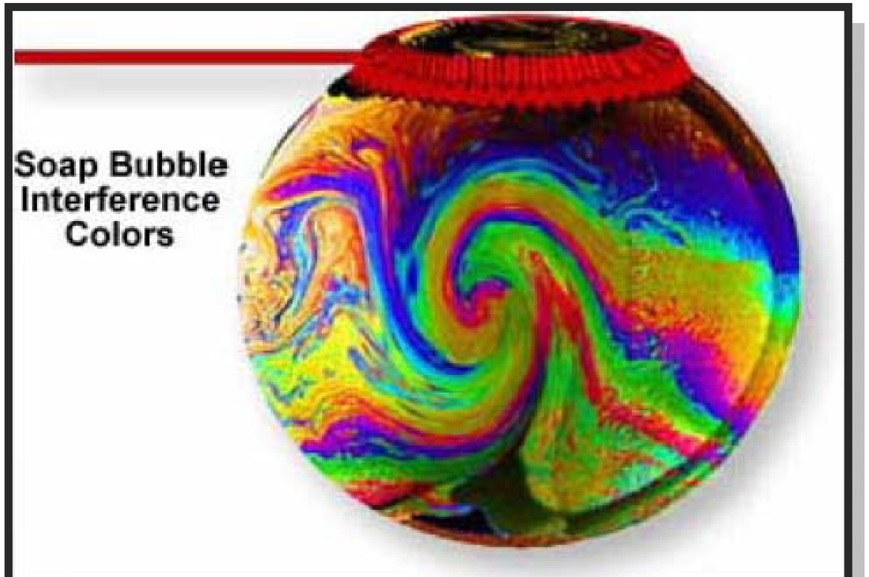
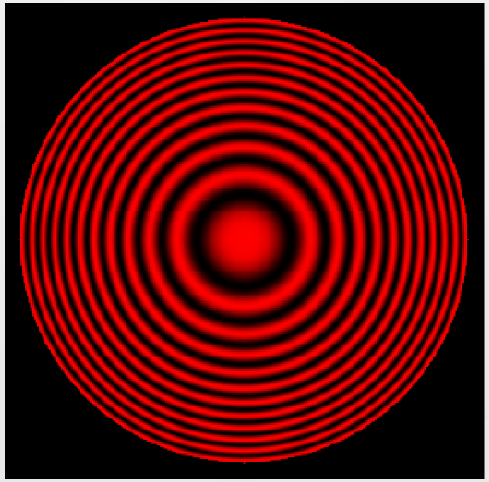
第三章 干涉 (interference)

杨振宇



Newton’s Rings



主要内容

- 杨氏双缝干涉
- 干涉条纹对比度的影响
- 分振幅双光束干涉
- 分振幅多光束干涉

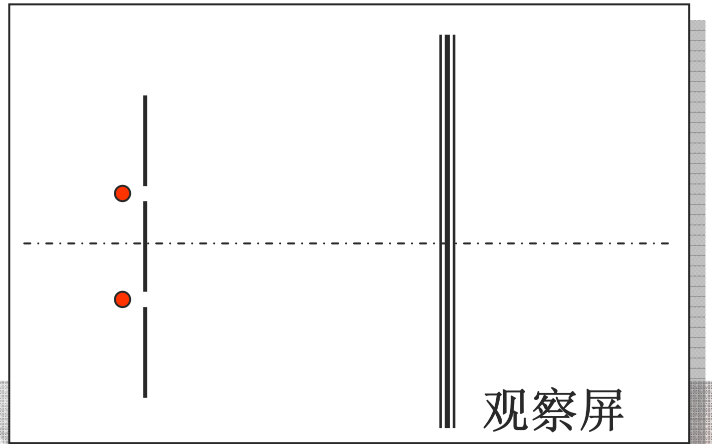
3-1 光的相干性（3.1，3.2，3.4，3.5）

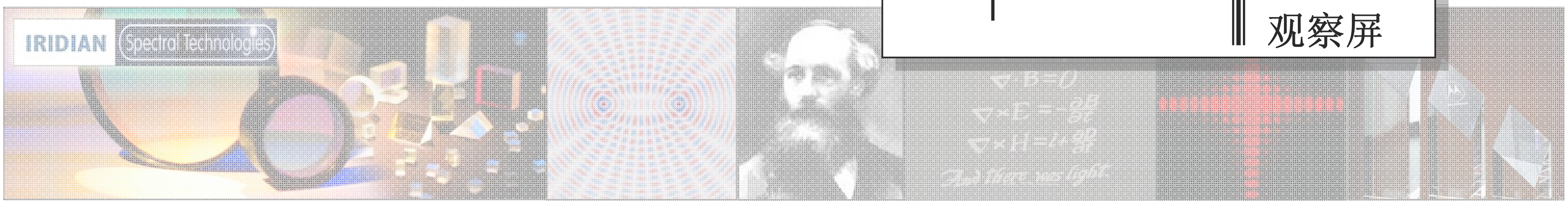
回顾：

干涉：同频率、同振动方向的两个或两个以上单色光波叠加，其合成光强在叠加区域出现稳定的强弱分布现象。

干涉仪 (interferometer)：让实际光波产生干涉的装置

思考：如图的两个独立的同型号普通光源，能在观察屏上看到干涉现象吗？





光干涉的必要条件:

光波比机械波（如水波、声波）更难满足相干条件。

两支同频率的音叉发出的声波可以发生声波干涉，

但两个光频率相同的灯泡发出的光波却不能产生光干涉。

即使是同一灯丝不同部位发出的光波也不能产生光干涉。

根据波的叠加原理，两列光波在相遇点合成的光强

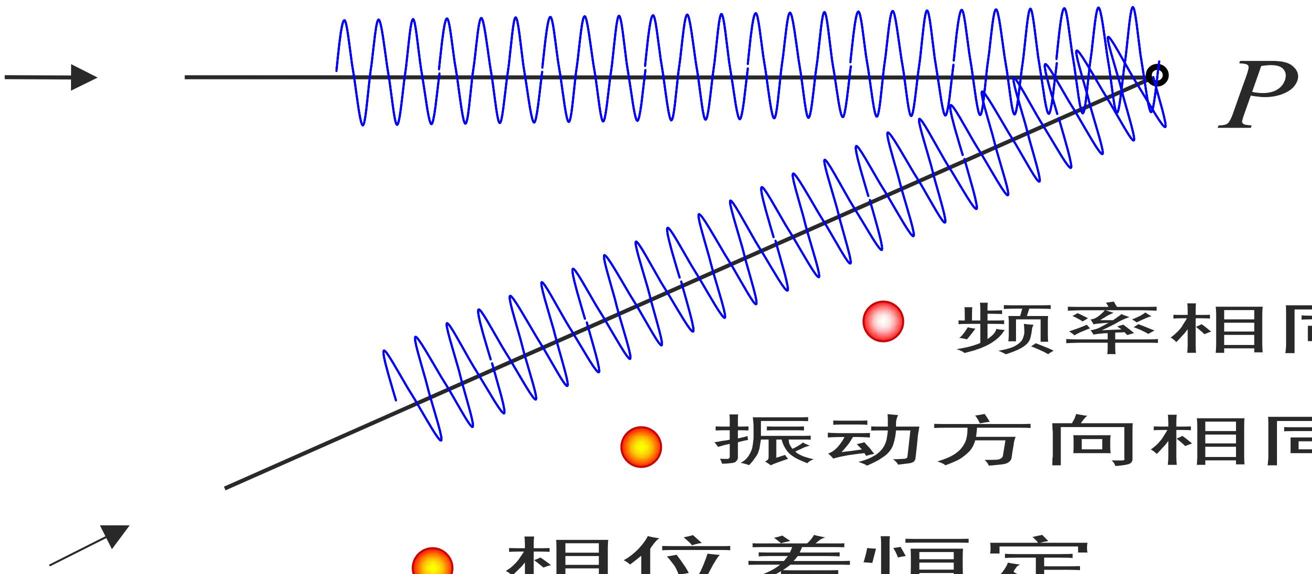
$$I = E_0^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20}\cos\Delta\varphi = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\Delta\varphi$$

要获得稳定光干涉现象，两列光波在相遇点的

相位差 $\Delta\varphi$ 必须恒定。

一般光源发出的光波为持续时间很短的一系列波列，波列与波列之间的初始相位、振动方向都无任何联系，因此他们在空间叠加区域的相位差不可能恒定！

光干涉的必要条件:

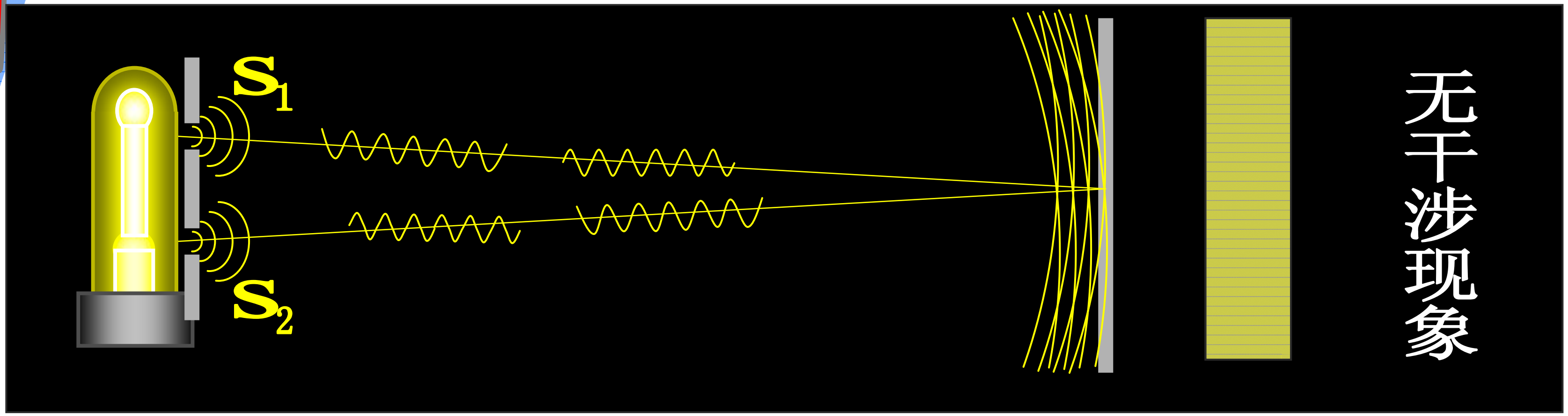


- 频率相同
- 振动方向相同
- 相位差恒定

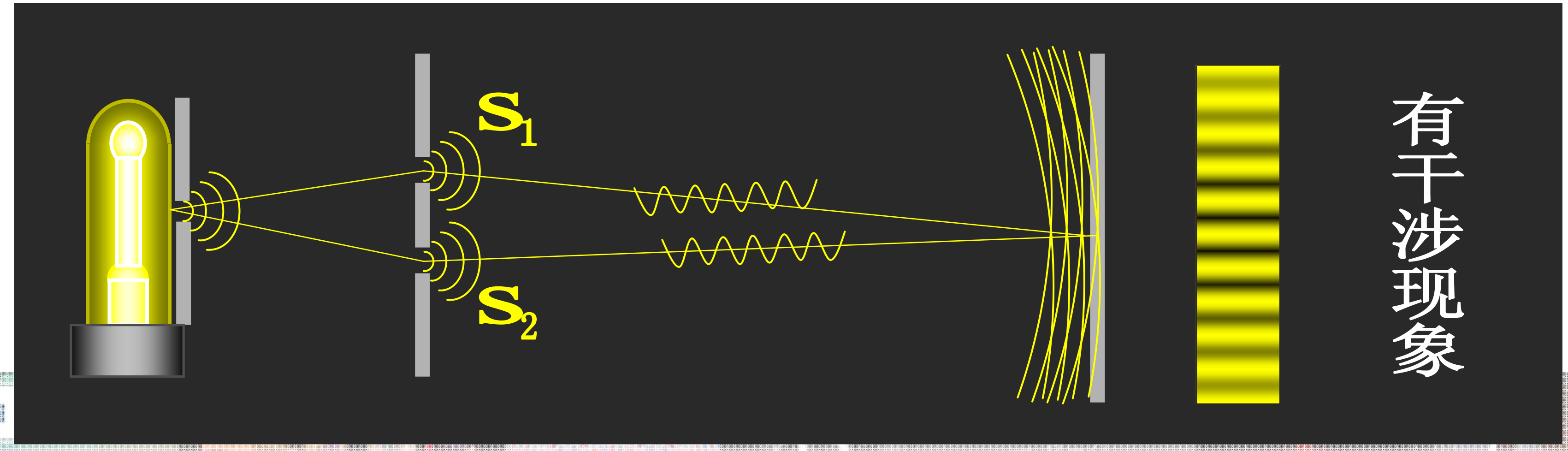
相干光（coherent light）——————

能满足干涉条件而产生干涉现象的两列光波。

相干光与非相干光

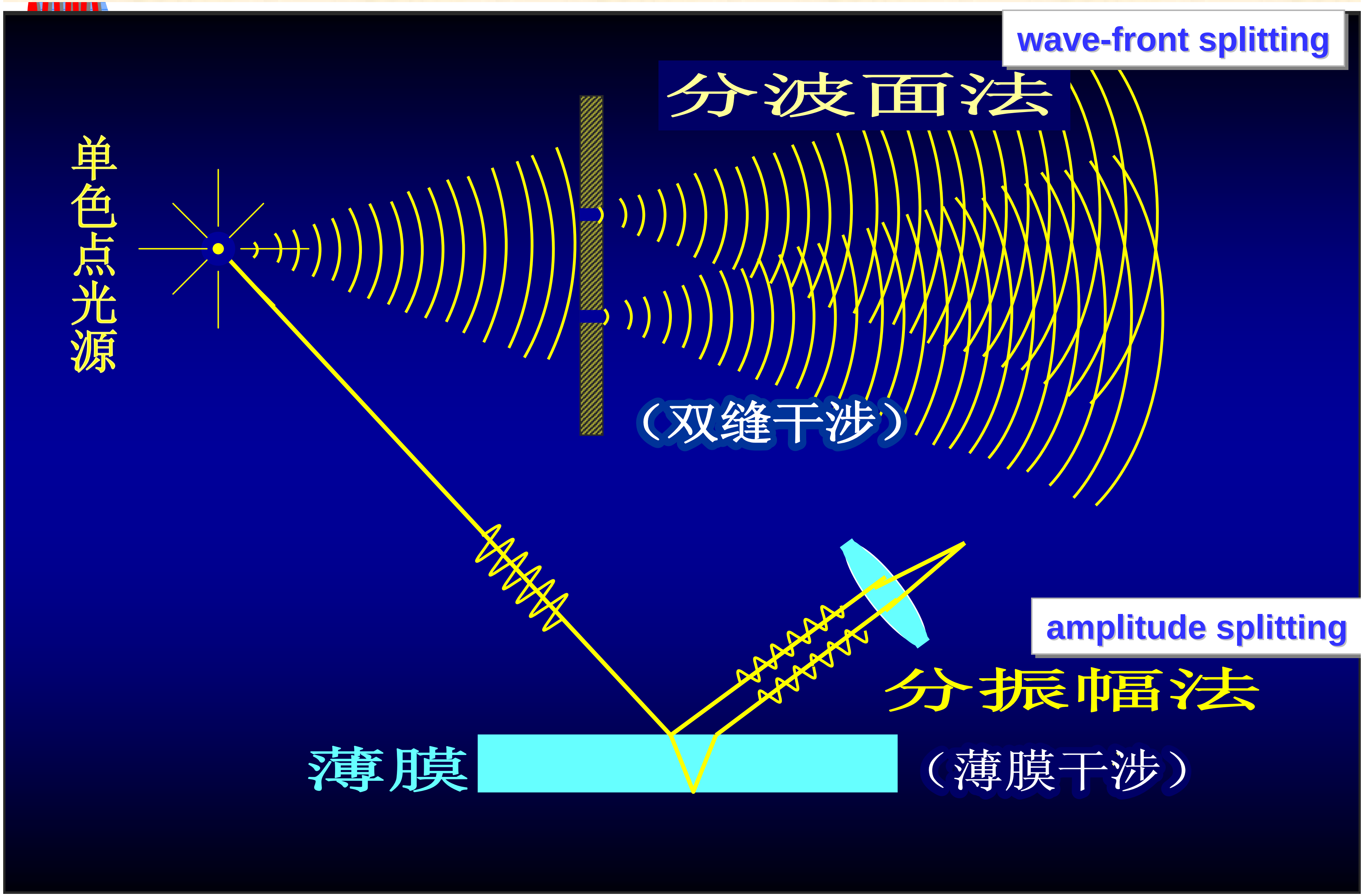


来自 S_1、S_2 的光为非相干光 (不满足光干涉条件)



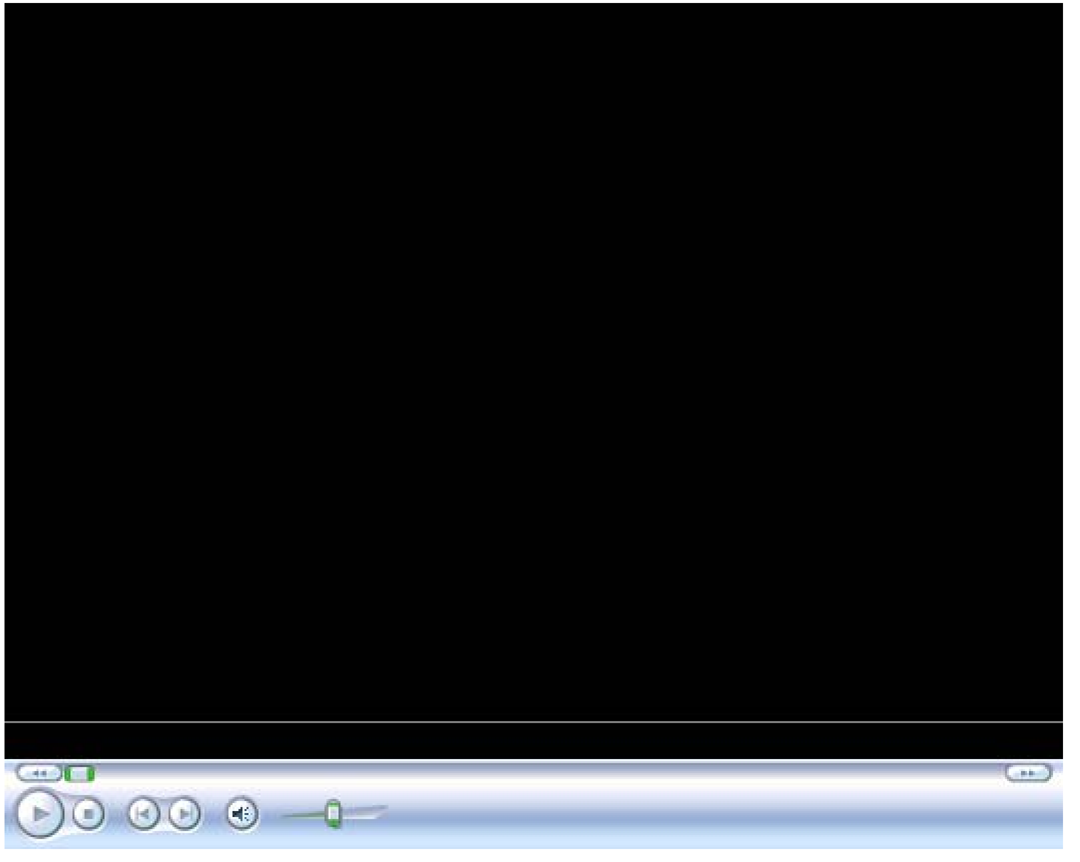
来自 S_1、S_2 的光为 相干光(满足光干涉条件)

获得相干光的两种基本方法



3-1

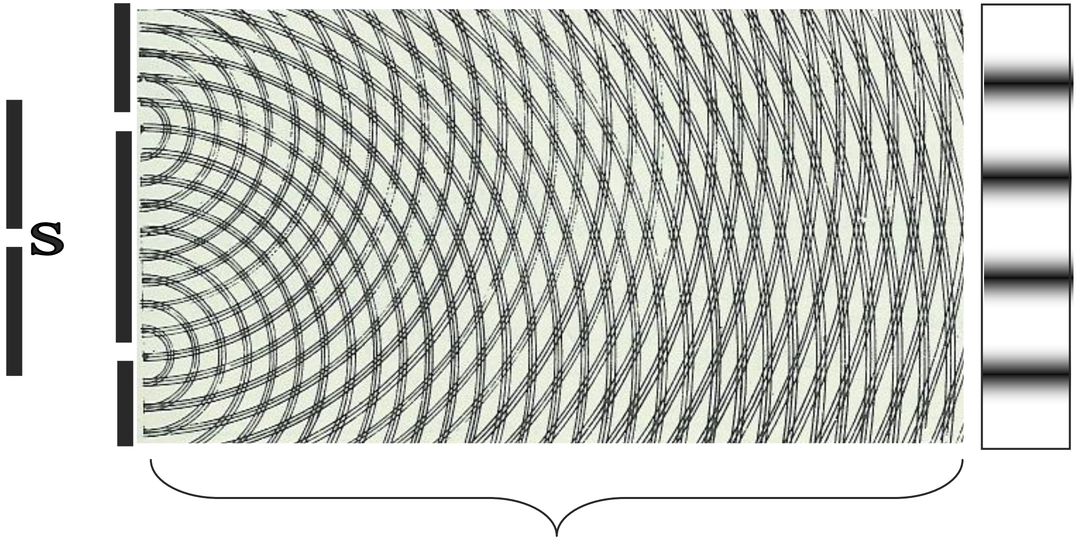
视频展示: 杨氏干涉 (Young’s interference)



杨氏双缝干涉实验

托马斯·杨（英）于1801年用实验观察到光的干涉现象。
这是光的波动学说的有力证据之一。

托马斯 · 杨
Thomas Young
（1773 — 1829）



这是杨氏的手稿

他用类似于水波干涉的原理，
通俗地解释他的双孔光干涉实验现象。

3-1

杨氏双缝干涉实验

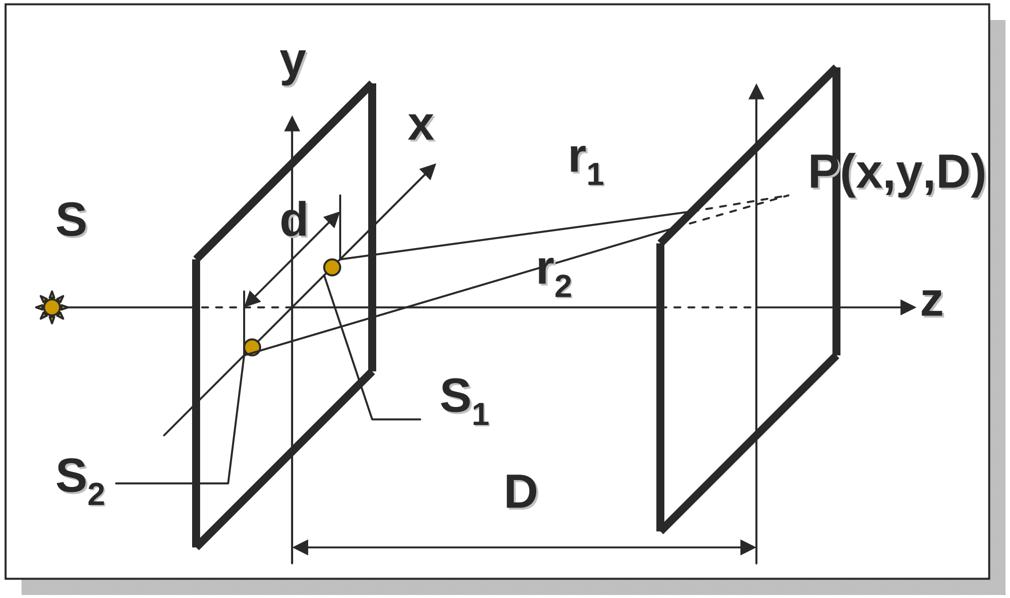
$$I = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos\delta \rightarrow I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos\delta$$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} n(r_2 - r_1)$$

由I_1=I_2, 空气介质，得：

$$I = 2I_0 + 2I_0\cos\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \rightarrow I = 4I_0\cos^2\left[\frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right]$$

$$\boxed{\begin{aligned}&(r_2 - r_1) = m\lambda \ldots 极大值 = 4I_0\\&(r_2 - r_1) = (m + 1/2)\lambda \ldots 极小值 = 0\end{aligned}}$$



如何确定屏幕上极大值、极小值的位置？

$$r_1 = \sqrt{(x - d/2)^2 + y^2 + D^2}$$

$$r_2 = \sqrt{(x + d/2)^2 + y^2 + D^2}$$

$$r_2^2 - r_1^2 = 2xd \rightarrow r_2 - r_1 = \frac{2xd}{r_2 + r_1}$$

$$\because D >> d$$

$$\therefore \frac{2xd}{r_2 + r_1} \approx \frac{xd}{D}$$

3-1

讨论:

亮纹 (bright fringe)

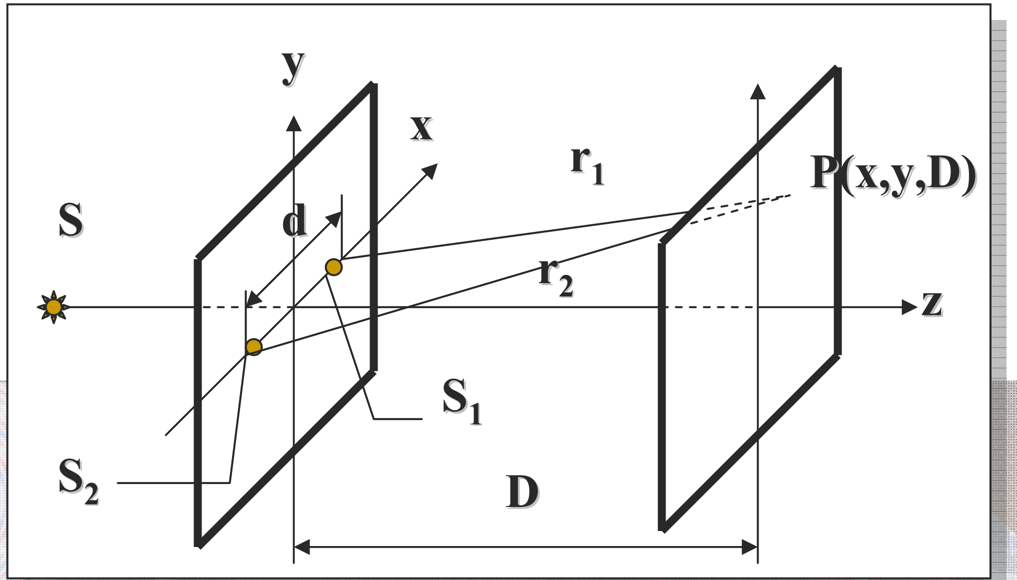
$$x = \frac{m\lambda D}{d}$$

干涉级

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots\ldots$$

暗纹 (dark fringe)

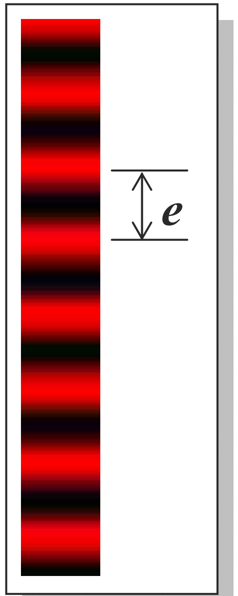
$$x = \frac{(m+1/2)\lambda D}{d}$$



3-1

干涉条纹 (interference fringe)

条纹代表光程差的等值线，与双缝平行，相对于零级对称分布



条纹宽度 (spacing of fringe)

$$e=(m+1)\frac{D}{d}\lambda-m\frac{D}{d}\lambda=\frac{D}{d}\lambda$$

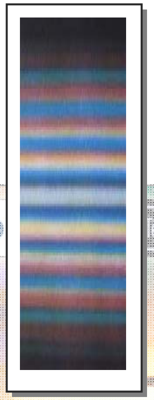
$$e=\frac{\lambda}{\omega}$$

会聚角 $\omega=d/D$

1. 条纹宽度e与干涉级次m无关，即条纹是等间距的。

2. 条纹周期性是光波周期性通过干涉效应的另一表现形式，这为实用中通过测量D、d 和e来计算出光的波长 λ 提供了方便

条纹颜色

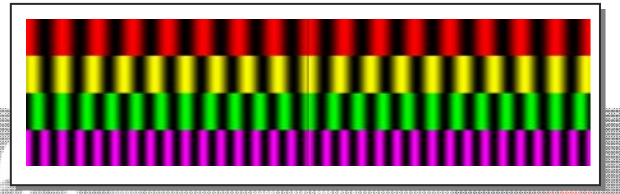


自然光入射

零级 $x_{0b}=0$......无颜色

$m\neq 0$ $x_{mb}=m\dfrac{D}{d}\lambda$......$x_{mb}\propto\lambda$

干涉条纹间隔与波长的关系：



同级次条纹，不同波长的极大呈现在不同空间位置。紫—>红

例 已知双缝间距 $d=0.4\ \mathrm{mm}$，缝屏距 $D=2\ \mathrm{m}$，测得第 4 级明纹中心与中央明纹中心的距离为 12.0 mm，求所用单色入射光的波长 λ 及相邻干涉条纹间距 Δx 。

解法提要

由杨氏双缝干涉的明纹位置公式 $x_{明}=\pm k\dfrac{D}{d}\lambda$

$$\lambda=\frac{x_{明}d}{kD}=\frac{12.0\times10^{-3}\times0.4\times10^{-3}}{4\times2}\ \mathrm{m}$$

$$=6.0\times10^{-7}\mathrm{m}=600\ \mathrm{nm}$$

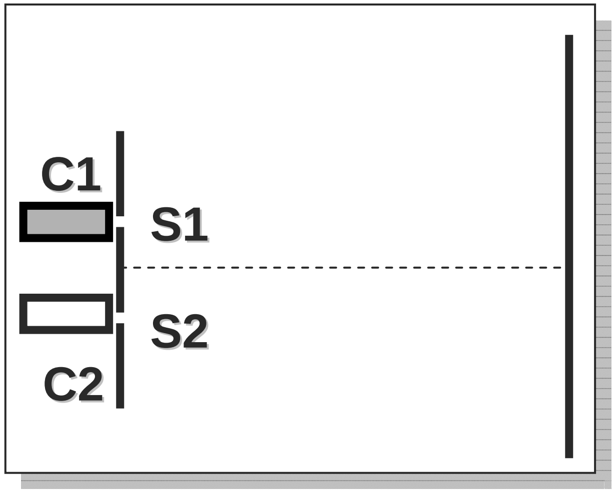
由条纹间隔公式

$$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda=\frac{2}{0.4\times10^{-3}}\times6.0\times10^{-7}\mathrm{m}$$

$$=3.0\times10^{-3}\mathrm{m}=3.0\ \mathrm{mm}$$

3-1

例题2：两个长100mm抽成真空的气室置于杨式装置的两小孔前，当以波长为589nm的平行钠光通过气室垂直照射时，在屏幕上观察到稳定的干涉条纹。然后缓慢将某种气体注入气室C1，观察到条纹移动了50个，试讨论条纹移动的方向并求出注入气体的折射率。



已述，用分波阵面法和分振幅法可以产生相干光，从而观察到光的干涉现象。

然而，如果光源中的原子发出一个单色波的“单色性”太差，或光源的线度太大时，也还是观察不到干涉现象。

这就是我们所要讨论的光源的“时间相干性”和“空间相干性”的问题

3-1

干涉条纹的对比度 (fringe contrast)

