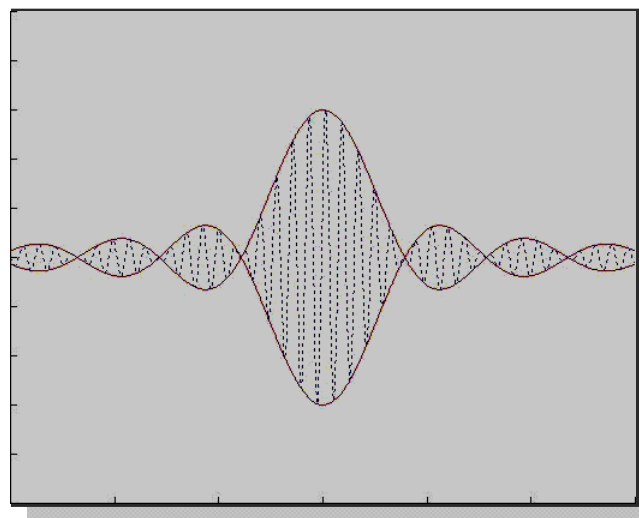


# 第二章：光波与介质的基本性质

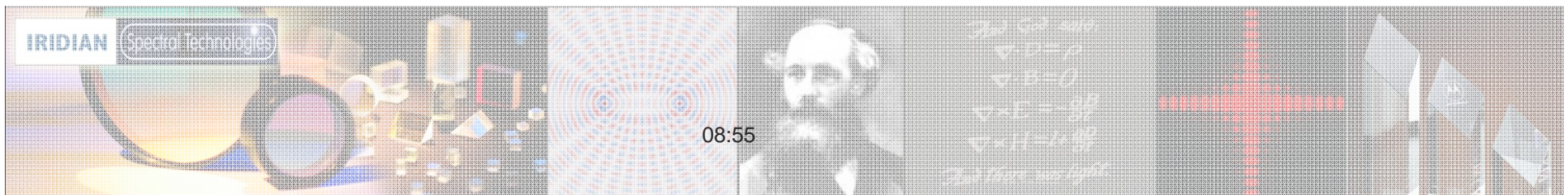
杨振宇





# 主要内容

- 平面电磁波；
- 光的偏振；
- 球面波和柱面波；
- 光的吸收、色散、散射；
- 平面波的叠加；
- 平面波的反射与折射。



## 2-1 平面电磁波(1.2)

波动方程

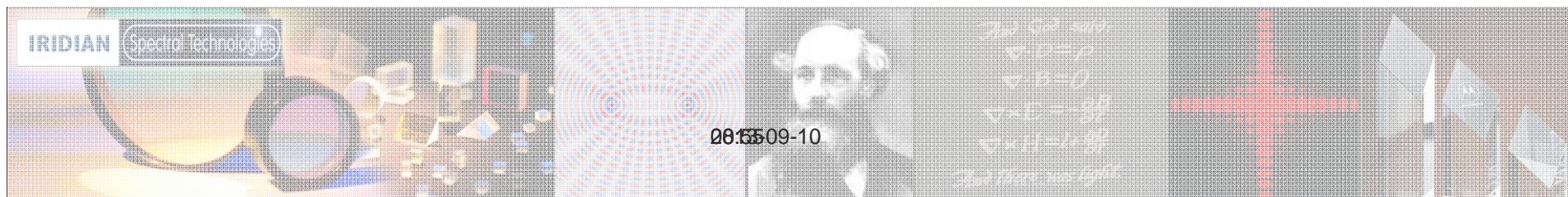
$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \dots \dots \dots (1-8)$$

$$\nabla^2 B - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \dots \dots \dots (1-9)$$

$$\text{其中 } v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$$

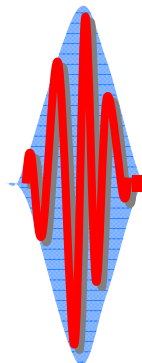
方程解的形式有多种：**平面波 (plane wave)**、**球面波(spherical wave)**、**柱面波 (cylindrical wave)**，以及各种简谐波的叠加

**E、B边界条件、初始条件**——确定方程的解

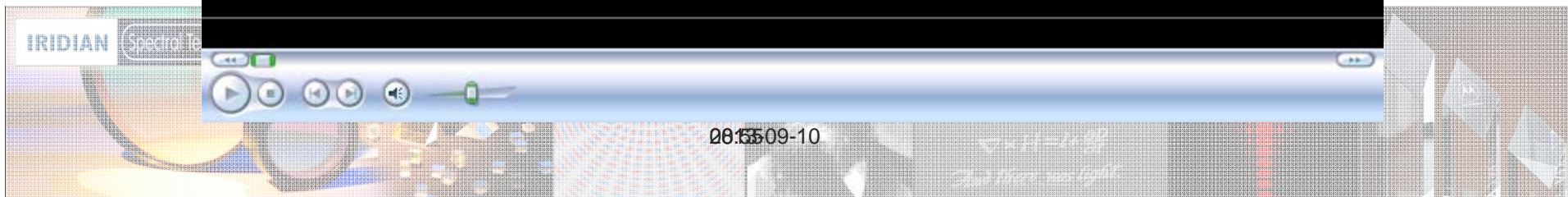
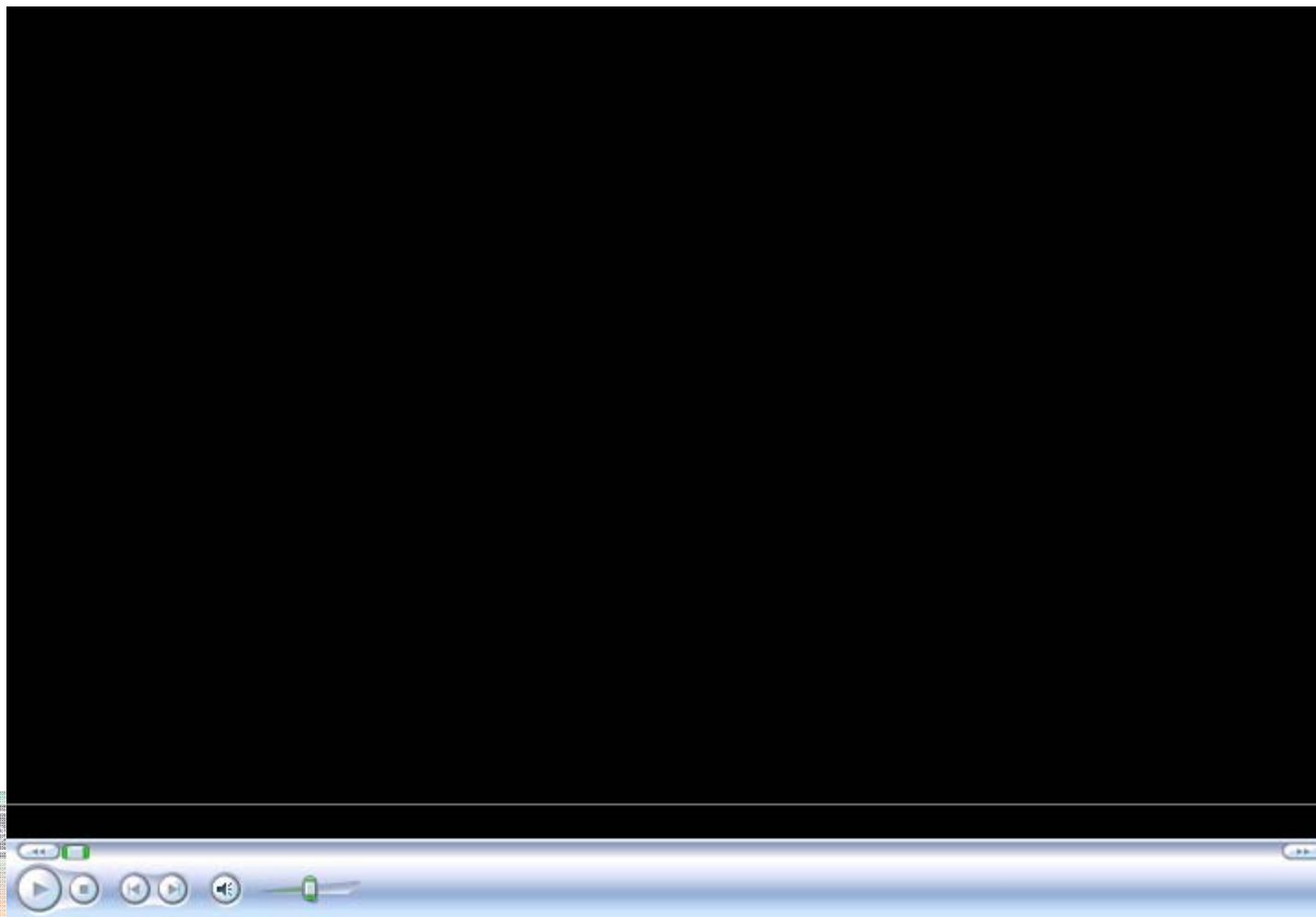




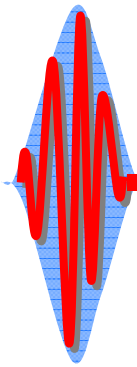
# 2-1



## 视频展示: plane wave

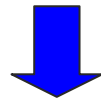


# 2-1

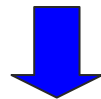


## 波动方程的平面波解

**平面电磁波：** 电场或磁场在与传播方向正交的平面上各点具有相同值的波。



**假设：** 平面波沿z方向传播



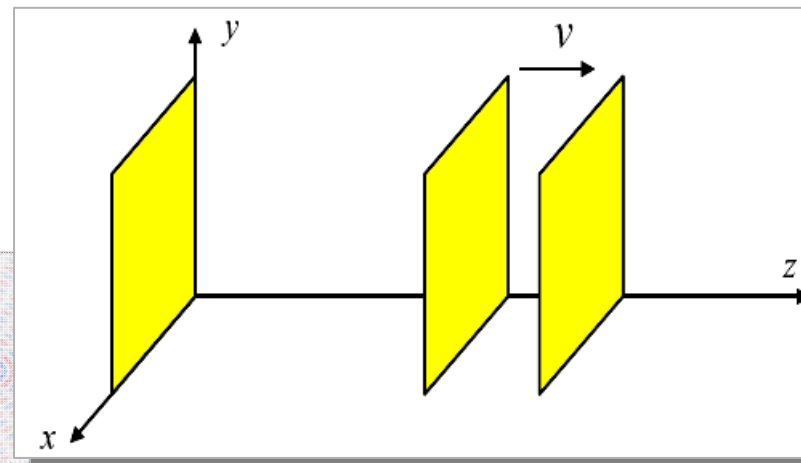
E和B仅与z、t相关，与x、y无关 →

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial y} = 0$$



$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$
$$\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$



# 2-1

## 平面简谐波(平面波)

$$E = A \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt)\right]$$

平面简谐波的波函数

$$B = A' \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt)\right]$$

(平面单色光波的波函数)

式中： $A$ 、 $A'$ ——电场、磁场的振幅，  
 $\lambda$ ——简谐波的波长，

$\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt)\right]$ ——波的相位。

振幅: **amplitude**

相位: **phase**

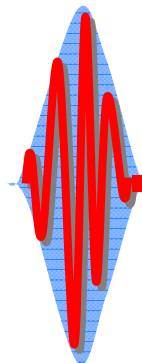
$\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt)\right] = \text{const}$  等相面或波面，

有时也称为：波前

等相位面: **equal phase surface**



# 2-1



传播速度 $v$ 的含义：  
等相位面传播速度

$$\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt)\right]$$

在时刻 $t=0$ ，位相函数 $= \cos\frac{2\pi}{\lambda}z$ ， $z=0$ 处，平面波处于波峰位置，

在另一时刻 $t$ ，位相函数 $= \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt)\right]$ ， $z=vt$ 处，平面波处于波峰位置。



引入——波矢量 $k$  (wave vector)

方向：等相面的法线方向

大小(波数 wave number):  $k = 2\pi / \lambda$



# 2-1



波的频率 (frequency) :  $\nu = v / \lambda$ ,

角频率 (angular frequency) :  $\omega = 2\pi\nu = 2\pi v / \lambda$

周期 (period) :  $T = 1 / \nu$

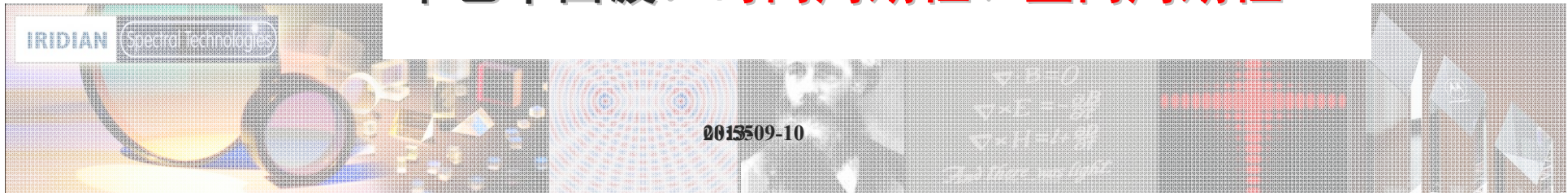
$$E = A \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - vt)\right]$$



$$E = A \cos(kz - \omega t)$$

$$E = A \cos\left[2\pi\left(\frac{z}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

单色平面波: 时间周期性、空间周期性





# 2-1

时间周期性:  $T, \nu, \omega$

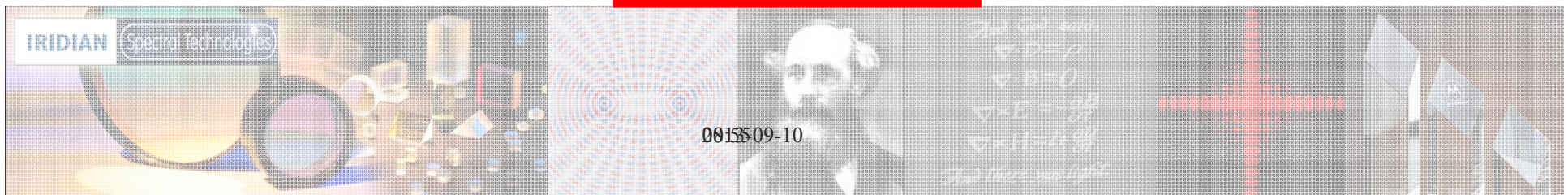
空间周期性:  $\lambda, \frac{1}{\lambda}, k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\nu = \nu / \lambda$$



单色光波在不同介质中空间周期不同:

$$\lambda = \lambda_0 / n$$





# 2-1

## 一般坐标系下的波函数

可假设新坐标轴 $z'$ 与波矢量 $k$ 同方向，  
波函数可写成：

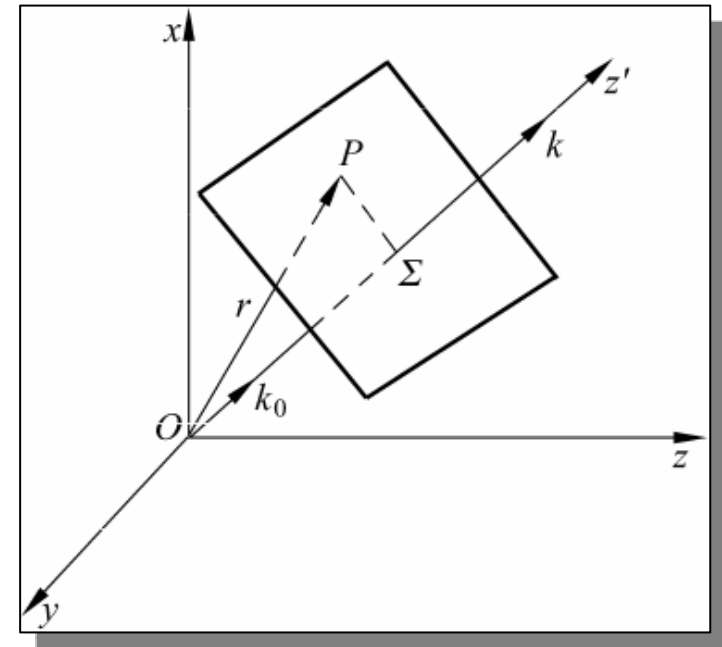
$$E = A \cos(kz' - \omega t)$$

$z'$ 与原坐标系的关系如下：

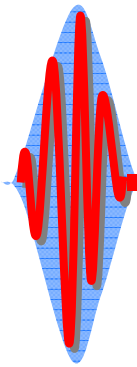
$$z' = k_0 \cdot r$$



$$E = A \cos(k \cdot r - \omega t)$$



# 2-1



$$E = A \cos(k \cdot r - \omega t)$$

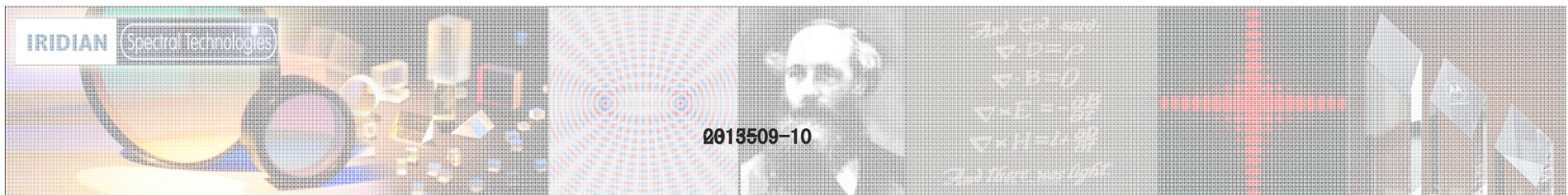


平面波的波面 (时间一定):  $k \cdot r = \text{const}$

$$\vec{k} = k(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma) \quad \vec{r} = (x, y, z)$$



$$E = A \cos[k(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma) - \omega t]$$



# 2-1

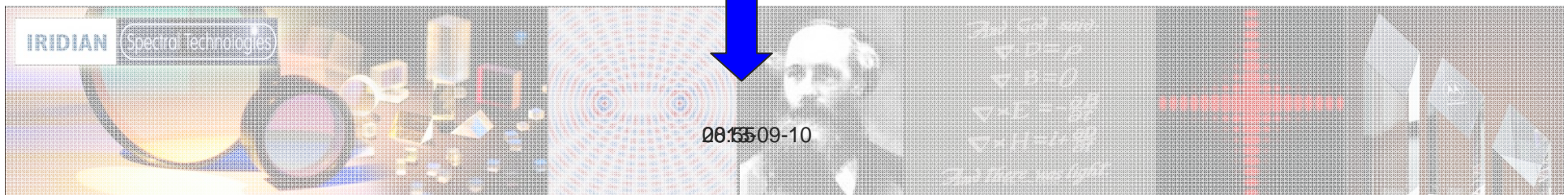
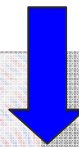
## 复数形式的波函数 (complex representation)

\* 必要性: 方便运算

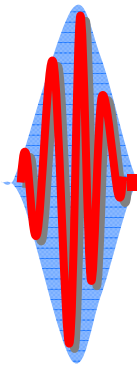
$$\begin{aligned} r_1 \exp(i\alpha_1) \cdot r_2 \exp(i\alpha_2) \\ = r_1 \cdot r_2 \exp[i(\alpha_1 + \alpha_2)] \end{aligned}$$

