 p 的增加对系统整体可靠性的影响应给予足够重视。

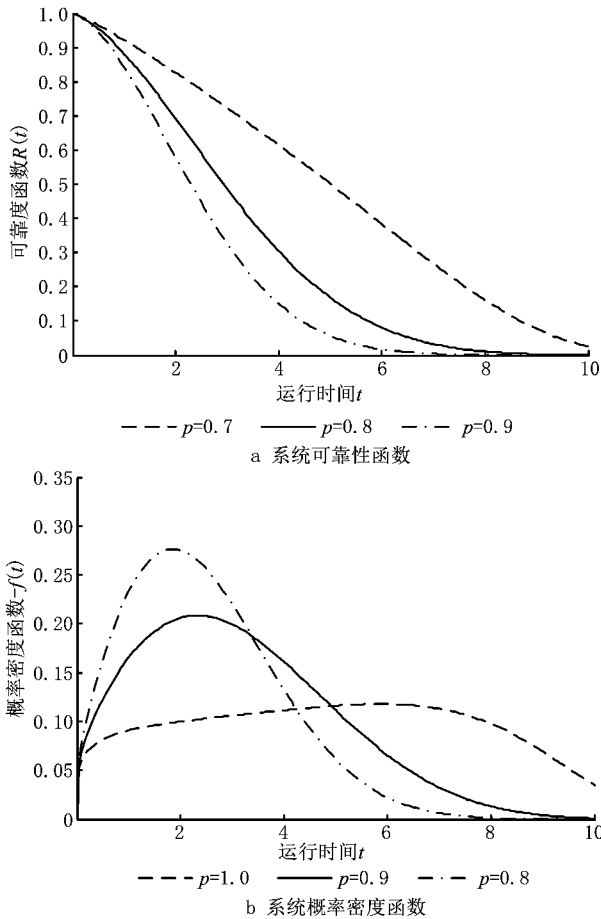


图4 不同参数 p 对应的系统可靠性、概率密度函数

表 3 所示为不同 p 对应的优化结果。当 $p=1$ 时为对应的特例 3, 可以发现, 随着 p 的增加, 成本率函数减小, 系统运行时间增长。因此, 有效地控制参数 p , 能够减小系统维修费用成本, 提高设备的运行时间。

表 3 不同相关系数 p 对应的优化结果

p	T^*	C_{min}	$E[Y]$	W_p
1.0	1.835	3.439	1.910	1.375
0.9	1.830	3.549	1.795	1.370
0.8	1.820	3.666	1.687	1.365

$0 < \theta_2 < 1$ 用来描述 B 对 A 存在 I 类故障相关的程度, θ_2 越大, B 对 A 存在 I 类故障相关的程度越严重。由 $d\xi(\theta_2)/d\theta_2 = h_B^0(t)e^{H_A(t)} \geq 1$, 说明 θ_2 的

增加会导致系统整体故障率增加。图 5 所示为不同 θ_2 对应的系统可靠性和概率密度函数。从图 5 可知, θ_2 增加时系统可靠性和概率密度减小得比较平稳。

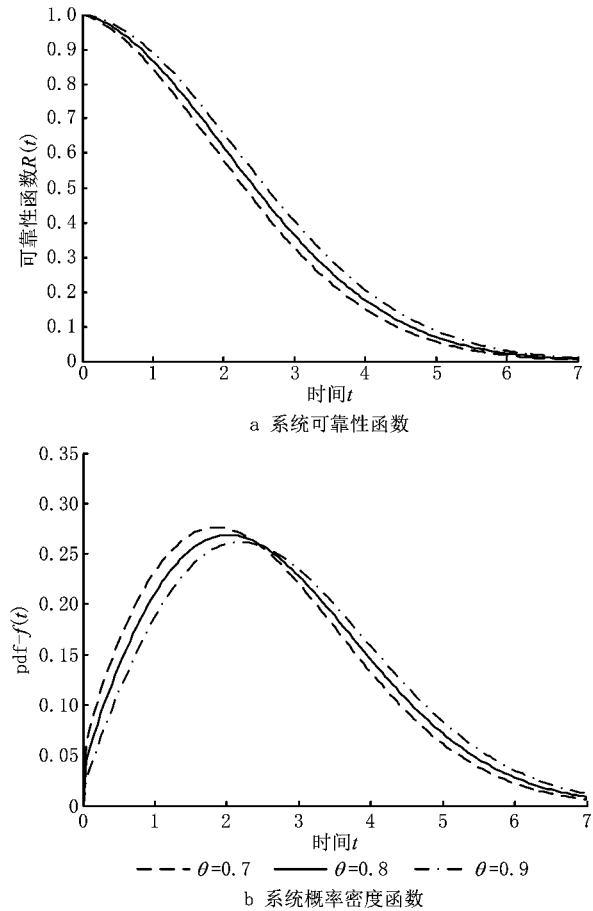


图5 不同参数 θ_2 对应的系统可靠性、概率密度函数

由于 $\xi(\theta_2)$ 与 θ_2 间存在明确的单调关系, θ_2 的变化对最优解的影响也存在着确定的规律性。表 4 所示为不同 θ_2 对应的优化结果, 从中可以发现, θ_2 的增加与 q 的增加对系统维修策略的影响趋势相同。因此, 通过有效控制 θ_2 , 也能优化系统的性能, 减小维修成本。

表 4 不同相关系数 θ_2 对应的优化结果

θ_2	T^*	C_{min}	$E[Y]$	W_p
0.3	1.820	3.666	1.687	1.365
0.2	1.810	3.615	1.728	1.360
0.1	1.795	3.565	1.765	1.350