条纹对比度： $K=(I_M-I_m)/(I_M+I_m)$

I_M和I_m分别是条纹强度的极大值、极小值

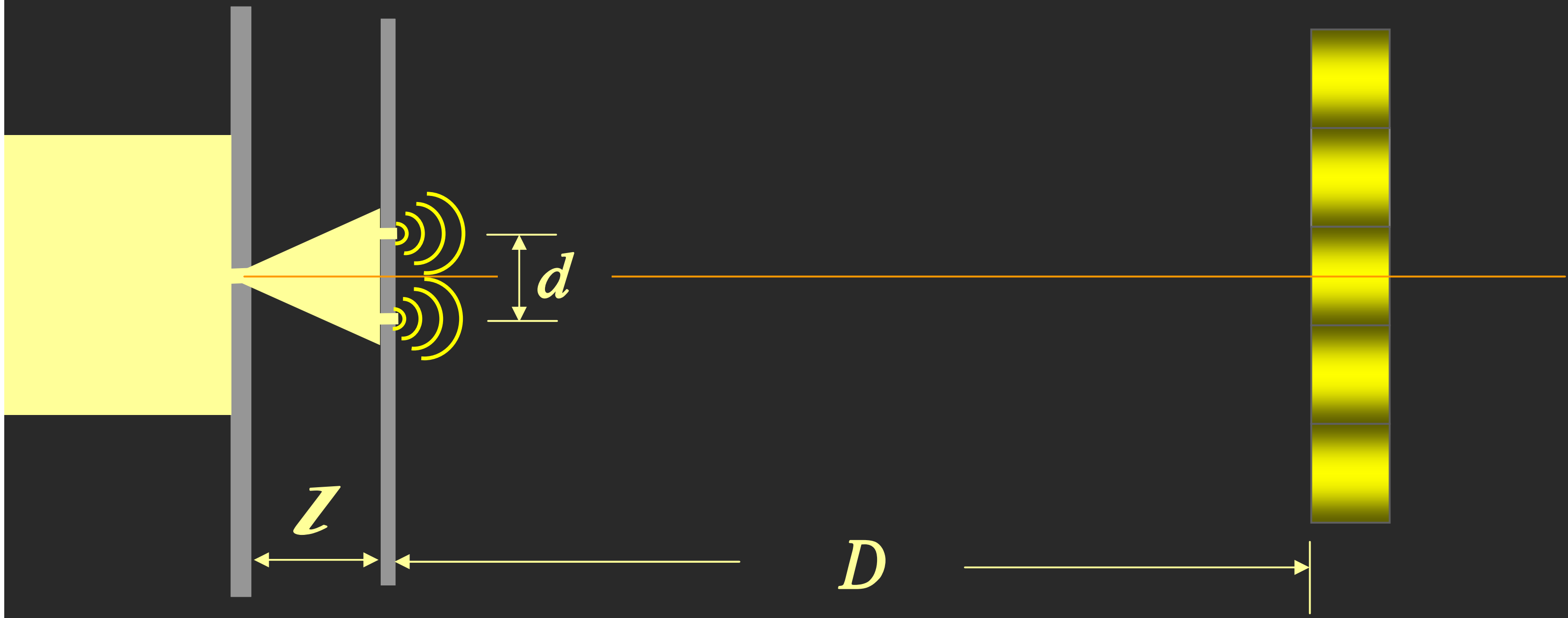
当$I_m=0$时，$K=1$，称为完全相干；

当$I_M=I_m$时， $K=0$，称为非相干；

一般情况，$0<K<1$，称为部分相干。

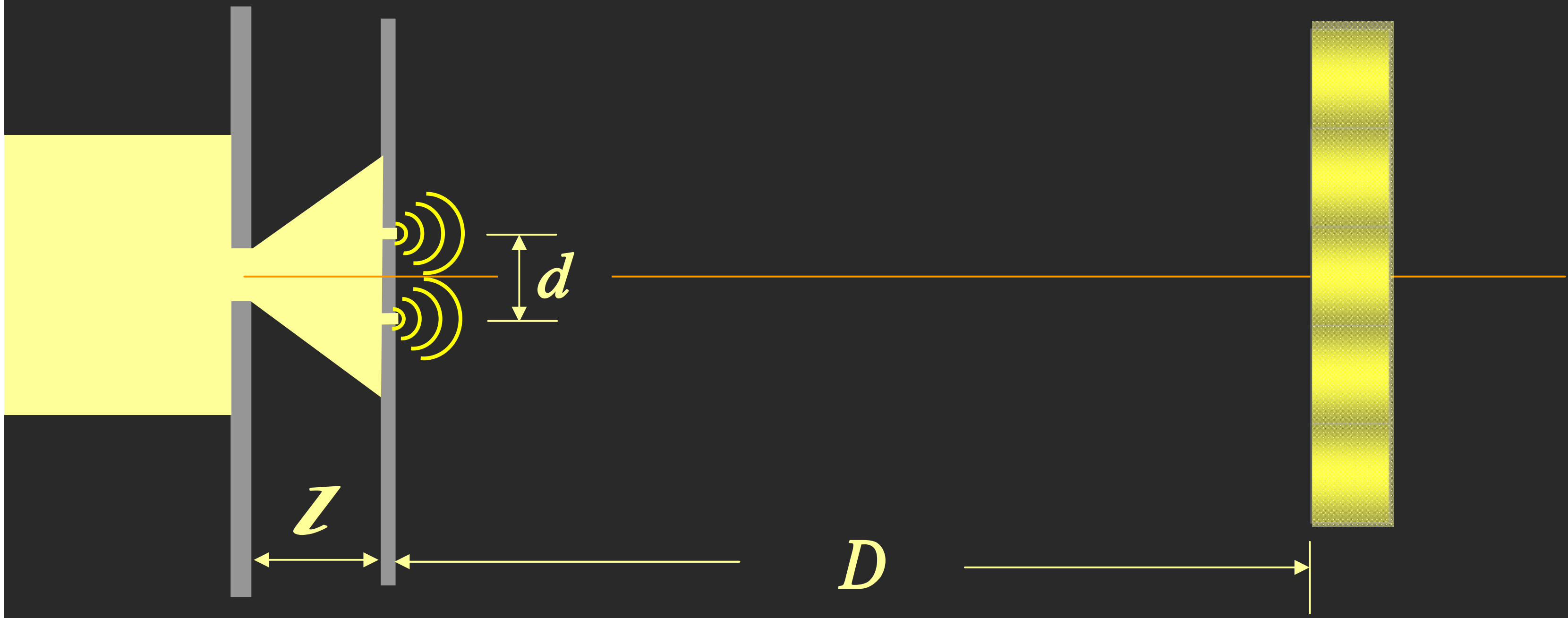
影响对比度的因素：光源大小、光源非单色性、光波振幅比

先讨论光源大小的影响



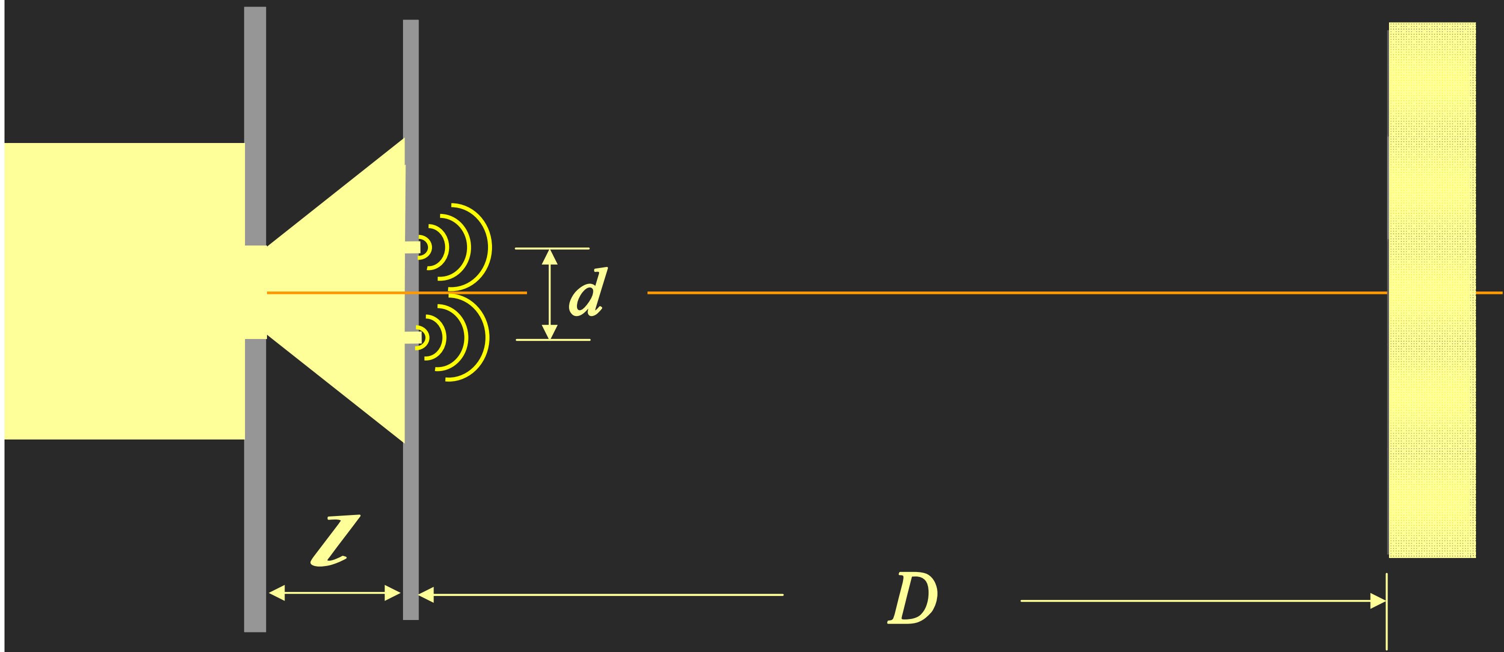
d 、l 、D 均不变

光源的宽度很小时，干涉条纹很清晰，明暗反衬度很好。



d、l、D 均不变

光源的宽度变宽，干涉条纹变模糊，明暗反衬度变差。



d 、l 、D 均不变

光源的宽度大到一定程度时，干涉条纹变消失，一片明亮。

3-1

光源大小的影响

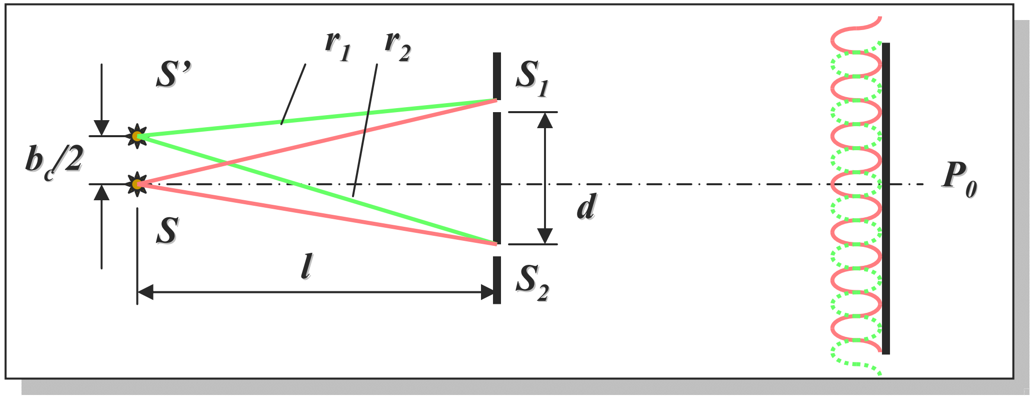
对于**单色点光源**，K＝1

$$I = 2I_0 + 2I_0 \cos\frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \rightarrow I = 4I_0 \cos^2\left[\frac{\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)\right]$$

但实际的光源总有一定大小，K＝1 ？

可以通过作图，定性的分析一下。

当**不是**一个理想点光源时，**K<1**



临界宽度 (critical width):

定义： 条纹对比度下降到0时，光源所对应的宽度.

◆先只考虑**两个点光源**

在屏幕上两条纹的叠加，在什么情况下使K＝0?

$S'S_2 - S'S_1 = \lambda/2$

$$I_1 = 4I_0 \cos^2(\delta/2)$$

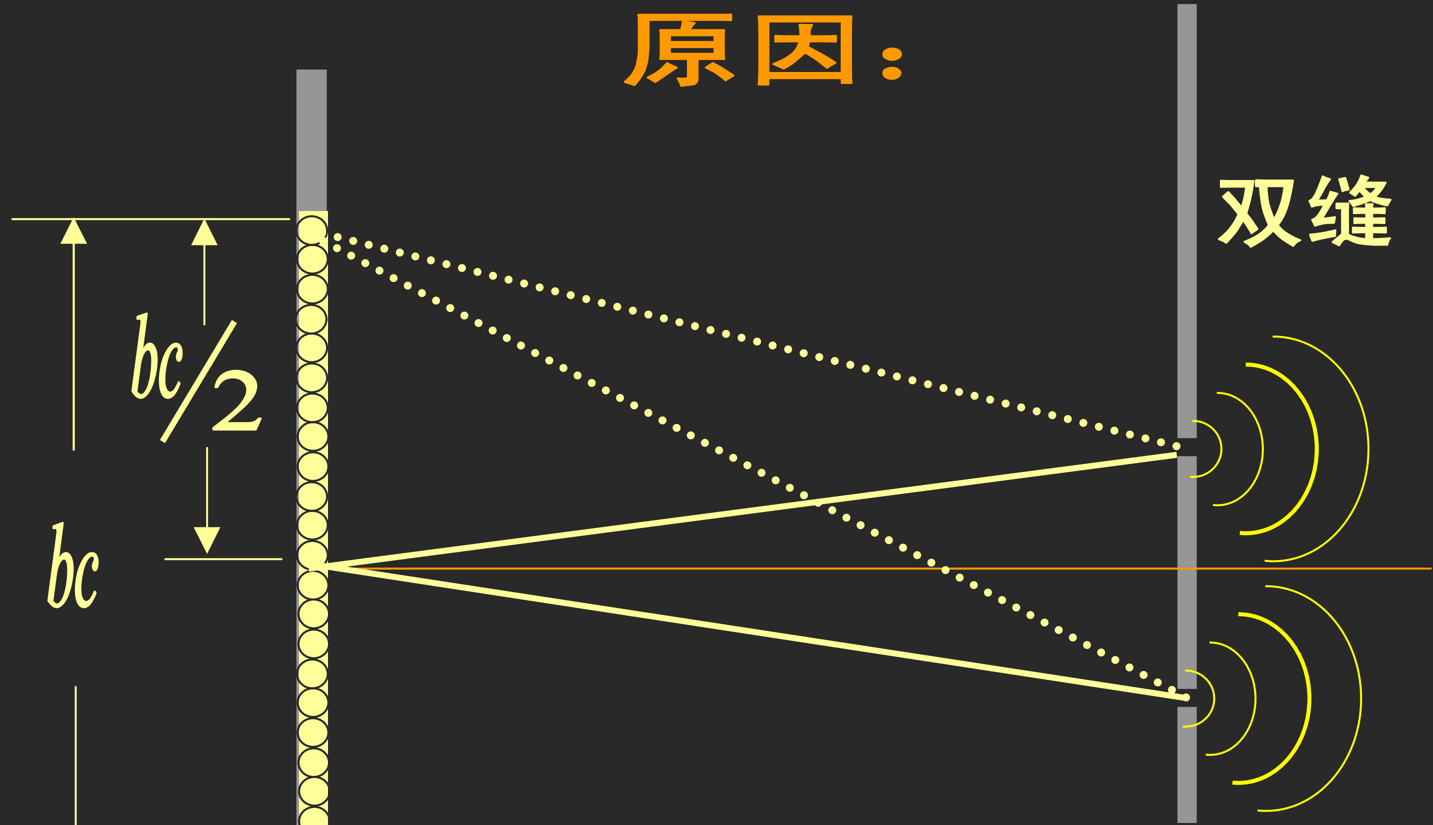
$$I_2 = 4I_0 \cos^2(\delta/2 + \pi/2)$$

$$\rightarrow I_1 + I_2 = 4I_0 \rightarrow K = 0$$

◆再考虑光源为**扩展光源**

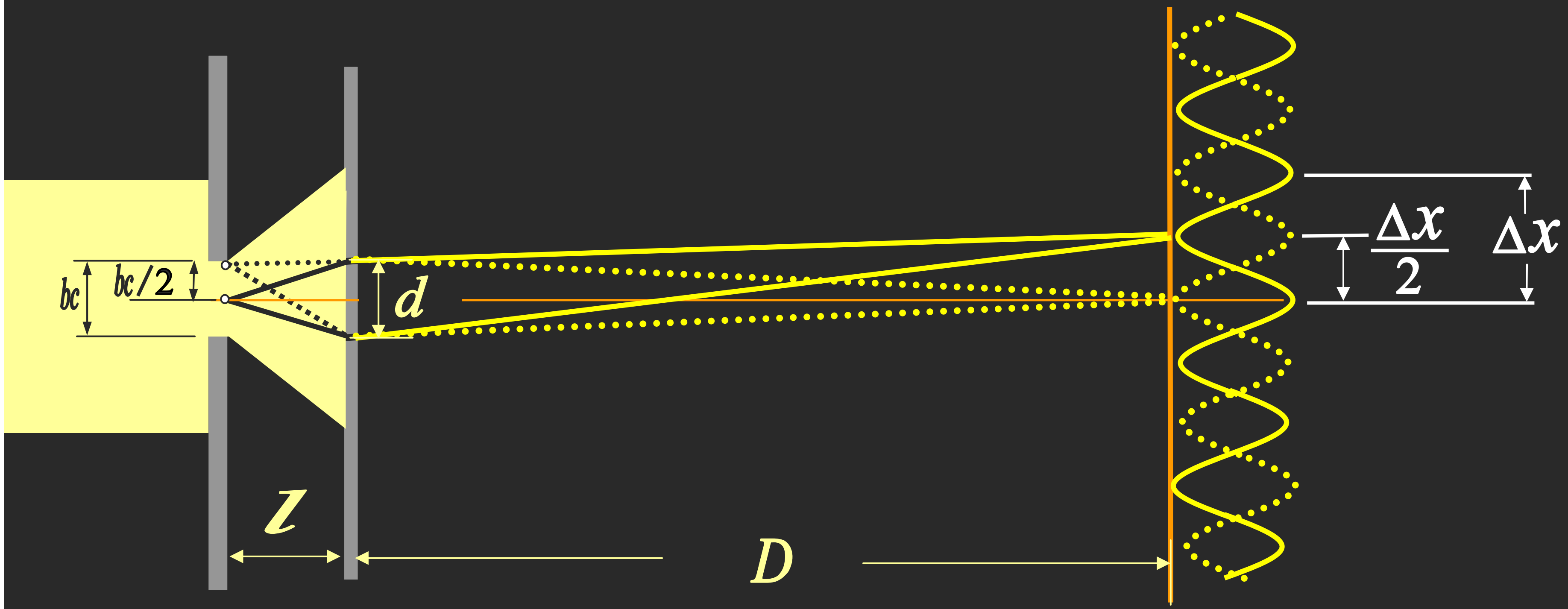
原因：

一个宽光源含有许多个子光源



每个子光源发出的光，通过双缝，都独自产生一套双缝干涉条纹，在屏幕上相互叠加。

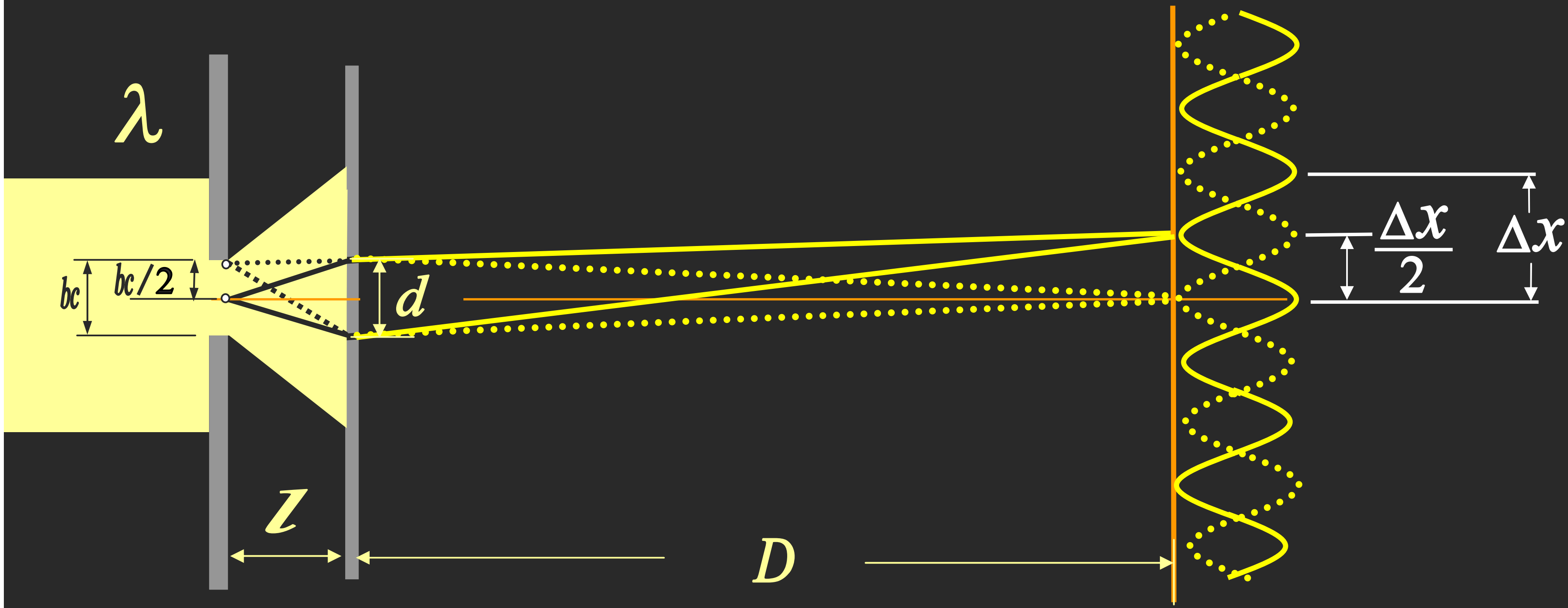
如果相隔为 $bc/2$ 的任意两个子光源所产生的干涉条纹的明暗分布正好相反，其强度叠加结果使条纹消失。

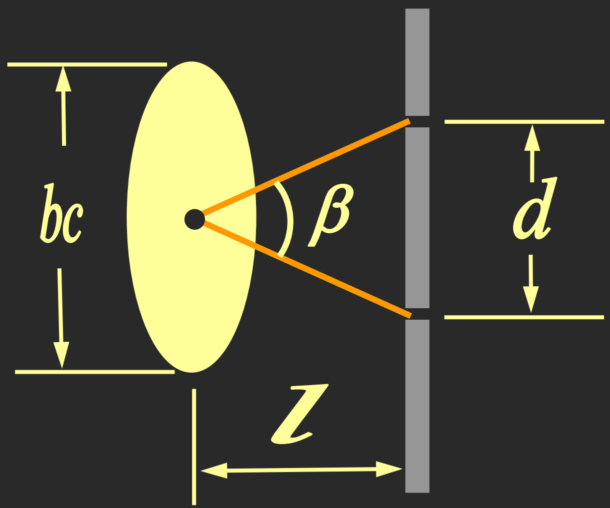


双缝干涉的条纹间隔为 Δx 若两套条纹正好错开 $\frac{\Delta x}{2}$ 则它们的明暗分布位置正好相反。

通常的实验条件为 $bc << l$，$\Delta x << D$，可得

$$\frac{bc/2}{l} = \frac{\Delta x/2}{D} \quad 则 \quad bc = \frac{l}{D}\Delta x$$





$$bc = \frac{Z}{D}\Delta x = \frac{Z}{D}\frac{D}{d}\lambda = \frac{Z}{d}\lambda$$

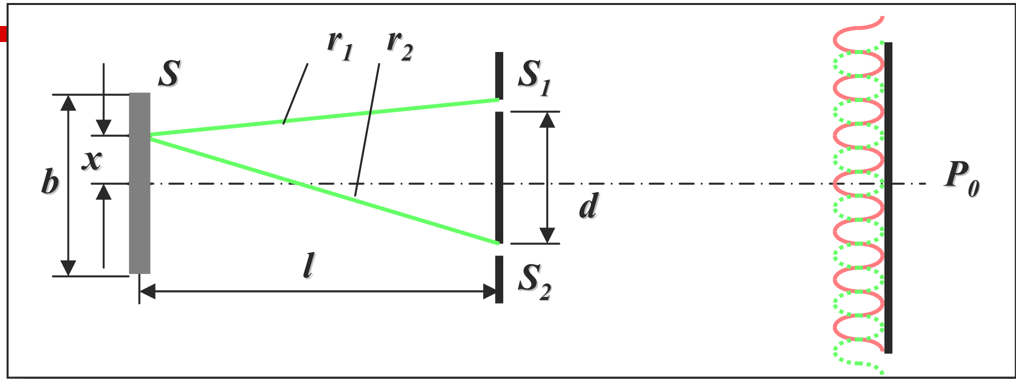
得 $bc\, d / Z = \lambda$

定义相干孔径角(coherent aperture angle) $\beta = d / Z$

则 $bc\, \beta = \lambda$

3-1

对比度随光源大小的变化：



光源小于临界宽度时，光源越大，对比度越小。

如何定量求出**K值？**

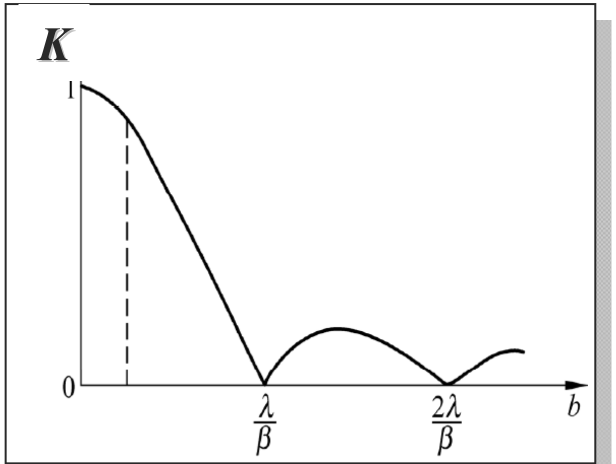
$$dI = 2I_0 dx\{1+\cos[2\pi(\Delta + x\beta)/\lambda]\}$$

式中，Δ为轴上点光源S经S_1和S_2到P点的光程差。

$$I = \int_{-b/2}^{b/2} 2I_0\{1+\cos[2\pi(\Delta + x\beta)/\lambda]\}dx$$
$$= 2I_0 b + 2I_0 \frac{\lambda}{\pi\beta}\sin\frac{\pi b\beta}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta$$

$$K = \left|\frac{\lambda}{\pi b\beta}\sin\frac{\pi b\beta}{\lambda}\right| = \left|\mathrm{sinc}\left(\frac{b\beta}{\lambda}\right)\right|$$

对公式解释：



许可宽度：

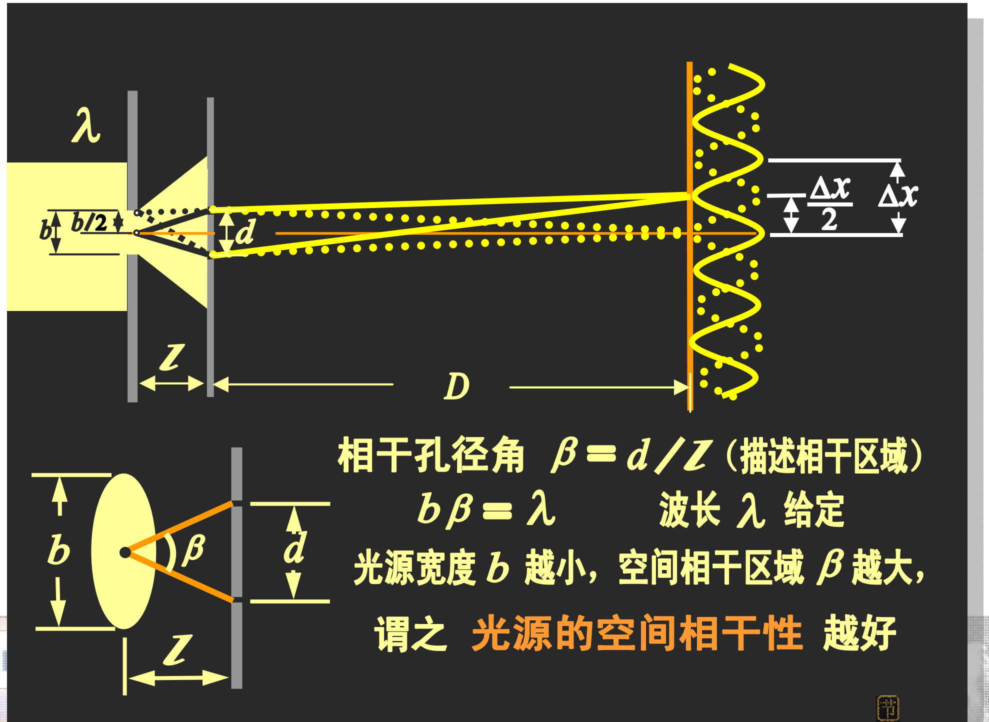
光源宽度不超过临界宽度的1/4

$$b_p = b_c/4,$$
$$K \geq 0.9$$

3-1

空间相干性：

扩展光源照射与之相距l的平面，若通过面上S_1、S_2两点的光在空间再度会合时能够发生干涉，称通过空间这两点的光具有空间相干性(spatial coherence)。



◆由临界宽度$b_c=\lambda l/d$知，$b\uparrow\rightarrow d\downarrow$，故空间相干性与光源宽度密切相关。b=$b_c$时的d称横向相干宽度：

$$d_t=\lambda/\theta,\quad 其中：\theta=b_c/l$$

◆对于圆形光源，$d_t=1.22\lambda/\theta$

◆相干面积：方形光源$A=(\lambda/\theta)^2$

圆形光源$A=\pi(1.22\lambda/2\theta)^2$

3-1

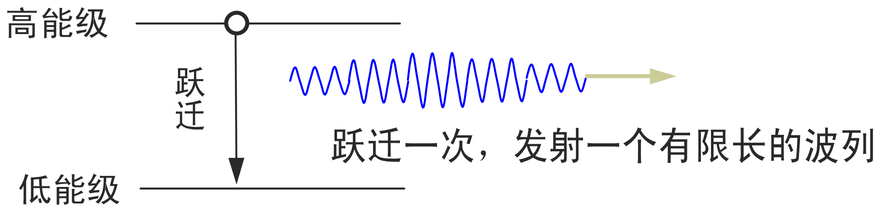
例题：直径为1mm的圆形光源，若 $\lambda = 6\times10^{-4}$ mm，在距离光源1m的地方，其横向相干宽度是多少，相干面积是多少？