\* 原理 欧拉公式  $\exp(\pm i\alpha) = \cos \alpha \pm i \sin \alpha$

\* 表示方法:  $E = \text{Re}[A \exp i(k \cdot r - \omega t)]$



# 2-1



$$E = A \exp[i(k \cdot r - \omega t)]$$

**再强调:**

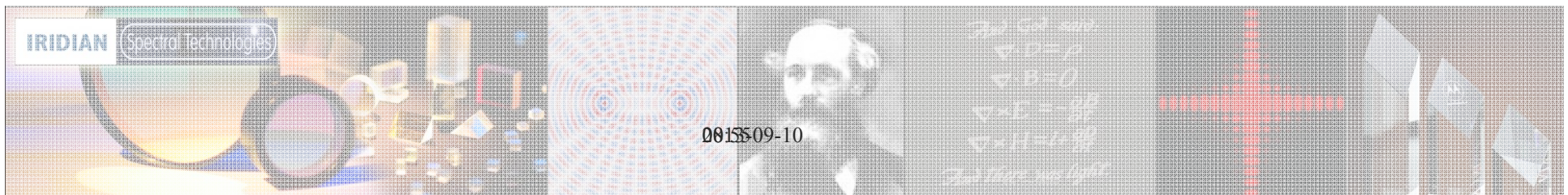
**E的值是实数部分,**

**采用复数形式的波函数完全是运算上的简化。**

**另外:**

**光强度  $I \propto A^2$**

$$A^2 = E \cdot E^*$$



# 2-1

## 平面简谐波的复振幅

$$E = A \exp[i(k \cdot r - \omega t)]$$

$$E = A \exp(\underbrace{ik \cdot r}_{\text{空间位相因子}}) \exp(\underbrace{-i\omega t}_{\text{时间位相因子}})$$

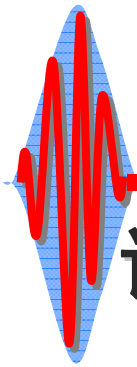
空间位相因子      时间位相因子

**复振幅:**  
**complex amplitude**

$$\tilde{E} = A \exp(ik \cdot r)$$

$\exp(-i\omega t)$  因子在空间各处都相同，所以，在只考察光场的空间分布时（干涉、衍射等），可将其略去不计，仅用复振幅描述时谐平面波。

# 2-1



## 讨论：平面简谐波在某一平面上的复振幅分布

假设：平面波波矢量 $k$ 平行于 $xz$ 平面。

考察： $z=0$ 平面的复振幅分布。



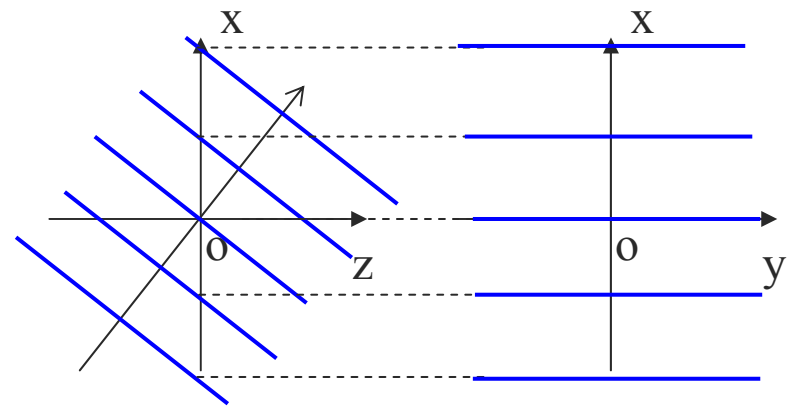
波矢量 $k$ 平行于 $xz$ 平面—— $k$ 的方向  
余弦 $\cos \alpha$ ， $0$ ， $\cos \gamma$



$$\tilde{E} = A \exp(ik \cdot r) = A \exp(ikx \cos \alpha)$$



等位相点的轨迹为： **$x = \text{常数}$**  的直线



# 2-1

## 平面电磁波的性质

光矢量： $E$  是我们研究的重点

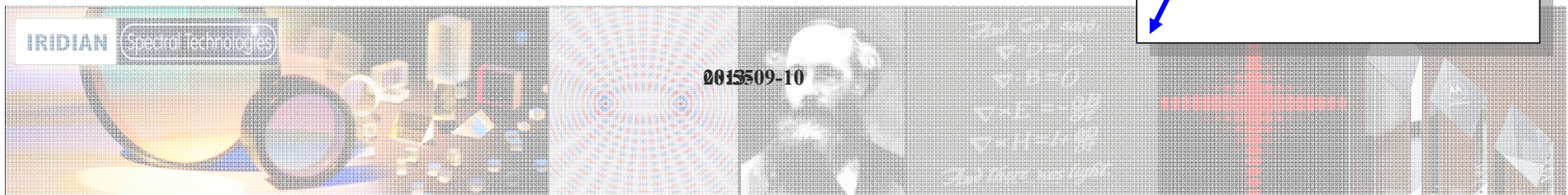
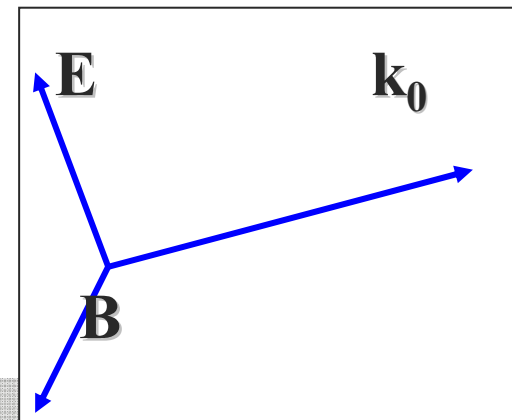
(1)  $\mathbf{k} \perp \mathbf{E}$ ,  $\mathbf{k} \perp \mathbf{B}$  (横波性)

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{E}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}$$

(2)  $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$

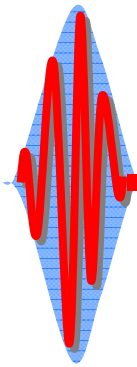
$$\nabla \times \mathbf{E} = i\mathbf{k} \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t = i\omega \mathbf{B}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mathbf{B}$$





# 2-1

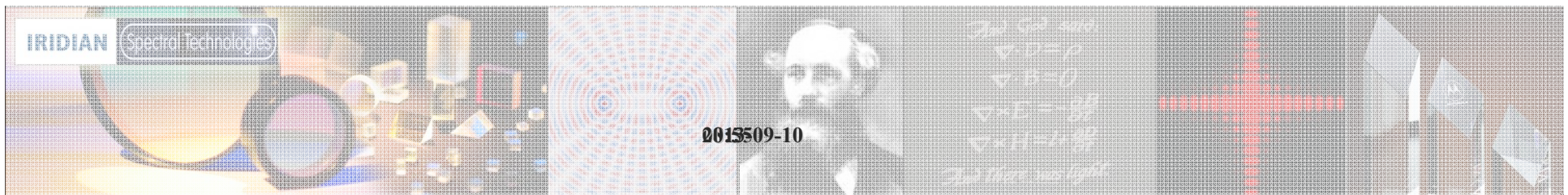
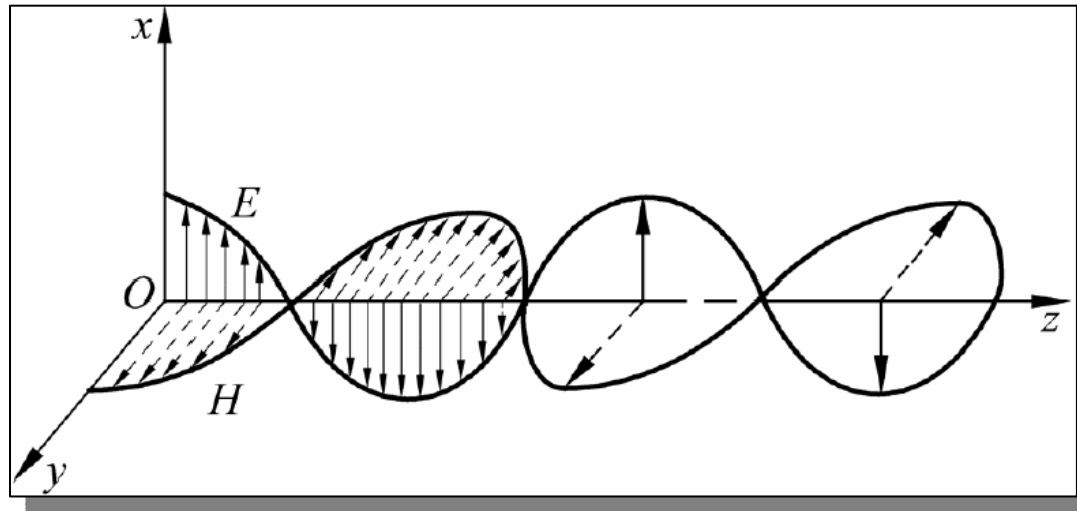


## (3) E和B同位相

令： $\mathbf{k}_0$ 为波矢方向的单位矢量，

$$\mathbf{B} = \sqrt{\epsilon\mu} \mathbf{k}_0 \times \mathbf{E}$$

$$\frac{|\mathbf{E}|}{|\mathbf{B}|} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = v$$



# 2-1

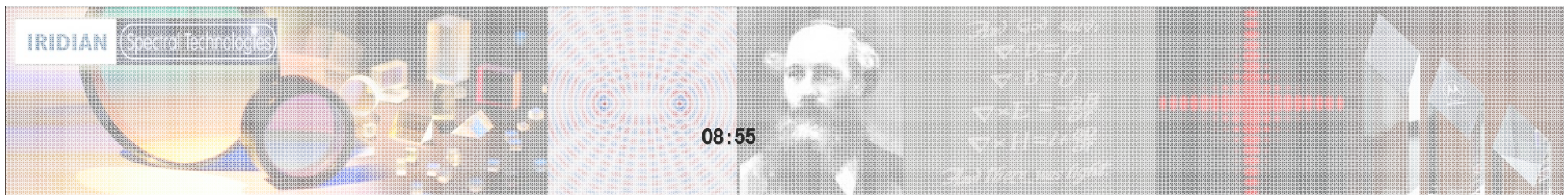
➤ 例题：一均匀平面波在空气中沿z方向传播，其电场强度为：

$$E = \hat{x}E_x = \hat{x} \times 5 \times 10^{-4} \cos(k_0 z - 2 \times 10^{14} \pi t + \pi / 4)$$

(V / m)

求： 1. H的表达式；  
2.  $k_0$ 值。

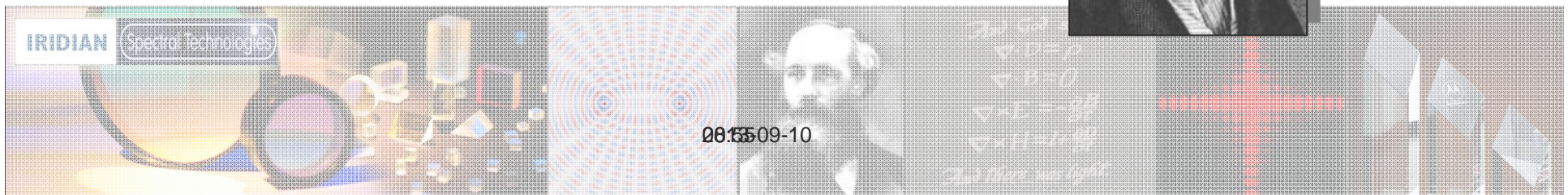
作业： 2. 1, 2. 2, 2. 5



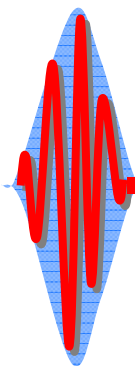
## 2-1A (2.4.4, 6.1) 光的偏振(2.3, 7.1)

光波是**横波** (**transverse wave**)，其光矢量的振动方向与光波传播方向垂直。在垂直传播方向的平面内，电场强度矢量还可能存在各种不同的振动方向，称之为**光的偏振(Polarization)**。

波的偏振性是**横波**区别于纵波的一个最明显的标志。

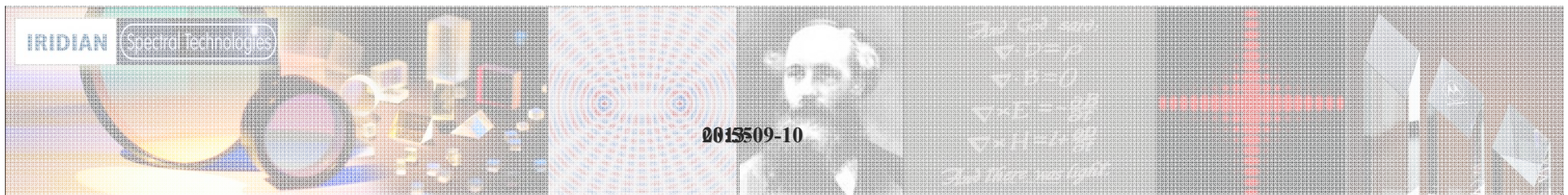


## 2-1A



根据光波在垂直于传播方向的平面内，光矢量振动方向相对光传播方向是否具有对称性，可将光波分为**非偏振光(unpolarized light)**和**偏振光(polarized light)**。

具有不对称性的偏振光又根据光波的偏振度分为**完全偏振光**和**部分偏振光**。



# 2-1A

## 1. 偏振度 (degree of polarization)

表征光的偏振程度。偏振度定义为在部分偏振光的总强度中偏振光所占的比例，即

$$P = \frac{I_P}{I_{\text{总}}} = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$$

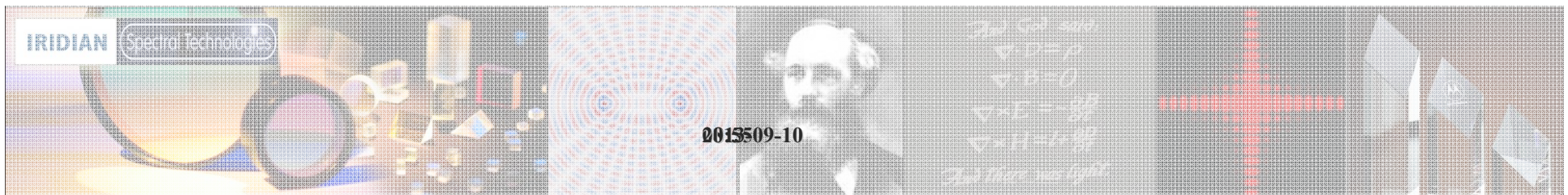
非偏振光,  $P=0$

完全偏振光,  $P=1$

部分偏振光,  $0 < P < 1$

式中,  $I_M$  和  $I_m$  分别为相位不相关相互正交的两个特殊方向上所对应的**最大光强**和**最小光强**。

**注意:** 后一等式对圆偏振光和椭圆偏振光不适用



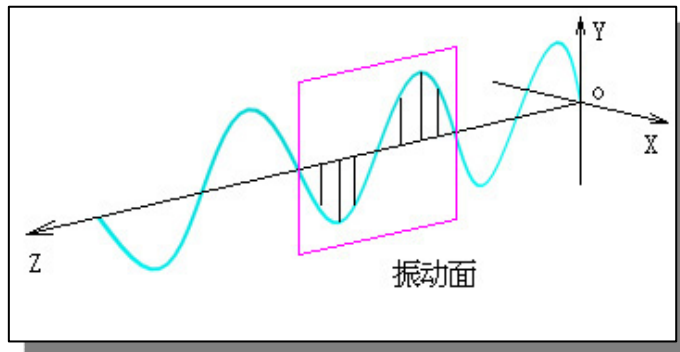
# 2-1A

## 2. 完全偏振光

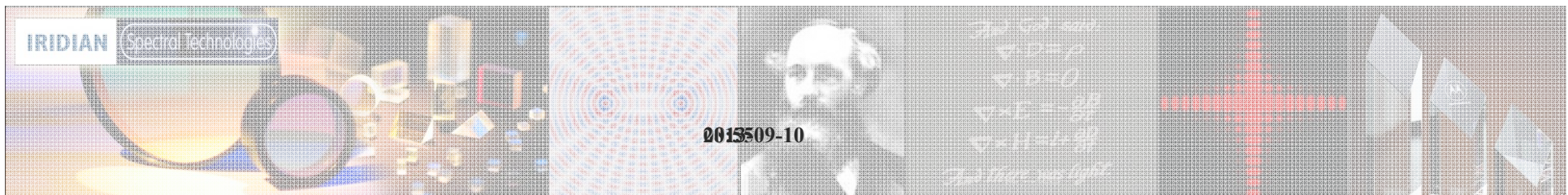
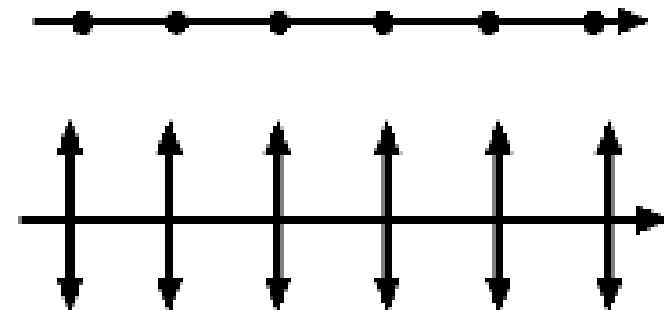
$$P=1$$

### 线偏振光

在光的传播方向上,各点的光矢量在确定的平面内,这种光称为**平面偏振光**。也由于在垂直于传播方向的平面内,平面偏振的光矢量端点的轨迹为一**直线**,又称为**线偏振光 (linearly polarized light)**。



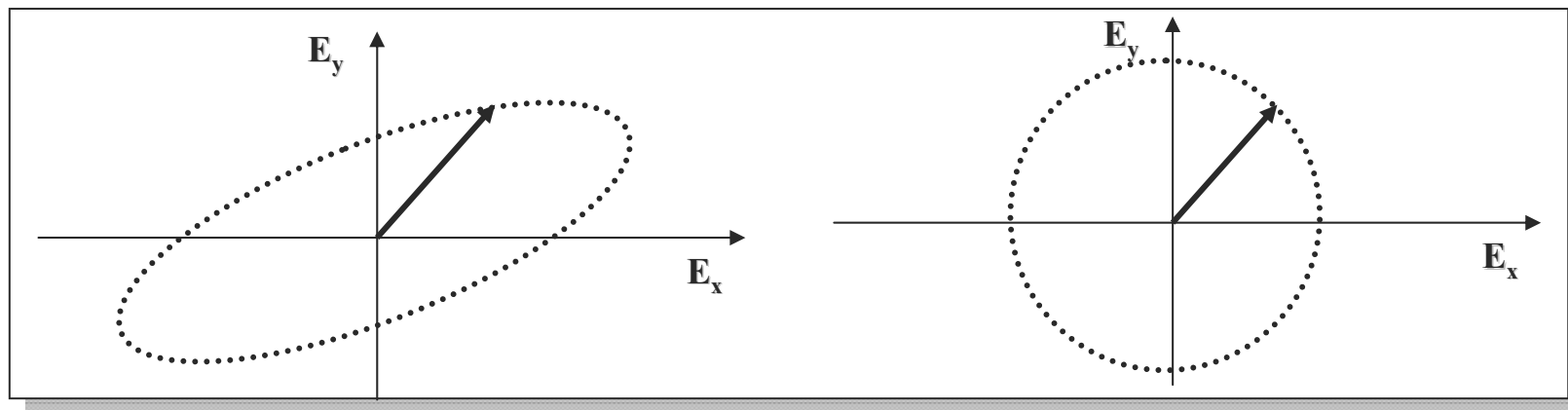
表示方法:



## 2-1A

### 圆偏振光(circularly polarized light)和 椭圆偏振光(elliptically polarized light)

光矢量端点的轨迹为一圆或椭圆，即光矢量不断旋转，其大小、方向随时间有规律的变化。

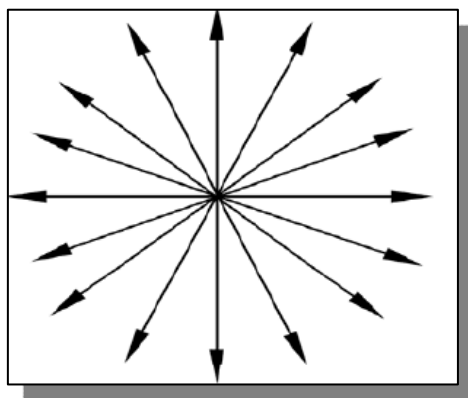


传播方向相同、振动方向相互垂直、相位差恒定的两平面偏振光叠加（或组合）可合成光矢量有规则变化的**圆偏振光**和**椭圆偏振光**。

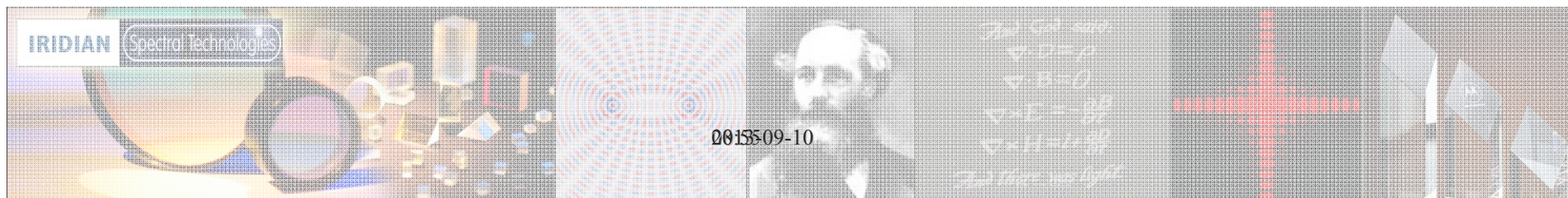
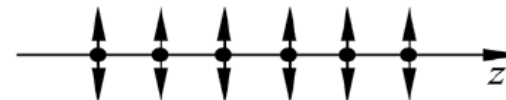
# 2-1A

## 3. 非偏振(自然光) $P=0$

由普通光源发出的光波都不是单一的平面偏振光，而是许多光波的总和：它们具有**一切可能的振动方向**，在各个振动方向上振幅在观察时间内的平均值相等，初相位完全无关，这种光称为**非偏振光**，或称**自然光(natural light)**。



表示方法:



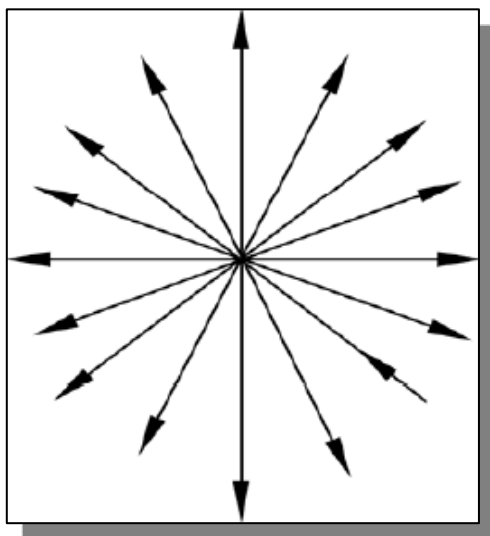


# 2-1A

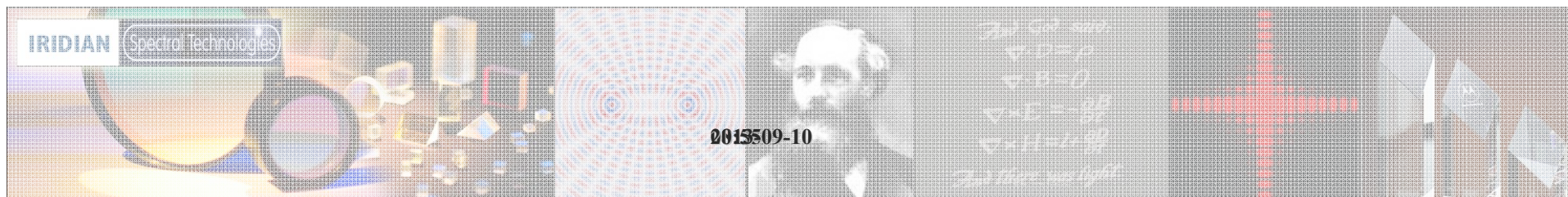
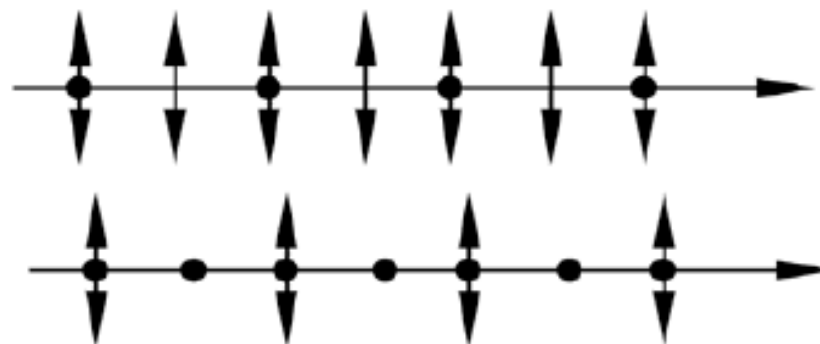
## 4. 部分偏振光

$$0 < P < 1$$

在垂直于光传播方向的平面上，含有各种振动方向的光矢量，但光振动在某一方向更显著。  
部分偏振光是**自然光**和**完全偏振光**的叠加。



表示方法:





# 2-1A

## 5.椭圆方程

沿 $z$ 方向传播的偏振光可表示为沿 $x$ 、 $y$ 方向振动的两个独立场分量的线性组合，即：

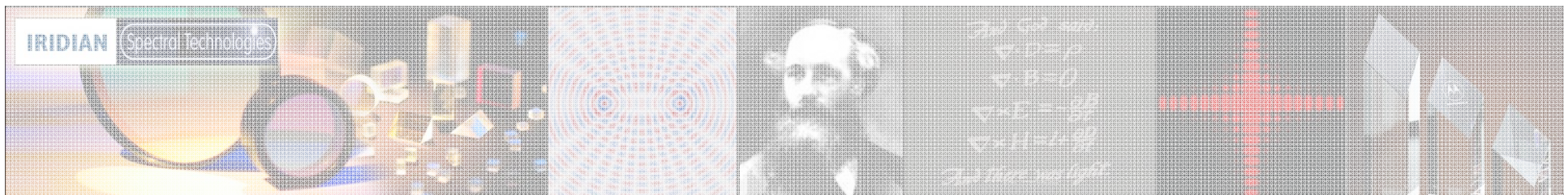
$$E = iE_x + jE_y$$

其中：

$$E_x = E_{ox} \cos(kz - \omega t + \varphi_x)$$

$$E_y = E_{oy} \cos(kz - \omega t + \varphi_y)$$

表示传播方向相同、振动方向相互垂直、有固定相位差的两束线偏振光。



## 2-1A



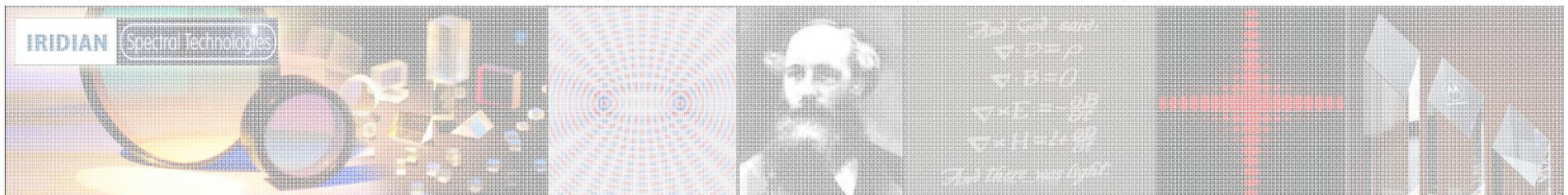
消去 $kz - \omega t$ 项, 得:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\varphi = \sin^2\varphi$$

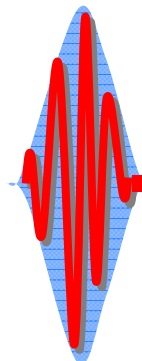
其中:

$$\varphi = \varphi_y - \varphi_x$$

一般情况下表示的几何图形是**椭圆**, 特殊情况下表示**线偏振光**或**圆偏振光**。



# 2-1A



## 椭圆方程对应的偏振态

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\varphi = \sin^2\varphi$$

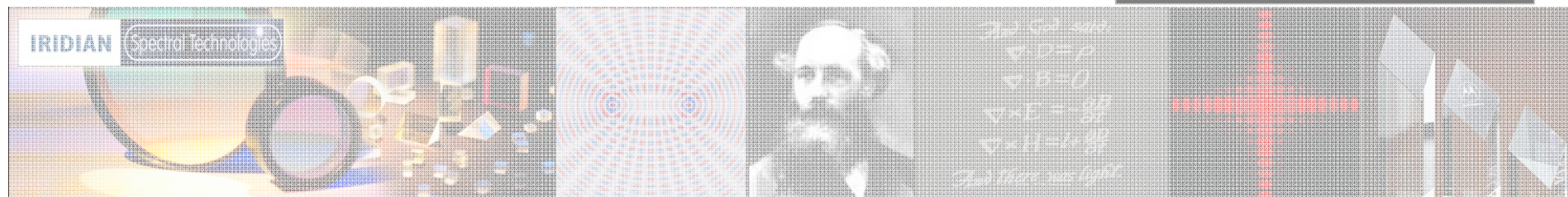
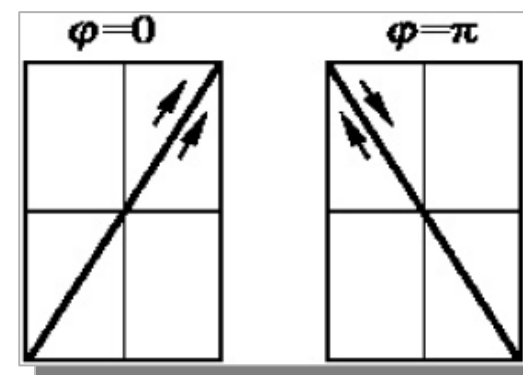
相位差  $\varphi$  和振幅比  $E_{0x} / E_{0y}$  决定了光的不同偏振态

### 线偏振光

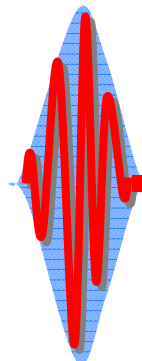
$\varphi = m\pi$  ( $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 时,

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{pmatrix}$$

$m$  为零或偶数时, 光振动方向在 I、III 象限内;  
 $m$  为奇数时, 光振动方向在 II、IV 象限内。



# 2-1A



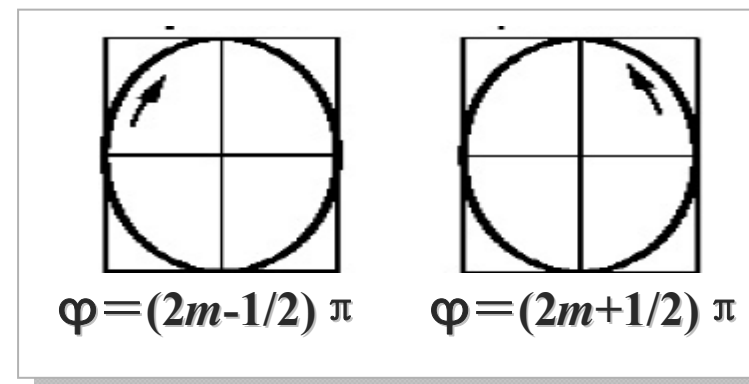
圆偏振光

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\varphi = \sin^2\varphi$$

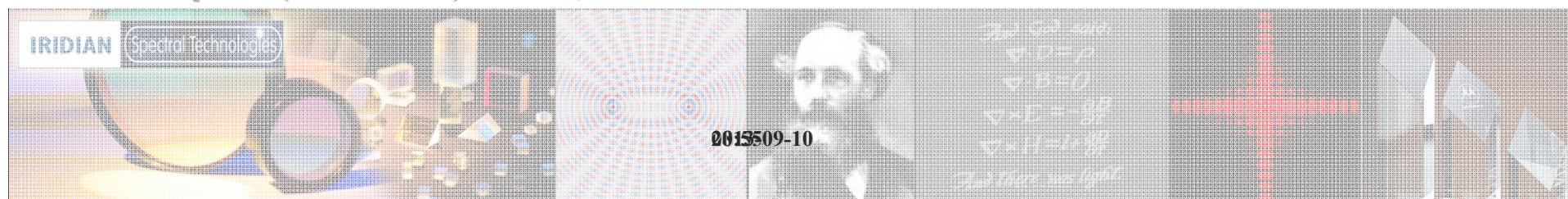
•  $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ ,

•  $\varphi = (2m \pm 1/2)\pi$  ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$ ) 时,

$$E_x^2 + E_y^2 = E_o^2$$

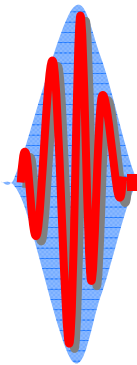


当  $\varphi = (2m + 1/2)\pi$  时, 为左旋圆偏振光,  
 而当  $\varphi = (2m - 1/2)\pi$  时, 为右旋圆偏振光。



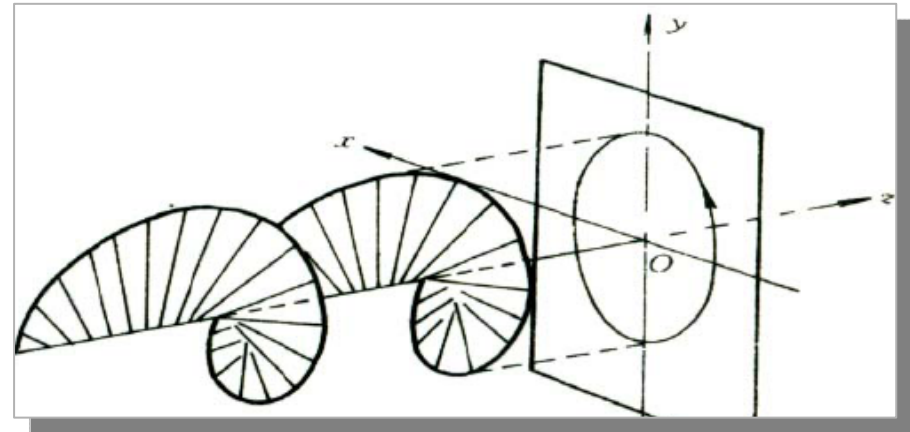


# 2-1A



## 左右旋

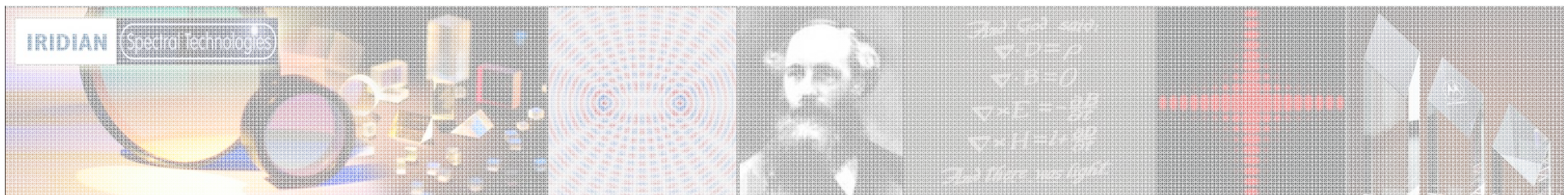
逆着光传播的方向看某一点， $E$  顺时针方向旋转时，称为右旋椭圆偏振光，反之，称为左旋椭圆偏振光。



### 简单判断方法:

$2m\pi < \varphi < (2m+1)\pi$  时—— $\sin \varphi > 0$ , 左旋

$(2m-1)\pi < \varphi < 2m\pi$  时—— $\sin \varphi < 0$ , 右旋



# 2-1A

## 6. Jones 矢量表示法

意义：与矩阵光学融合，便于复杂光学系统偏振态的计算

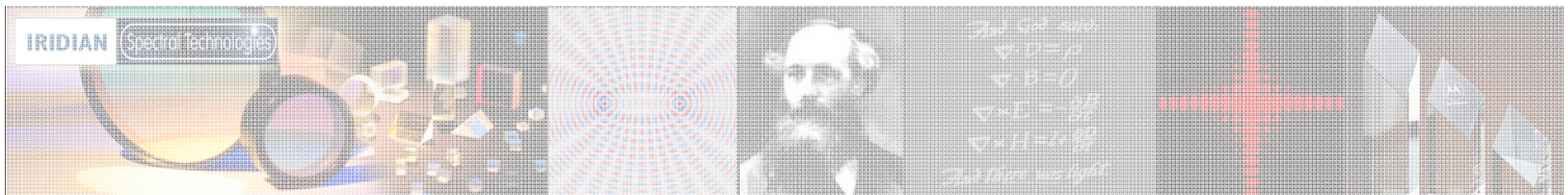
方法：
$$E = iE_x + jE_y$$

其中：

$$E_x = E_{ox} \exp i(kz - \omega t + \varphi_x)$$

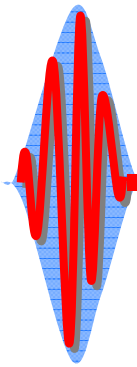
$$E_y = E_{oy} \exp i(kz - \omega t + \varphi_y)$$

琼斯矢量  $\tilde{E} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ox} \exp i(kz + \varphi_x) \\ E_{oy} \exp i(kz + \varphi_y) \end{bmatrix}$





# 2-1A



## Jones 矢量的归一化

$$\begin{bmatrix} E_{ox} \exp i(kz + \varphi_x) \\ E_{oy} \exp i(kz + \varphi_y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{ox} \exp(i\phi_x) \\ E_{oy} \exp(i\phi_y) \end{bmatrix}$$



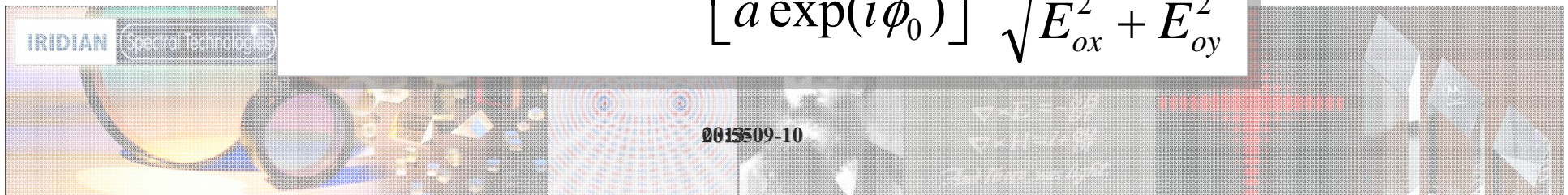
$$\begin{bmatrix} 1 \\ a \exp(i\phi_0) \end{bmatrix} \cdot \frac{E_{ox}}{\sqrt{E_{ox}^2 + E_{oy}^2}} \cdot \exp(i\phi_x)$$

其中： $a = \frac{E_{oy}}{E_{ox}}$ ； $\phi_0 = \varphi_y - \varphi_x$

通常我们只关心相对位相，因此  $\exp(i\phi_x)$  弃去不写



归一化琼斯矢量 -  $\begin{bmatrix} 1 \\ a \exp(i\phi_0) \end{bmatrix} \cdot \frac{E_{ox}}{\sqrt{E_{ox}^2 + E_{oy}^2}}$