4 结束语

本文针对具有 I, II 类故障相关的两部件并联系统, 考虑实际生产中的周期性预防性维修活动不

能按时实施的情形,提出一种拟周期性预防性更换策略。通过优化分析发现:当两部件的故障率为时间的单增函数时,其最优的预防性活动更换区间唯一存在,且满足 $W < T$ 。对于确定的系统 $W_p P$ 唯一确定,与系统的动态预防性更换实施区间长度 W 的大小无关。当给定的 $W < W_p$ 时,最优的维修策略唯一确定。案例分析发现,在系统设计时尽可能地减小部件间的 I, II 类故障相关性,能够提高系统性能系统平均运行时间,降低系统维修成本;同时在日常维修中,在满足生产实际需求的情形下,应尽可能地缩短动态预防性更换实施区间的长度,以减小系统的长期运行成本率,增加平均工作时间。

本文的研究结果对制定实际的维修策略具有一定的参考意义,然而由于模型受部件间的故障相关参数 a 的限制,尚不能应用于解决实际问题。因此,在将来的工作将进一步探讨获取部件间故障相关参数的估计方法。

参考文献:

- [1] NICOLAI R P, DEKKER R. Optimal maintenance of multi-component systems, a review[M]//Complex System Maintenance Handbook. London, UK: Springer-Verlag, 2008: 263-286.
- [2] NAKAGAWA T. Maintenance theory of reliability[M]. London, UK: Springer-Verlag, 2005.
- [3] MURTHY D N P, NGUYEN D G. Study of two-component systems with failure interactions[J]. Naval Research Logistics Quarterly, 1985, 32(2): 239-247.
- [4] NAKAGAWA T, MURTHY D N P. Optimal replacement policy for two-unit system with failure interaction[J]. Operations Research, 1993, 27(4): 427-438.
- [5] LAI M T, CHEN Y C. Optimal periodic replacement policy for a two-unit system with failure rate interaction[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2006, 29(3/4): 367-371.
- [6] LAI M T, CHEN Y C. Optimal replacement period of a two-unit system with failure rate interaction and external shocks[J]. International Journal of Systems Science, 2008, 39(1): 71-79.
- [7] LEUNG K N F, LAI K K. A preventive maintenance and replacement policy of a series system with failure interaction[J]. Optimization, 2012, 61(2): 223-237.
- [8] SUNG C K, SHEU S H, HSU T S, et al. Extended optimal replacement policy for a two-unit system with failure rate interaction and external shocks[J]. International Journal of Systems Science, 2013, 44(5): 877-888.
- [9] ZHANG Zhuoqi, WU Su, LI Binfeng, et al. Opportunistic maintenance policy for a two-unit system with failure interaction[J]. Journal of Tsinghua University, 2012, 52(1): 122-127 (in Chinese). [张卓琦, 吴甦, 李斌峰, 等. 考虑故障相关的两部件系统机会维修策略[J]. 清华大学学报, 2012, 52(1): 122-127.]
- [10] YANG Yuan, LI Fang, HOU Chongyuan, et al. Opportunistic group maintenance optimization of multi-unit system under dependence[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2012, 18(4): 827-832 (in Chinese). [杨元, 黎放, 侯重远, 等. 基于相关性的多部件系统机会成组维修优化[J]. 计算机集成制造系统, 2012, 18(4): 827-832.]
- [11] SHEN Guixiang, GU Dongwei, ZHANG Yingzhi, et al. Optimal preventive maintenance interval period of CNC[J]. Journal of Chongqing University, 2012, 35(1): 7-10 (in Chinese). [申桂香, 谷东伟, 张英芝, 等. 数控机床最佳预防维修间隔时间的确定[J]. 重庆大学学报, 2012, 35(1): 7-10.]
- [12] GAO Wenke, ZHANG Zhisheng, ZHOU Yifan, et al. Optimal combinatorial replacement policy under a given maintenance interval for the combined governor in diesel locomotives[J]. Eksploatacja I Niezawodnosc-Maintenance and Reliability, 2013, 15(2): 89-98.
- [13] ZHANG Zhisheng, GAO Wenke, ZHOU Yifan, et al. Reliability modeling and maintenance optimization of the diesel system in locomotives[J]. Eksploatacja I Niezawodnosc-Maintenance and Reliability, 2012, 14(4): 302-311.
- [14] ZHAO X, QIAN C, NAKAGAWA T. Age replacement with overtime policy[C]//Proceedings of Asia-Pacific International Symposium on Advanced Reliability and Maintenance Modeling. New York, N. Y., USA: McGraw Hill, 2012: 661-668.
- [15] GAO Wenke, ZHANG Zhisheng, ZHOU Yifan, et al. Maintenance optimization for a system with an implemented range of replacement activities[C]//Proceedings of 2013 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering. Washington, D. C., USA: IEEE, 2013.
- [16] BARROS A, BERENQUER C, GRALL A. A maintenance policy for two-unit parallel systems based on imperfect monitoring information[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2006, 91(2): 131-136.

作者简介:

高文科(1980—),男,甘肃天水人,博士研究生,研究方向:可靠性、维修性理论及应用, E-mail: gaowk_best@163.com;

+ 张志胜(1974—),男,江苏泰兴人,教授,博士生导师,研究方向:统计质量控制、可靠性、维修性理论及应用等,通信作者, E-mail: oldbc@seu.edu.cn;

刘 颢(1980—),男,广东广州人,博士研究生,研究方向:统计质量控制理论及应用;

陈 霞(1980—),女,江西景德镇人,博士研究生,研究方向:统计质量控制理论及应用。