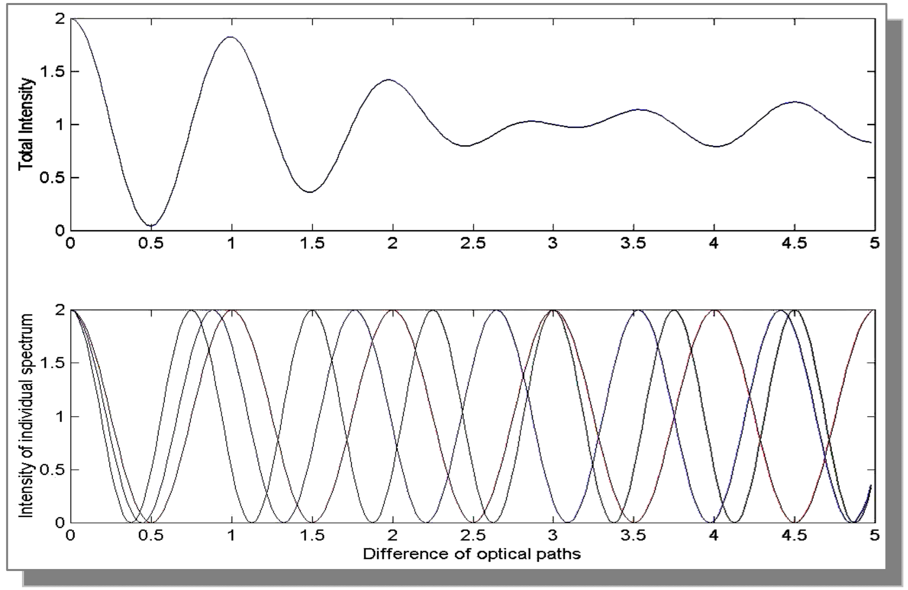
光源光谱的影响

任何光源都不是理想的单色光源，都有一定光谱宽度 $\Delta\lambda$ 。

光源由多种波长成分构成，每一种波长的光各自生成一组干涉条纹。除零干涉级以外，各组条纹之间有位移，故总的条纹对比度下降。

其起因在于光源发光的微观机制。



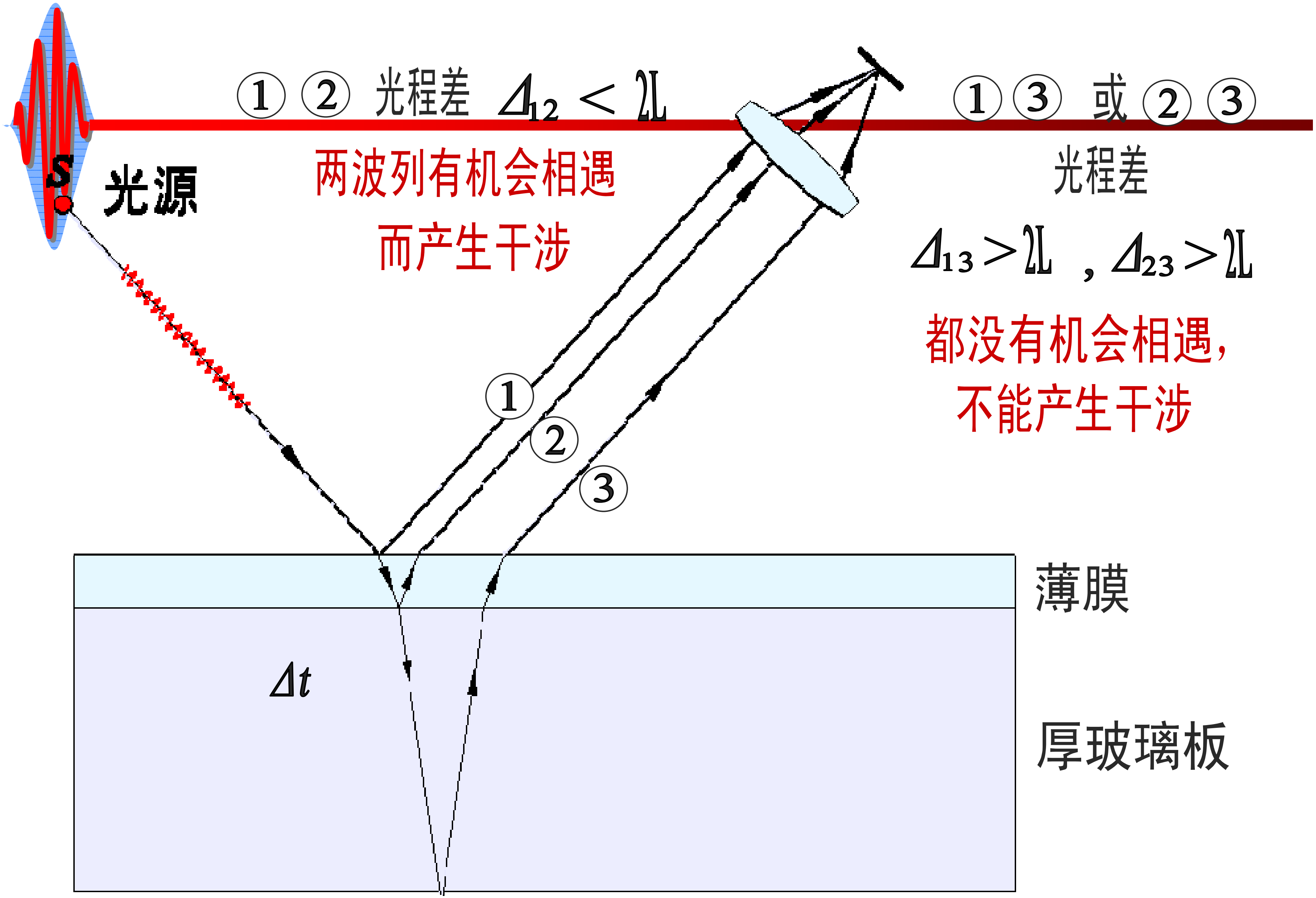


设跃迁一次的持续时间为 Δt（称为相干时间 coherent time）

则波列长度（又称相干长度 coherent length）$L = c\,\Delta t$

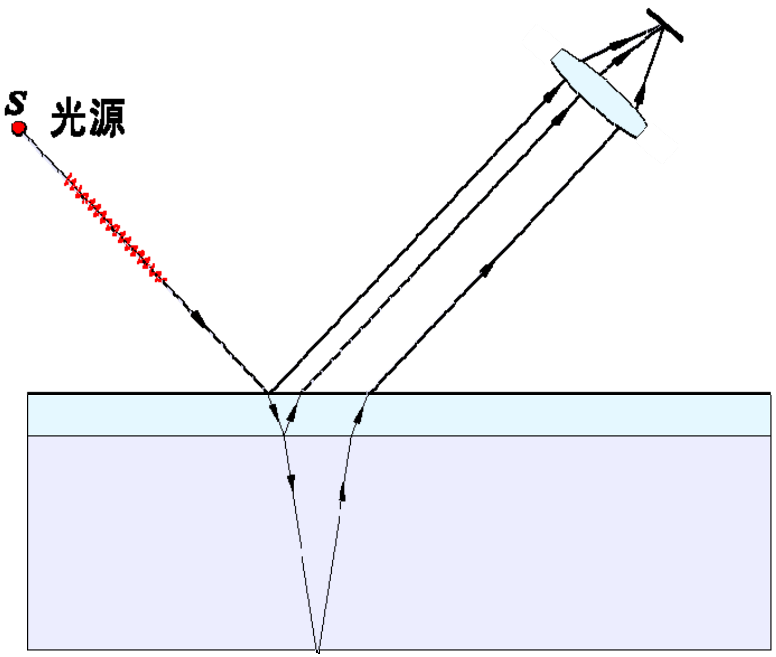
Δt 越大，则 L 越长，光源的时间相干性越好。temporal coherence

下面，以分振幅干涉说明这个问题。


S
光源
①② 光程差 $\Delta_{12} < 2L$
两波列有机会相遇
而产生干涉
①③ 或 ②③
光程差
$\Delta_{13} > 2L$ ，$\Delta_{23} > 2L$
都没有机会相遇，
不能产生干涉
①
②
③
薄膜
Δt
厚玻璃板

08:21

可见，$2L$ 越长（亦即 $2L=c\Delta t$ 中的 Δt 越大）



分振幅后的各波列相遇的机会就越大，光源的时间相干性越好。

光谱学研究还发现，时间相干性越好的光源，其线状光谱中的频率成分越单纯，即某一线状光谱中的频带越窄，谓之单色性越好。换句话说，单色性越好的的光源，其时间相干性就越好。

$2L=\lambda^2/\Delta\lambda$

梁铨廷《物理光学》，70页，有波列长度2L详细的论述

08:21

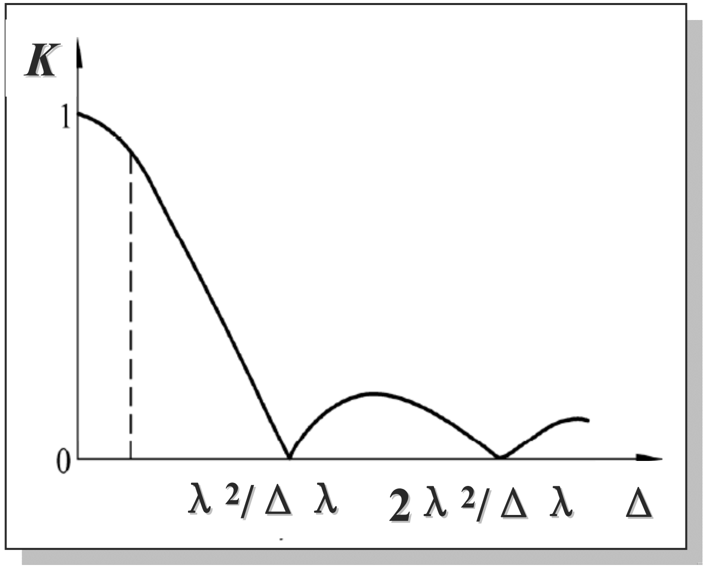
3-1

对比度与光谱宽度和光程差的关系:

令，光谱宽度内每一成分的光强相等。

单个波数宽度为dk的谱分量在干涉场中的光强

$$dI = 2I_0\left[1+\cos(k\Delta)\right]dk$$



全部谱分量形成的总光强为:

$$I = 2I_0\int_{k_0-\Delta k/2}^{k_0+\Delta k/2}\left[1+\cos(k\cdot\Delta)\right]dk$$

$$= 2I_0\,\Delta k\left[1+\sin(\Delta k\cdot\Delta/2)\cos(k_0\cdot\Delta)/(\Delta k\cdot\Delta/2)\right]$$

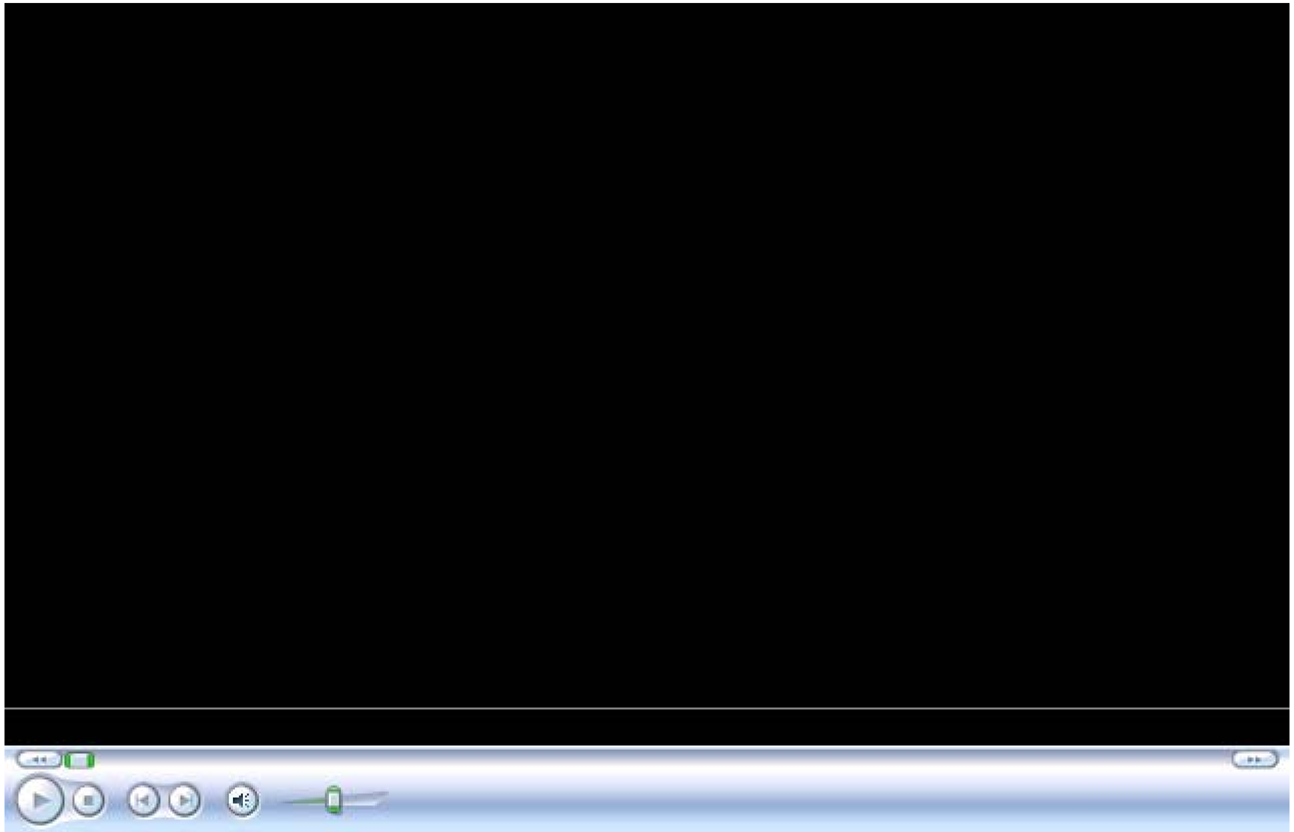
对比度 —— $K = \left|\dfrac{\sin(\Delta k\cdot\Delta/2)}{\Delta k\cdot\Delta/2}\right|$

对公式解释: $K = \left|\dfrac{\sin(\Delta k\cdot\Delta/2)}{\Delta k\cdot\Delta/2}\right|$

应该指出：实际光谱并不是强度均匀分布的。

3-1

视频展示：Fringe contrast — path difference



3-1

两相干光波振幅比的影响

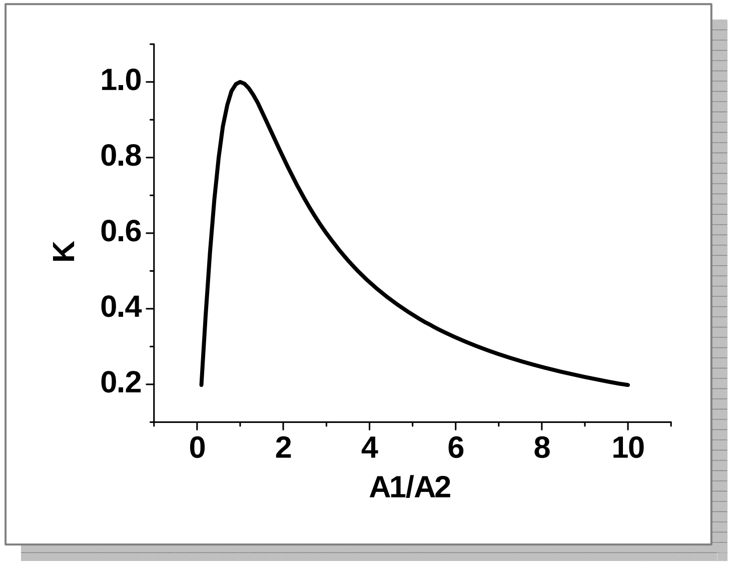
设两相干光波的振幅分别为A_1和A_2，光强分别为I_1和I_2

则，干涉光强：

$$I_M=\left(\sqrt{I_1}+\sqrt{I_2}\right)^2,\quad I_m=\left(\sqrt{I_1}-\sqrt{I_2}\right)^2$$

对比度：

$$K=2(A_1/A_2)/[1+(A_1/A_2)^2]$$



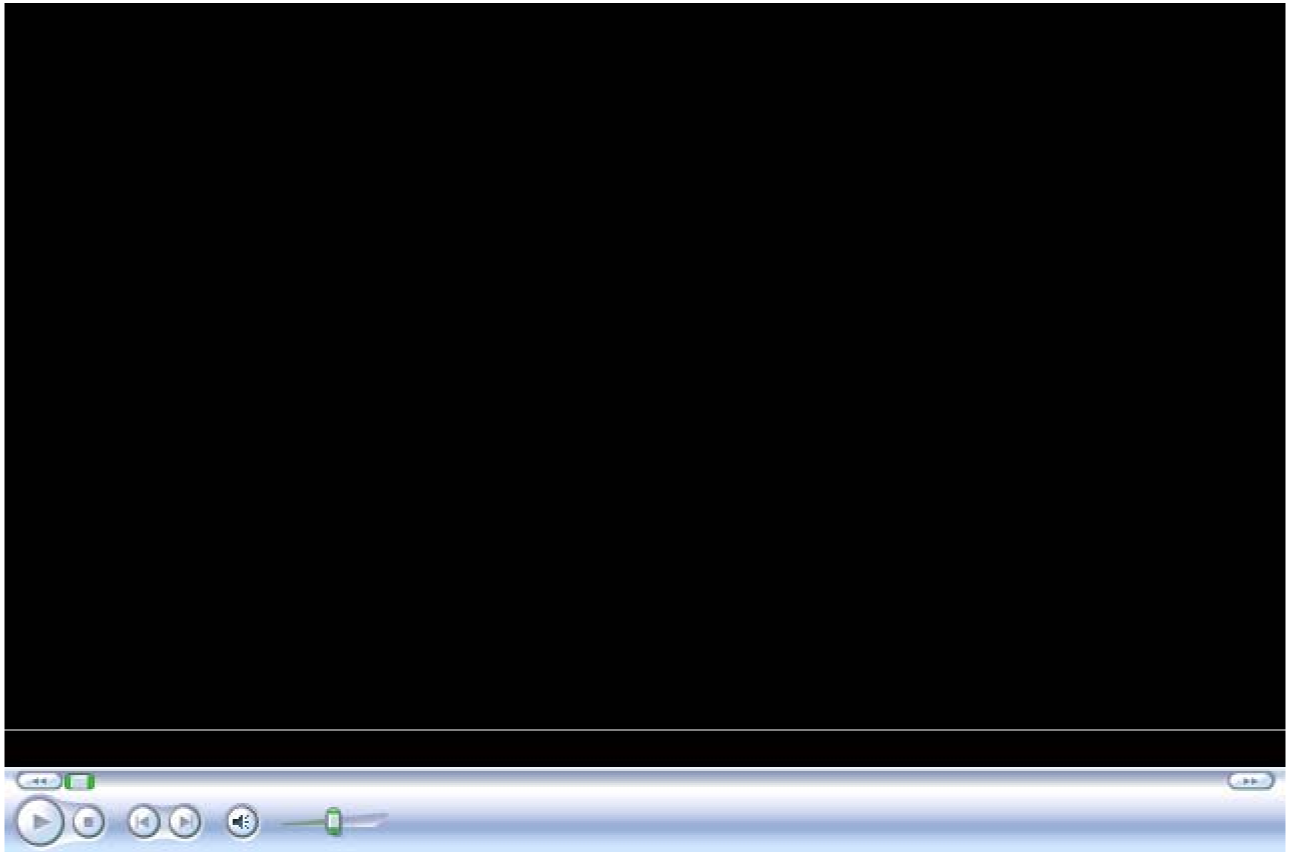
讨论：

$A_1/A_2=1\rightarrow K=1$，A_1/A_2远离1 $\rightarrow K\downarrow$

特别地，$A_1/A_2=0$，$K=0$；$A_1/A_2=\infty$，$K=0$

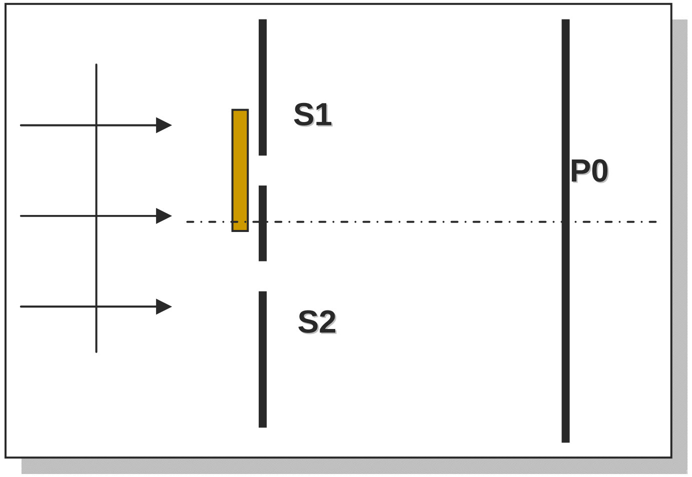
3-1

视频展示：Fringe contrast — intensity ratio



3-1

例题：如图杨式干涉装置，入射波长宽度为0.05nm，平均波长为500nm，问在小孔S1处贴多厚的玻璃片可使P0处的条纹消失？设玻璃折射率为1.5

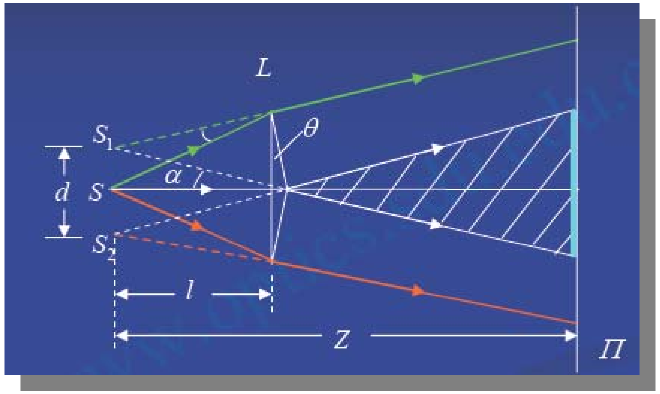


作业：3.3、3.6、3.11

3-2 其它分波面干涉（3.3）

菲涅耳双棱镜

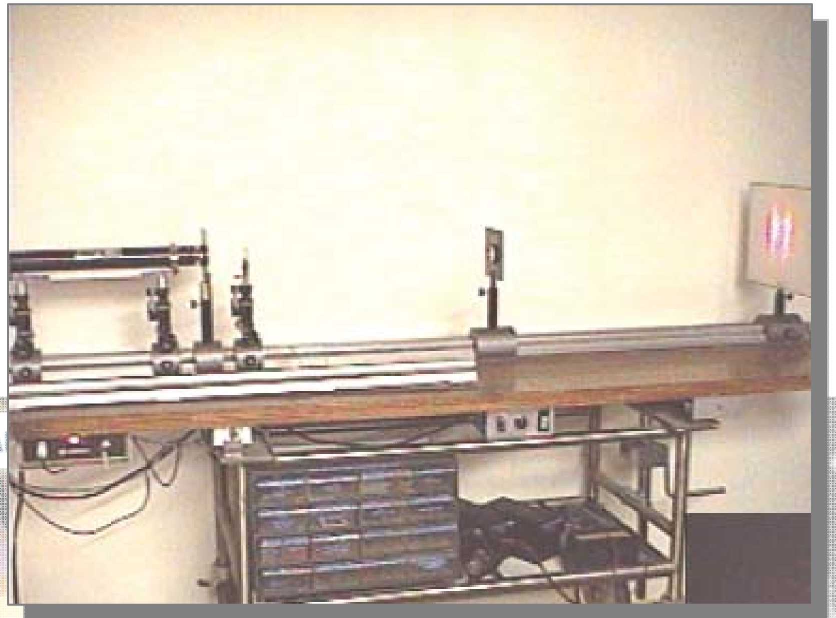
菲涅耳双棱镜L由两个顶角 θ 相同且很小的棱镜结合而成，如图所示.

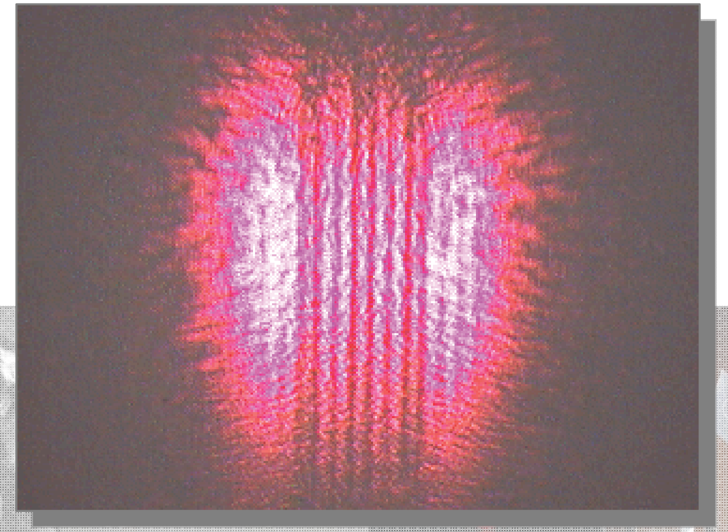


θ小，傍轴近似下，光线偏转角 $\alpha \approx (n-1)\ \theta$

$$d = 2l\alpha = 2(n-1)l\theta$$

$$e = \frac{\lambda Z}{d} = \frac{\lambda Z}{2(n-1)l\theta}$$





3-3 分振幅双光束干涉（3.6，3.7，3.8，3.10，3.12）

平行平板干涉

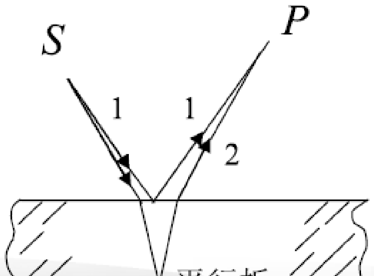
问题的提出：

分波前→光源宽度↓→能量（亮度）↓→K↑
光源宽度↑→能量（亮度）↑→K↓

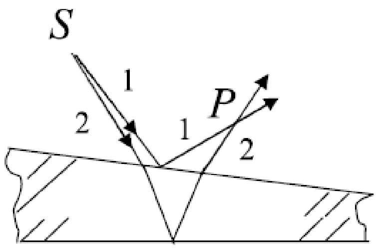
提高亮度、提高对比度是一对矛盾

解决方法：

分振幅→光源宽度↑并且K↑—干涉仪的工作基础



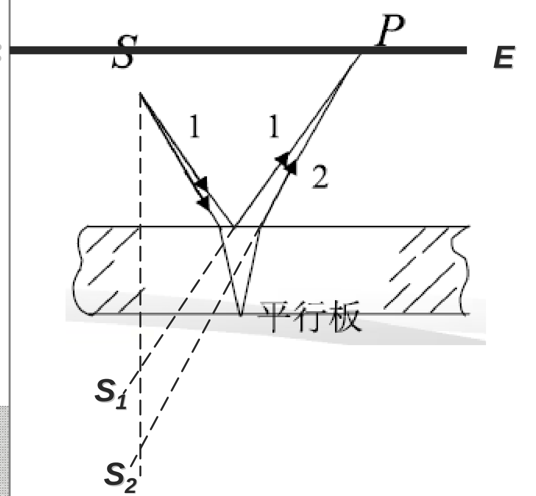
平行板



楔形板

条纹的定域、非定域

条纹的非定域：

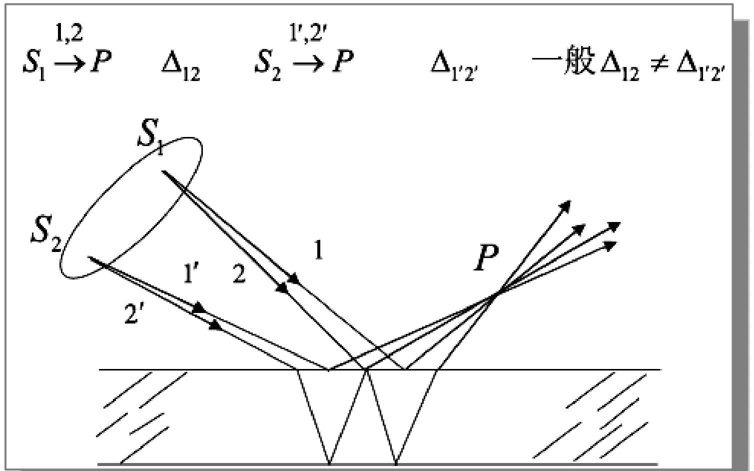


对任意点光源S和上半空间任一点P，都有并且仅有从S发出的两条光线在P点相交，Δ仅与P点位置有关。干涉条纹分布于整个上半空间，我们称该条纹是非定域的。

3-3

条纹的定域

当光源为扩展光源时，空间中绝大部分位置将不再出现干涉条纹。
只在某些特定区域，才能得到明显的干涉条纹，且干涉条纹的对比度不随光源尺寸的改变而变化，这一区域称为条纹的定域，相应的条纹称为定域条纹（ localized fringes ）。
可见，定域问题是由光源的空间扩展而产生的，单色点光源无定域一说

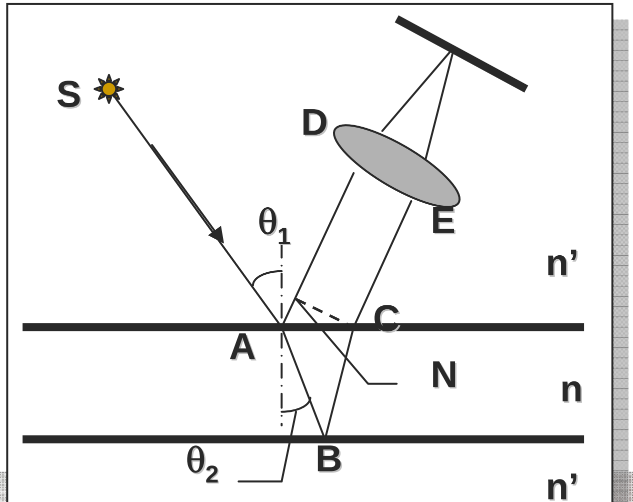


如何得到定域面？

$$b\beta < \lambda$$

b：光源横向宽度；β：干涉孔径

若 β =0，则 b可以趋近无穷大。
因此，满足该条件的区域，即为定域面



对于平行平板：
β=0做图法。单根光线从平板上、下表面反、透射后相交所形成的面。

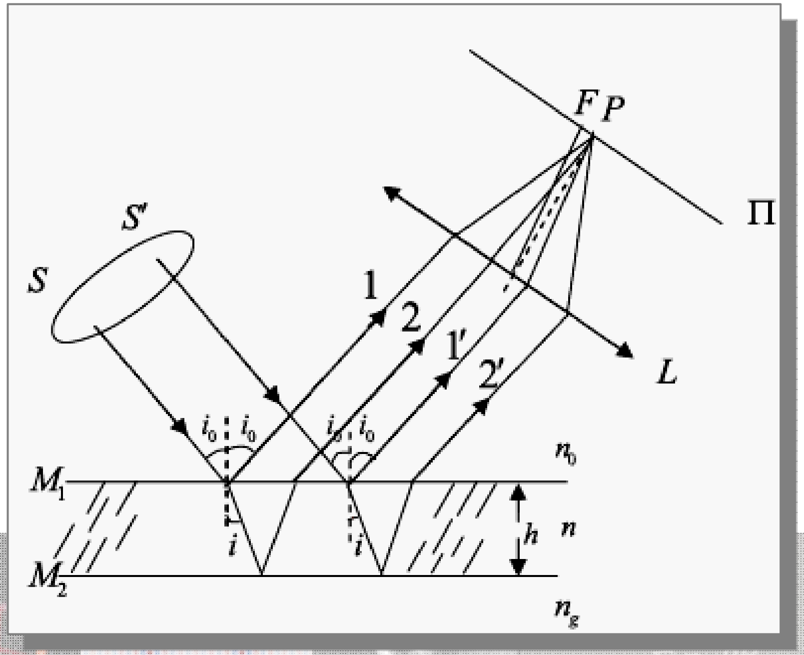
因此，对平行平板，定域面位于无限远。经透镜观察，则位于透镜的后焦面

3-3

为什么在定域的干涉条纹不随光源宽度变化，对比度也不变？

S, S' 发出两平行光线, 入射角（i_0）, 它们经平板上下表面反射得出射光线1与2仍保持平行（i_0）, $\Delta_{12} = \Delta_{1'2'}$，若相长均相长，若相消均相消。

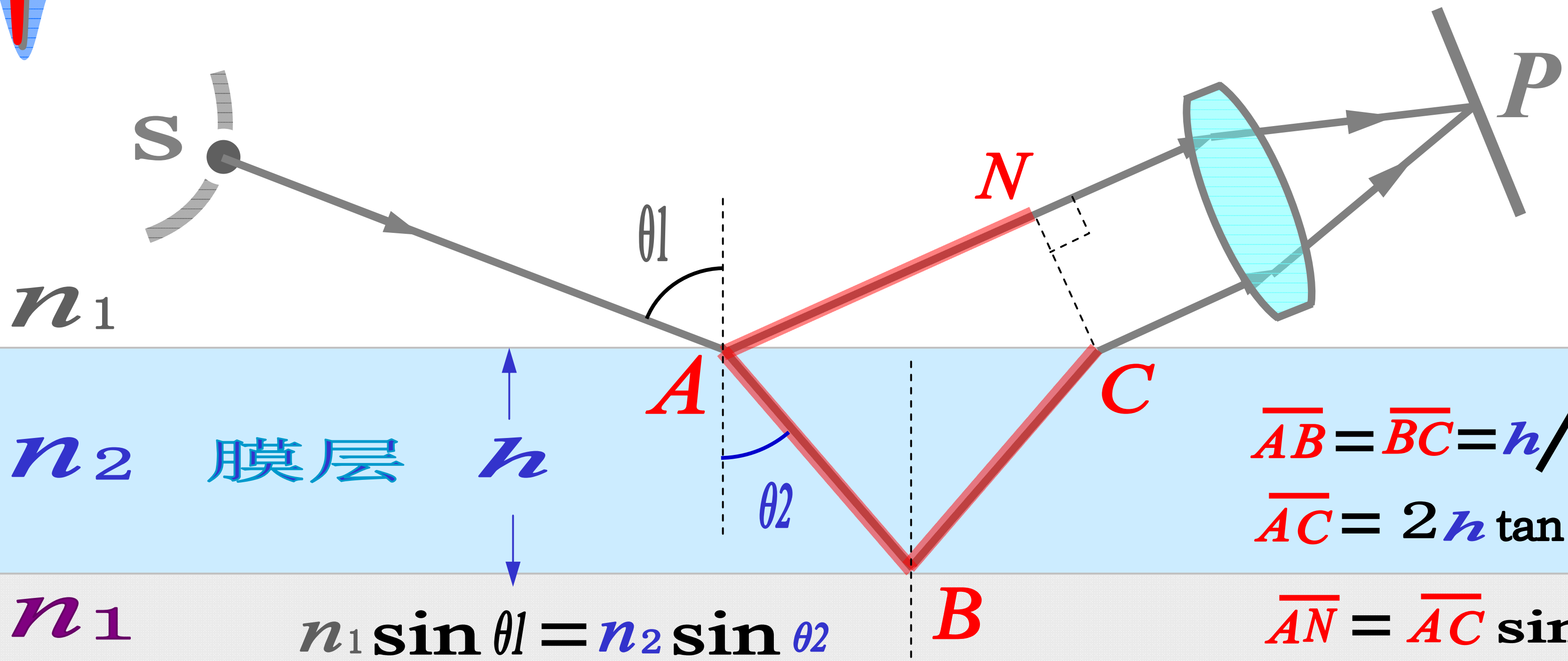
i_0 变， Δ 亦变，但不同源点射出来的平行光线 Δ 仍同。Δ 只与 i_0 有关，与 S 点位置无关, 故光源可推广到扩展源。