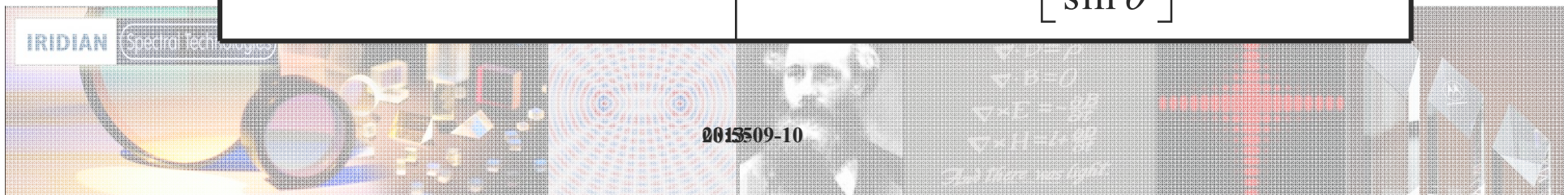




# 2-1A

## ➤ 线偏振光的琼斯矢量

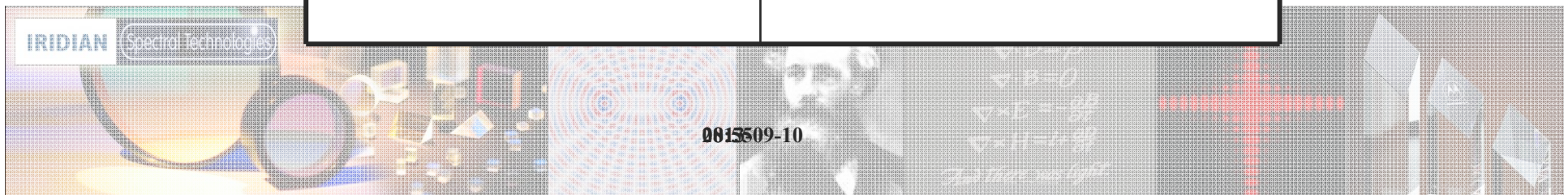
光矢量	琼斯矢量
沿x轴	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
沿y轴	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
与x轴成 $\pm 45^\circ$ 角	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{bmatrix}$
与x轴成 $\pm \theta^\circ$ 角	$\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$



# 2-1A

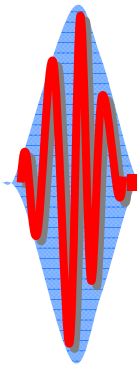
## ➤ 圆偏振光的琼斯矢量

光矢量	琼斯矢量
右旋	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$
左旋	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$





## 2-2 球面波和柱面波(1.3)



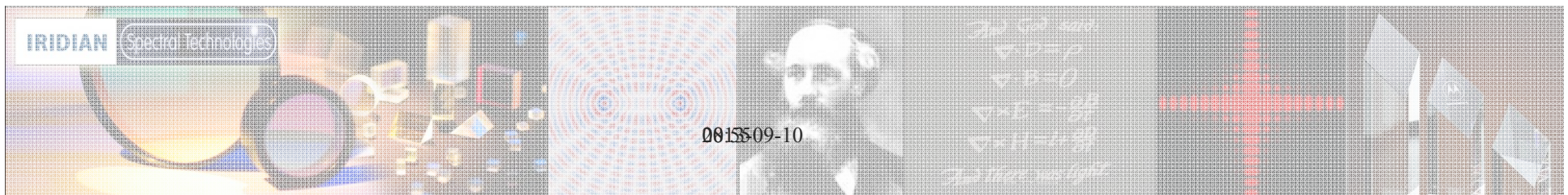
时谐平面波是描述光波的基本模型。虽然任意复杂波可以用时谐平面波的叠加来描述，但有两种特殊波面（**球面波**与**柱面波**）的光波可用更简洁的数学式来描述。

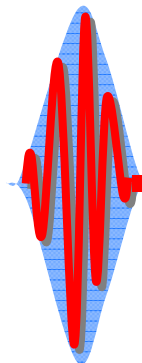
波面为柱面的波被称为**柱面波**(cylindrical wave)，

波面为球面的波被称为**球面波**(spherical wave)。

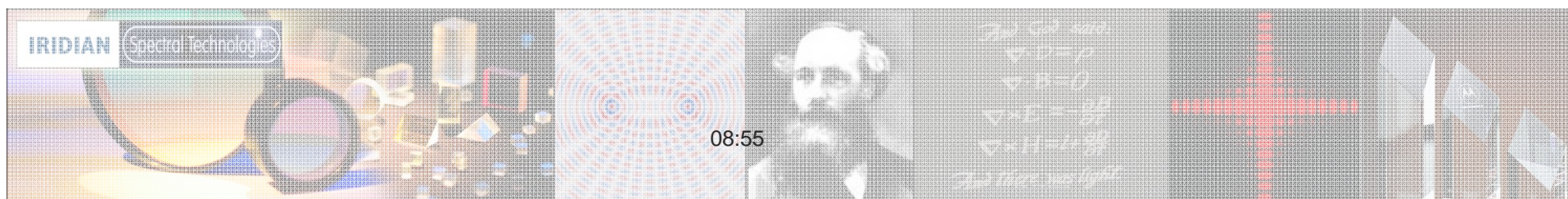
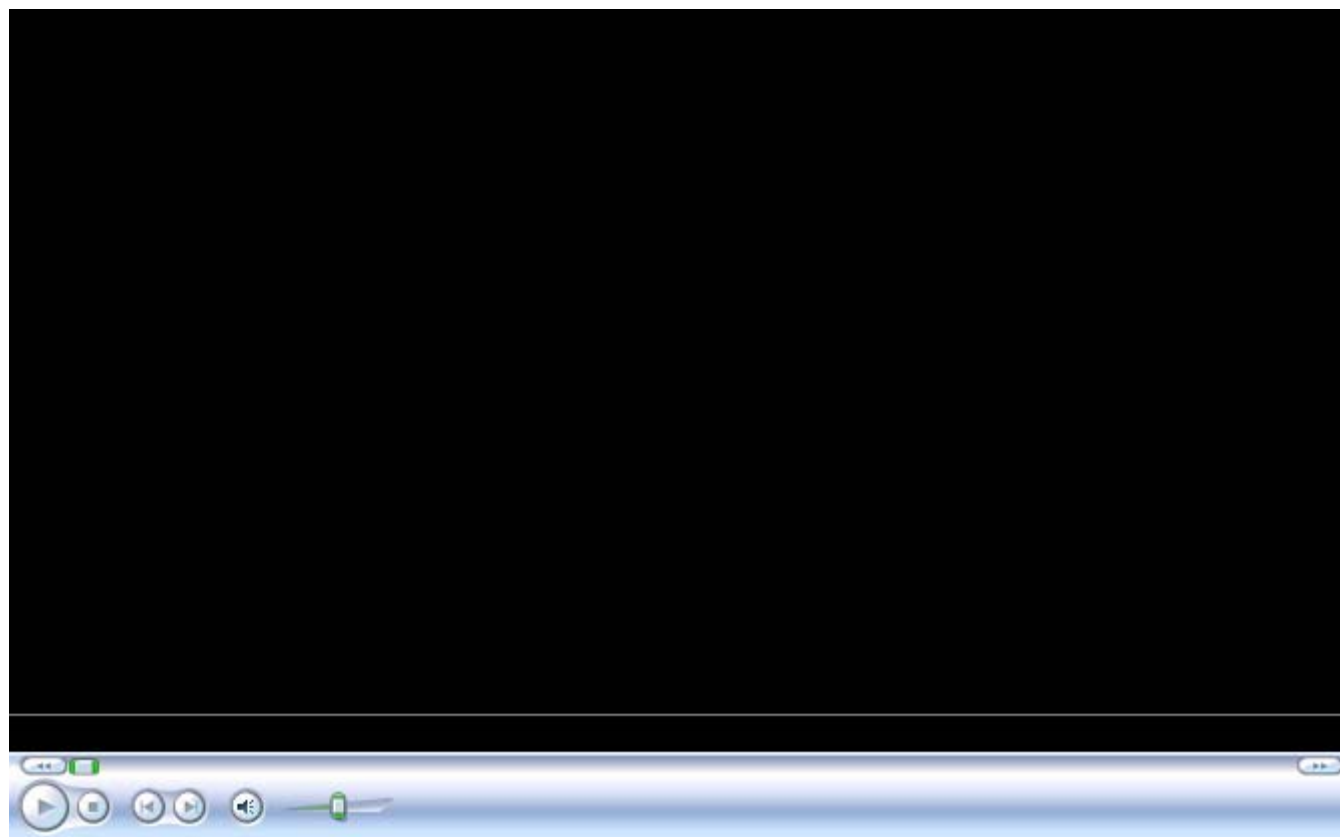
**点光源**发出的波为球面波。

**线光源**发出的波为柱面波。



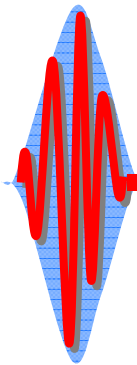


## 视频展示: spherical wave





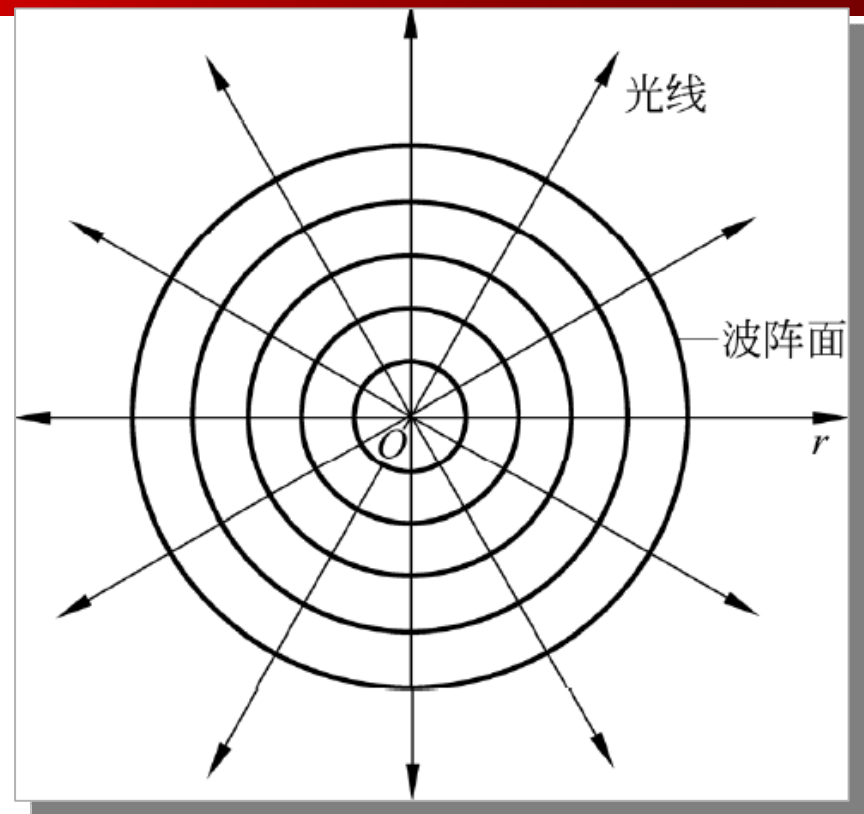
# 2-2



一个在真空或各向同性介质中的理想点光源，它向外发射的光波是球面光波，等相位面是以点光源为中心、随距离的增大而逐渐扩展的同心球面

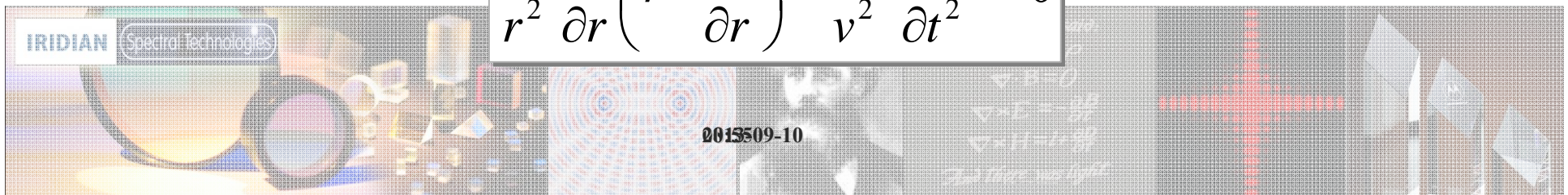
## 数学描述

由于球对称性，其波动方程仅与  $r$  有关，与坐标  $\theta$ 、 $\varphi$  无关，所以球面光波的振幅只随距离  $r$  变化。若忽略场的矢量性，采用标量场理论，在球坐标中可将波动方程表示为：



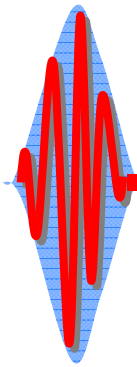
### 球面波

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial E}{\partial r} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$





## 2-2



整理得:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial E}{\partial r} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (rE) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (rE) = 0$$

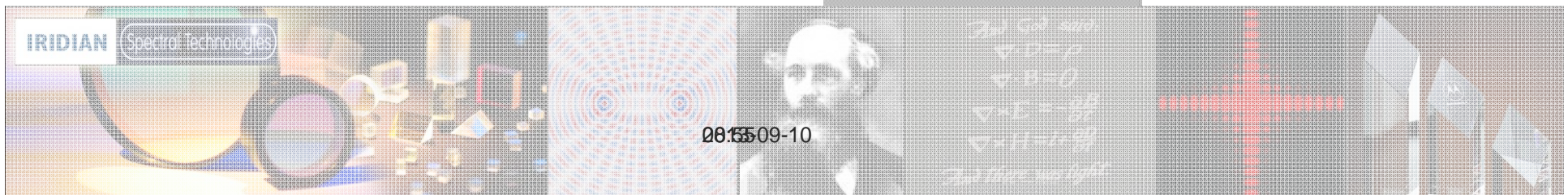
存在如下解:

$$E = \frac{A}{r} \cos(kr - \omega t)$$

复数形式:  $E = \frac{A}{r} \exp[i(kr - \omega t)]$

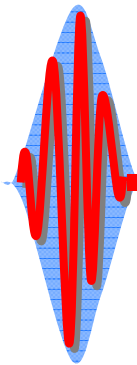
球面波的复振幅:

$$\tilde{E} = \frac{A}{r} \exp(ikr)$$





## 2-2

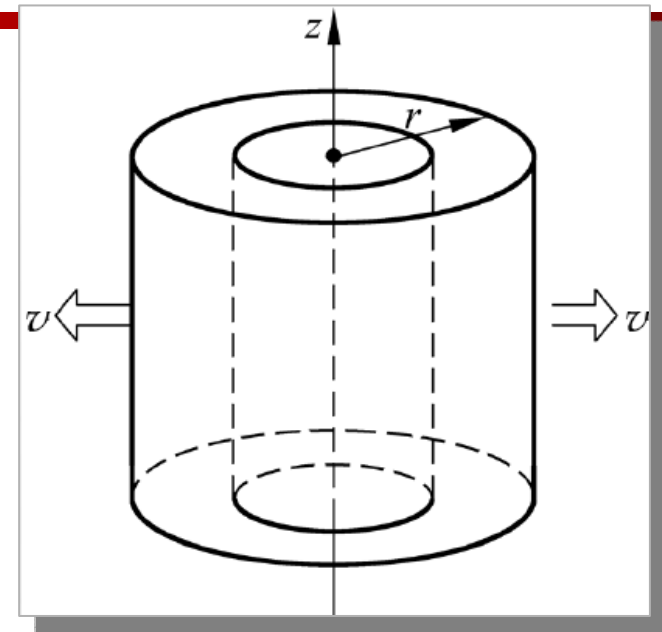


**线光源**发出的波为柱面波, 一根各向同性的无限长线光源, 向外发射的波是柱面光波, 其**等相位面是以线光源为中心轴的同轴圆柱面**, 在光学中, 用一平面波照射一狭缝可获得柱面波。

### 数学描述

由于对称性, 其波动方程仅**与 $r$ 有关**, **与坐标 $\theta$ 、 $z$ 无关**, 所以柱面光波的振幅只随距离 $r$ 变化。若忽略场的矢量性, 采用标量场理论, 在柱坐标中可将波动方程表示为:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$



**柱面波**





# 2-2

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial E}{\partial r} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

当r是一足够大的值，上式可改写为：（利用Bessel方程的近似解，参考《Optics》31页）

$$\frac{\partial}{\partial r^2} \left( \sqrt{r} \frac{\partial E}{\partial r} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\sqrt{r} E) = 0$$

存在如下解：

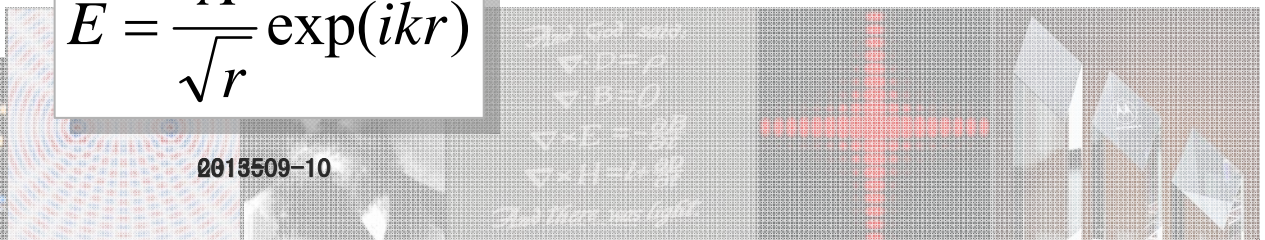
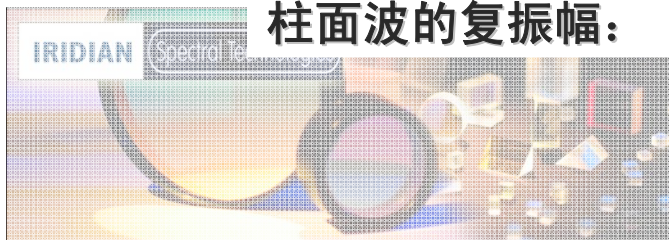
$$E = \frac{A}{\sqrt{r}} \cos(kr - \omega t)$$

复数形式：

$$E = \frac{A}{\sqrt{r}} \exp[i(kr - \omega t)]$$

柱面波的复振幅：

$$\tilde{E} = \frac{A}{\sqrt{r}} \exp(ikr)$$







## 2-3 (2.8) 光的吸收、色散和散射(1.9)

### 光的吸收 (absorption of light)

光强随传播距离而衰减 材料的普遍性质 光能  $\rightarrow$  介质内能

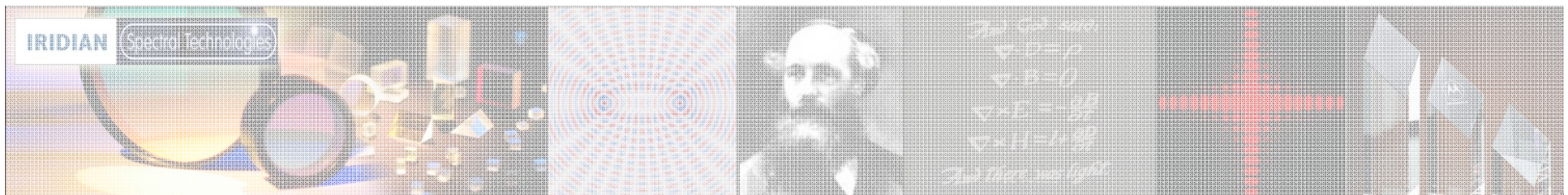
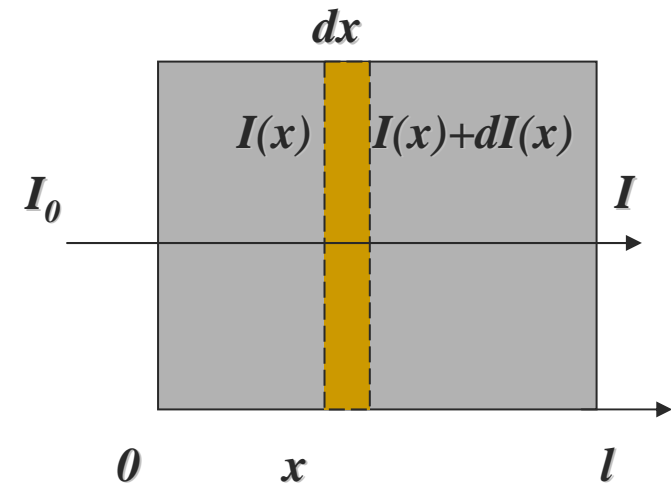
#### 吸收定律

$$\begin{aligned} x: & I(x) \\ x+dx: & I(x) + dI(x) \quad dI(x) < 0 \end{aligned}$$

实验表明:  $dI(x) \propto I(x), dx$

即:  $dI(x) = -\alpha I(x) dx$  —— 吸收的线性规律

$\alpha > 0$ : 吸收系数, 长度倒数数量纲





## 2-3

适用范围：**线性介质**， $I$  不太大，这时  $\alpha$  为**常数**。

$I$  很大时，进入**非线性区**， $\alpha$  将与 **$I$  有关**。此处只研究线性介质。

$$dI(x) = -\alpha I(x) dx$$

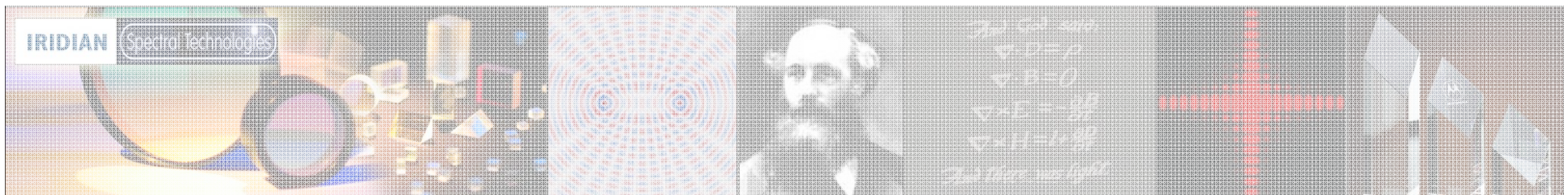
$$\frac{dI(x)}{I(x)} = -\alpha \cdot dx$$

将上式积分，初始条件： $x=0, I=I_0$

$$\text{解得： } I(x) = I_0 \cdot e^{-\alpha x}$$

当... $x = 1/\alpha$ ,

$I = I_0 / e$ ..... $1/\alpha$ 称为透射深度



# 2-3

## 复折射率

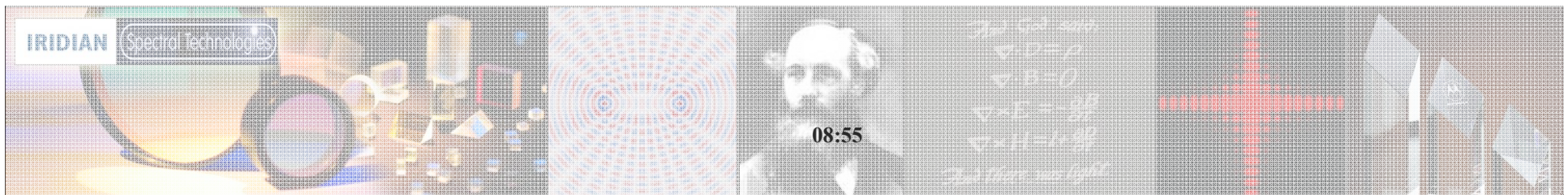
目的：让折射率形式上表示介质的**吸收**

平面波，无吸收时： $E = A \exp\left[i\left(\frac{n\omega}{c}z - \omega t\right)\right]$

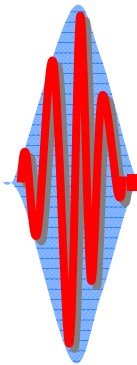
有吸收时振幅↓，定义**复折射率**

$$\tilde{n} = n(1 + i\kappa) \quad \kappa \text{ 为实数}$$

➔  $E = A \underbrace{\exp\left(-\frac{n\kappa\omega}{c}z\right)}_{\text{振幅衰减因子}} \underbrace{\exp\left[i\left(\frac{n\omega}{c}z - \omega t\right)\right]}_{\text{传播因子}}$



## 2-3



$$E = A \exp\left(-\frac{n\kappa\omega}{c}z\right) \exp\left[i\left(\frac{n\omega}{c}z - \omega t\right)\right]$$

又由吸收定律，我们知： $I = I_0 \exp(-\alpha z)$

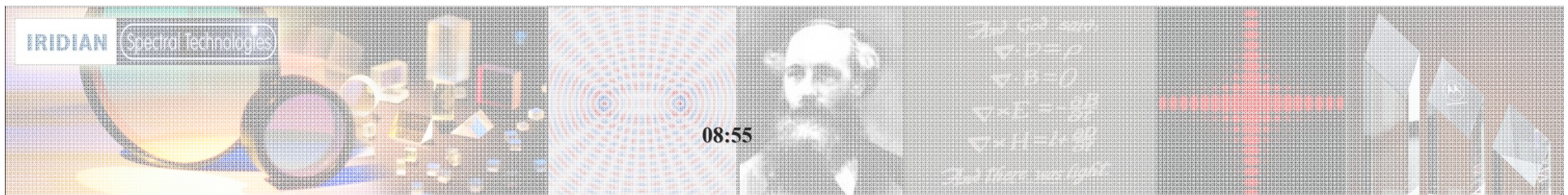
结合上面两式，得：

$$\alpha = 2n\kappa\omega/c$$

可见复折射率是一种形式表示  $\tilde{n} = n(1 + i\kappa)$

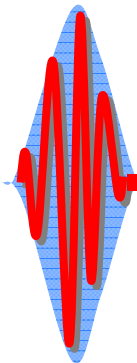
{ 实部  $n$  — 通常折射率  
虚部  $n\kappa$  — 吸收引起振幅 ↓

$\kappa$  : 振幅衰减系数,  $\alpha \propto \kappa$





# 2-3



## 吸收与波长的关系

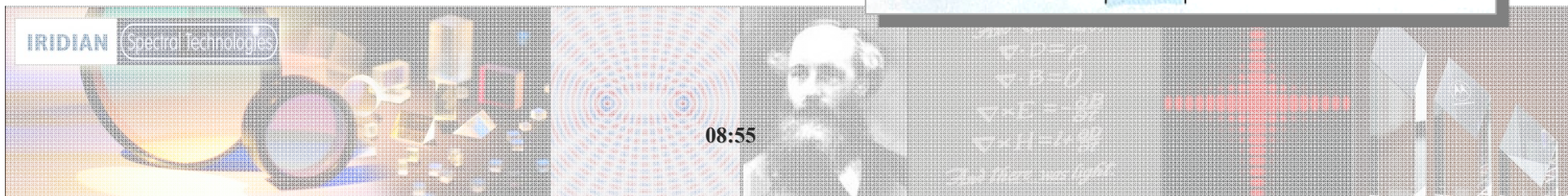
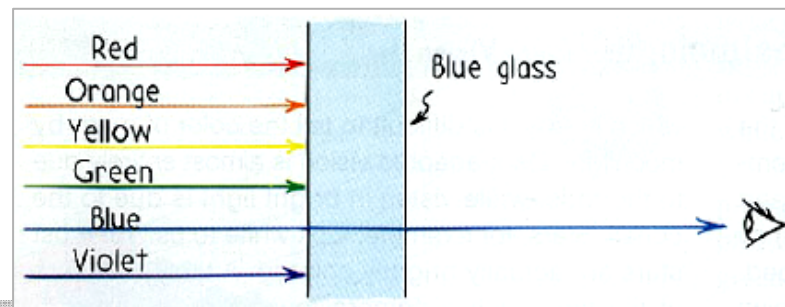
两种吸收

- 一般吸收:  $\alpha$  与  $\lambda$  无关. 只在某波段适用, 相对, 近似
- 选择吸收:  $\alpha$  与  $\lambda$  有关. 普遍

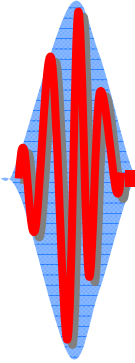
可见光范围内

- 一般吸收: 光通过时只是强度衰减, 色彩不变. 水, 空气, 玻璃.
- 选择吸收: 白光  $\rightarrow$  色光.
  - 透射: 彩色玻璃
  - 反射: 红布, 颜料

例: 蓝色玻璃只让蓝色光透射而吸收其他波段的光



## 2-3



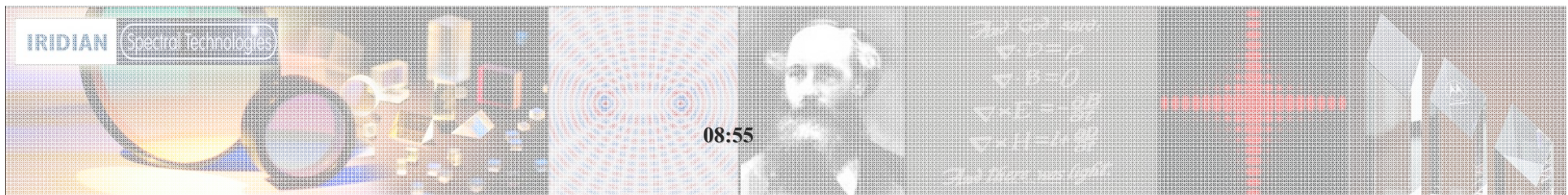
在可见光波段透明（一般吸收）的物质，往往在紫外、红外区有强烈吸收——**透光极限**. 不同材料有不同的**透明波段**.

例如：火石玻璃：0.38 —— 2.5  $\mu\text{m}$  （可见及近红外）

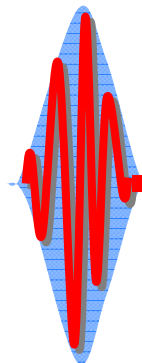
石英( $\text{SiO}_2$ ): 0.18 —— 4.0  $\mu\text{m}$  （近紫外，可见及近红外）

岩盐( $\text{NaCl}$ ): 0.175 —— 14.5  $\mu\text{m}$  （近紫外，可见及红外）

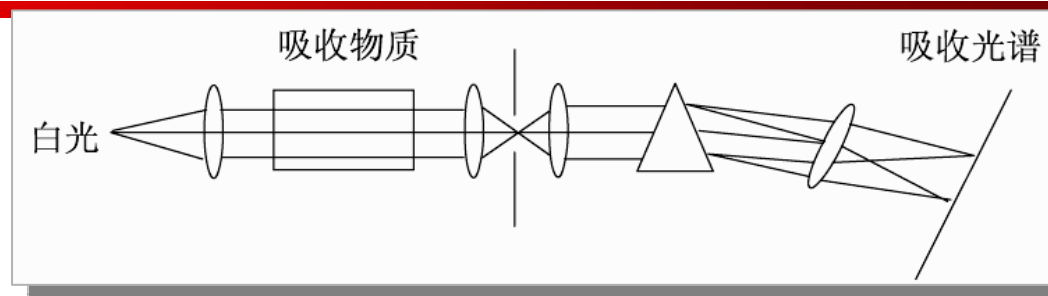
**应用时，必须考虑材料的吸收特性！**



# 2-3



## 吸收光谱

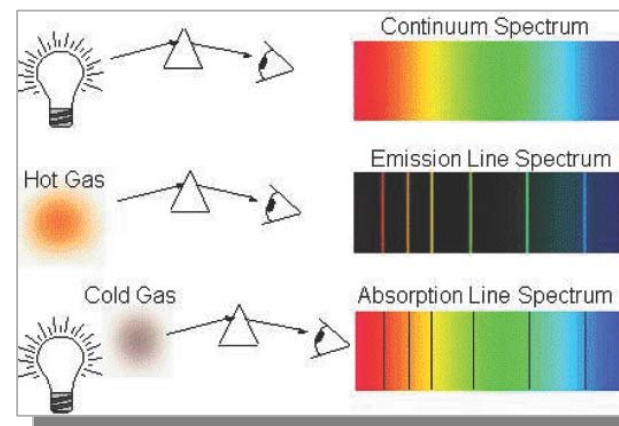


**吸收光谱：**入射光连续谱背景上出现一条条暗线或暗带

稀薄原子气体——线状谱 分子气体，

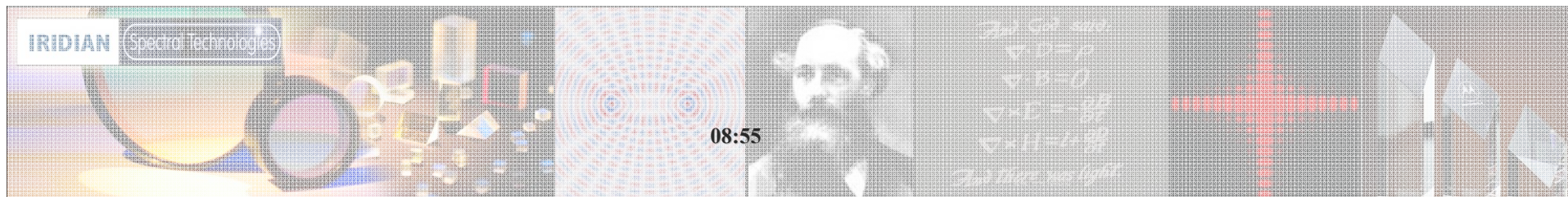
液、固——带状谱

**发射光谱：**物质在高温下的光谱



——对应

吸收光谱中的暗线（带）  $\longleftrightarrow$  发射光谱中的亮线（带）



# 2-3

## 解释

### (1) 弹性电振子模型

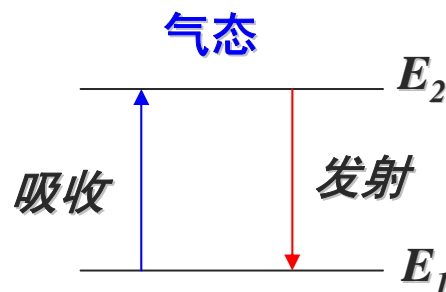
谐振观点，振子有**固有频率**

光波 ( $E$ ) 使电子作受迫振动，当  $E$  振动频率与电子固有频率相同时，电子振幅最大，吸收能量最多，形成**暗线**。

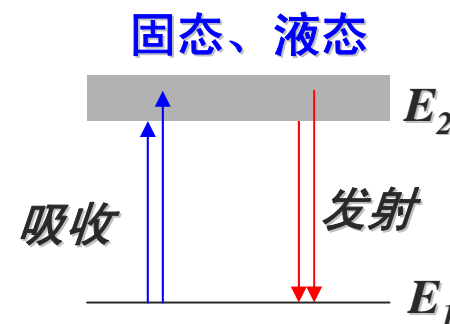
若无外来光，振子发射本身固有频率的光，形成发射**亮线**。

} 二者波长相同

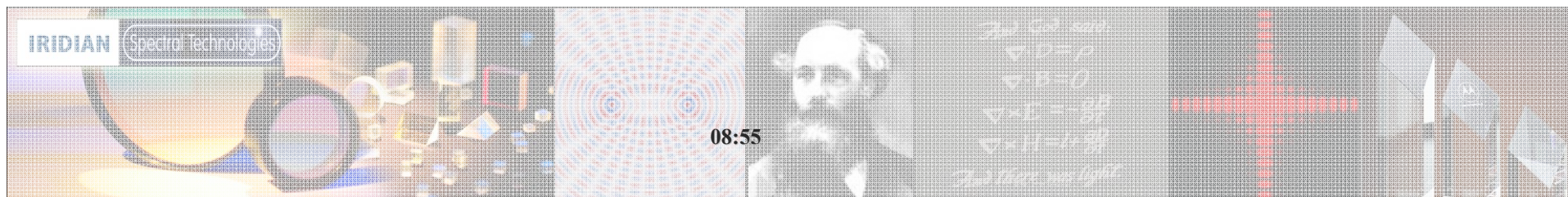
### (2) 能级模型



发射与吸收波长相同, 线状谱.

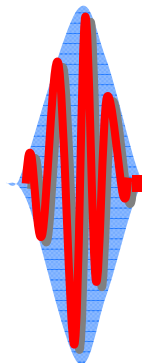


若能级有扩展, 则成带状谱





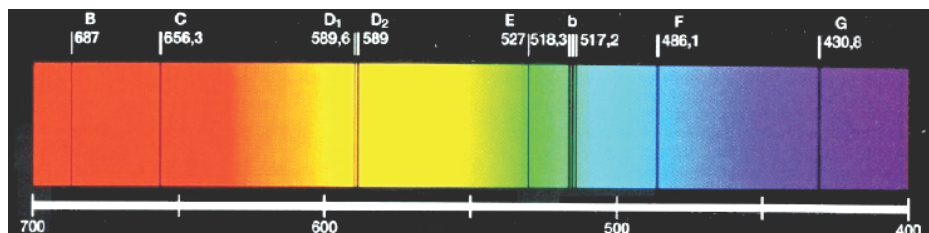
# 2-3



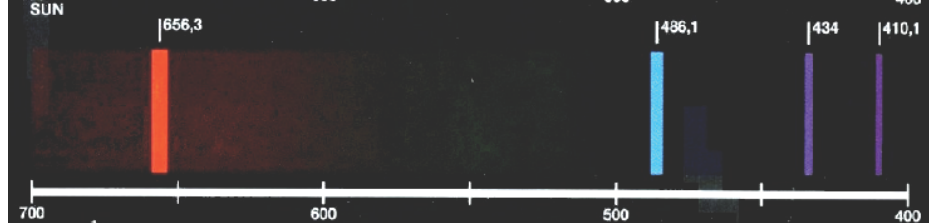
## 应用：光谱分析

每一种元素的原子都有特定的（一个或几个）固有频率，故有一条或几条特征谱线或标识谱线，如Na 589.0 nm，589.6 nm.

太阳光



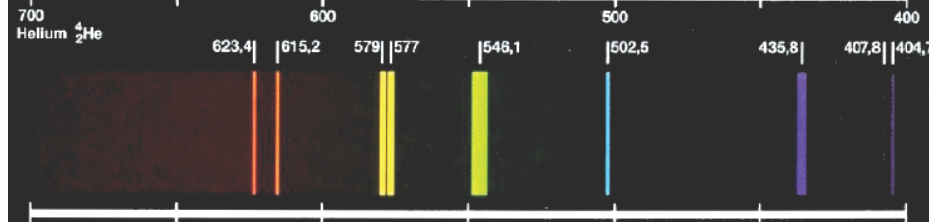
氢



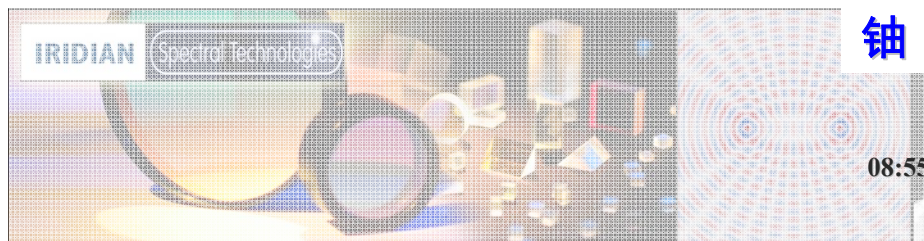
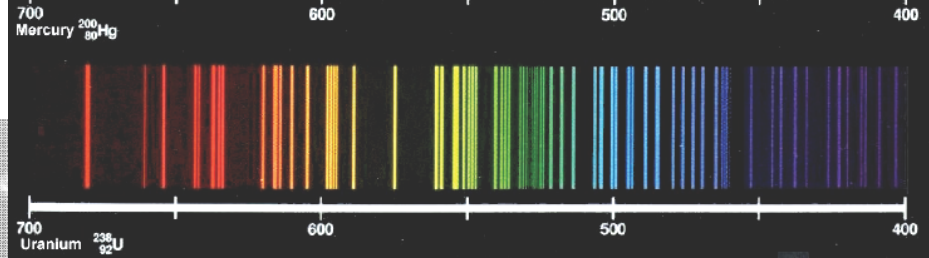
氦

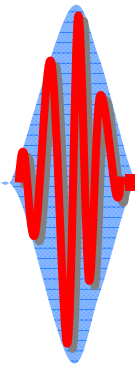


汞



铀

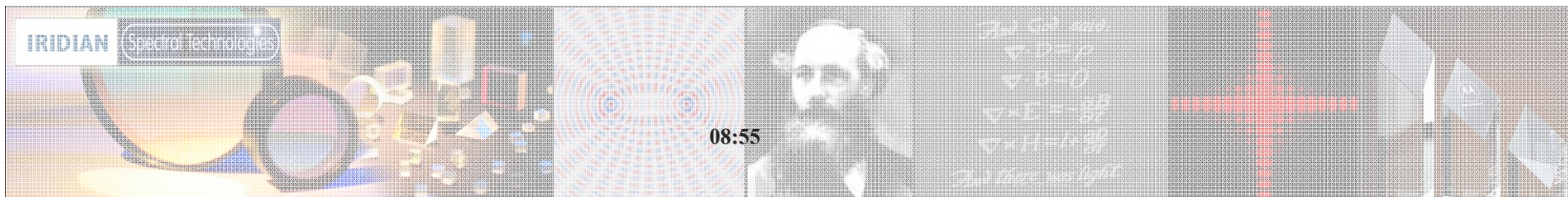
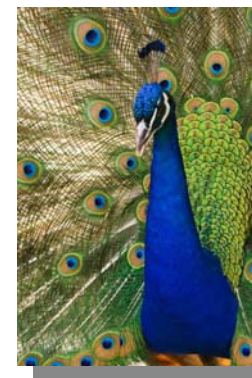




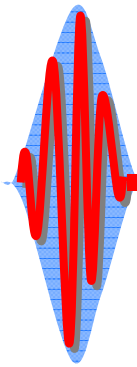
# 2-3



## 物体颜色的形成



# 2-3



## 光的色散 (dispersion of light)

### 色散概念

色散:  $v=v(\lambda)$  或  $n=n(\lambda)$ , 折射率  $n$  随  $\lambda$  而变化.