平行平面膜的等倾干涉

等倾条纹 (fringes of equal inclination)

反射光干涉的光程差



$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

$\overline{AB} = \overline{BC} = h/\cos\theta_2$

$\overline{AC} = 2h\tan\theta_2$

$\overline{AN} = \overline{AC}\sin\theta_1$

传播光程差 $\Delta = n_2(\overline{AB} + \overline{BC}) - n_1\overline{AN}$

$$= 2h\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2\theta_1}$$

等倾条纹 (fringes of equal inclination)

讨论：

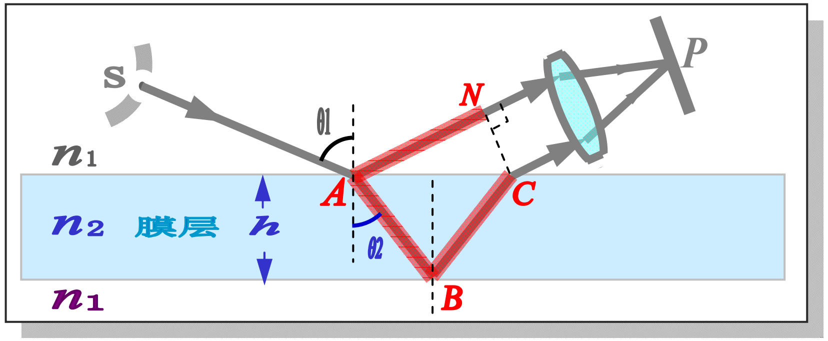
- 上下表面反射的两束光的光程差还可写为：$\Delta=2nh\cos(\theta_2)$

  h为常量、θ_2为变量

- 若平行平板置于上下对称的环境中，则必有净半波损失，上式须增加一项，

  $$\Delta= 2nh\cos(\theta_2) +\lambda/2$$

- 随光程差Δ的变化，透镜焦平面上出现一组亮暗条纹，且
  - $\Delta=m\lambda$为亮纹， $\Delta=(m+1/2)\lambda$为暗纹，m为整数
  - 角度θ_2相同的光束形成同一条纹，故称等倾条纹

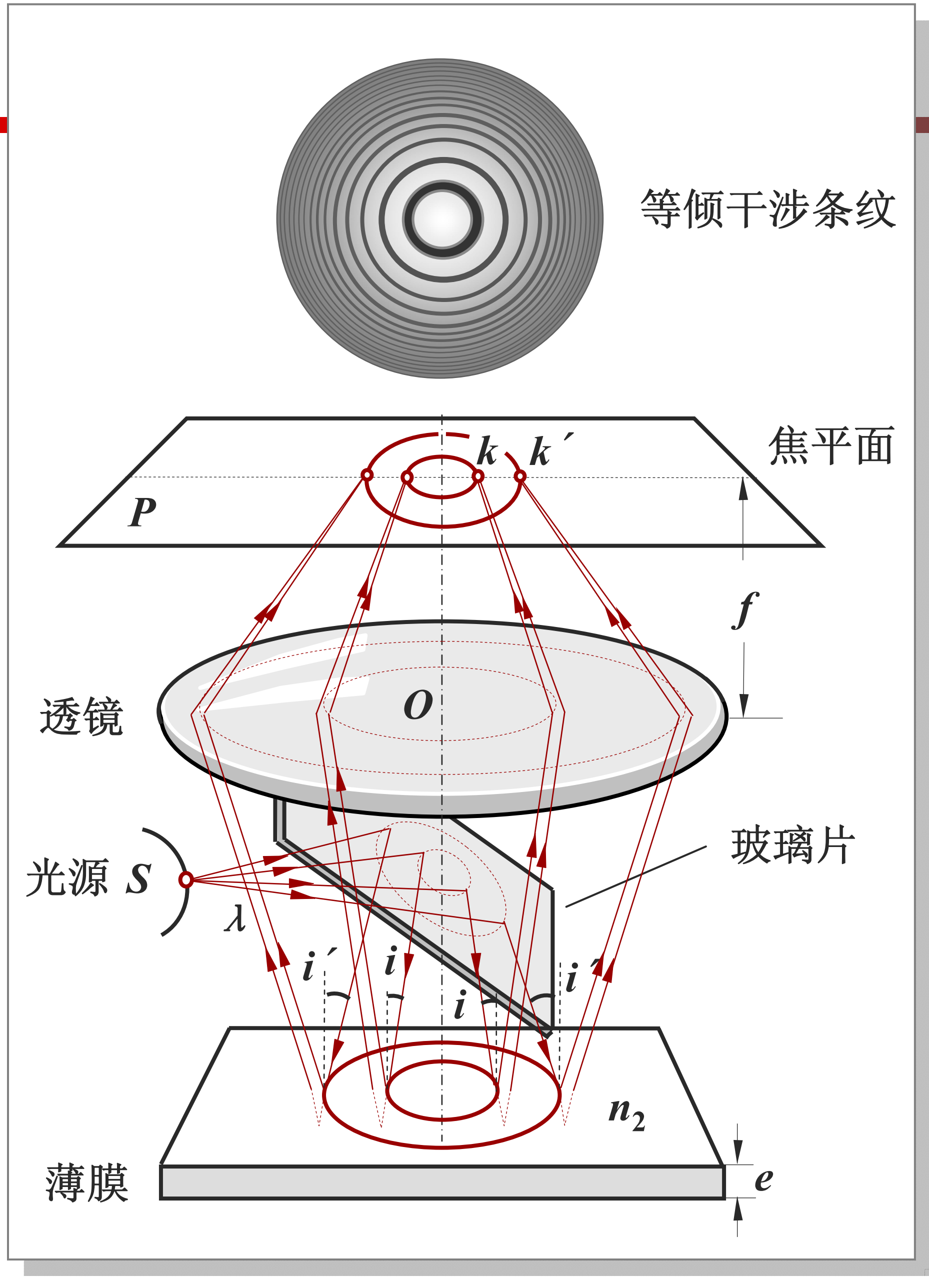


等倾干涉条纹的观察

入射倾角值相等的光线构成一圆锥面，线经平行膜反射，其相干光用透镜聚焦在焦平面上形成同一级圆条纹.

i 相等的光线对应于第 k 级，

i' 相等的光线对应于第 k' 级，



3-3

圆等倾条纹的特点：
1. 越近中心，干涉级次越高；

2. 条纹半径与（$1/h$）$^{1/2}$成正比，平板越厚第N个亮纹半径越大；证明如下：

设中心干涉级次为m_0，有：

$2nh+\lambda/2=m_0\lambda=(m_1+q)\lambda$　　（1）

m_1为整数，q为小于1的分数

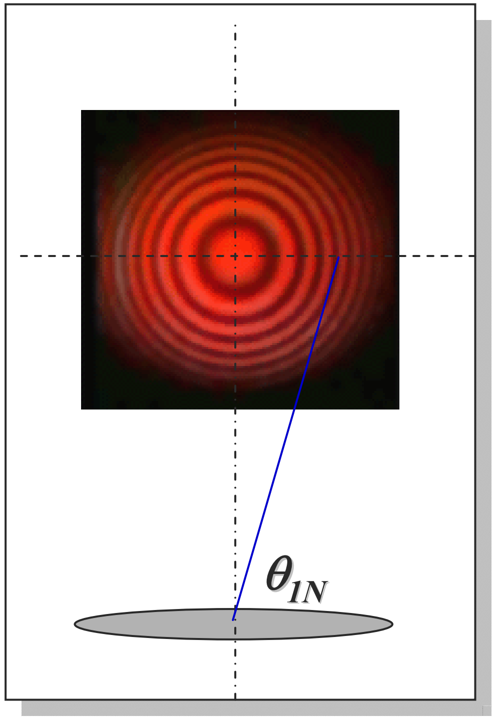
从中心向外数，第N个亮条纹的角半径为θ_{1N}，θ_{2N}为其对应的折射角，n、n'为玻璃、环境折射率,

$n'\sin\theta_{1N}=n\sin\theta_{2N}$

$2nh\cos\theta_{2N}+\lambda/2=(m_1-N+1)\lambda$　（2）

假设θ_{1N}很小，联立求解(1)和(2)

$\theta_{1N}\approx[n\lambda(N-1+q)/h]^{1/2}/n'$　　（3）

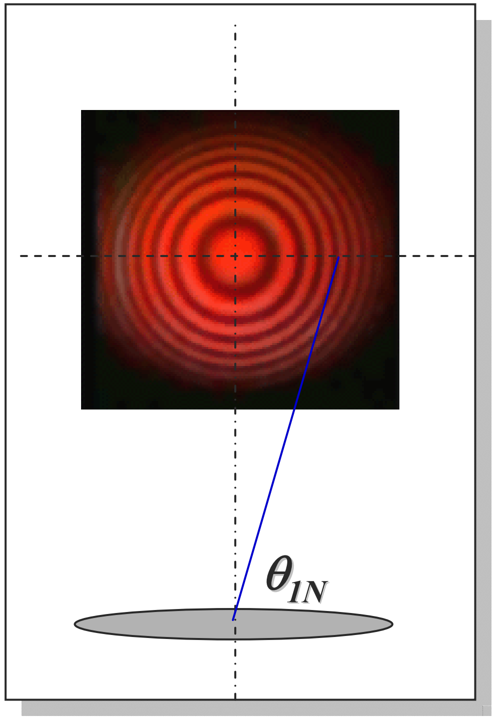


3-3

圆等倾条纹的特点：
3.靠近中心的条纹较疏，远离中心的条纹较密；

证明如下：
利用关系式$2nh\cos(\theta_2)+\lambda/2=m\lambda$，两边微分，有：
$-2nh\sin\theta_2 d\theta_2=\lambda dm$
取dm=1，得到等倾条纹相邻角间距，

$\Delta\theta_2=-\lambda/(2nh\sin\theta_2)$，或 $\Delta\theta_1\approx n\lambda/(2n'^2\theta_1 h)$

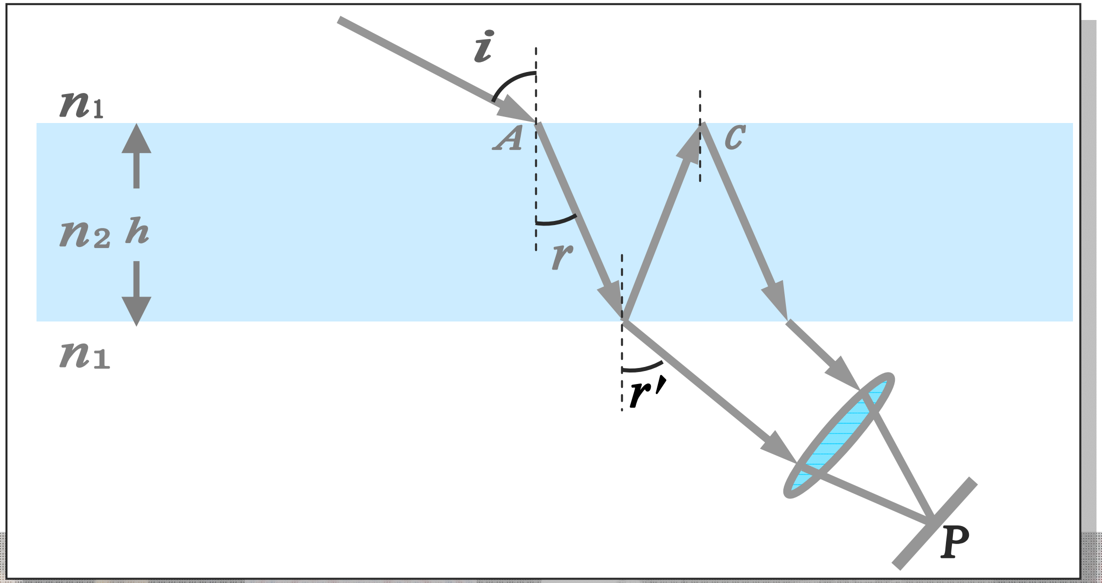


总结，圆等倾条纹的特点：
1. 越近中心，干涉级次越高；
2. 条纹半径与（$1/h$）$^{1/2}$成正比，平板越厚第N个亮纹半径越大；
3.靠近中心的条纹较疏，远离中心的条纹较密；

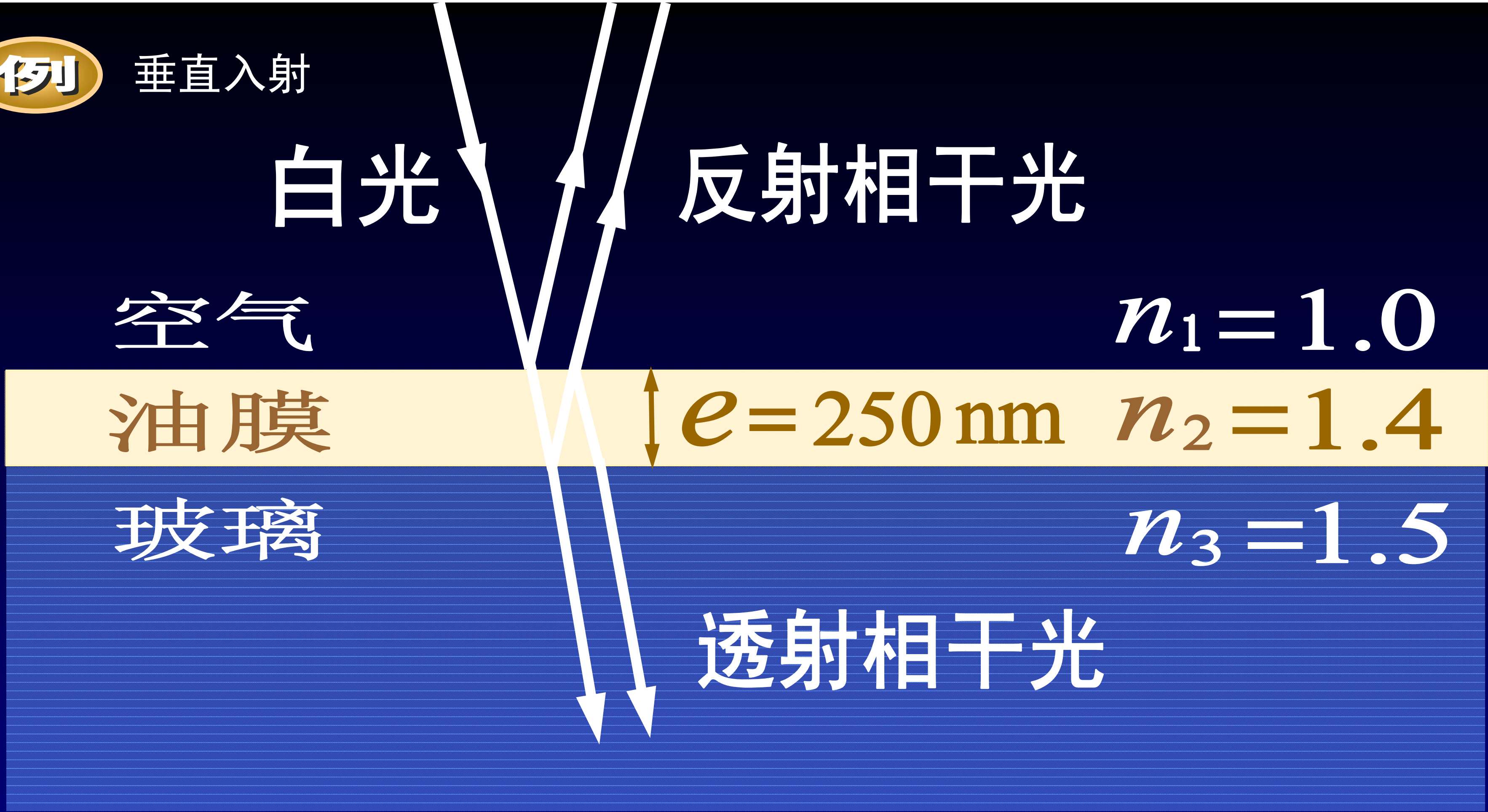
3-3

透射光条纹

- 对称环境中，平行平板的两束透射光没有净半波损失，因此二者之间的位相差$\Delta=2nh\cos\theta_2$
- 透射光因此与反射光“互补”：对同一入射角，反射光如是亮纹，透射光就是暗纹，反之亦反
- 当平板表面的反射率较低时，两束透射光强度相差很大，而两束反射光强度相差较小，所以，反射光干涉条纹对比度要优于透射光



例 垂直入射



1. 哪些波长的可见光在反射中产生相长干涉?

2. 哪些波长的可见光在透射中产生相长干涉?

3. 欲使反射光中 $\lambda=550\,\mathrm{nm}$ 的光产生相消干涉, 油膜至少该多厚?

节

反射相长干涉

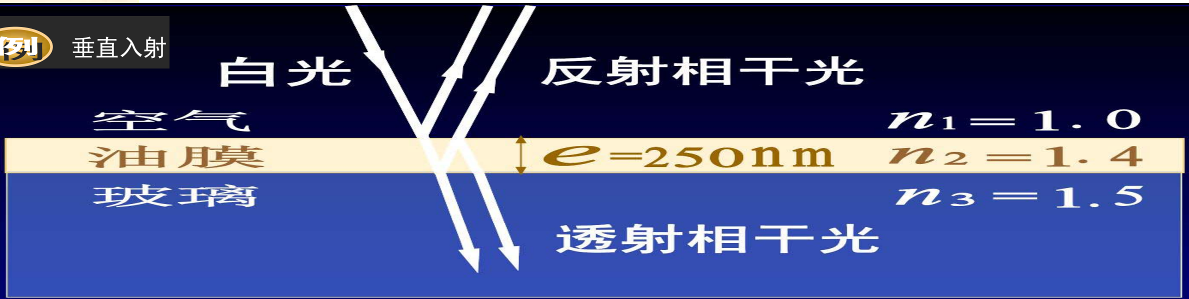
$$\delta = \delta_0 + \delta' = 2en_2 + 0 = k\lambda$$

$$\lambda = 2en_2 / k$$

$k = 1$ $\quad \lambda_1 = 700\ \text{nm}$

$k = 2$ $\quad \lambda_2 = 350\ \text{nm}$

例 垂直入射



1. 哪些波长的可见光在反射中产生相长干涉?
2. 哪些波长的可见光在透射中产生相长干涉?
3. 欲使反射光中 λ = 550nm 的光产生相消干涉,油膜至少该多厚?

透射相长干涉

等效于反射光相消干涉

$$\delta = \delta_0 + \delta' = 2en_2 + 0 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = 4en_2 / (2k+1)$$

$k = 0$ $\quad \lambda_0 = 1400\ \text{nm}$

$k = 1$ $\quad \lambda_1 = 476\ \text{nm}$

$k = 2$ $\quad \lambda_2 = 280\ \text{nm}$

欲使 $\lambda = 550\ \text{nm}$ 的光发生反射相消干涉

$$\delta = \delta_0 + \delta'$$

$$= 2en_2 + 0$$

$$= (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$e = \frac{(2k+1)}{4n_2}\lambda$$

$k = 0, \lambda = 550\ \text{nm}$

$$e_{min} = \frac{\lambda}{4n_2}$$

$$= 98.2\ \text{nm}$$

3-3

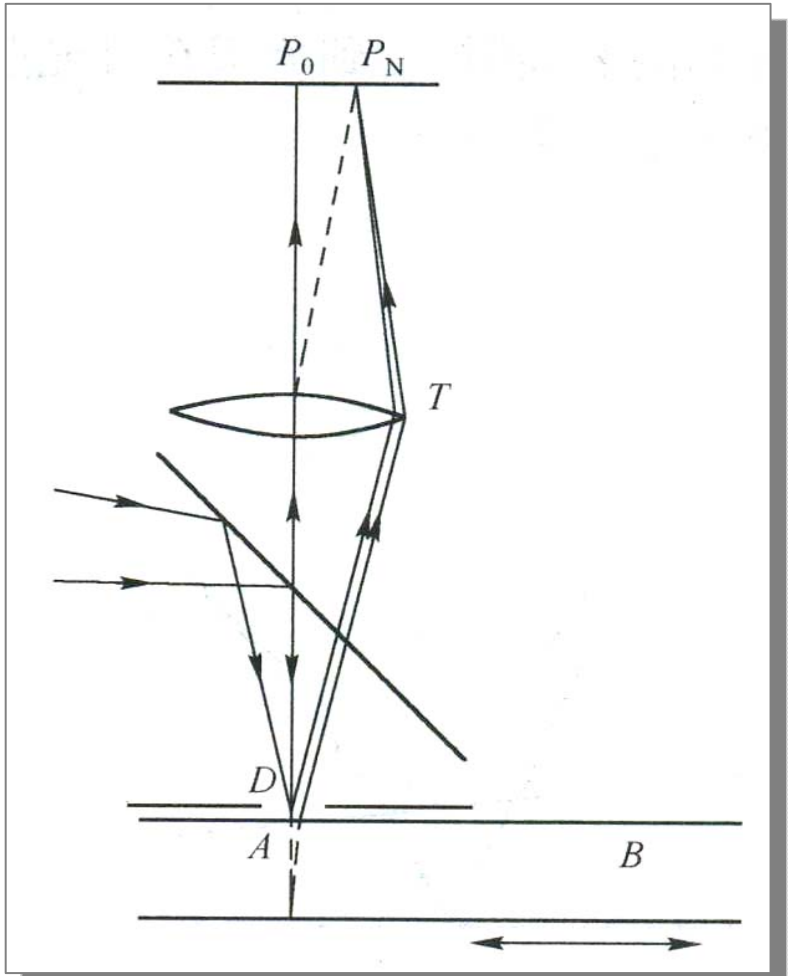
例题：在平板干涉实验中，平板折射率为1.5，周围为空气，观察望远镜轴线与平板垂直。试计算从反射光方向和透射光方向观察到的条纹对比度。

3-3

例题：图示为平板厚度均匀性检测装置，D是限制受照面积的光阑。当平板相对光阑水平移动时，通过望远镜T可观察不同位置产生的条纹。

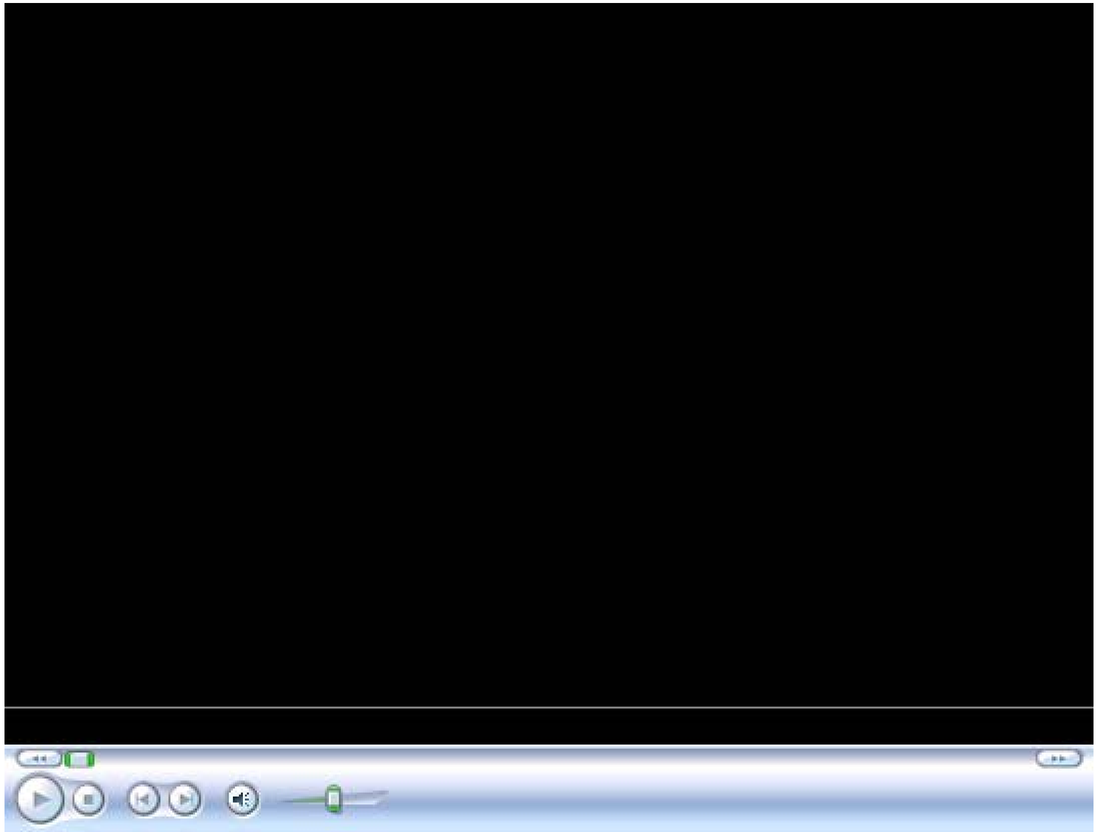
1）平板由A移到B，观察有10个暗环向中心收缩并消失，试确定A、B处的厚度差；

2）若所用光源谱宽为0.05nm，平均波长为500nm，问只能检测多厚的平板？平板折射率为1.5。



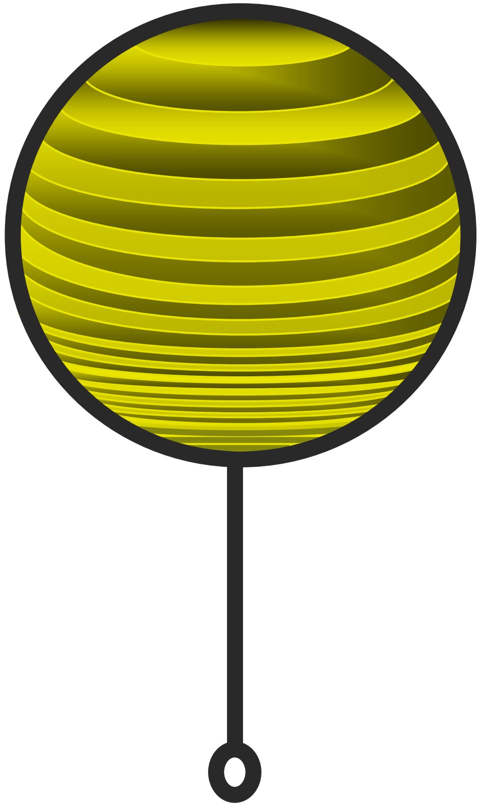
3-3

视频展示：肥皂膜干涉

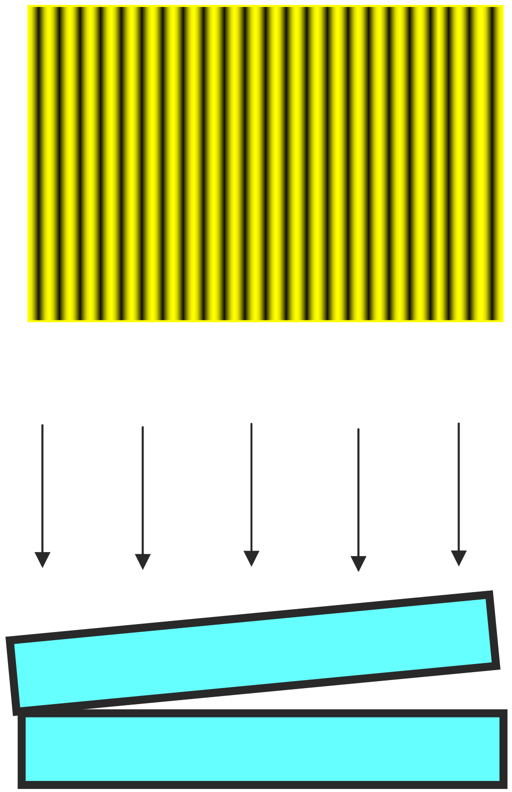


非平行膜的等厚干涉

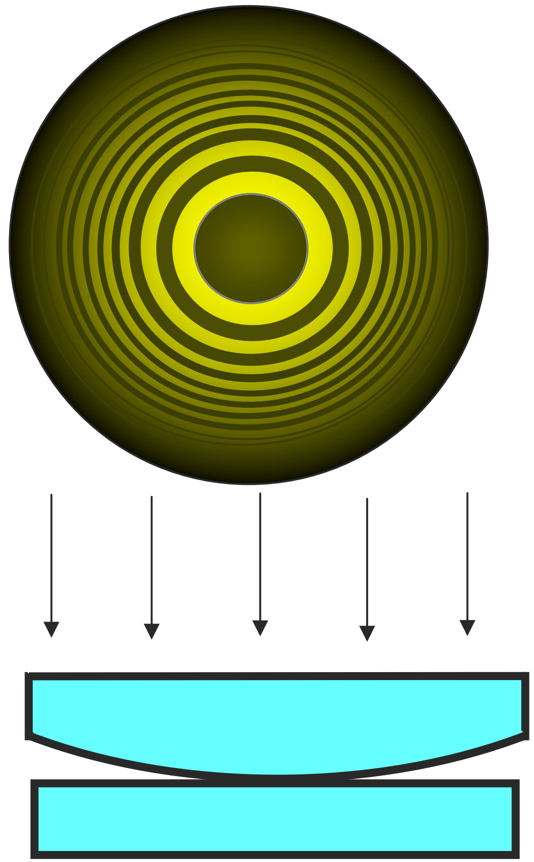
等厚干涉 —— 厚度相等处形成同一级干涉条纹



竖放肥皂膜



空气楔



牛 顿 环

08:21

1. 楔形平板干涉

楔形平板 —— 上、下表面不平行，夹角又非常小的薄膜。

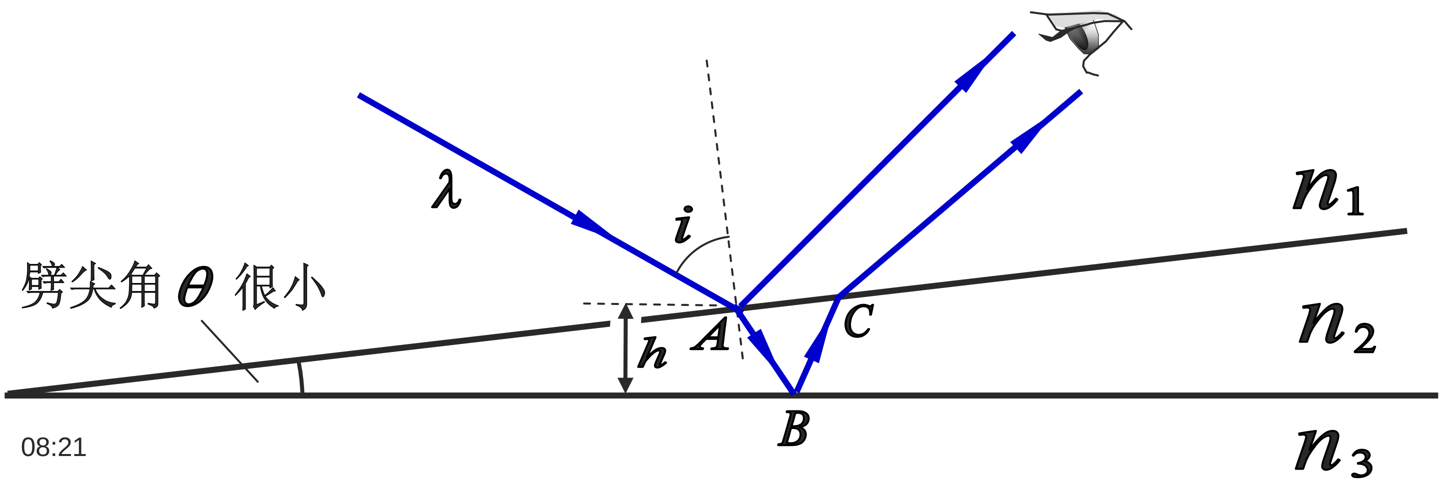
入射于某点的光线，经上、下表面反射，获得相干光，可发生反射光干涉。

因劈尖角 θ 非常小， A 点和 C 点的厚度 h 近乎相等。

因此，对于劈尖的每一个小局部，可应用前述平行膜公式，但各局部的厚度 h 不同。

最常用的是单色平行光垂直入射情况： 劈尖各不同厚度 h 处的反射光总光程差为

$$\Delta = \Delta_0 + \Delta' = 2hn_2 + \begin{cases} 0 & \text{反射条件相同} \\ \dfrac{\lambda}{2} & \text{反射条件不同} \end{cases}$$



非平行膜垂直入射情况反射光干涉的

总光程差

$$\Delta = \Delta_0 + \Delta'$$

$$= 2hn_2 + \begin{cases} 0 & \text{反射条件相同} \\ \dfrac{\lambda}{2} & \text{反射条件不同} \end{cases}$$

Δ 随 h 变. 干涉条纹是薄膜等厚点的轨迹.