真空无色散, 介质有色散。

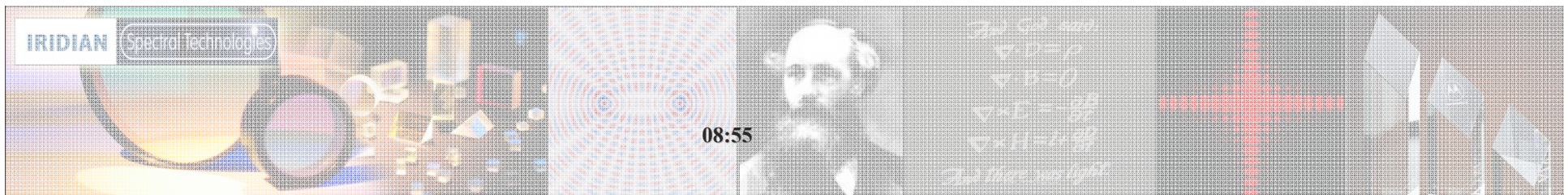
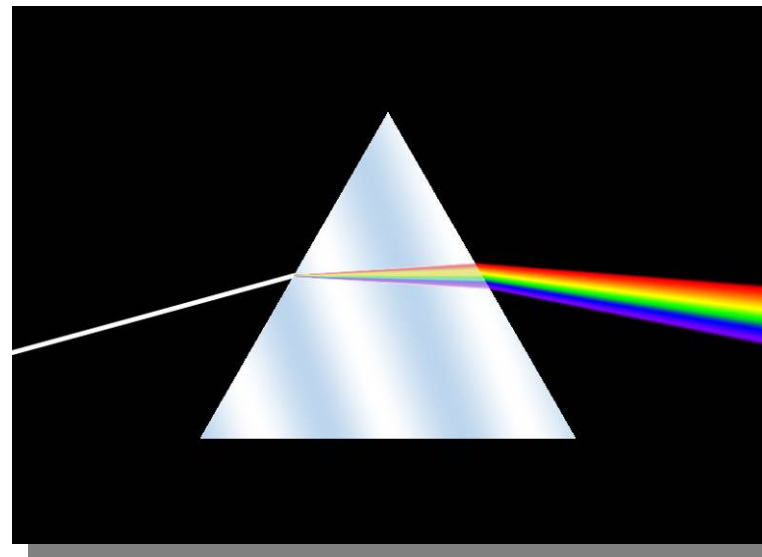
色散率: 
$$\frac{dn}{d\lambda}$$

### 色散分类

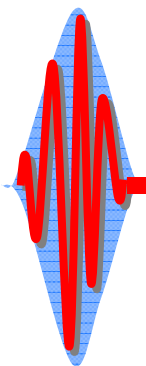
1. 正常色散  $\lambda \uparrow, n \downarrow$

即: 
$$\frac{dn}{d\lambda} < 0$$

一般对应材料**透明区**



# 2-3



## 经验公式(柯西公式-Cauchy's formula)

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

A, B, C: 常数, 由介质决定.

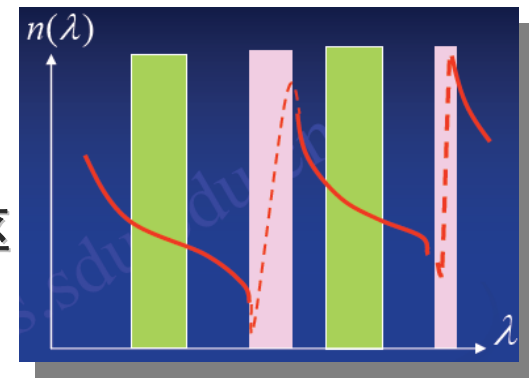
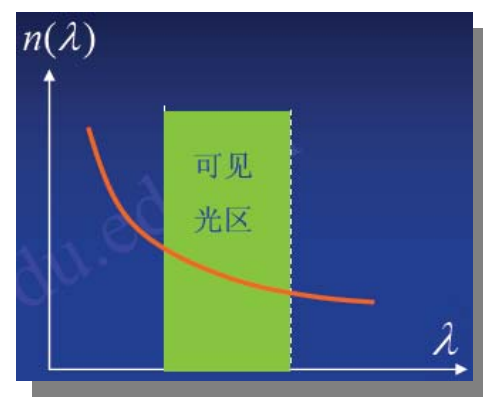
实验中对3个已知波长分别测出n值, 解方程组可得A, B, C.

### 2. 反常色散

$\lambda \uparrow, n \uparrow$

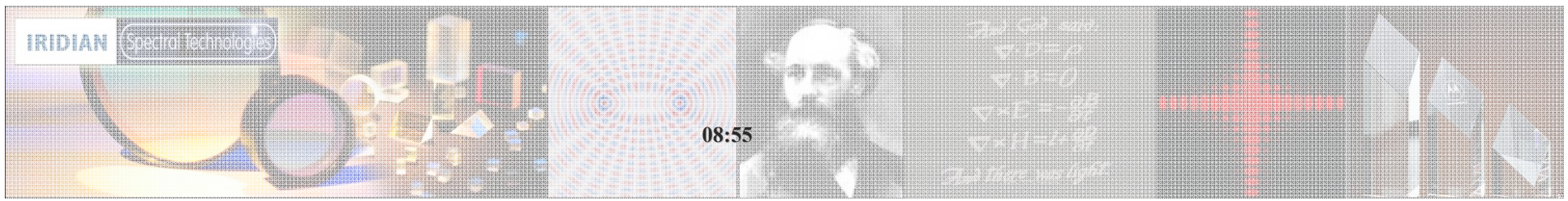
即:  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$

- 正常色散区
- - - 反常色散区
- █ 柯西公式适用区
- █ 吸收带



图为材料在较宽光谱范围的色散曲线

可见较宽波段内既有正常色散, 又有反常色散.



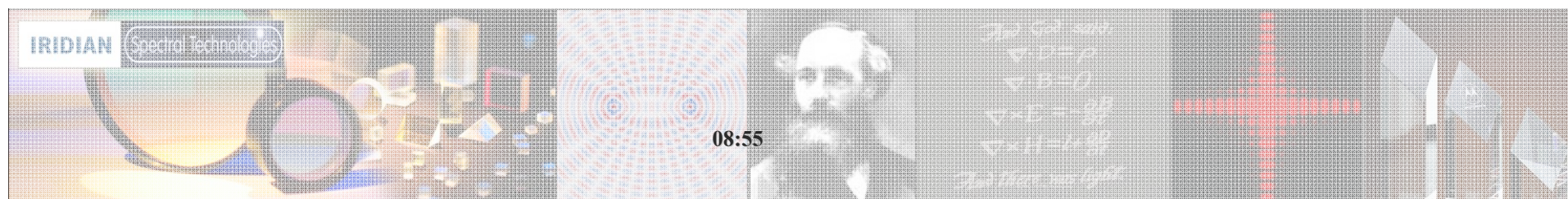
## 2-3

### 光的散射 (scattering of light)

**散射现象：**光通过介质时侧向可看到光，例如阳光通过有尘埃的空气。

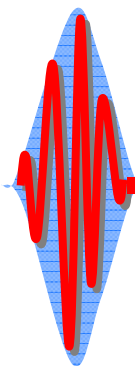
**解释：**光通过介质时，介质中原子（分子）或杂质粒子可看作次波源散射出次波。对完全均匀介质，除原方向光干涉相长，其他方向的光干涉相消，无散射。对非均匀介质，各次波源振幅、相位无规则变化，除原光方向外，其他方向亦有光，即发生散射。散射分为**弹性散射**、**非弹性散射**。

**故散射原因**——介质的**不均匀性**（杂质粒子或介质本身的密度，折射率差异等）





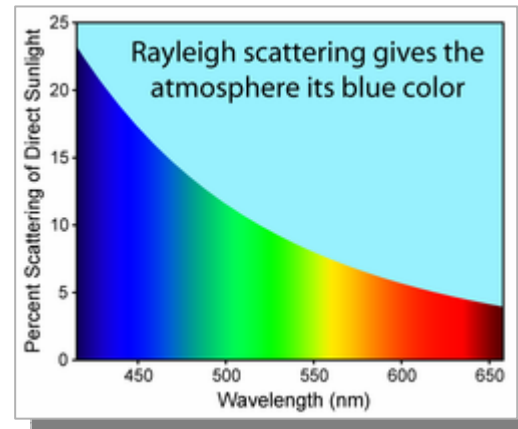
# 2-3



## 瑞利散射、米氏散射及大粒子散射

共性：散射光频率与入射光相同（弹性散射）

个性： $I(\lambda)$  关系不同



### 一. 瑞利散射 (Rayleigh scattering)

条件：散射粒子线度  $a \ll \lambda$  ( $a < 0.1 \lambda$ )

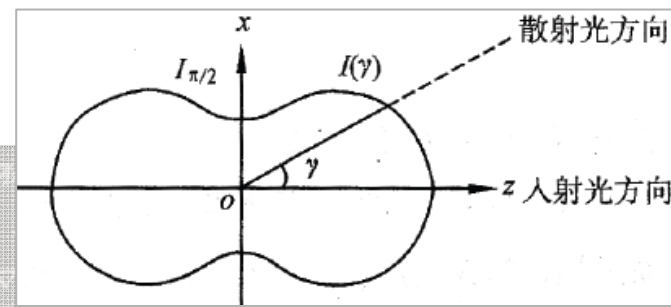
与竺子民“物理光学”描述有差别

特征：(1) 散射光强  $I \propto \frac{1}{\lambda^4}$  波长愈短，散射愈强——瑞利散射定律

(2) 入射光为自然光时，散射光强空间分布

$$I(\gamma) = I_{\pi/2} (1 + \cos^2 \gamma)$$

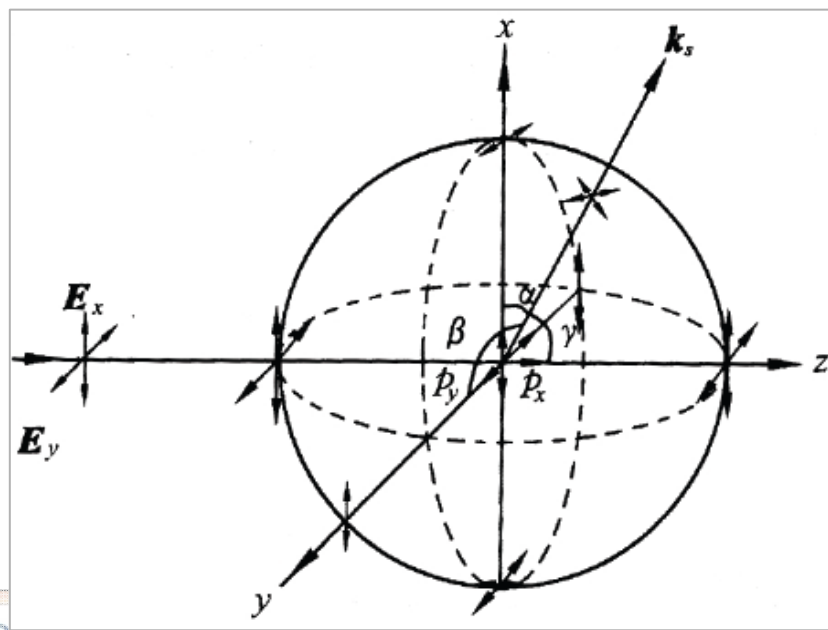
哑铃形



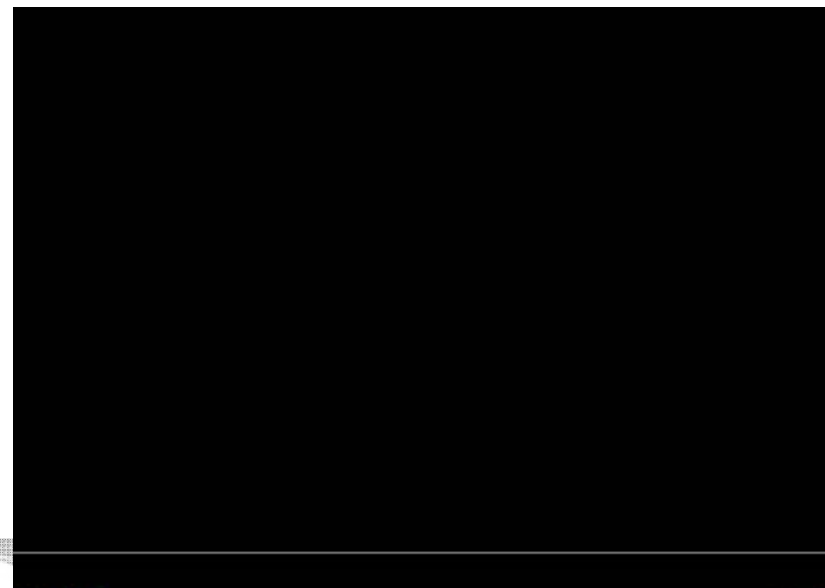
# 2-3

## (3) 散射光偏振性质:

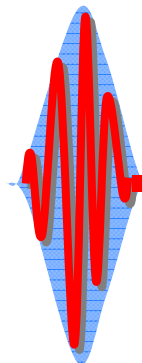
散射光 { 沿入射光方向为自然光;  
垂直于入射光方向为线偏振光 (振动方向  $\perp$  传播方向);  
其他方向一般为部分偏振光.



视频展示: Scattered light in a dielectric



# 2-3

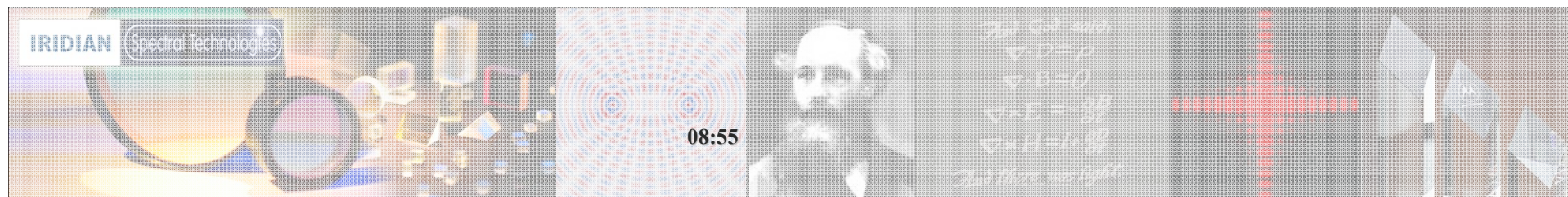


## 二. 粒子线度(a) 对散射的影响

(1)... $\frac{a}{\lambda} < 0.1$  瑞利散射  $I \propto \frac{1}{\lambda^4}$

(2)... $0.1 < \frac{a}{\lambda} < 10$  米氏散射  $I$  与  $\lambda$  的依赖关系  $\downarrow, \frac{1}{\lambda^3}, \frac{1}{\lambda^2}, \frac{1}{\lambda}$

(3)... $\frac{a}{\lambda} > 10$  大粒子散射  $I$  基本上与  $\lambda$  无关





## 2-3

### 三、自然界的散射现象

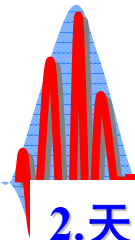
#### 1. 云雾的白色

水滴线度大,  $a > 10 \mu\text{m}$ , 大粒子散射. 非选择性

点燃香烟的烟淡蓝, 从口中喷出的烟为白色, 为什么?

视频展示: Smoking——Rayleigh scattering





# 2-3

## 2.天空的亮度和蓝色

天空是亮的: 大气散射

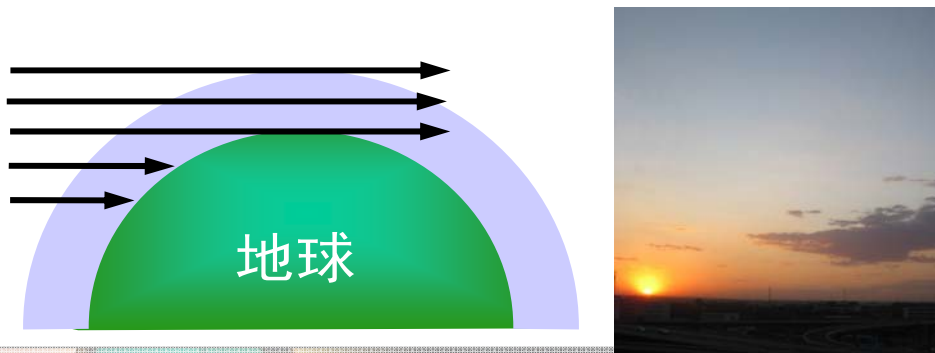
蓝色: 大气中微小尘埃和密度涨落(后者尺寸小,为主)引起瑞利散射. $1/\lambda^4$ : 短波(兰、紫光)散射比长波(红黄)强,总效应兰色.雨后尘埃少,密度涨落起作用,天特别兰.



视频展示: Sun setting——Rayleigh scattering

## 3.旭日、夕阳的红色

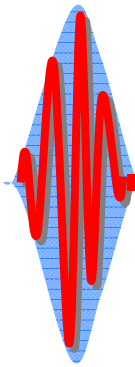
阳光沿地面掠入射,穿过厚厚的大气层.散射光主要是短波,透射光中长波成分多.