若 $\Delta = \begin{cases} m\lambda & \text{明纹} \\ (2m+1)\dfrac{\lambda}{2} & \text{暗纹} \end{cases}$

08:21

楔形平板干涉的等厚干涉条纹

——— 一系列明暗相间的平行等距直条纹

相邻明（或暗）纹间的 光程差 $\lambda = 2n_2 \Delta e$

对应处 劈尖的厚度差

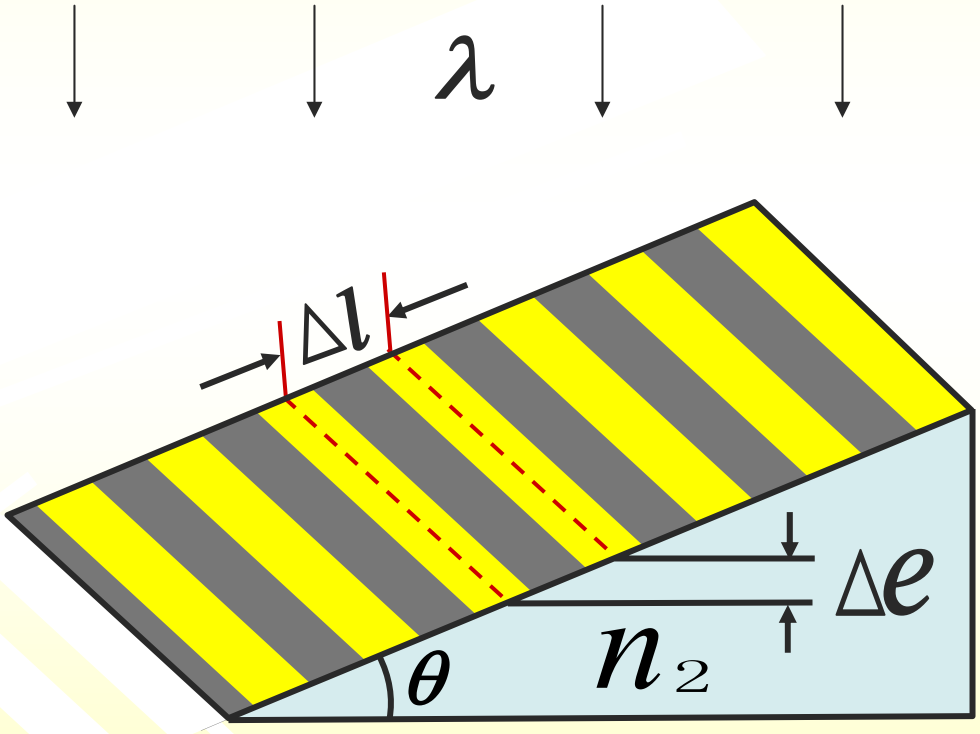
$$\Delta e = \frac{\lambda}{2n_2}$$

θ 很小，

$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$

相邻条纹间距

$$\Delta l = \frac{\Delta e}{n_2 \sin\theta}$$

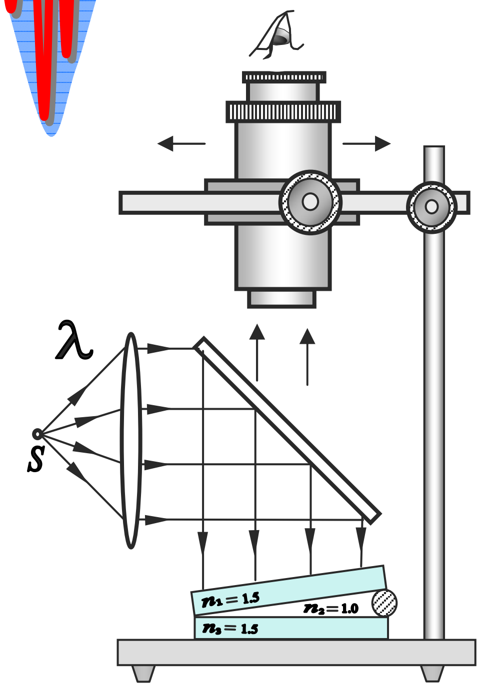


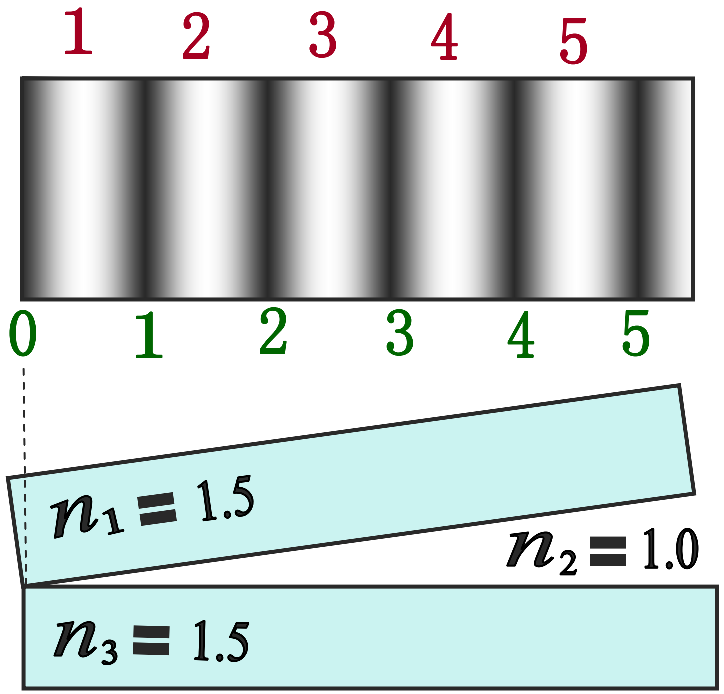
（对于空气劈尖，$n_2 = 1$）

节

空气楔

$$\Delta = 2hn_2 + \begin{cases} \dfrac{\lambda}{2} & \text{反射条件不同} \\ 0 & \text{反射条件相同} \end{cases}$$





$n_1 > n_2 < n_3$

反射条件不同

且 $n_2 = 1.0$

得

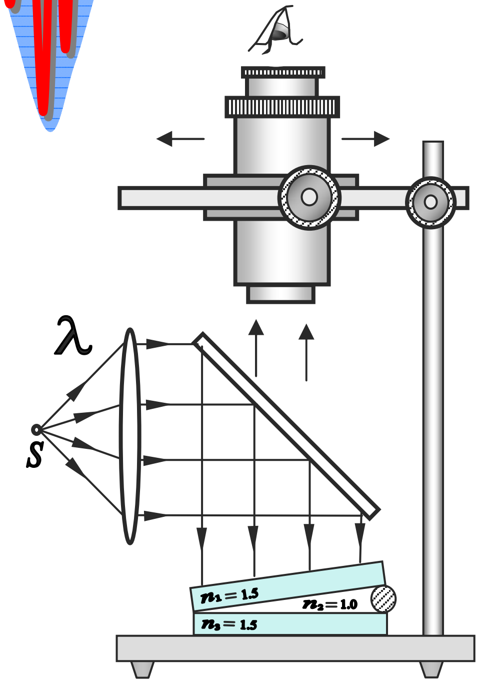
$$\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2}$$

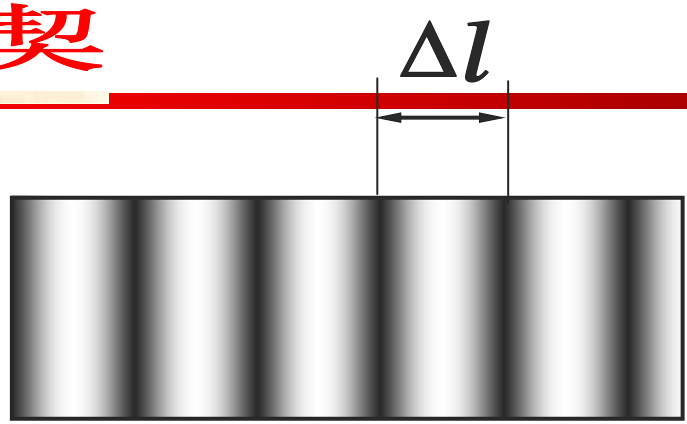
明纹： $\Delta = m\lambda$，得 $h = (2m-1)\dfrac{\lambda}{4}$ $(m = 1, 2, \cdots)$

暗纹： $\Delta = (2m+1)\dfrac{\lambda}{2}$，得 $h = m\dfrac{\lambda}{2}$ $(m = 0, 1, \cdots)$

空气楔交棱处 $h=0$，反射光干涉总是得 0 级暗纹，这可作为半波损失的验证.

空气劈



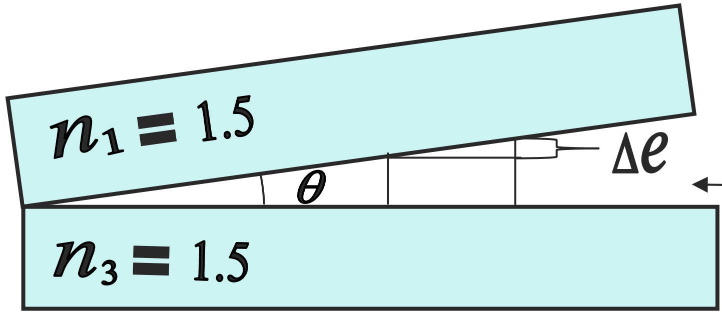


由 $\Delta e=\dfrac{\lambda}{2n_2}$

及

$$\Delta l=\frac{\Delta e}{\sin\theta}$$

$$=\frac{\lambda}{2n_2\sin\theta}$$



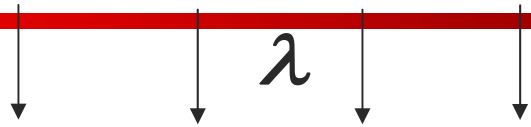
因 $n_2=1.0$

得 两相邻条纹间劈尖的厚度差 $\Delta e=\dfrac{\lambda}{2}$

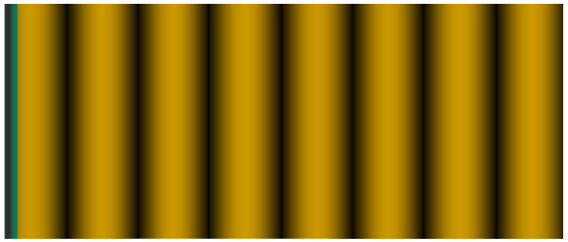
相邻条纹间距 $\Delta l=\dfrac{\Delta e}{\sin\theta}=\dfrac{\lambda}{2\sin\theta}$

θ 增大则 Δl 变小, 即条纹变密, 当 θ 大到一定程度时, 条纹就会密到不能分辨.

相邻条纹间距



$$\Delta l = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$



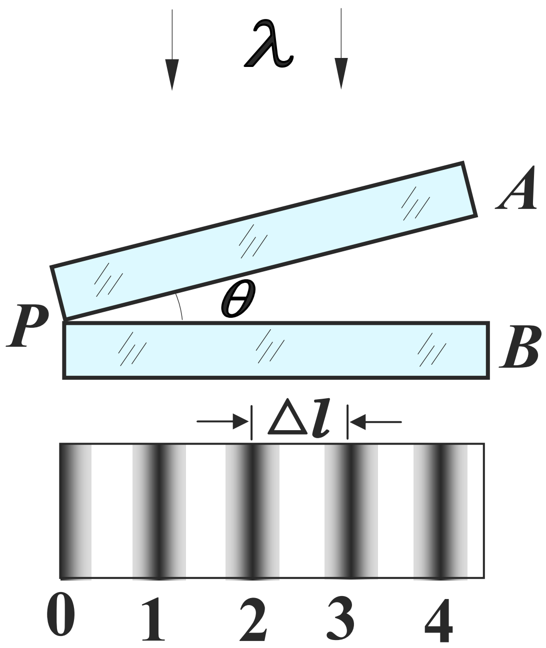
例如 $\lambda = 550\ \text{nm}$

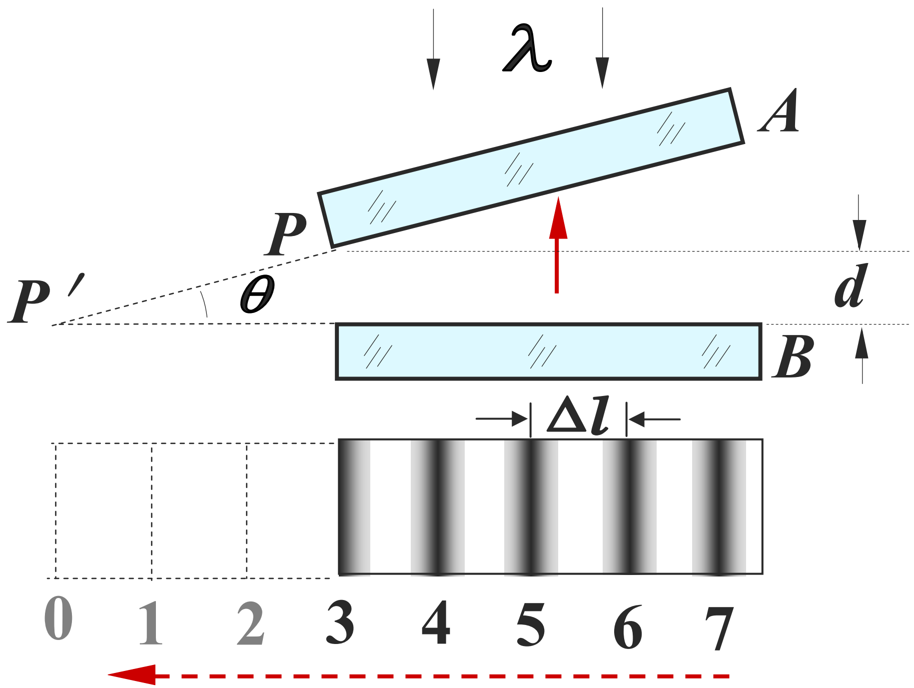
$\theta = 1'$ 时
$\Delta l = 0.95\ \text{mm}$

$\theta = 30'$ 时
$\Delta l = 0.03\ \text{mm}$

$\theta = 1^\circ$ 时
$\Delta l = 0.016\ \text{mm}$

保持楔角 θ 不变而平移玻璃板，则劈尖等厚干涉条纹发生整体平动.





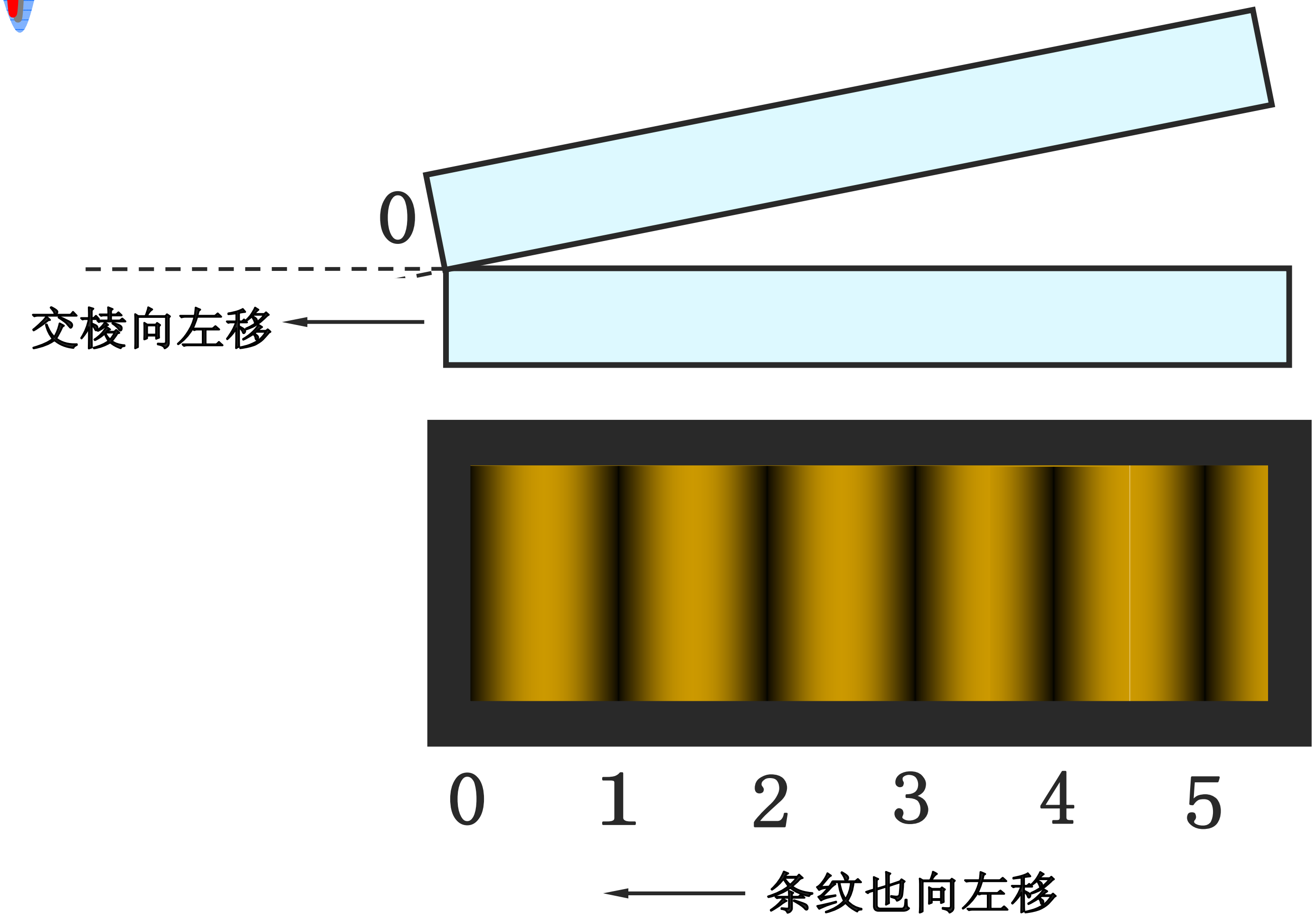
$$\Delta l = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$

θ 保持不变则 Δl 保持不变.

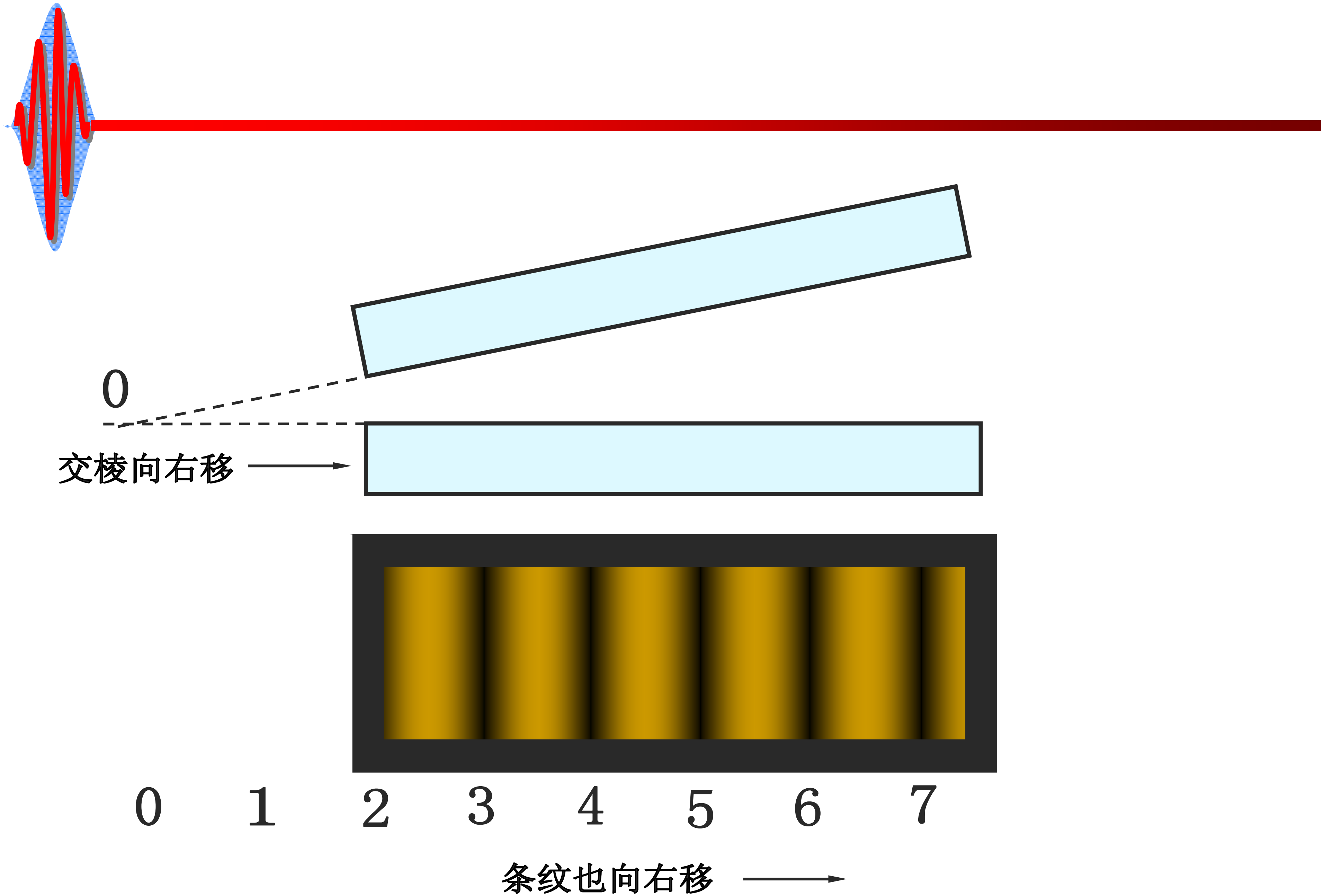
干涉条纹整体向零级条纹变动的方向平动.

即条纹整体向棱边变动的方向平动.

08:21



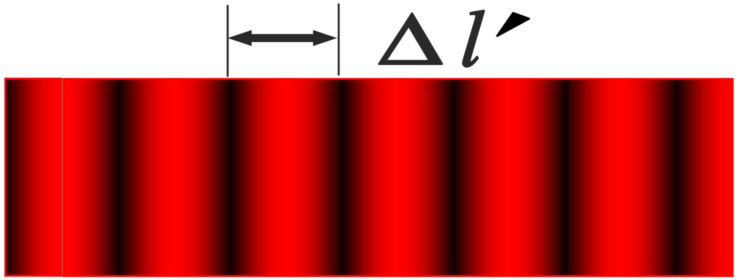
08:21


0
交棱向右移
0 1 2 3 4 5 6 7
条纹也向右移

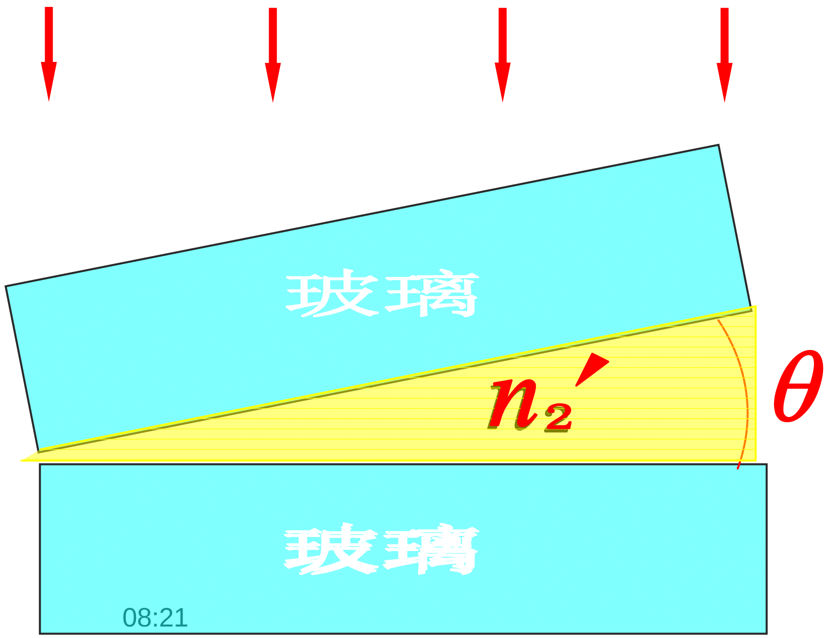
例 已知 $n_2=1$, $\Delta l=3.0\text{mm}$ 求 ▲ $\theta=?$

▲ 充油（n_2'）后测得

$\Delta l'=2.1\text{mm}$ $n_2'=?$



$\lambda=633\text{nm}$



解法提要

$$\Delta e=\Delta l\sin\theta=\frac{\lambda}{2n_2}$$

▲ $$\theta=\sin\theta=\frac{\lambda}{2\Delta l}$$

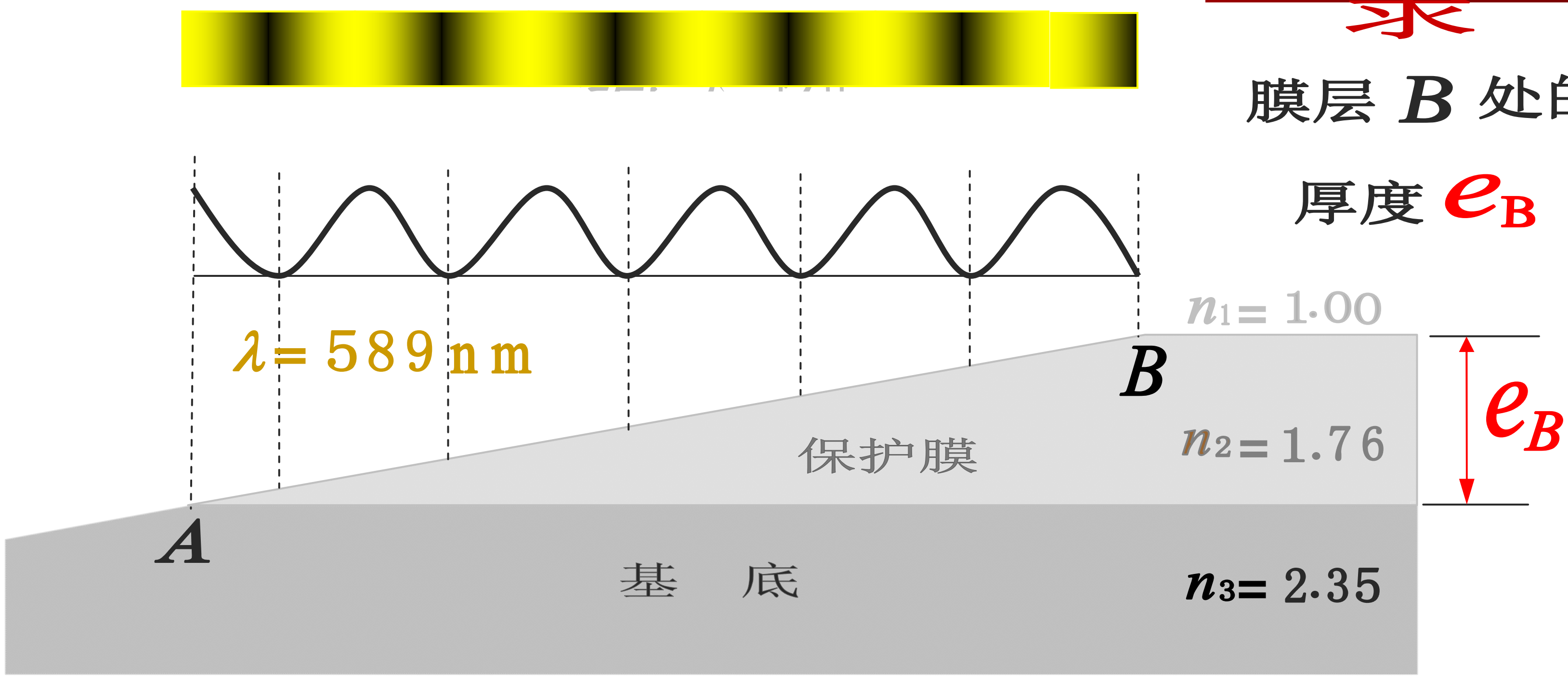
$$=1.055\times10^{-4}\ \text{rad}$$

▲ $$n_2'=\Delta l/\Delta l'$$

$$=1.43$$

例 **已知** 观测到的反射干涉条纹光强分布如下

求 膜层 B 处的厚度 e_B



解法提要

因 $n_1 < n_2 < n_3$，$\delta' = 0$，且 A 点处膜厚 $e_A = 0$

用明纹解，$\delta = \delta_0 + \delta' = 2en_2 + 0 = k\lambda$

$$e = \frac{k\lambda}{2n_2}$$

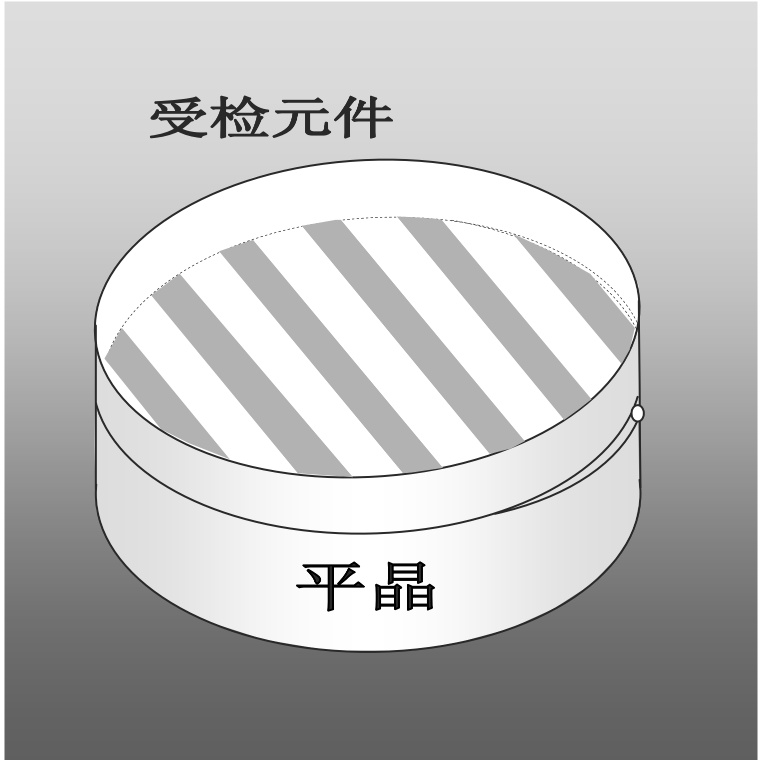
$k = 0$ 是左边第一条明纹中心处的劈尖厚度 $e_A = 0$

$k = 5\frac{1}{2}$ 得 $e_B = \dfrac{5.5\lambda}{2n_2} = 920\ \text{nm}$

08:21

节

应用劈尖等厚干涉原理检验光学元件的平面加工质量



受检平面质量合格　　受检平面质量不合格

牛顿环

反射等厚干涉条纹分布规律

某级条纹半径 r 对应透镜曲面 A 点对应点膜厚 e，透镜凸面曲率半径 R

$$R^2=(R-e)^2+r^2$$

$$=R^2-2eR+\cancel{e^2}+r^2 \Big|_{R\gg e}$$

$$e=\frac{r^2}{2R} \qquad ①$$

$$\delta=\delta_0+\delta'=2en_2+\frac{\lambda}{2} \qquad ②$$

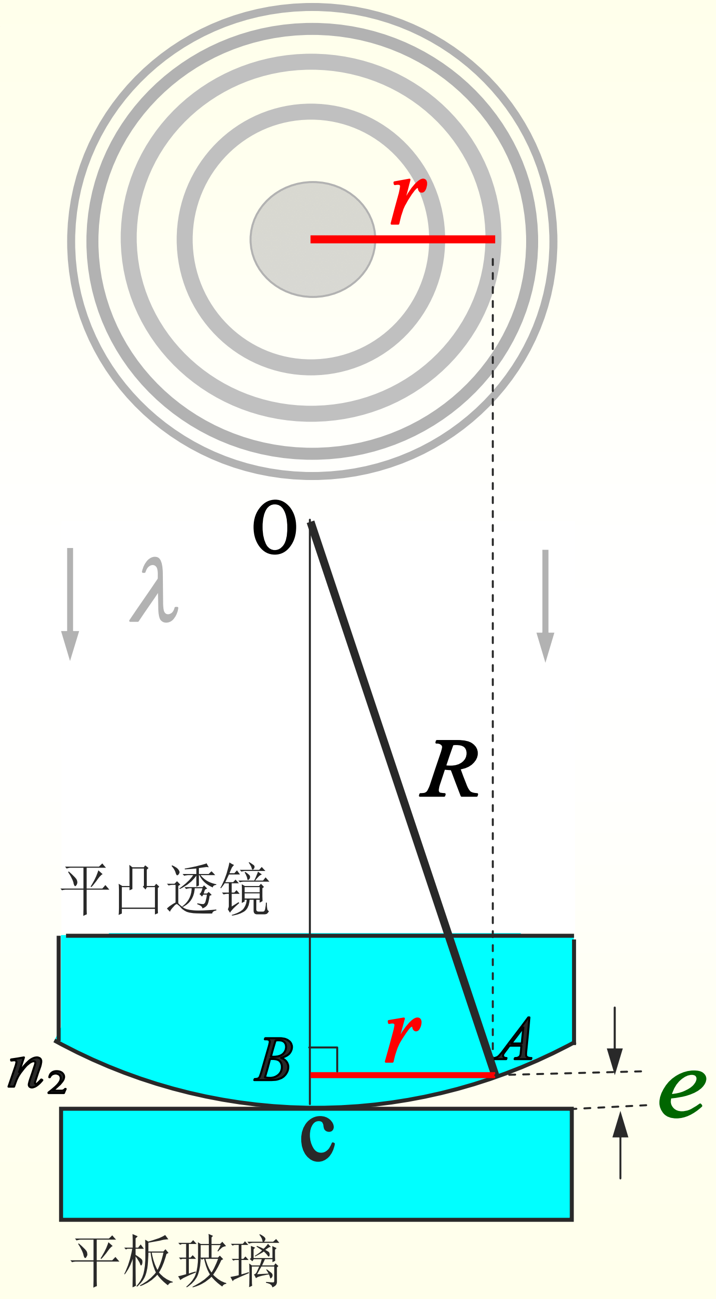
暗纹 $\delta=(2m+1)\dfrac{\lambda}{2} \qquad ③$