IRIDIUM Spectral Technologies

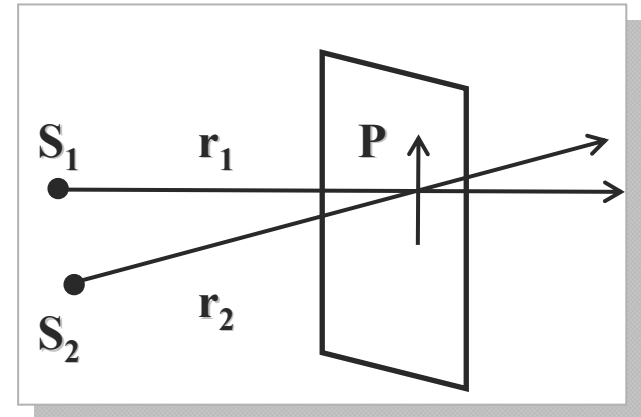
08:55

# 2-4 平面波的叠加(2.1, 2.2, 2.4)



## • 两个频率相同、振动方向相同的单色光波叠加 波的叠加 (superposition of waves)

研究对象：频率相同、振动方向相同，P点光波相遇区域任一点，求在P点的光振动。



### ➤ 代数加法

$$E_1 = a_1 \cos(kr_1 - \omega t) = a_1 \cos(\alpha_1 - \omega t)$$

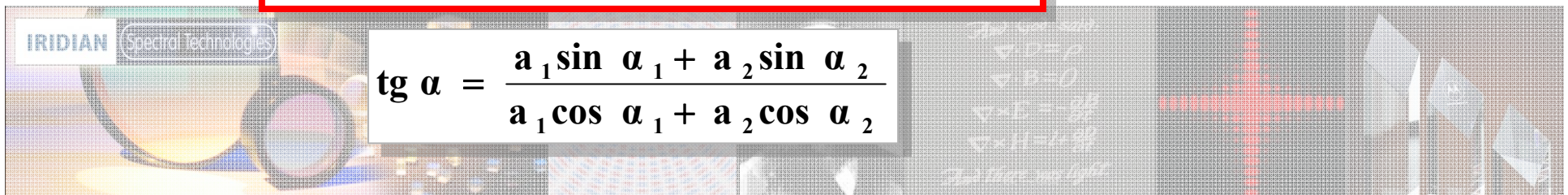
$$E_2 = a_2 \cos(kr_2 - \omega t) = a_2 \cos(\alpha_2 - \omega t)$$

$$E = E_1 + E_2 = A \cos(\alpha - \omega t)$$

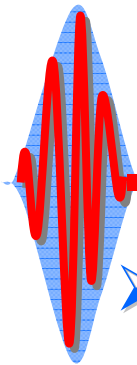
$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad \delta = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2}{a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2}$$



# 2-4



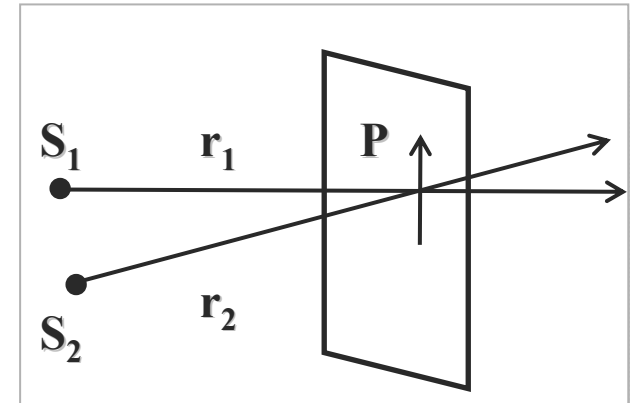
➤ 特别地，若  $a_1 = a_2 = a$

$$A^2 = 4a^2 \cos^2(\delta/2)$$

$$\delta = \alpha_2 - \alpha_1 = k(r_2 - r_1) = 2\pi n(r_2 - r_1) / \lambda_0$$

$$\delta = 2\pi\Delta / \lambda_0$$

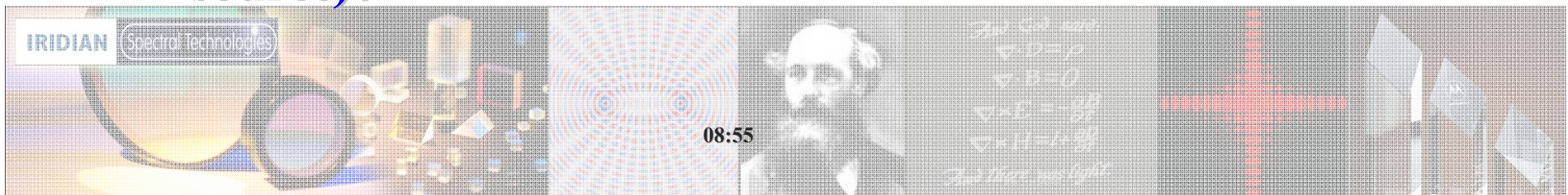
$$I = A^2 = 4I_0 \cos^2(\delta/2)$$



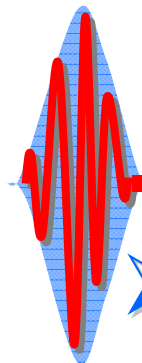
$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \delta, \quad \delta = \alpha_2 - \alpha_1$$

➤ **光程差(optical path difference)  $\Delta = n(r_2 - r_1)$** ，可见， $\Delta$ 不同的地方，光强亦不相同。这种叠加区出现光强度强弱的稳定分布的现象，称为**光的干涉(interference)**，产生干涉的光波称为**相干光波**，光源称为**相干光源(coherent source)**。



# 2-4



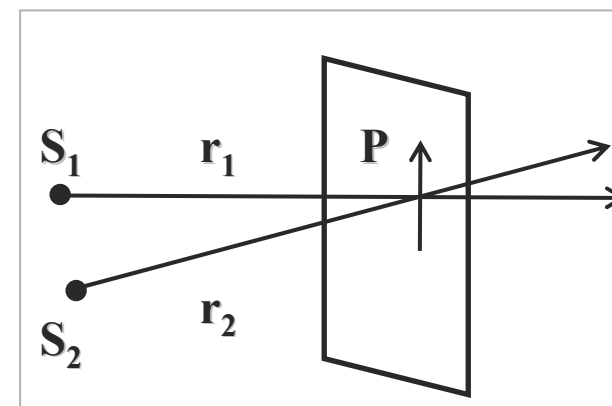
## ➤ 复数加法

$$E_1 = a_1 \exp[i(\alpha_1 - \omega t)]$$

$$E_2 = a_2 \exp[i(\alpha_2 - \omega t)]$$

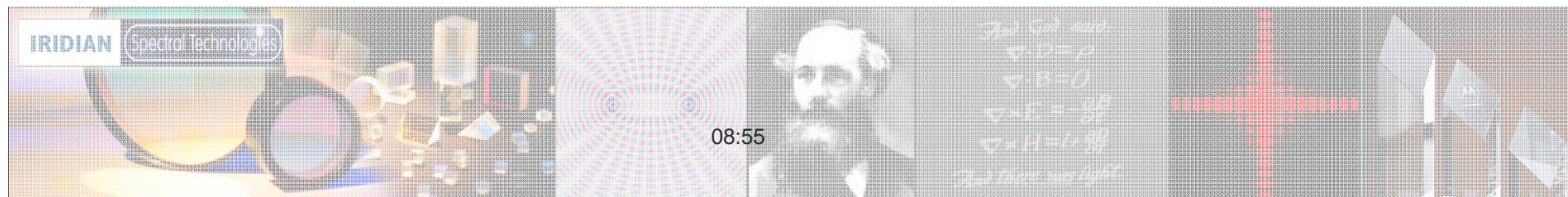
$$E = E_1 + E_2 = A \exp[i(\alpha - \omega t)]$$

课下自行推导



$$A^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

$$I = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos \delta, \quad \delta = \alpha_2 - \alpha_1$$





## 2-4

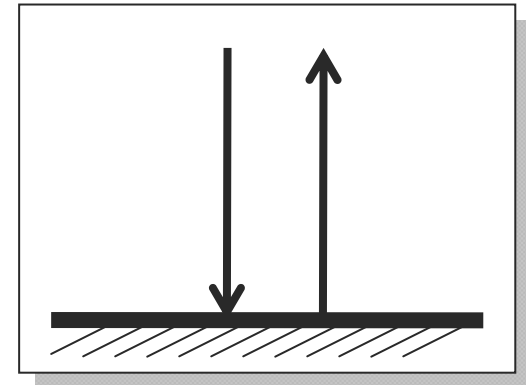
- 两个频率相同、振动方向相同、传输方向相反的单色光波叠加（驻波 standing wave）

$$E_1 = a \cos(kz + \omega t)$$

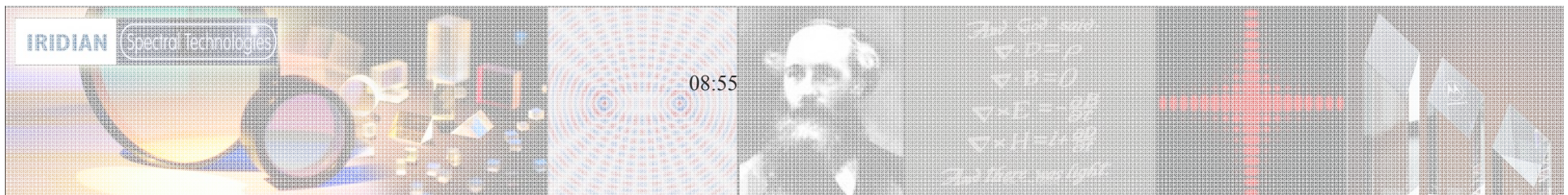
$$E_1' = a \cos(kz - \omega t + \delta)$$

$$E = E_1 + E_1' = 2a \cos(kz + \delta/2) \cos(\omega t - \delta/2)$$

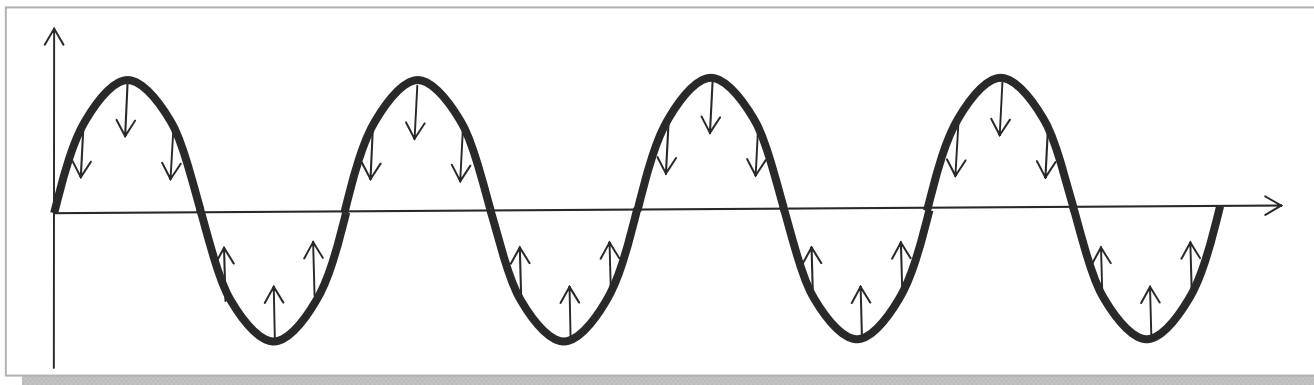
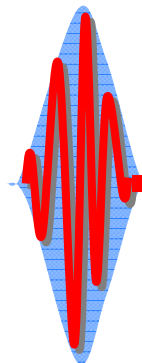
$$E = A \cos(\omega t - \delta/2), \quad A = 2a \cos(kz + \delta/2)$$



- 合成波E是一个振幅A仅随空间位置变化的简谐波，即驻波



## 2-4



驻波

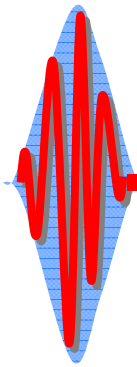
- 波节：振幅为**零**的地方 ( $A=0$ )
- 波腹：振幅**最大**的地方 ( $A=1$ )
- 相邻波节或波腹的距离  $\Delta z$

$$\Delta(kz + \delta/2) = \pi$$

$$k \Delta z = \pi \rightarrow \Delta z = \lambda/2$$

- 波节两边的振动**反相**

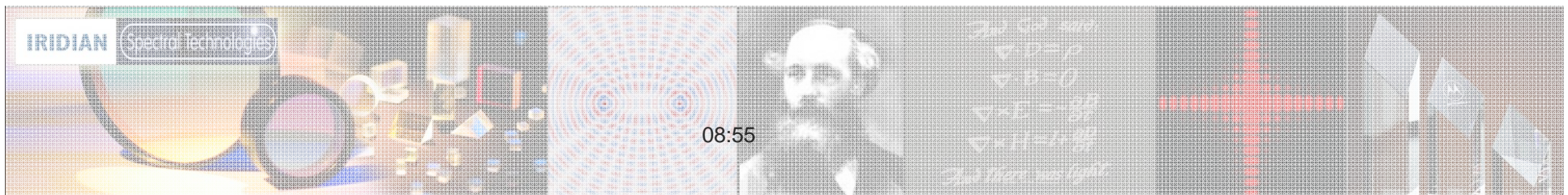
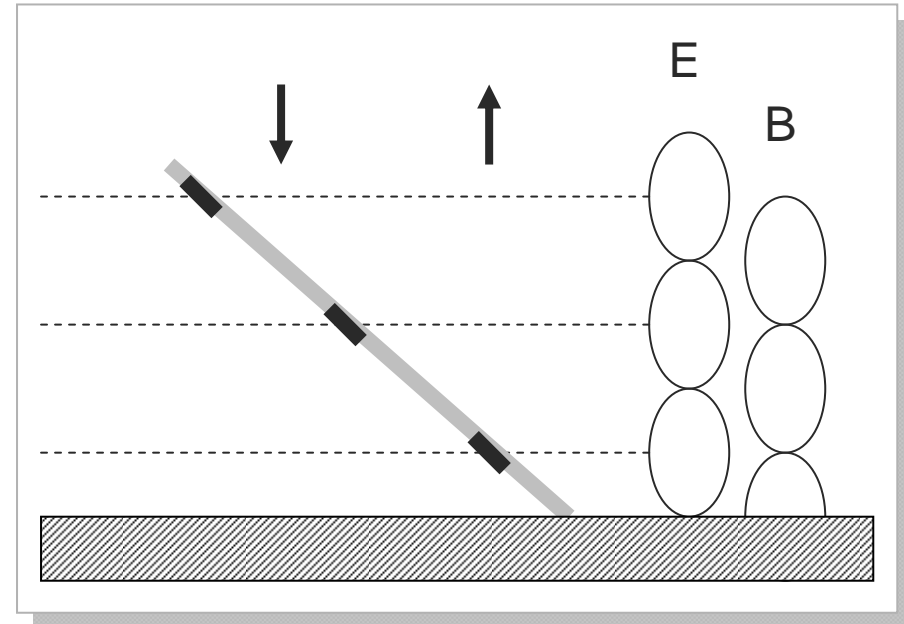
## 2-4



### ➤ 维纳实验

证明了:

- ♠ 驻波的存在;
- ♠ 相邻波腹的间隔为 $\lambda/2$ ;
- ♠ 对乳胶起作用的是电矢量而不是磁矢量;





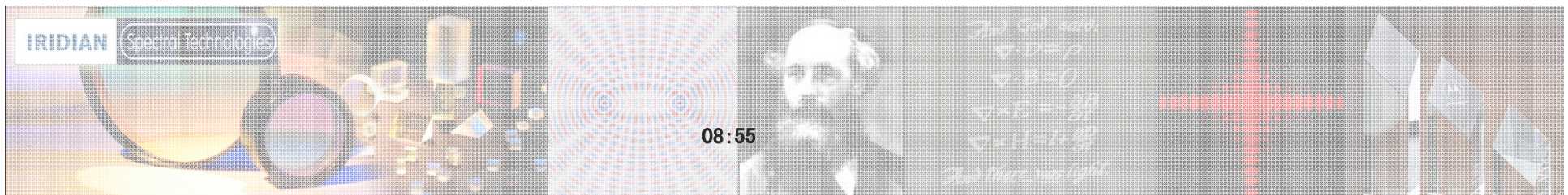
## 2-4

- **两个传播方向、振动方向、振幅相同，频率不同的单色波的叠加**

频率虽有差别，但差别很小，

$$\begin{aligned}E_1 &= a \cos(k_1 z - \omega_1 t) \\E_2 &= a \cos(k_2 z - \omega_2 t) \\E &= E_1 + E_2 = A \cos(\bar{k} z - \bar{\omega} t) \quad (2 - 45) \\A &= 2 a \cos(k_m z - \omega_m t) \\ \bar{k} &= (k_1 + k_2)/2, \bar{\omega} = (\omega_1 + \omega_2)/2 \\k_m &= (k_1 - k_2)/2, \omega_m = (\omega_1 - \omega_2)/2\end{aligned}$$

合成波波数为  $\bar{k}$ 、频率为  $\bar{\omega}$ ，振幅为A



## 2-4

合成波的强度:

$$A^2 = 4 a^2 \cos^2 (k_m z - \omega_m t) = 2 a^2 [1 + \cos 2(k_m z - \omega_m t)]$$

强度时大时小的现象称为**拍**，由上式可知拍频为 **$2\omega_m$**

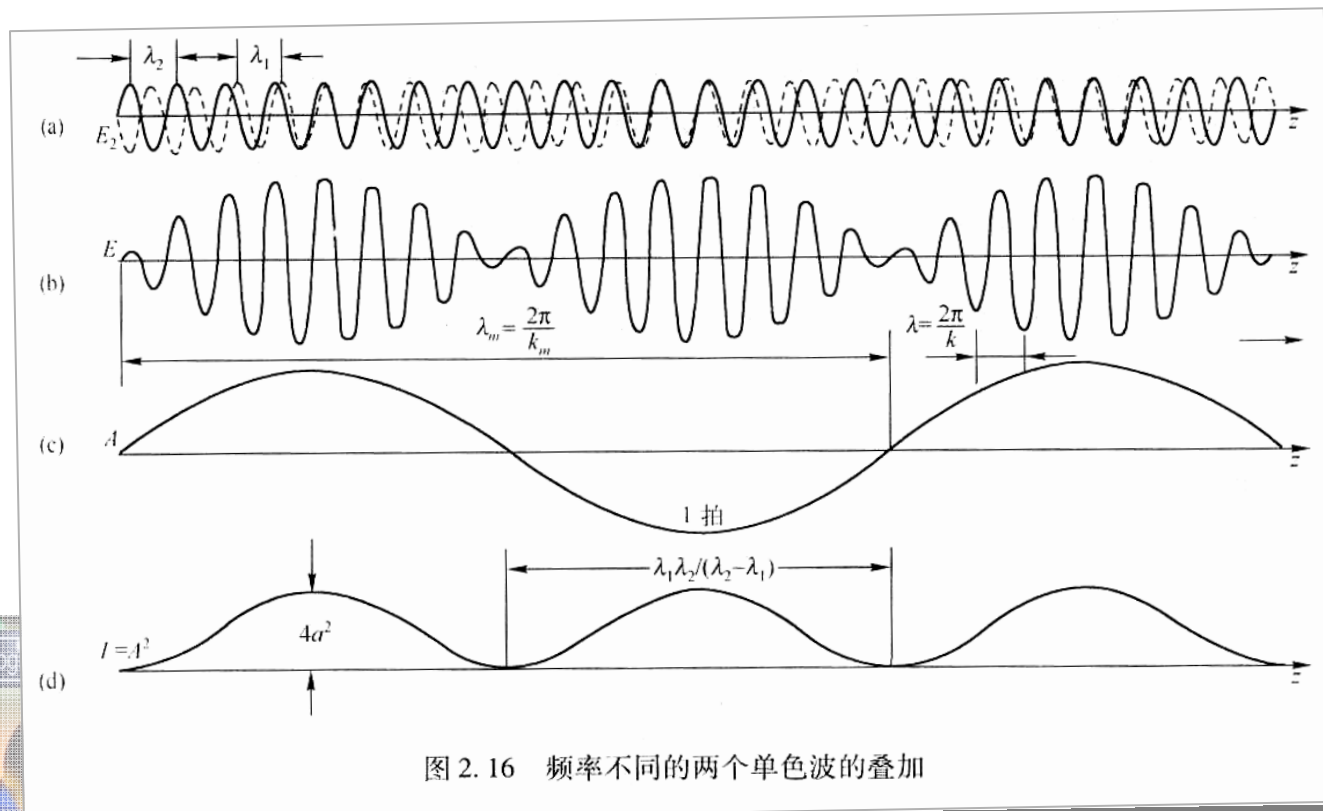
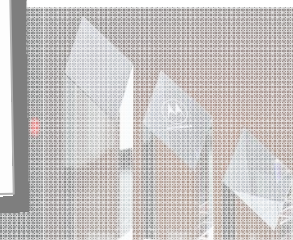
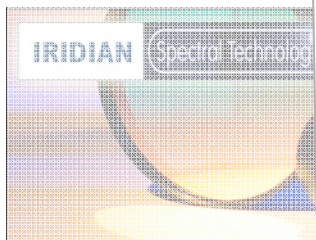