联立解得

$$r_{暗}=\sqrt{\frac{mR\lambda}{n_2}}\propto\sqrt{m}$$

$$(m=0,1,2,\cdots)$$

空气膜 $n_2=1$

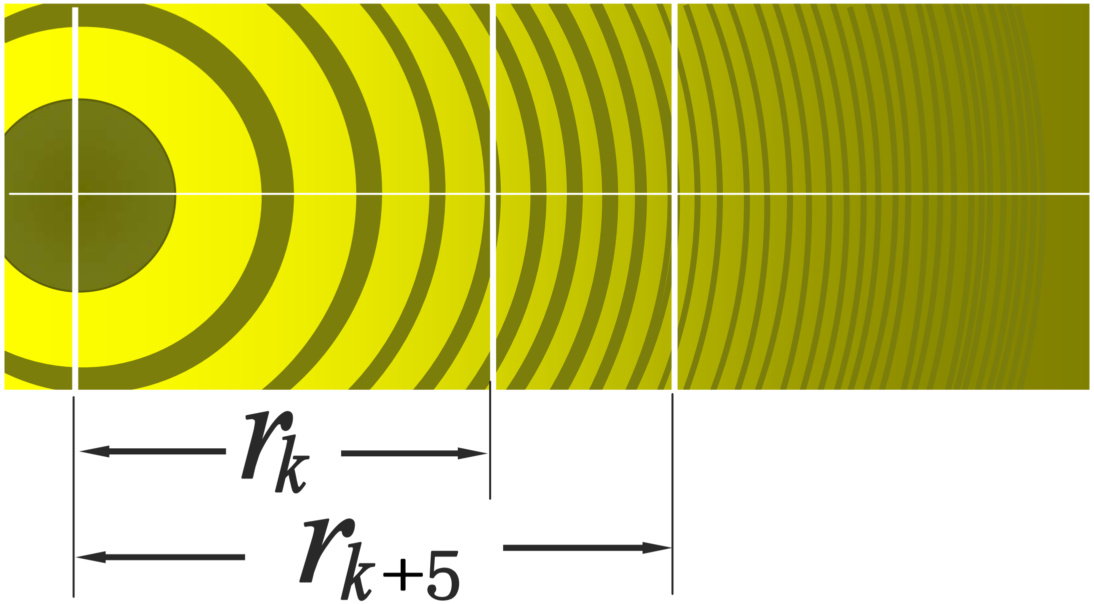


例 在牛顿环实验中 已知 $\lambda = 589\ \text{nm}$

暗环

$r_k = 4.00\ \text{mm}$

$r_{k+5} = 6.00\ \text{mm}$



求

$R = ?\quad k = ?$

解法提要

$$\left.\begin{aligned} r_k &= \sqrt{kR\lambda} \\ r_{k+5} &= \sqrt{(k+5)R\lambda} \end{aligned}\right\}$$

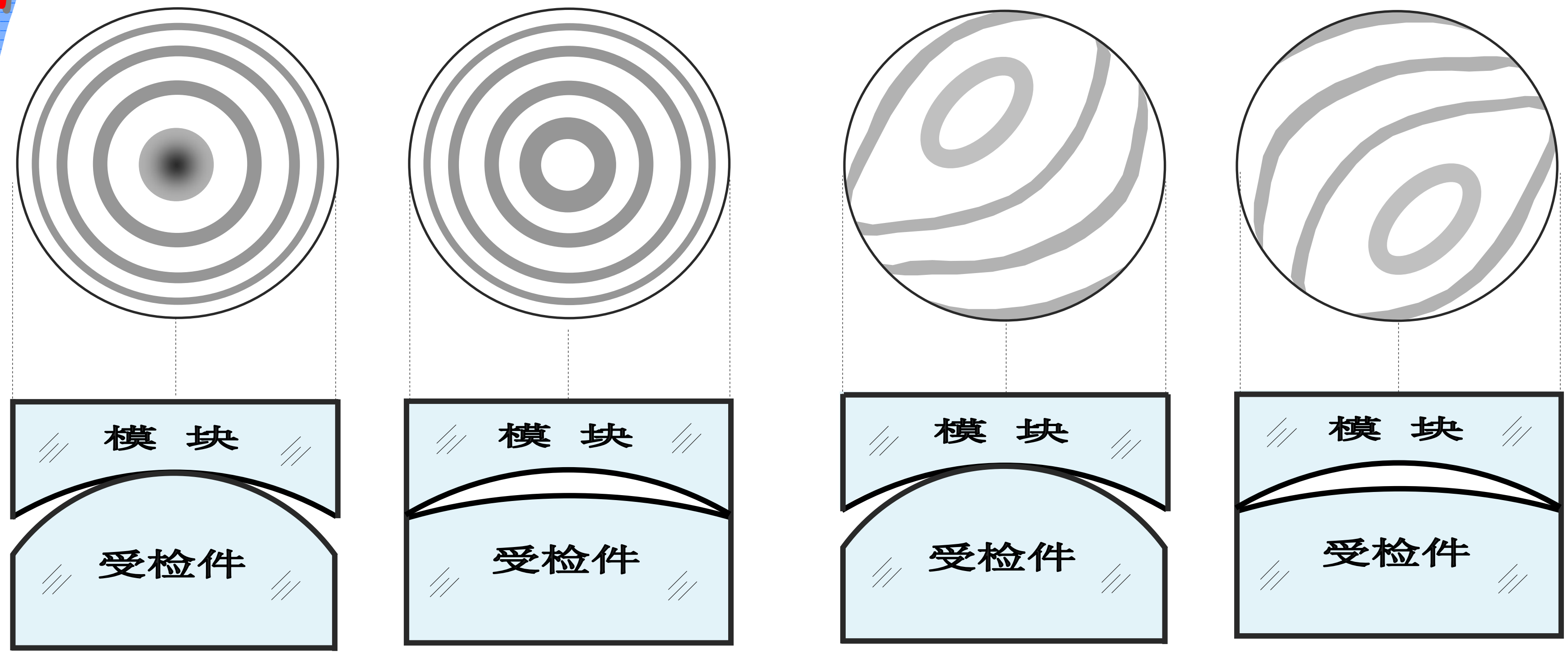
联立解得

$R = 6.79\ \text{m}$

$k = 4$

08:21

应用牛顿环等厚干涉原理检验光学元件的球加工质量



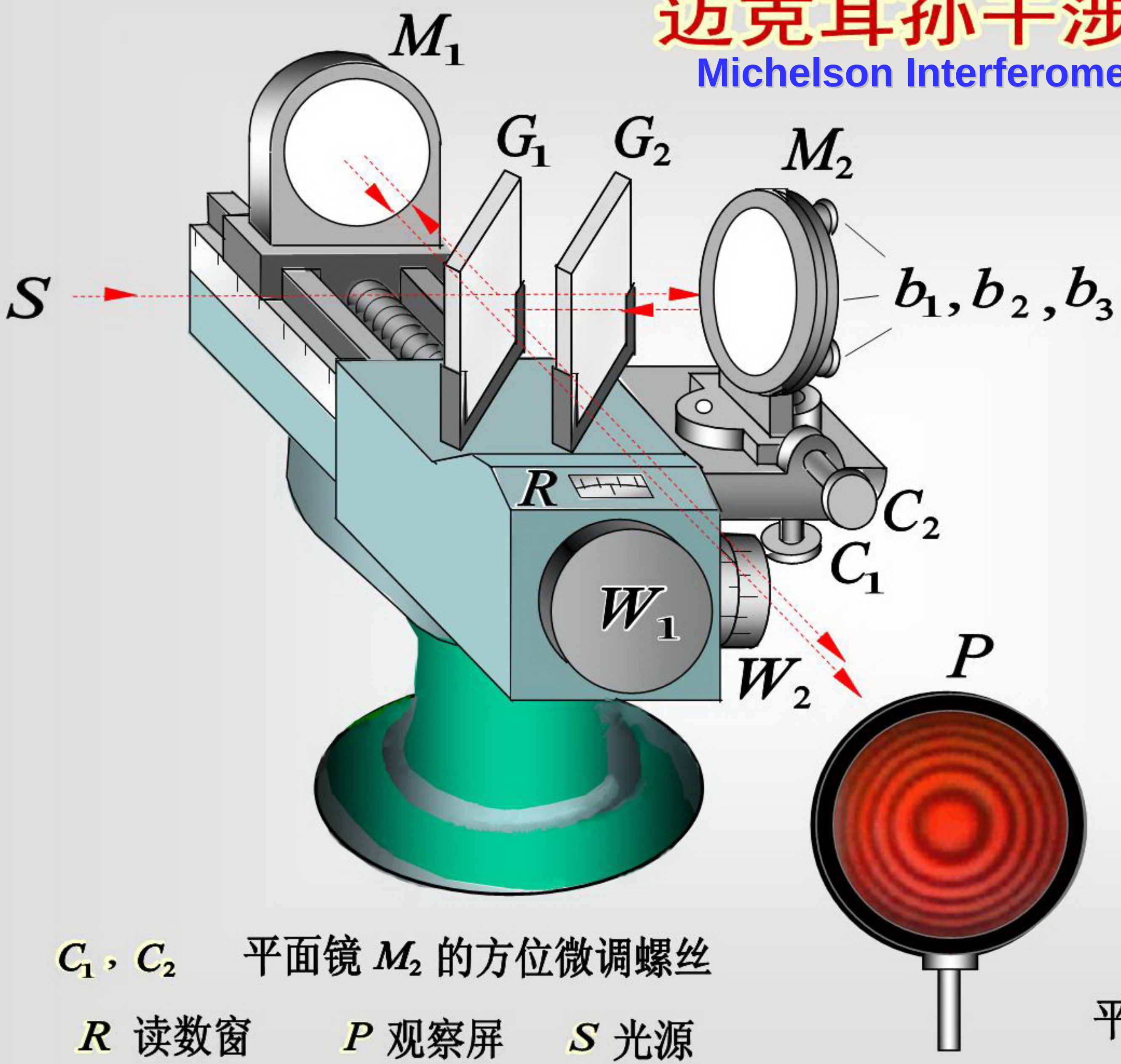
受检面是球面，
但与标准曲率半径
有一定误差

受检面不是球面

08:21

迈克耳孙干涉仪

Michelson Interferometer



M_1 , M_2

平面反射镜

G_1 分束板

G_2 补偿板

W_1 , W_2

平面镜 M_1

的平移微动手轮

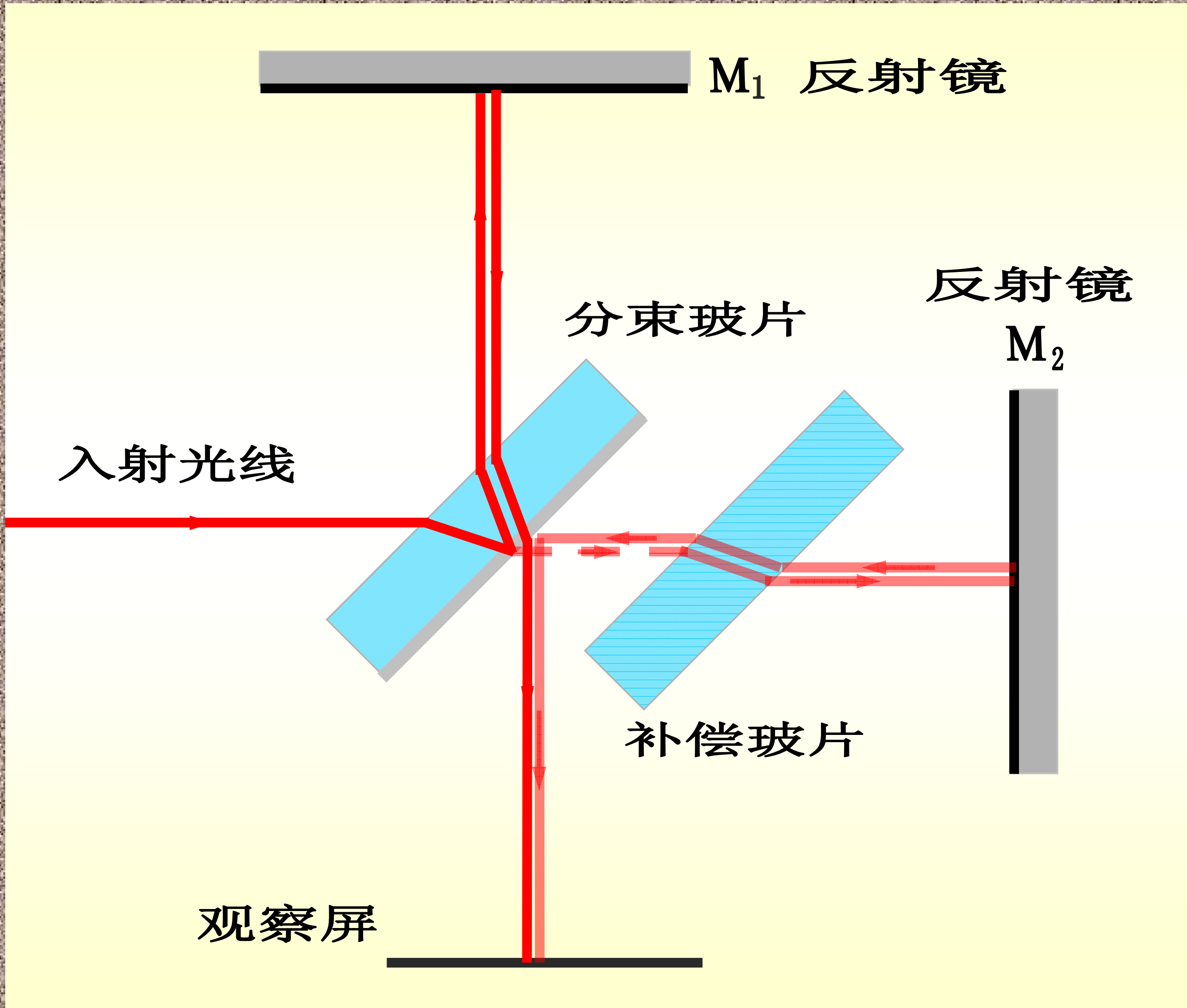
b_1, b_2, b_3

平面镜 M_2 的方位调节螺丝

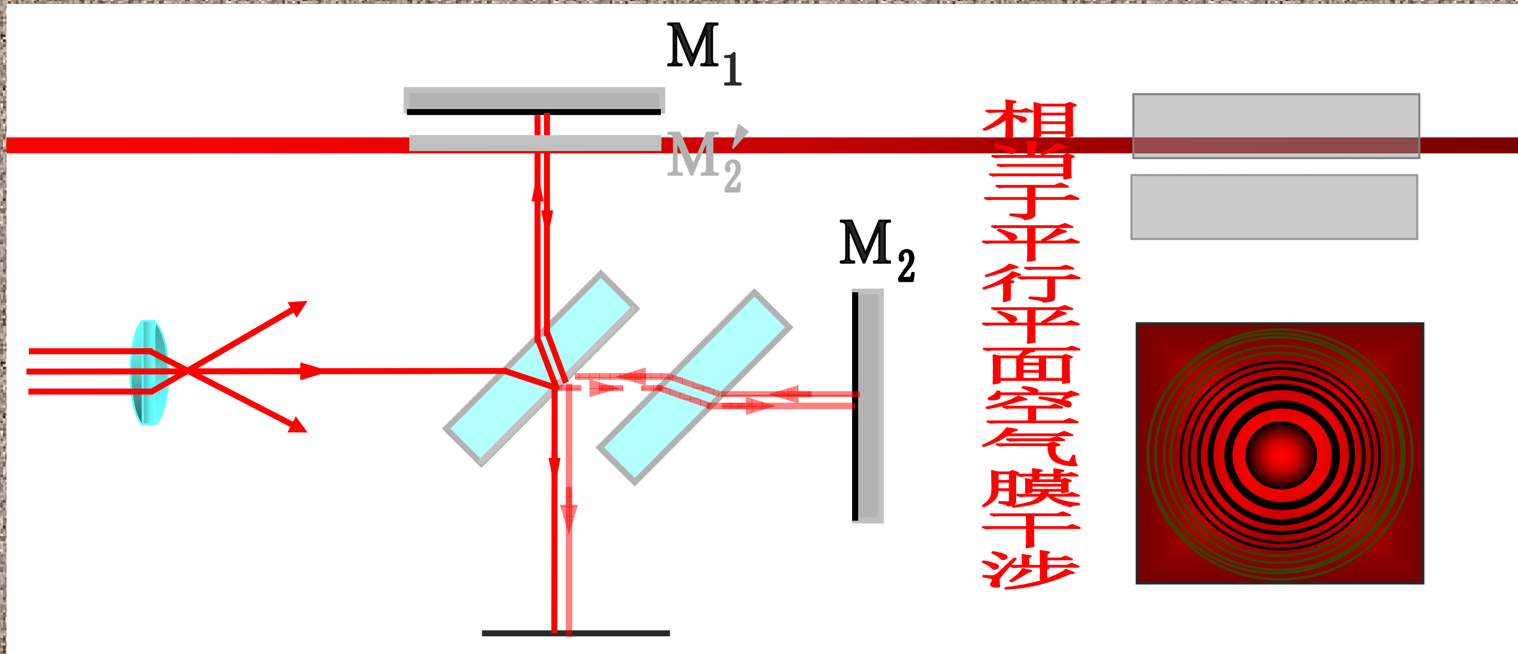
C_1 , C_2　平面镜 M_2 的方位微调螺丝

R 读数窗　P 观察屏　S 光源

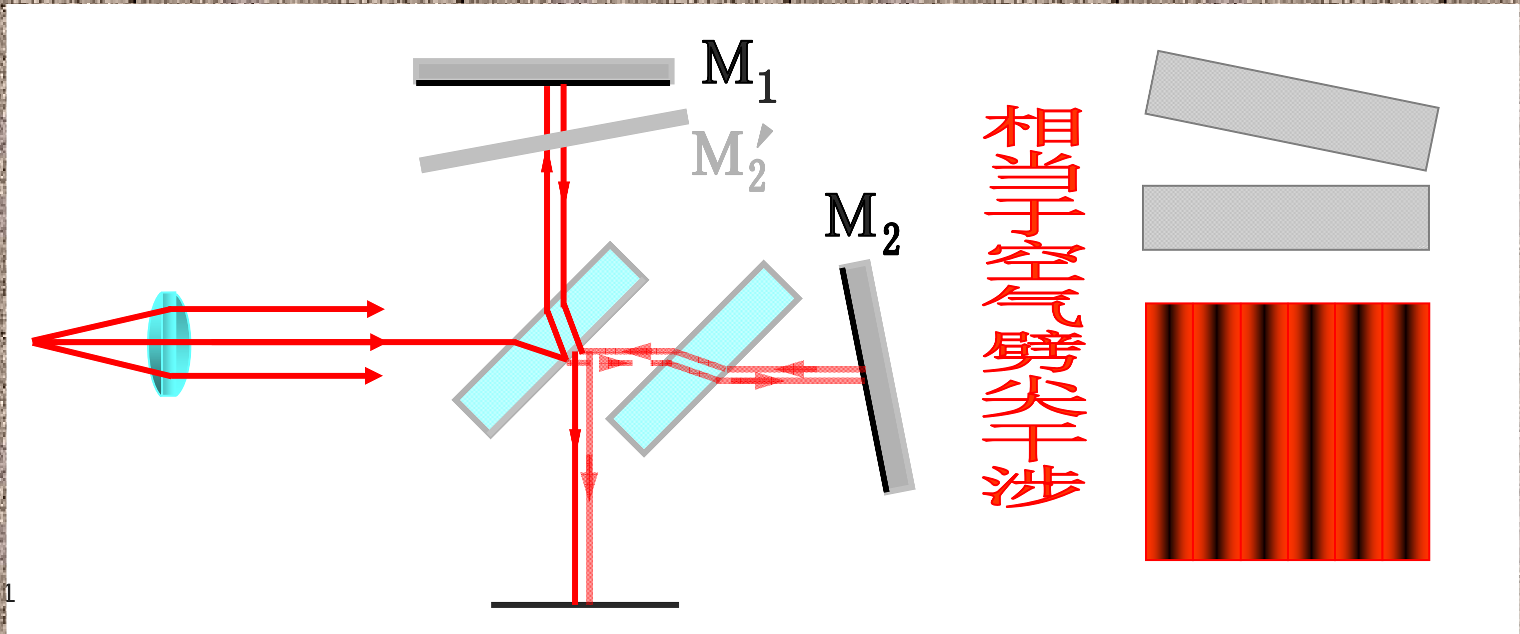
迈克耳孙干涉仪



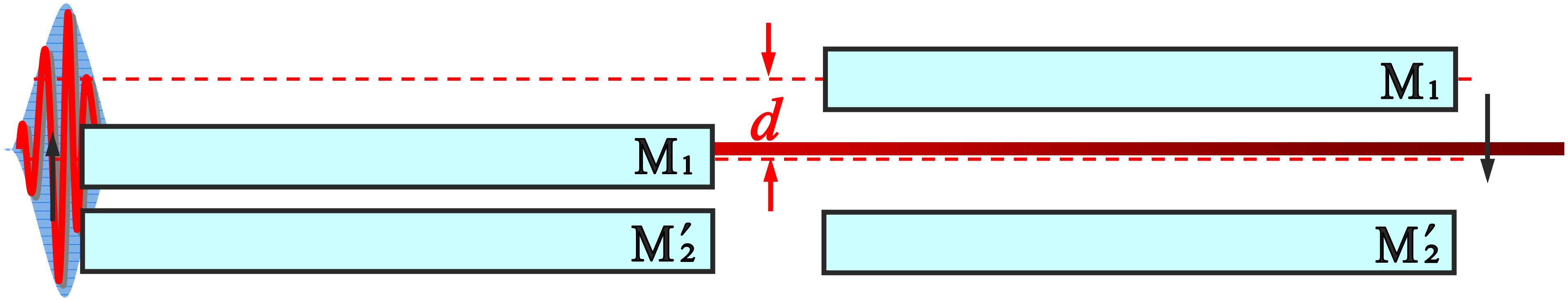
等倾干涉光路

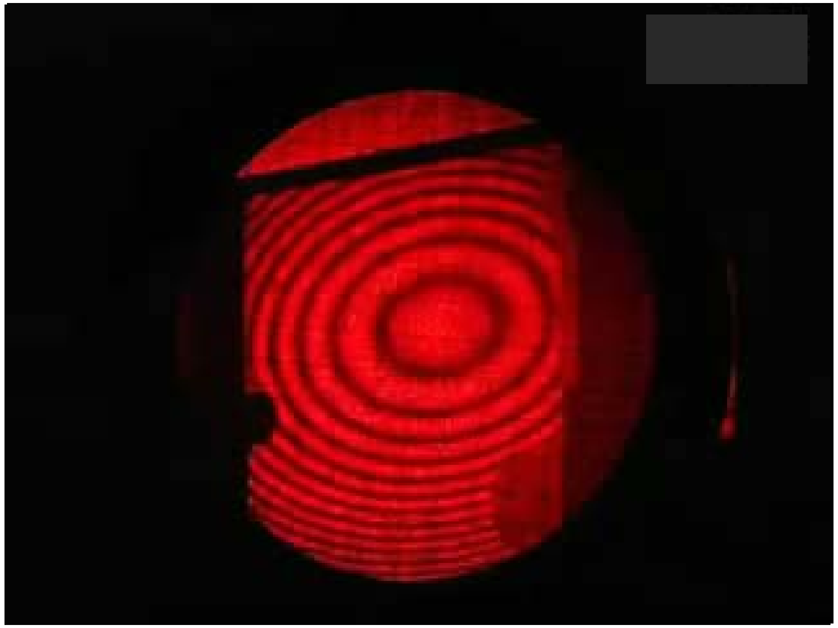


等厚干涉光路



改变两路光的程差　观测动态条纹

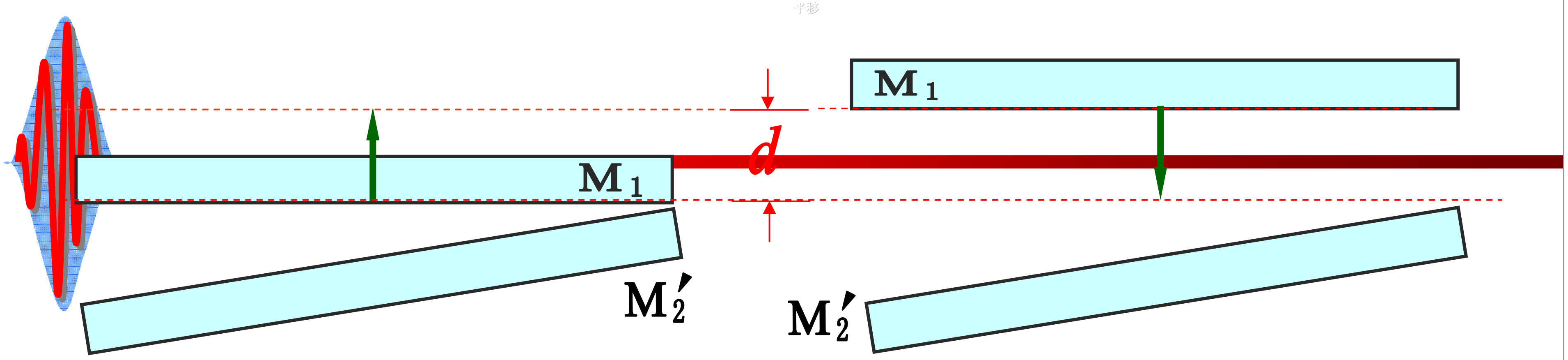




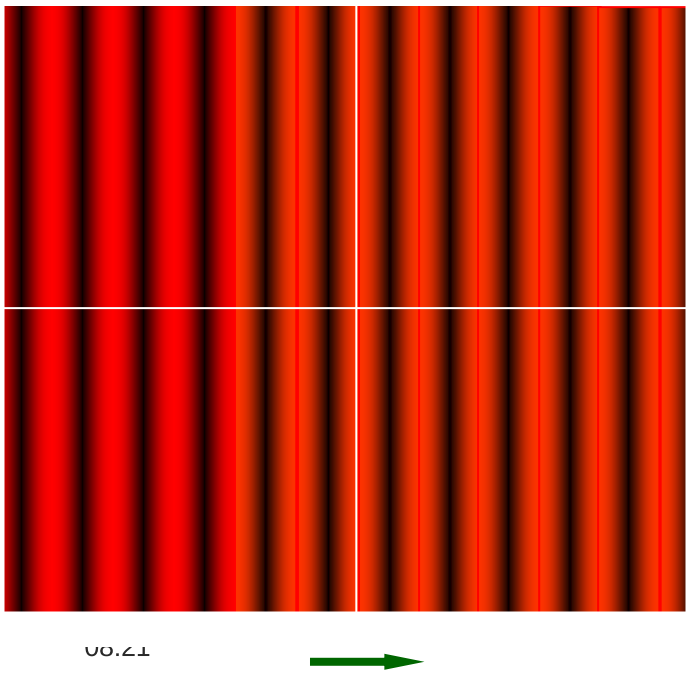
M_1 平移 d ，吐出 或 吞进 N 个干涉条纹

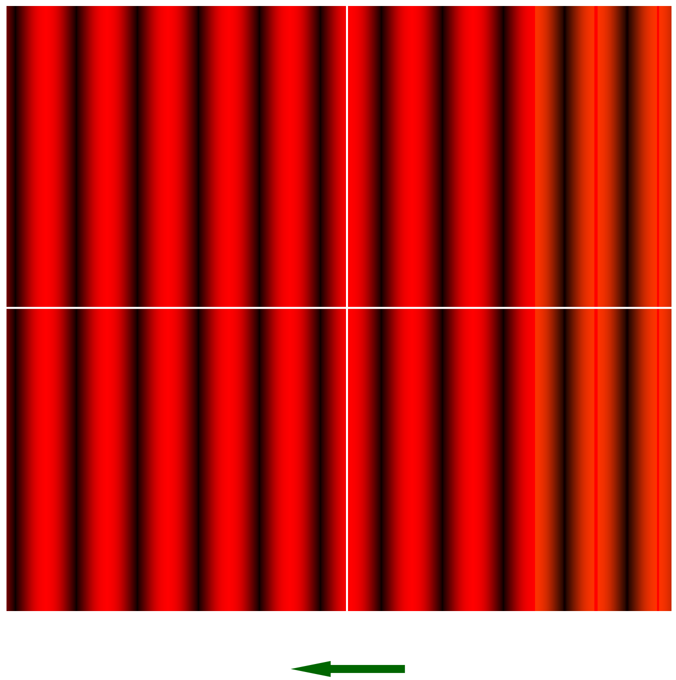
总光程差（往返）$2d = N\lambda$ 即 $d = N\lambda/2$

平移



M_1 平移 d，向右(或左) 移了 N 个条纹，则 $d = N\lambda/2$





例 用迈克耳孙干涉仪观察等厚干涉时，若入射光波长

$\lambda = 488$ nm, 移动反射镜 M_1 使干涉条纹移动了 2000 条，

求 M_1 所移动的距离 d .

解法提要 由公式 $d = N\dfrac{\lambda}{2}$

得 M_1 所移动的距离

$$d = N\frac{\lambda}{2} = \left(2000\times\frac{488}{2}\right)\ \text{nm}$$

$$= 488\times10^{3}\ \text{nm} = 488\times10^{-6}\ \text{m}$$

$$= 0.488\ \text{mm}$$

3-3

视频展示：Two-beam interference — collimated beams

3-3

视频展示：Two-beam interference — diverging beams

作业：3.20、3.21

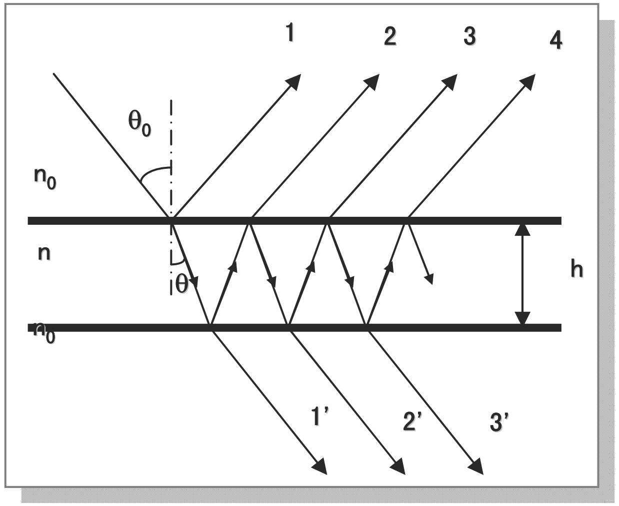
3-4 分振幅多光束干涉（4.1，4.2，4.3）

- 平行平板多光束干涉；
- 法布里—珀罗干涉仪；
- 多光束干涉的应用（光学薄膜）．

3-4

平行平板多光束干涉 (multiple-beam interference)

- 由于界面的**多次**反射，要准确分析干涉现象，就必须考虑多光束因素。
- **薄膜**、波导、集成光学、光子晶体是多光束干涉的重要应用方向。



为什么前面没有考虑多光束干涉？

设单位强度光正入射（$\theta_0=0$）

- 界面R=0.04

光束	1	2	3	4
强度	0.04	0.0368	5.9e-5	9.4e-8

光束	1′	2′	3′
强度	0.9216	0.0014	2.3e-6

- 界面R=0.9

光束	1	2	3	4
强度	0.9	0.009	0.0073	0.0059

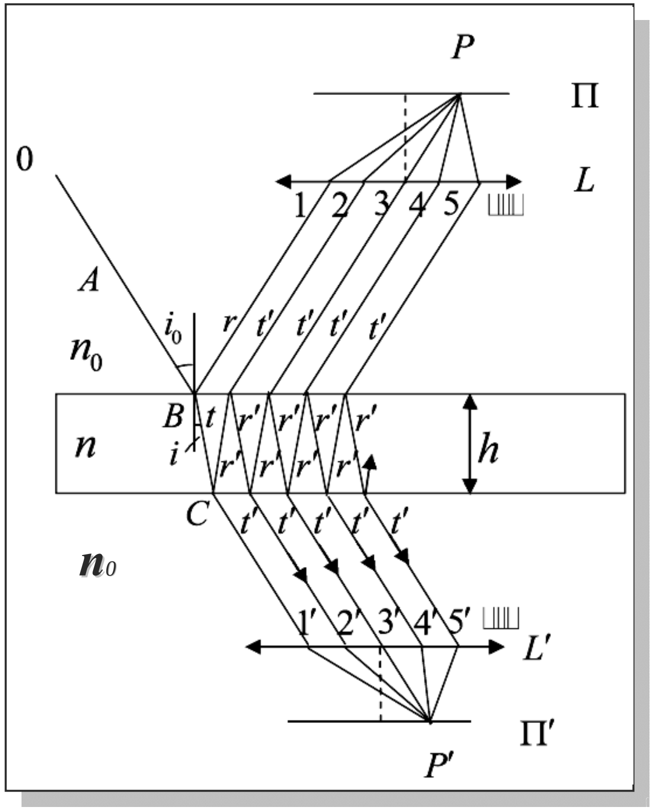
光束	1′	2′	3′
强度	0.01	0.0081	0.0066

- 当反射率很低时，只考虑前两束光是合理的；
- 但是，当反射率很高时，不能仅考虑前两束光。

3-4

干涉场强度公式

- 相邻两束光的光程差（只考虑平板厚度因素）$\Delta=2nh\cos\theta$，相应的位相差 $\delta=2\pi\Delta/\lambda=4\pi nh\cos\theta/\lambda$
- 设nh为光学厚度，λ为真空中波长，r、t为光束从周围介质到平板内的反、透射系数，r’、t’为光束从平板内到周围介质的反、透射系数，入射光束的复振幅为$A^{(i)}$



各反射光束的振幅和光场为：

$$\tilde{E}_1^{(r)}=rA^{(i)} \qquad E_1^{(r)}=\tilde{E}_1^{(r)}\exp\left[i\left(\delta_0-\omega t\right)\right]$$

$$\tilde{E}_2^{(r)}=tt'r'A^{(i)} \qquad E_2^{(r)}=\tilde{E}_2^{(r)}\exp\left[i\left(\delta_0+\delta-\omega t\right)\right]$$

$$\tilde{E}_3^{(r)}=tt'r'^3A^{(i)} \qquad E_3^{(r)}=\tilde{E}_3^{(r)}\exp\left[i\left(\delta_0+2\delta-\omega t\right)\right]$$

$$\tilde{E}_4^{(r)}=tt'r'^5A^{(i)} \qquad E_4^{(r)}=\tilde{E}_4^{(r)}\exp\left[i\left(\delta_0+3\delta-\omega t\right)\right]$$

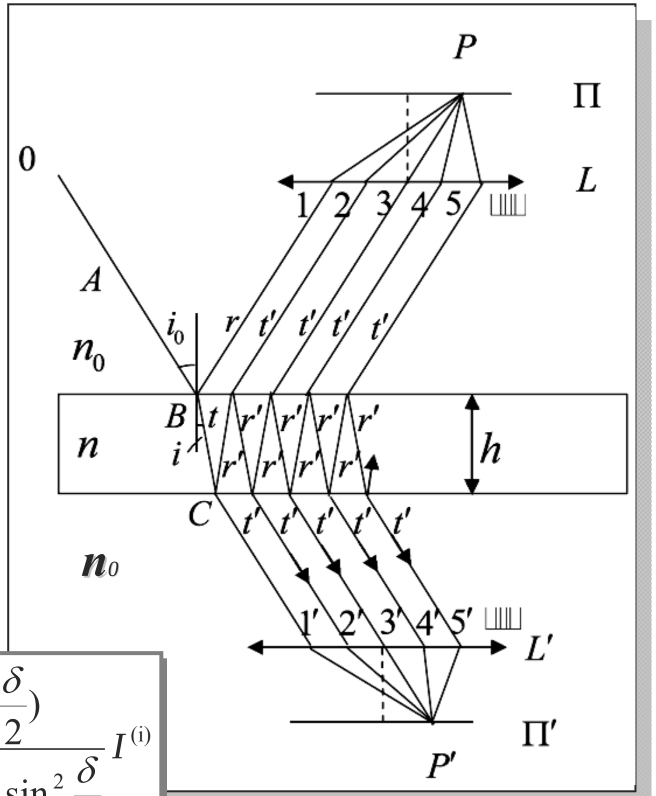
3-4

合复振幅为：

$$A^{(r)}=[r+tt'r'\exp(i\delta)+tt'r'^{3}\exp(i2\delta)+tt'r'^{5}\exp(i3\delta)+\ldots]A^{(i)}$$

$$=\{r+tt'r'\exp(i\delta)[1+r'^{2}\exp(i\delta)+r'^{4}\exp(i2\delta)+\ldots]\}A^{(i)}$$

$$=\left[\mathrm{r}+\frac{\mathrm{tt}'r'\exp(\mathrm{i}\delta)}{1-\mathrm{r}'^{2}\exp(\mathrm{i}\delta)}\right]A^{(\mathrm{i})}$$



因为： $r=-r',\ tt'=1-r^{2}$

$$A^{(r)}=-\left[\frac{r'[1-(r'^{2}+tt')\exp(\mathrm{i}\delta)]}{1-\mathrm{r}'^{2}\exp(\mathrm{i}\delta)}\right]A^{(\mathrm{i})}$$

又因为： $r^{2}=r'^{2}=R,\ tt'=1-R=T$

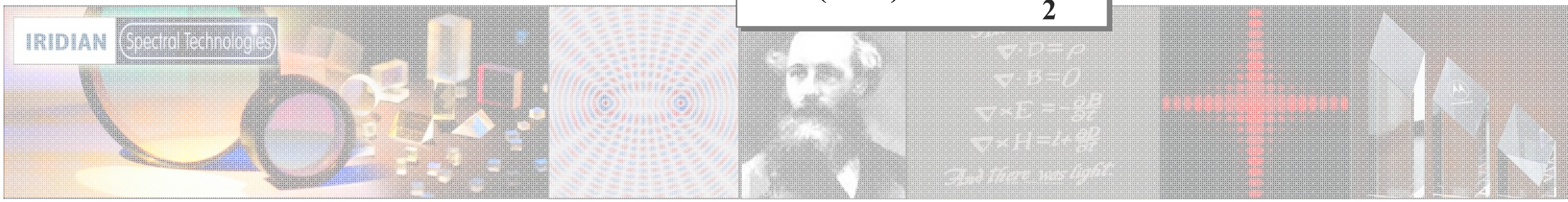
$$A^{(r)}=\frac{[1-\exp(i\delta)]\sqrt{R}}{1-R\exp(i\delta)}A^{(i)}$$

由此可得P点光强：

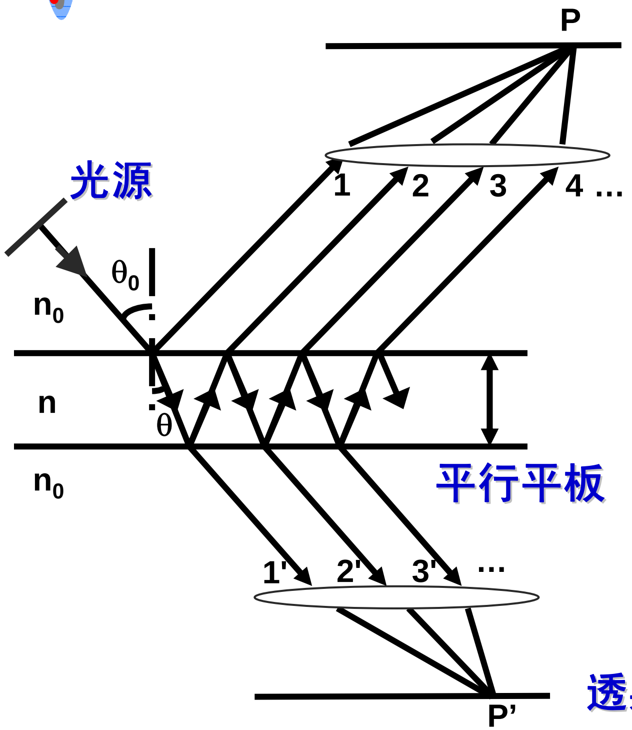
$$I^{(r)}=A^{(r)}\cdot A^{(r)*}=\frac{(2-2\cos\delta)R}{1+R^{2}-2R\cos\delta}I^{(i)}=\frac{(4R\sin^{2}\frac{\delta}{2})}{(1-R)^{2}+4R\sin^{2}\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$

同样的方法，可得透射光在P'的光强度：

$$I^{(t)}=\frac{(1-R)^{2}}{(1-R)^{2}+4R\sin^{2}\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$



多光束干涉的特点



- P点的光强(反射光)

$$I^{(r)}=\frac{(4R\sin^2\frac{\delta}{2})}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$

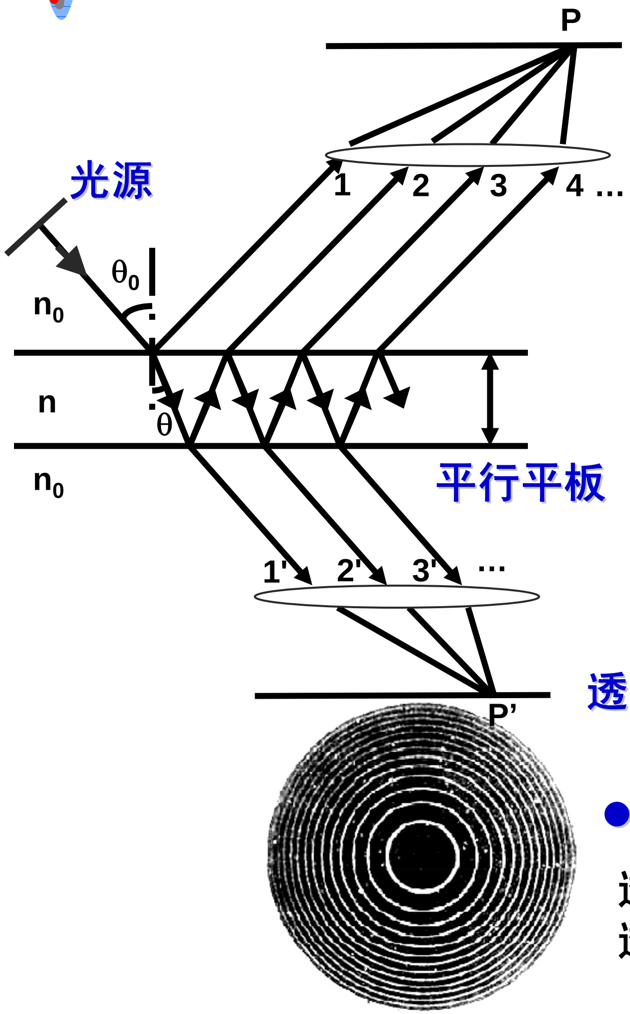
R：反射率

δ：相位差 $=\frac{4\pi}{\lambda}nh\cos\theta$

- P'的光强（透射光）

$$I^{(t)}=\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$

3-4



反射光干涉场

$$I^{(r)}=\frac{(4R\sin^2\frac{\delta}{2})}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$

$$\boxed{\delta\text{：相位差}\quad=\frac{4\pi}{\lambda}nh\cos\theta}$$

透射光干涉场

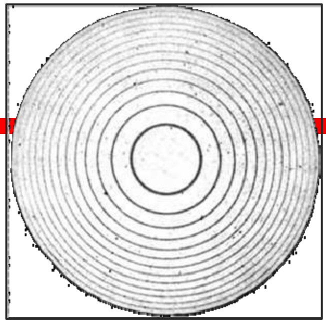
$$I^{(t)}=\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$

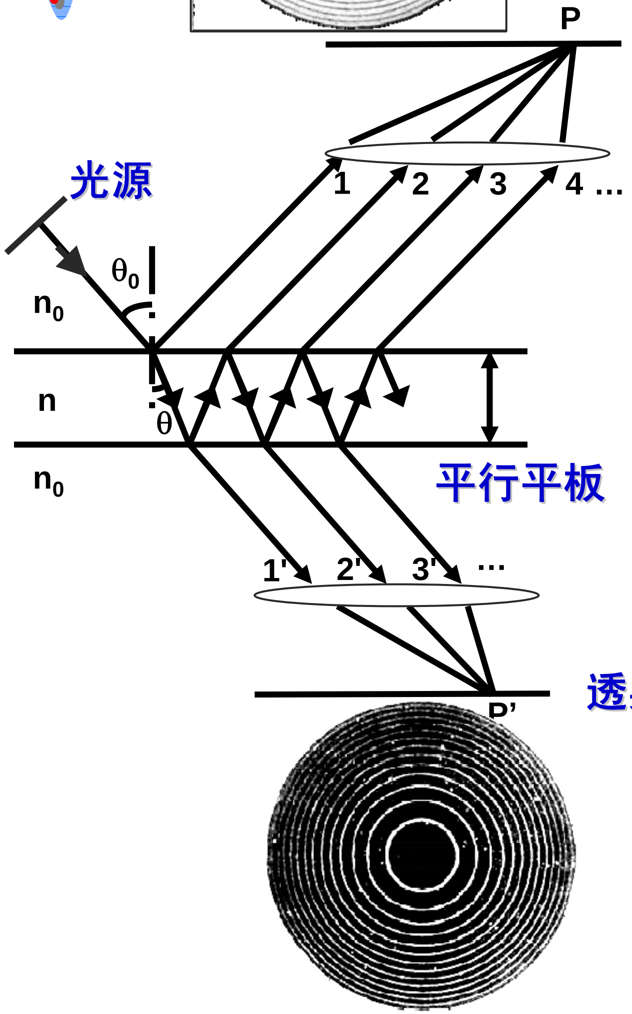
- **等倾条纹：**

透射光亮条纹： δ = 2m π

透射光暗条纹： δ = （2m+1） π

3-4





反射光干涉场

$$I^{(r)} = \frac{(4R\sin^2\frac{\delta}{2})}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\frac{\delta}{2}} I^{(\mathrm{i})}$$

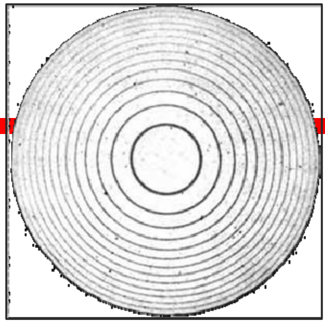
$$\boxed{\frac{\mathrm{I}^{(\mathrm{r})}}{\mathrm{I}^{(\mathrm{i})}} + \frac{\mathrm{I}^{(t)}}{\mathrm{I}^{(\mathrm{i})}} = 1}$$

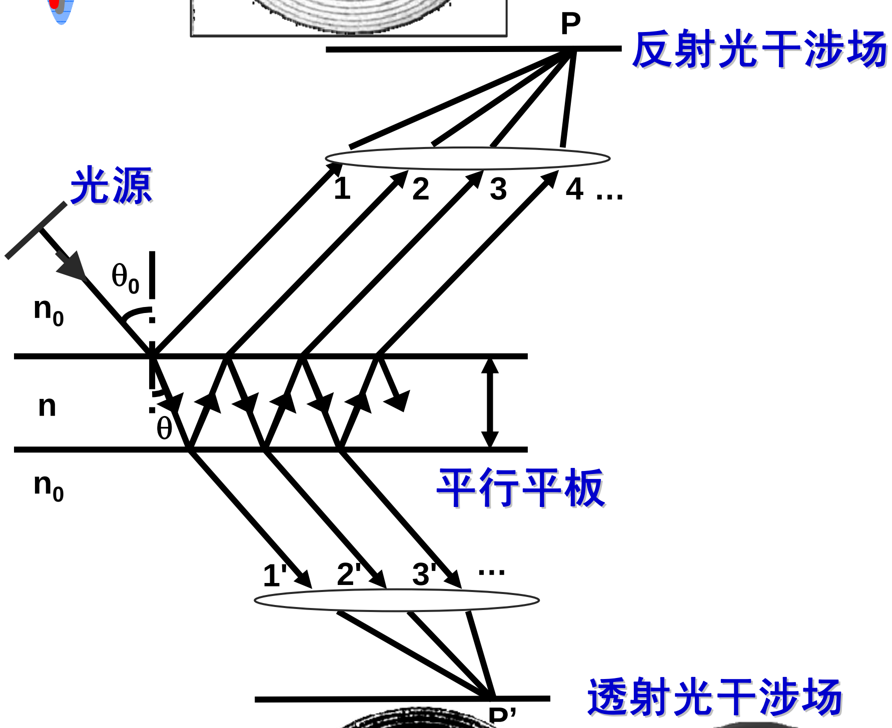
●反射、透射光干涉图样<u>互补</u>

透射光干涉场

$$I^{(t)} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R\sin^2\frac{\delta}{2}} I^{(\mathrm{i})}$$

3-4

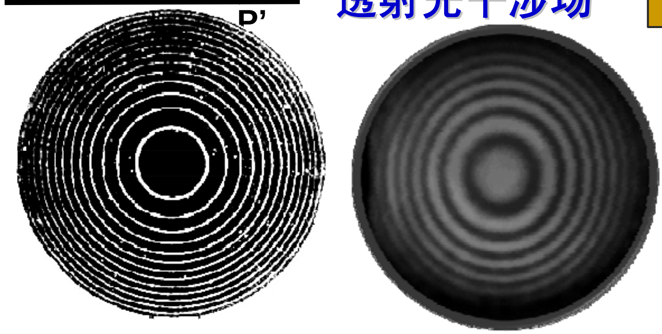




$$I^{(r)}=\frac{(4R\sin^2\frac{\delta}{2})}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$

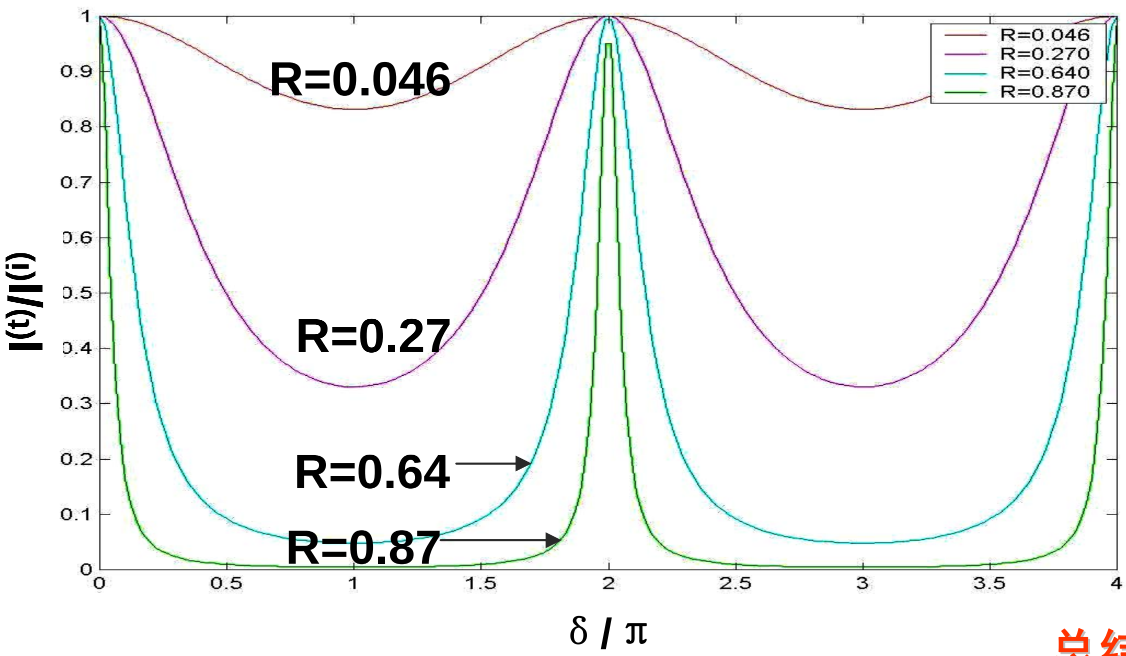
R：反射率

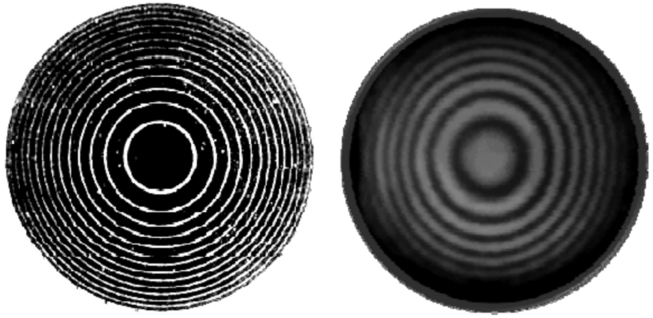
$$I^{(t)}=\frac{(1-R)^2}{(1-R)^2+4R\sin^2\frac{\delta}{2}}I^{(i)}$$



3-4

不同**反射率**下，**透射光**条纹的强度分布曲线





● R↑→透射光亮纹**尖锐化**↑。

总结，平板多光束干涉图样的特点：

1. **等倾**条纹
2. 透射光与反射光**互补**
3. R↑→透射光亮纹**尖锐化**↑

3-4

干涉条纹锐度

引入参数精细度系数：$F = 4R/(1-R)^2$

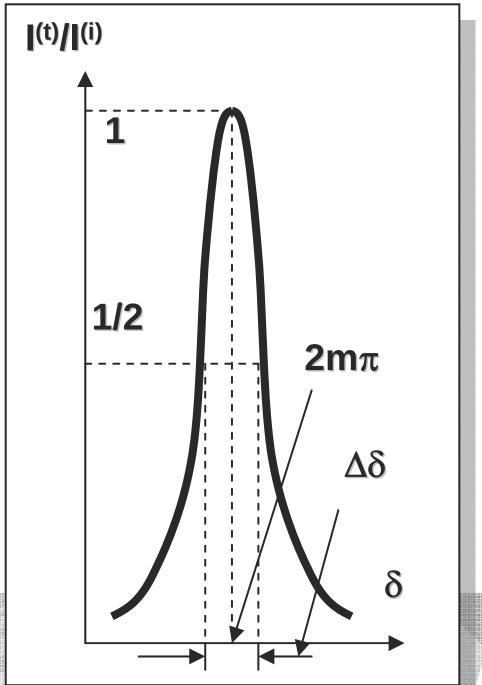
$$\frac{I^{(r)}}{I^{(i)}} = \frac{F\sin^2(\delta/2)}{1+F\sin^2(\delta/2)} \qquad (4-10)$$

$$\frac{I^{(t)}}{I^{(i)}} = \frac{1}{1+F\sin^2(\delta/2)} \qquad (4-11)$$

$$\frac{I^{(r)}}{I^{(i)}} + \frac{I^{(t)}}{I^{(i)}} = 1 \qquad (4-12)$$

定义：

锐度=条纹中强度等于峰值强度一半的两点间的位相差距离$\Delta\delta$



推导：

将$\delta=2m\pi\pm\Delta\delta/2$带入上述锐度定义，得：

$1/[1+F\sin^2(\Delta\delta/4)]=1/2$，由$\sin(\Delta\delta/4)\approx \Delta\delta/4$，得：

条纹锐度 (fringe sharpness)：

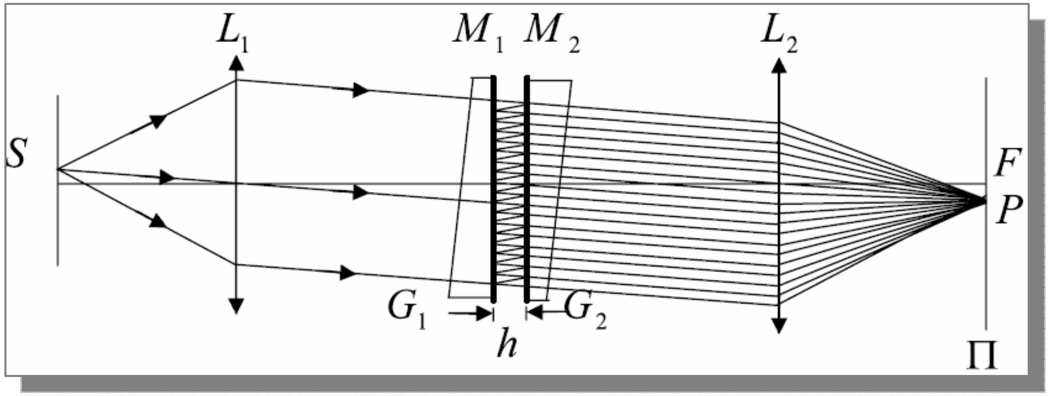
$\Delta\delta=4/F^{1/2}=2(1-R)/R^{1/2}$

精细度 (finesse)：

$S=2\pi/\Delta\delta= \pi R^{1/2}/(1-R)$

3-4

法布里-珀罗（F-P）干涉仪 (Fabry-Pérot interferometer)



一、仪器结构

工作表面：G_1,G_2的两内表面M_1,M_2，M_1//M_2，其间空气膜为工作层。

扩展源S, M_1.M_2镀膜$R\to 1$，Π上多光束干涉等倾圆环条纹。

G_1,G_2外表面与其内表面有一个小的倾角，这是为了使两外表面（非工作表面）的反射光与两内表面（工作表面）的反射光产生空间分离，便于排除干扰。

工作原理同前，设M_1,M_2镀膜层产生附加相移 ϕ，则

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} nh\cos i + 2\phi$$ （不考虑镀膜时，各透射光线无附加程差， ϕ=0）

因2 ϕ为常数，对讨论无实质性影响，以下不考虑。

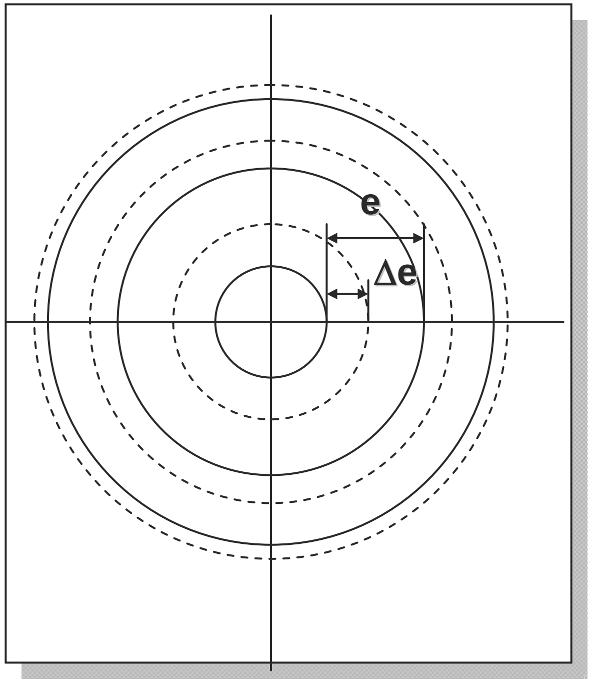
3-4

视频展示：Plane mirror cavity — diverging beams

3-4

F-P干涉仪的应用：精细光谱分析

测量非常接近的两条光谱线的波长差Δλ



推导：

利用等倾干涉条纹公式 $2nh\cos\theta_2 = m\lambda$

两边对 θ₂、m求导（含义：不同级次间条纹角间距），得，

$$d\theta_2 = \frac{\lambda}{2h\sin\theta_2 n}$$

两边对 θ₂、λ 求导（含义：同级次不同波长间条纹角间距），得，

$$(d\theta_2)' = \frac{m\cdot d\lambda}{2h\sin\theta_2 n}$$

因为，

$$\frac{\Delta e}{e} = \frac{(d\theta_2)'}{d\theta_2} = \frac{2nh\Delta\lambda}{\lambda^2}$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\Delta e\lambda^2}{2nhe}$$

自由光谱范围 $(\Delta\lambda)_{S.R}$（能分辨的最大波长差）：

即： $e=\Delta e$时，$\Delta\lambda=(\Delta\lambda)_{S.R}=\lambda^2/(2h)$

3-4

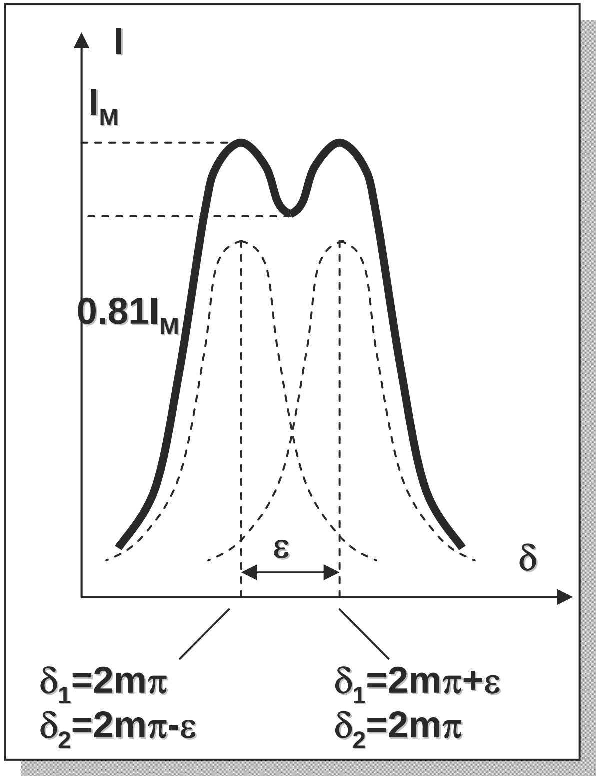
分辨本领(resolving power / resolution)

FP干涉仪所能**分辨的最小波长差**$(\Delta\lambda)_m$，显然与条纹**锐度**有关。

分辨本领： $A=\lambda/(\Delta\lambda)_m$

如何求出$(\Delta\lambda)_m$？

◆**瑞利判据**—两个相邻的亮条纹只有在这样的条件下才能区分：它们的合强度曲线中心极小值低于两边极大值的81%



推导：

$$I=\frac{I^{(i)}}{1+F\sin^2(\delta_1/2)}+\frac{I^{(i)}}{1+F\sin^2(\delta_2/2)}$$

中央极小值：

$$I_m=\frac{I^{(i)}}{1+F\sin^2\left(m\pi+\frac{\varepsilon}{4}\right)}+\frac{I^{(i)}}{1+F\sin^2\left(m\pi-\frac{\varepsilon}{4}\right)}$$

$$=\frac{2I^{(i)}}{1+F\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{4}\right)}$$

极大值：

$$I_M=I^{(i)}+\frac{I^{(i)}}{1+F\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)}$$

3-4

分辨本领(resolving power / resolution)

推导：根据瑞利判据， $I_m = 0.81 I_M$

得：

$$\frac{2\,\mathrm{I}^{(i)}}{1+\mathrm{F}\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{4}\right)} = 0.81\left[\mathrm{I}^{(i)} + \frac{\mathrm{I}^{(i)}}{1+\mathrm{F}\sin^2\left(\frac{\varepsilon}{2}\right)}\right]$$

解方程得：

$$\varepsilon = 4.15/\sqrt{F} = 2.07\pi / S$$

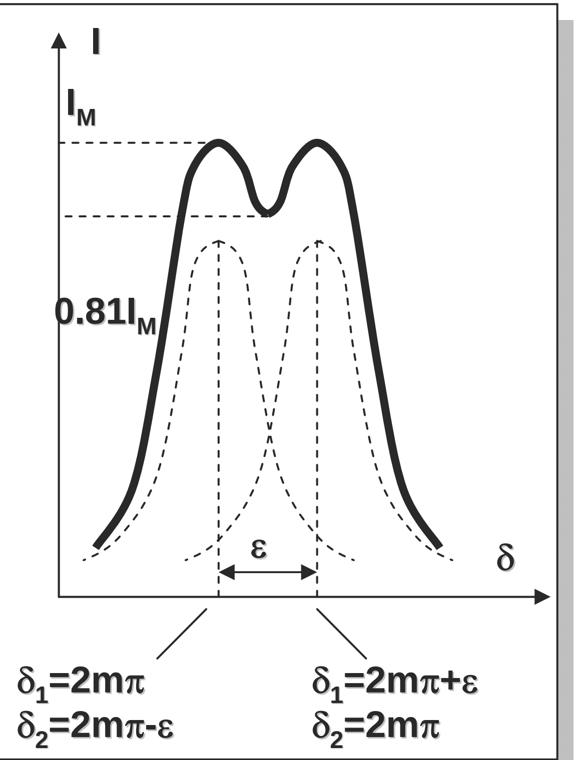
利用了式 4.22

其中 S条纹精细度， F精细度系数。

ε 如何得到$\lambda/(\Delta\lambda)_m$？

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda} h\cos\theta \rightarrow$$

$$\varepsilon = |\Delta\delta| = \frac{4\pi}{\lambda^2} h\cos\theta\cdot\Delta\lambda = 2m\pi\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$



分辨本领

$$\rightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2m\pi\frac{S}{2.07\pi} = 0.97mS = mN$$

N：标准具的有效光束数

3-4

分辨本领(resolving power / resolution)

$$\rightarrow \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 2m\pi \frac{S}{2.07\pi} = 0.97mS = mN$$

N：标准具的有效光束数

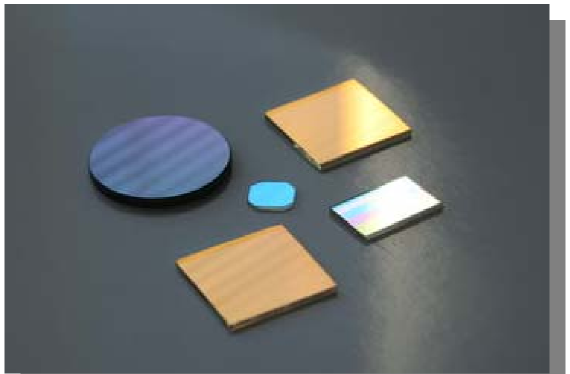
$$\text{提高}A\text{的途径}\begin{cases} m\uparrow\text{，通过增大}h\text{实现} \\ S\uparrow\text{，通过增大}R\text{实现} \end{cases}$$

$h: mm \sim m$　　可见光m:$10^4 \sim 10^6$　　R:0.9～0.99　　S:$10 \sim 10^2$　　$A \sim 10^6$ 或更高

3-4

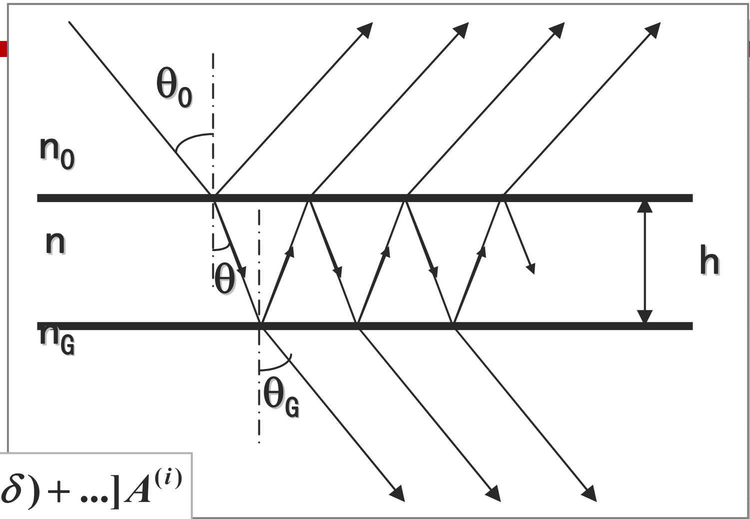
光学薄膜 (optical thin film)

- **薄膜**：在玻璃或金属等基片的光滑表面上，用物理、化学方法生成的**透明介质膜**。
- **薄膜的用途**：增强原基片的光学性能，如**增强透射率**、**增强反射率**、调整光束的**光谱分布**等



3-4

单层膜



- 直接应用平行平板多光束干涉的结论
- 设光从$n_0 \rightarrow n$的反射和透射系数为r_1和t_1，从$n \rightarrow n_0$的反射和透射系数为r'_1和t'_1，从$n \rightarrow n_G$为r_2和t_2，有

$$A^{(r)} = [r_1 + t_1 t_1' r_2 \exp(i\delta) + t_1 t_1' r_2^2 r_1' \exp(i2\delta) + t_1 t_1' r_2^3 r_1'^2 \exp(i3\delta) + \ldots] A^{(i)}$$

$$= \{ r_1 + t_1 t_1' r_2 \exp(i\delta)[1 + r_2 r_1' \exp(i\delta) + r_2^2 r_1'^2 \exp(i2\delta) + \ldots] \} A^{(i)}$$

$$= \left[r_1 + \frac{t_1 t_1' r_2 \exp(i\delta)}{1 - r'_1 r_2 \exp(i\delta)} \right] A^{(i)}$$

又因为：$r=-r', tt'=1-r^2$

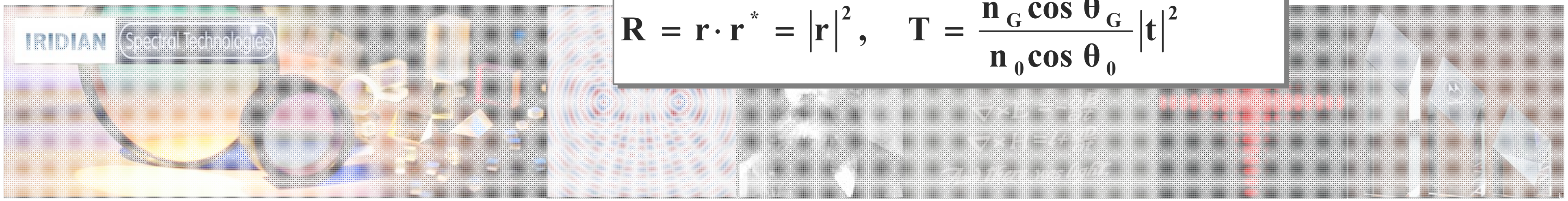
$$= \left[\frac{r_1 + r_2 \exp(i\delta)}{1 + r_1 r_2 \exp(i\delta)} \right] A^{(i)}$$

其中：$\delta = 4\pi n h \cos\theta / \lambda$

同理可得透射光复振幅

$$r = \frac{r_1 + r_2 \exp(i\delta)}{1 + r_1 r_2 \exp(i\delta)}, \quad t = \frac{t_1 t_2}{1 + r_1 r_2 \exp(i\delta)}$$

$$R = r \cdot r^* = |r|^2, \quad T = \frac{n_G \cos\theta_G}{n_0 \cos\theta_0} |t|^2$$



3-4

讨论（正入射）：

$$r=\frac{r_1+r_2\exp(i\delta)}{1+r_1r_2\exp(i\delta)},\quad t=\frac{t_1t_2}{1+r_1r_2\exp(i\delta)}$$

$$R=r\cdot r^*=|r|^2,\quad T=\frac{n_G\cos\theta_G}{n_0\cos\theta_0}|t|^2$$

正入射时，$\theta_0=0$，因此，

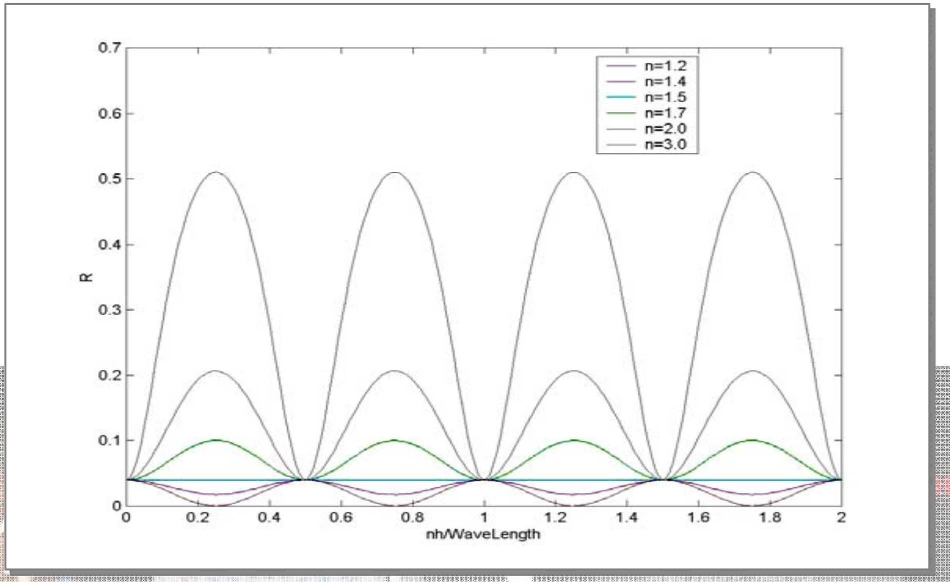
$r_1=(n_0-n)/(n_0+n)$，$r_2=(n-n_G)/(n+n_G)$

得：

$$R=\frac{n^2(n_0-n_G)^2\cos^2(\delta/2)+(n_0n_G-n^2)^2\sin^2(\delta/2)}{n^2(n_0+n_G)^2\cos^2(\delta/2)+(n_0n_G+n^2)^2\sin^2(\delta/2)}$$

R将随δ、亦随薄膜的光学厚度nh变化。

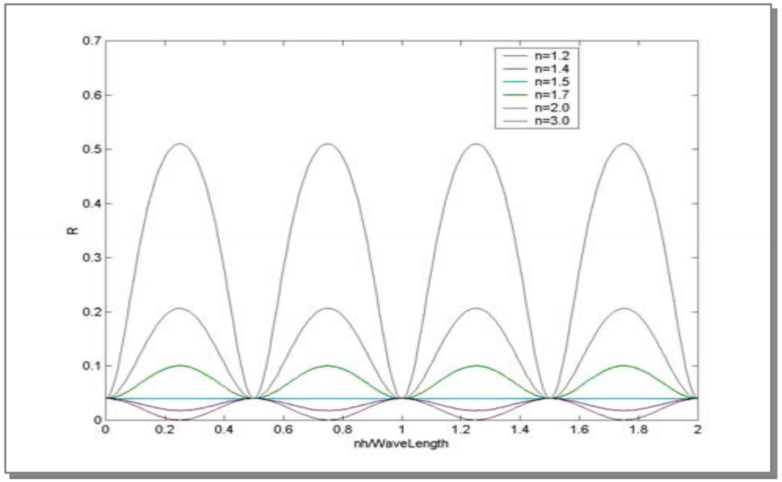
换言之，改变光学厚度，就能控制单层膜的反射率R。



3-4

单层增透膜

增透膜: antireflection coatings



- 由图知，只要$n<n_G$，镀膜后的R总是小于镀膜前的R（即增透），且在$nh=\lambda_0/4$的奇数倍时，增透效果**最好**，此时$\delta=\pi$，$R=(n_0n_G-n^2)^2/(n_0n_G+n^2)^2$
- $n=(n_0n_G)^{1/2}$时，$R=0$，因此理想增透膜 $n=1.22$
- 最佳增透仅对波长λ_0而言。普通相机和望远镜对$\lambda_0=555nm$增透，所以镜面反射紫光.

作业：3.30、3.32

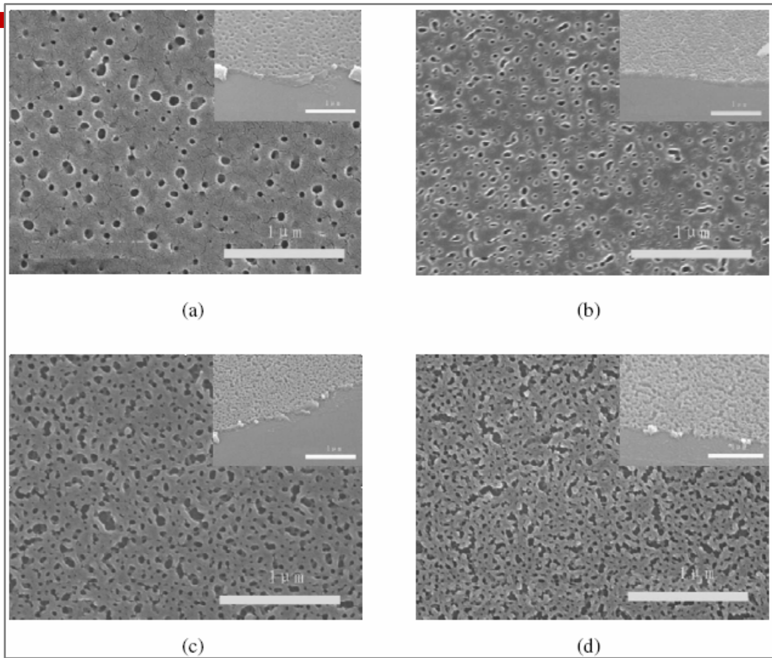
3-4

IOP Publishing — Journal of Optics A: Pure and Applied Optics
J. Opt. A: Pure Appl. Opt. **9** (2007) 872–876 doi:10.1088/1464-4258/9/10/017

A study of the porosities of polymer nanoporous films using numerical simulations and experimental methods

Z Y Yang[1] **and M Zhao**[2]

[1] State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, People's Republic of China
[2] Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, People's Republic of China



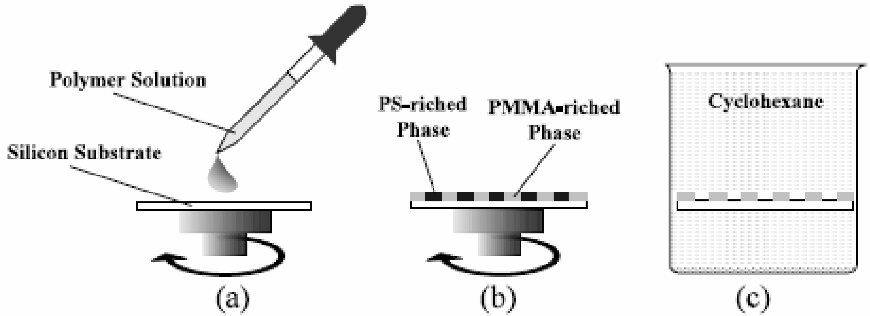
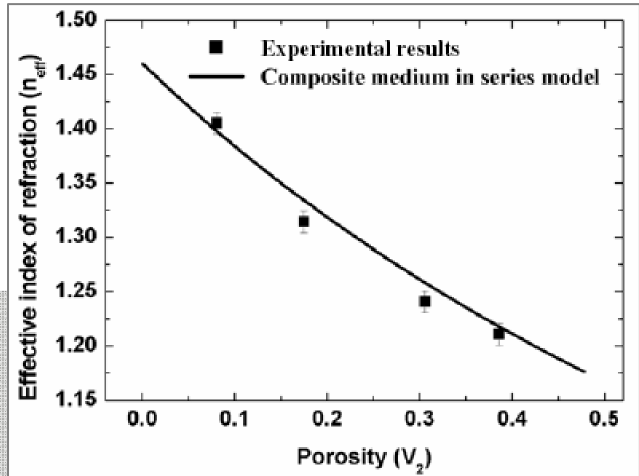
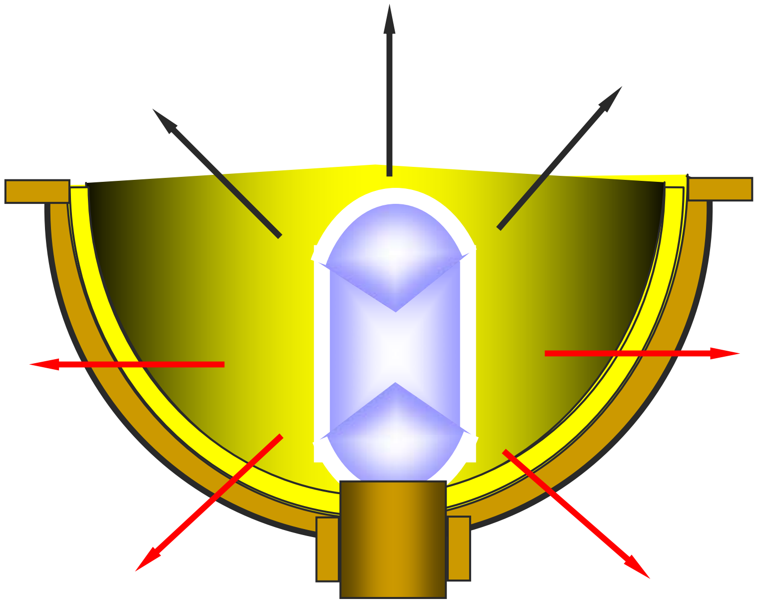


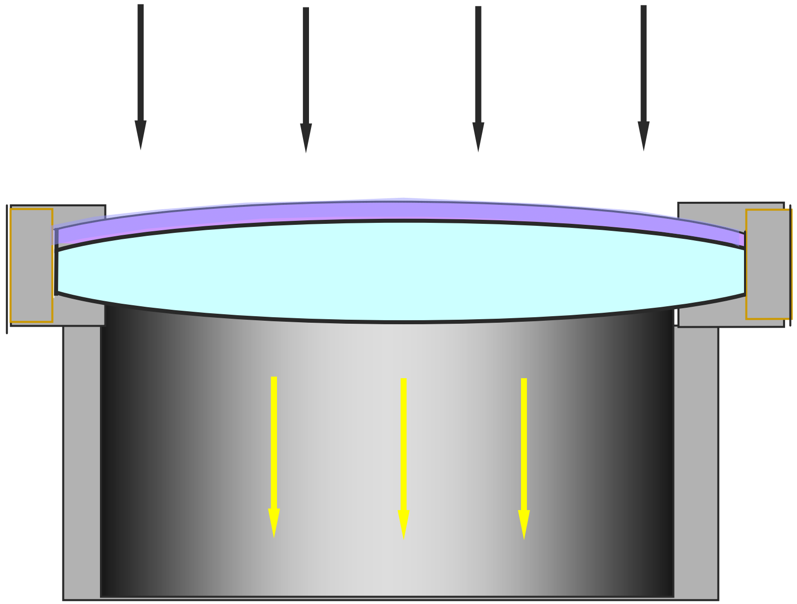
Figure 5. Procedures to fabricate nanoporous films. (a) Spin-coating, (b) nanophase separation, and (c) removal of PS.



防反射（增透射）介质膜应用举例



防热红外线反射
（增热红外线透射）



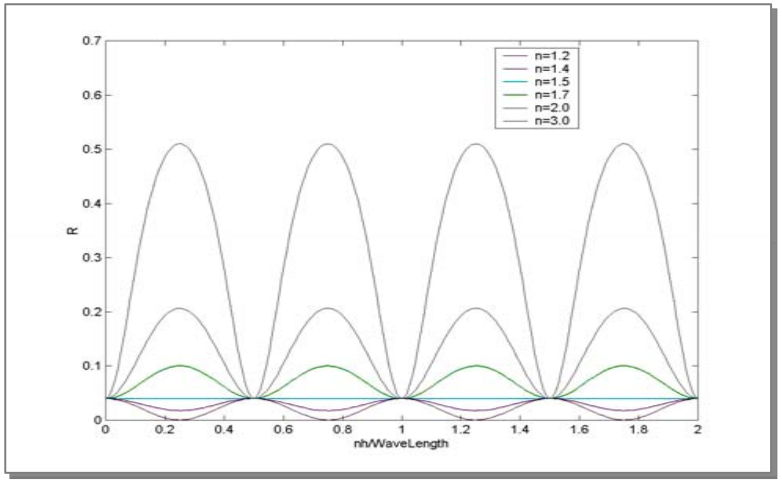
防可见光反射
（增可见光透射）

3-4

单层增反膜

增反膜: reflection increasing film

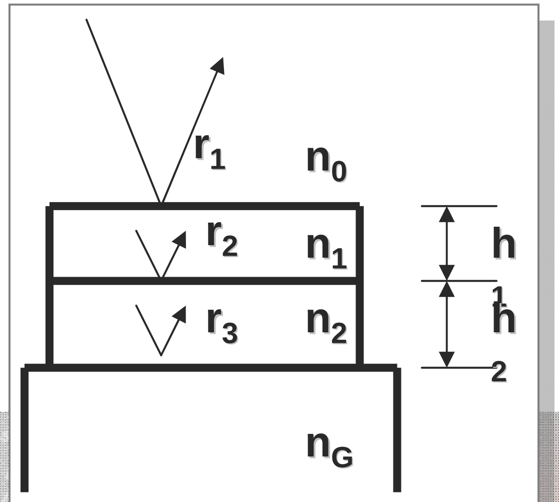
- 只要$n>n_G$，镀膜后的R总是大于镀膜前的R（即增反），且在$nh=\lambda_0/4$的奇数倍时，增反效果最好，此时δ和R与增透时的形式一样。
- $nh=\lambda_0/2$整数倍的单层膜，R与不镀膜相同



双层和多层膜*

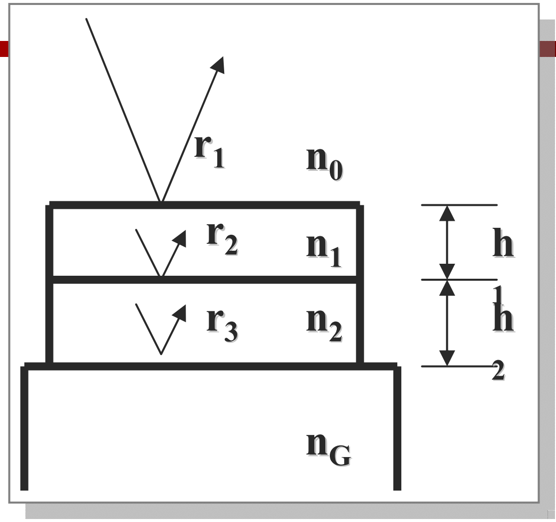
分析方法:

- 从最靠近基片的一层开始，逐层运用平板多光束干涉结论求反射系数
- 最后由总反射系数求总反射率



3-4

双层和多层膜*



- 折射率为n_2的膜与基片构成的单层膜中，折射角为θ_2，其反射系数为

$$\tilde{r} = \frac{r_2 + r_3 \exp(i\delta_2)}{1 + r_2 r_3 \exp(i\delta_2)}, \quad \delta_2 = \frac{4\pi}{\lambda} n_2 h_2 \cos\theta_2$$

- 将上述单层膜看成等效界面，加入折射率为n1的膜，仍为单层膜，新的反射系数

$$r = \frac{r_1 + \tilde{r} \exp(i\delta_1)}{1 + r_1 \tilde{r} \exp(i\delta_1)}, \quad \delta_1 = \frac{4\pi}{\lambda} n_1 h_1 \cos\theta_1$$

- 双层膜总反射率R即为，

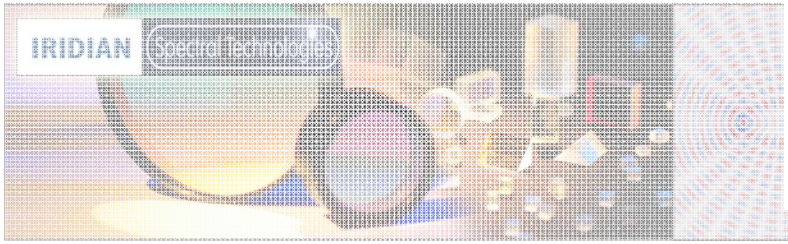
$R = r \cdot r^* = |r|^2$

◆大于两层的膜系

其计算过程与双层膜相似。设有K层膜，从最下一层开始，计算第k层膜时，把其下方的膜系看成等效界面，第k层膜与等效界面构成单层膜，运用平板多光束干涉结论计算该单层膜反射系数

k层及其以下的膜系看成新的等效界面，用同样方法计算k-1层与新等效界面构成的单层膜反射系数

如此重复，直到最上面一层膜，其反射系数就是整个膜系的反射系数。



3-4

几种常用的薄膜系统

双层增透膜

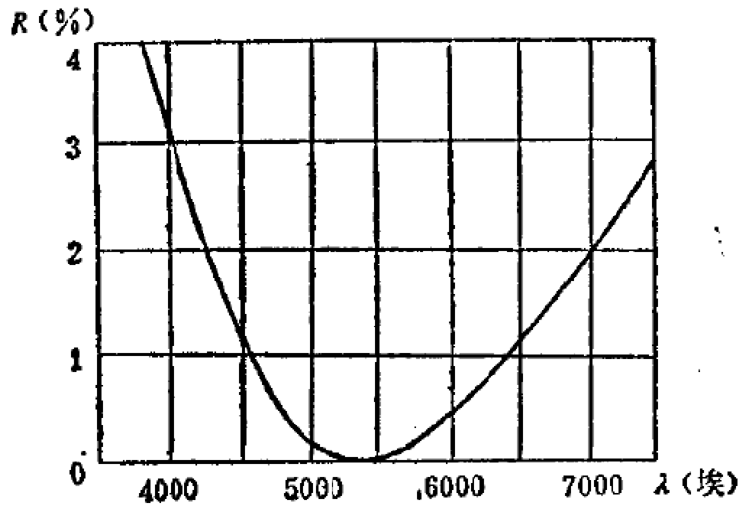


图3-59　V形双层增透膜的反射率随波长变化关系（$n_1=1.38$，$n_2=1.746$，$n_G=1.6$）

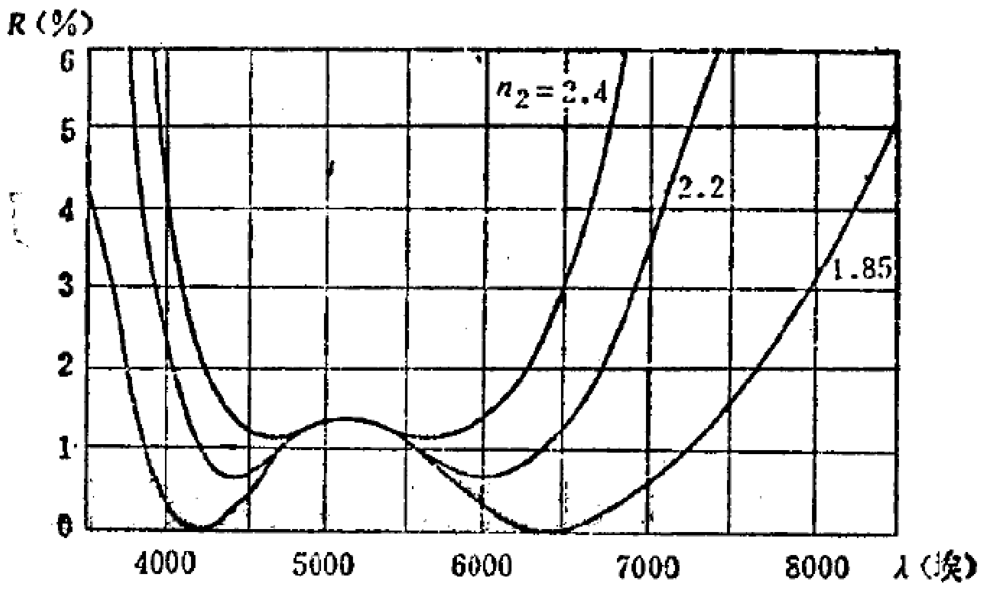


图3-60　W形双层增透膜的反射率随波长变化关系

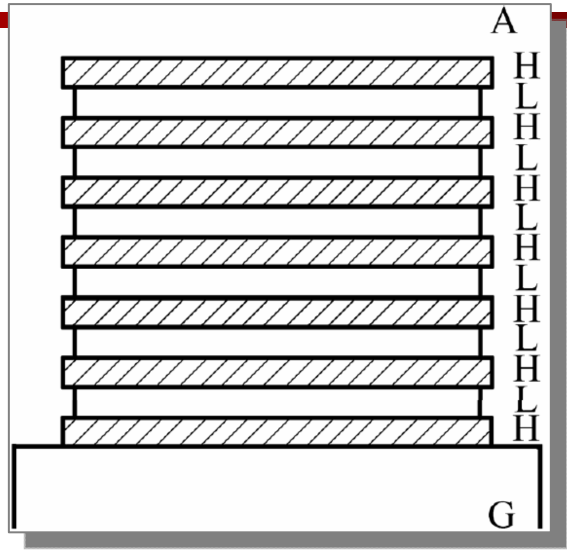
膜厚均为$\lambda_0/4$，$n_2=(n_G/n_0)^{1/2}n_1$时，对$\lambda 0$，$R=0$

$n_1h_1=\lambda_0/4$，$n_2h_2=\lambda_0/2$，n_2提高，尽管对λ_0，$R\neq0$，但光谱响应呈W字形

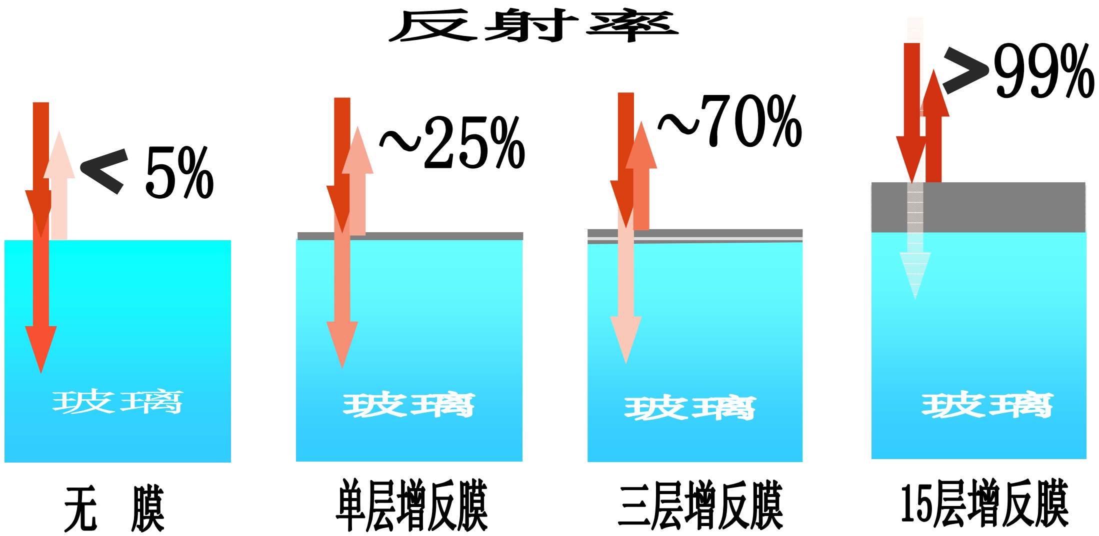
3-4

多层高反膜

膜厚均为$\lambda_0/4$，折射率高低交替，接近基片和空气的膜层为高折射率，结构：$G(HL)_pHA$



十几层的高反膜可使λ_0的反射率达到99.6%



3-4

冷光膜

结构：$G(HL)_1^4H_1L_2(HL)_3^4H_3A$，下标表示控制波长，上标表示层数。若$\lambda_1$=650nm， λ_2=565nm，λ_3=480nm，则该结构**高效反射可见光、高效透射红外光**

用途：用反射光给电影放映机提供冷光源

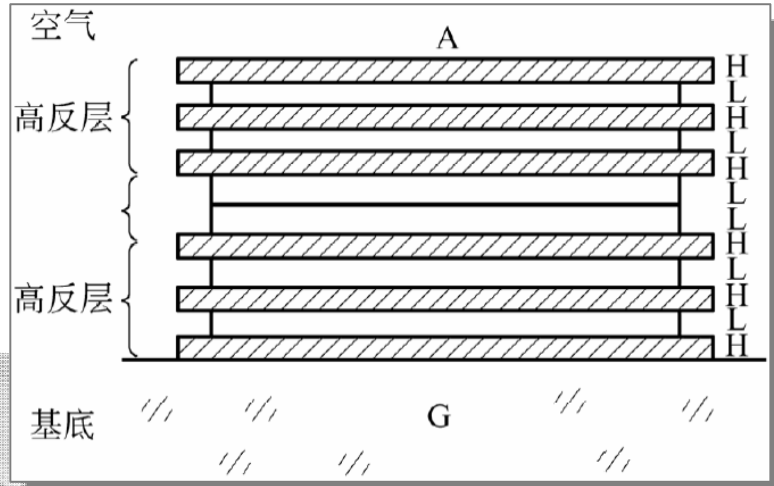
干涉滤光片

结构：两组$\lambda_0/4$的**高反膜**夹一个**低折射率层**，$G(HL)_pHLL(HL)_pHA$，相当于间隔很小的F-P标准具

$\lambda = 2nh/m$

$\Delta\lambda = 2\lambda/(m\pi F^{0.5})$

目的：从多色光中滤出准单色光



3-4

视频展示：增透膜、增反膜及其应用