图 2.16 频率不同的两个单色波的叠加



# 2-4

$$E = 2 a \cos(k_m z - \omega_m t) \cos(\bar{k} z - \bar{\omega} t)$$

**相速度** (phase velocity): 等相面的传播速度。

**群速度** (group velocity): 等幅面的传播速度。

$$\bar{k} z - \bar{\omega} t = \text{const}$$

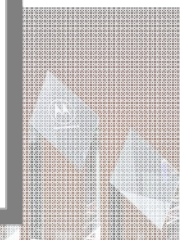
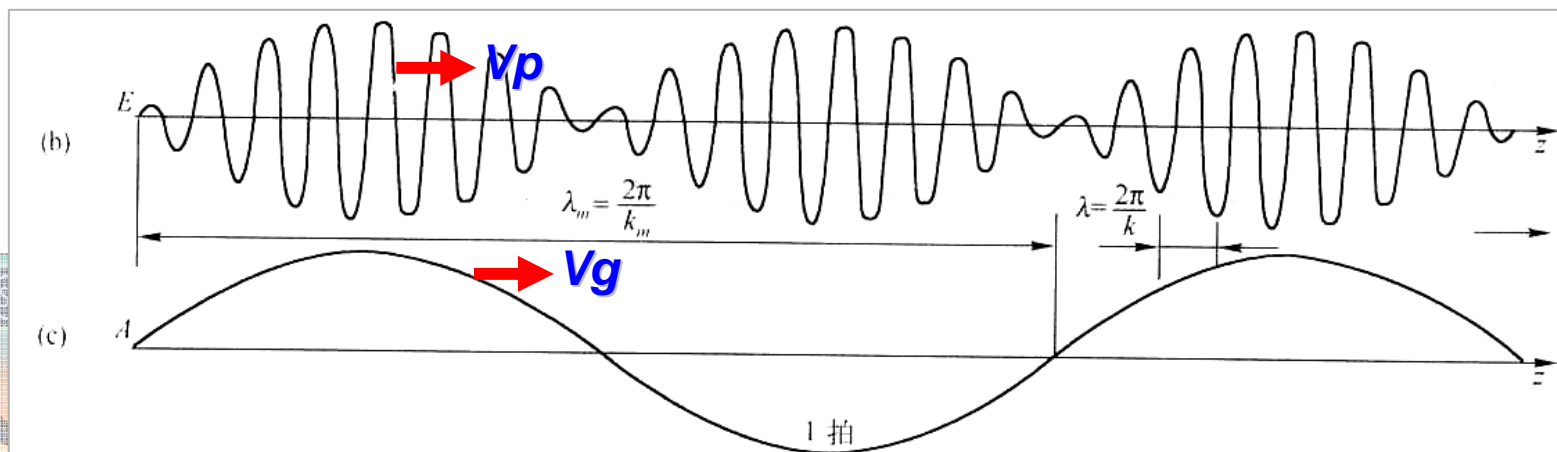


$$v_p = \bar{\omega} / \bar{k}$$

$$k_m z - \omega_m t = \text{const}$$



$$v_g = \omega_m / k_m = \frac{\Delta \omega}{\Delta k}$$



# 2-4

## 群速度、相速度关系

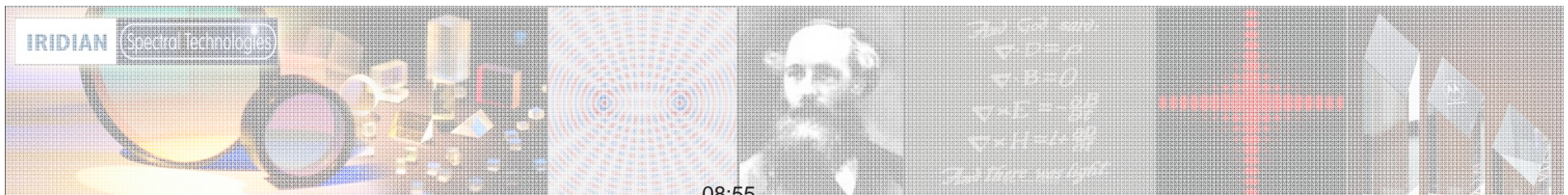
$$v_g = \omega_m / k_m = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \longrightarrow \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv_p)}{dk} = v_p + k \frac{dv_p}{dk}$$

$$\because k = \frac{2\pi}{\lambda}, \therefore v_g = v_p + k \frac{dv_p}{dk} = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}$$

正常色散:  $v_g < v_p$

反常色散:  $v_g > v_p$

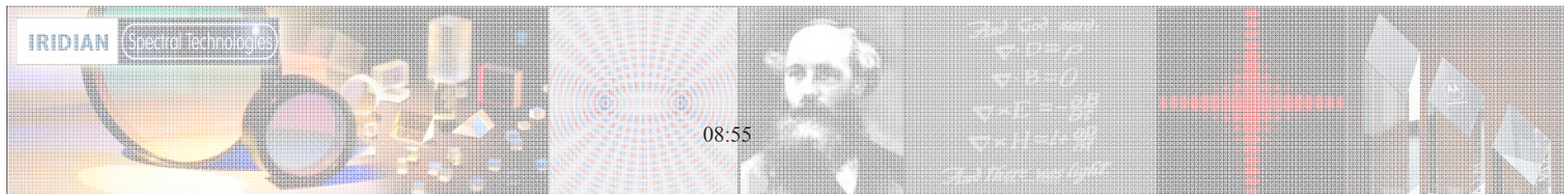
作业: 2.8, 2.9, 2.13





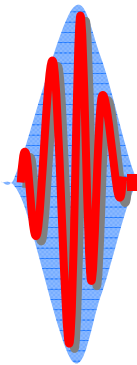
## 2-5 平面波在两介质界面上的反射和折射(1.6, 1.7)

当光波由一种媒质投射到与另一种媒质的交界面时，将发生反射和折射（透射）现象。根据**麦克斯韦方程组**和**边界条件**讨论光在介质界面上的反射和折射。反射波、透射波与入射波传播方向之间的关系由**反射定律和折射定律**描述，而反射波、透射波与入射波之间的振幅和相位关系由**菲涅耳(Fresnel)公式**描述。





# 2-5



## 反射定律、折射定律 (reflection / refraction laws)

i -- incident

r -- reflective

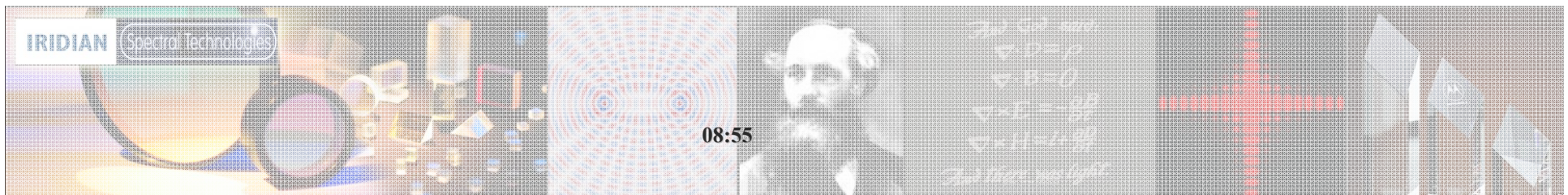
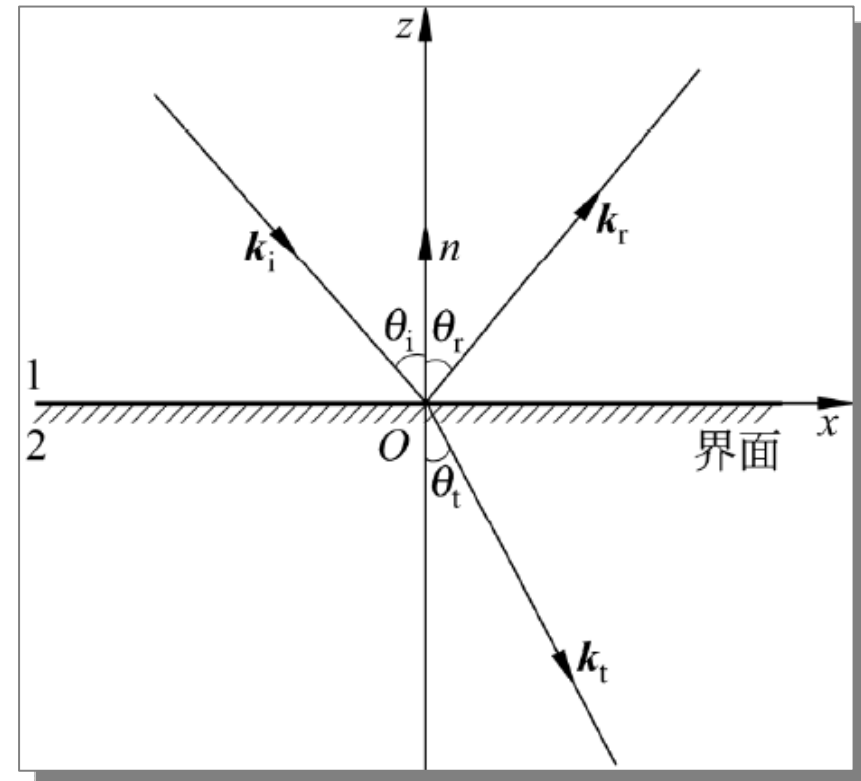
t -- transmissive

$Z = 0$  平面为界面, 坐标原点在界面内, 入射波矢在  $X-Z$  平面

界面点的坐标:  $\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y$

$k_i // xoz$  平面, 即:

$$k_{iy} = 0 \quad \vec{k}^{(i)} = \vec{i}k_{ix} + \vec{k}k_{iz}$$



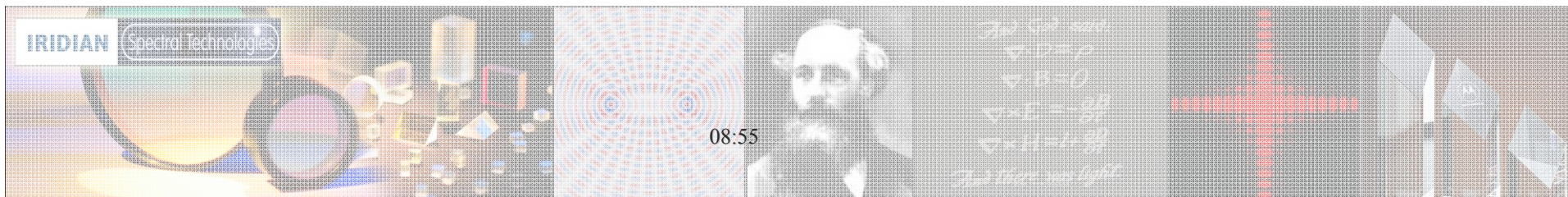
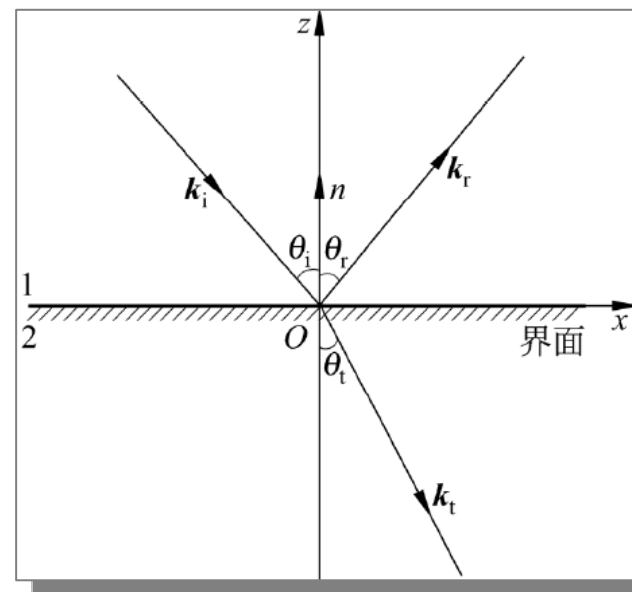


## 2-5

## 边界条件

在界面，电场的切向分量连续，即：

$$\left. \begin{aligned} E_{1t} = E_{2t} &\rightarrow E_i^{(t)} + E_r^{(t)} = E_t^{(t)} \\ E_{i,r,t} = E_{oi,or,ot} &\exp[i(\omega_{i,r,t} \cdot t - \vec{k}_{i,r,t} \cdot \vec{r})] \end{aligned} \right\} \\
 \rightarrow E_{oi}^{(t)} \exp[i(\omega_i \cdot t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})] + E_{or}^{(t)} \exp[i(\omega_r \cdot t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})] \\
 = E_{ot}^{(t)} \exp[i(\omega_t \cdot t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})]$$





## 2-5

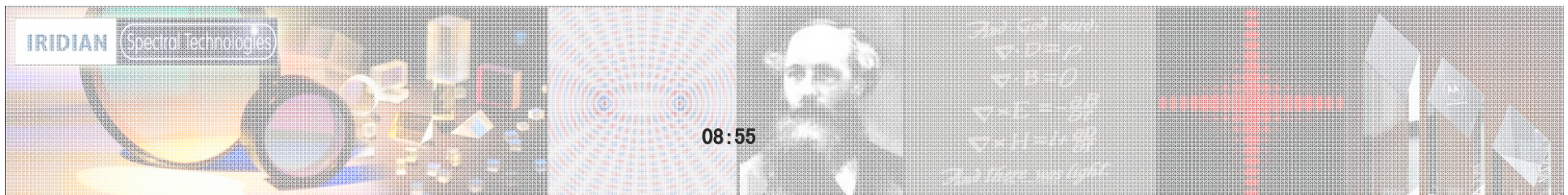
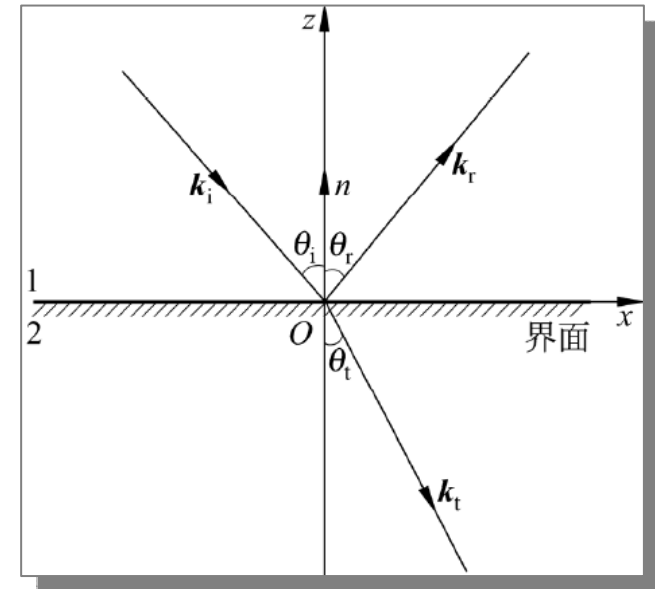
$$E^{(t)}_{oi} \exp[i(\omega_i \cdot t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})] + E^{(t)}_{or} \exp[i(\omega_r \cdot t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})] = E^{(t)}_{ot} \exp[i(\omega_t \cdot t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})]$$

上式对任意 $t$ 成立  $\rightarrow \omega_i = \omega_r = \omega_t$

注意到:  $\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y$

得:

$$\begin{aligned} & E^{(t)}_{oi} \exp[-i(x\vec{k}_{ix} + y\vec{k}_{iy})] + \\ & E^{(t)}_{or} \exp[-i(x\vec{k}_{rx} + y\vec{k}_{ry})] \\ & = E^{(t)}_{ot} \exp[-i(x\vec{k}_{tx} + y\vec{k}_{ty})] \end{aligned}$$







## 2-5

$$E^{(t)}_{oi} \exp[-i(x\bar{k}_{ix} + y\bar{k}_{iy})] + E^{(t)}_{or} \exp[-i(x\bar{k}_{rx} + y\bar{k}_{ry})]$$

$$= E^{(t)}_{ot} \exp[-i(x\bar{k}_{tx} + y\bar{k}_{ty})]$$

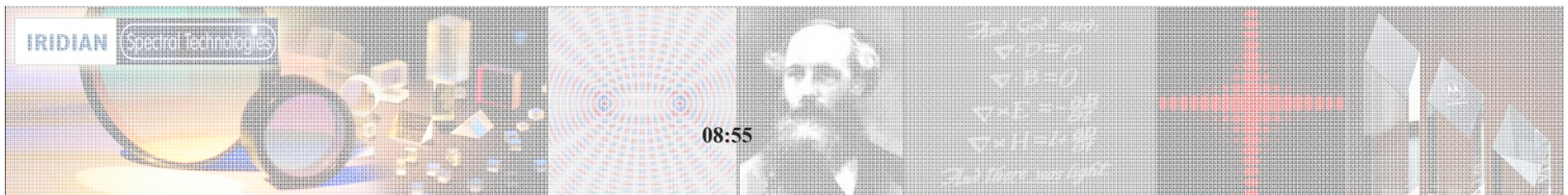
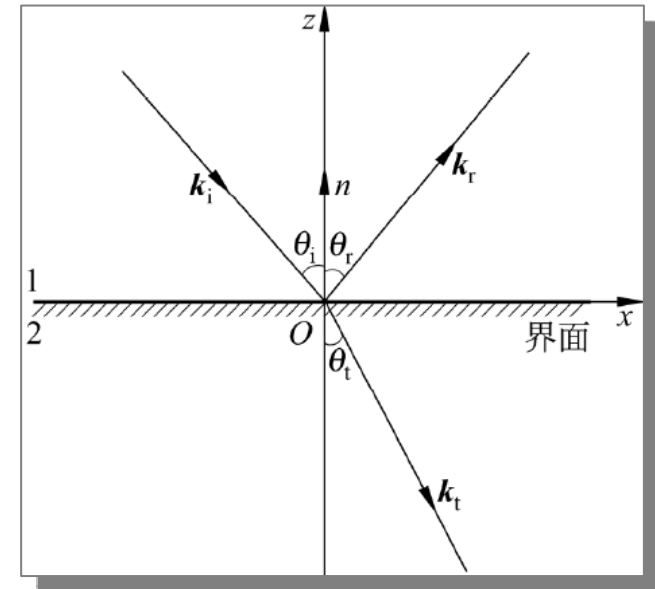
$x=\text{const.}$ , 对任意  $y$  上式成立, 可得:

$$k_{iy} = k_{ry} = k_{ty}$$

又因为  $k_{iy}=0$ , 可得:

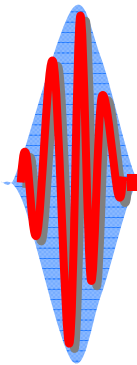
$$k_{iy} = k_{ry} = k_{ty} = 0$$

$\rightarrow \vec{k}_{i,r,t}$  共面 (都在  $xz$  平面内)





# 2-5



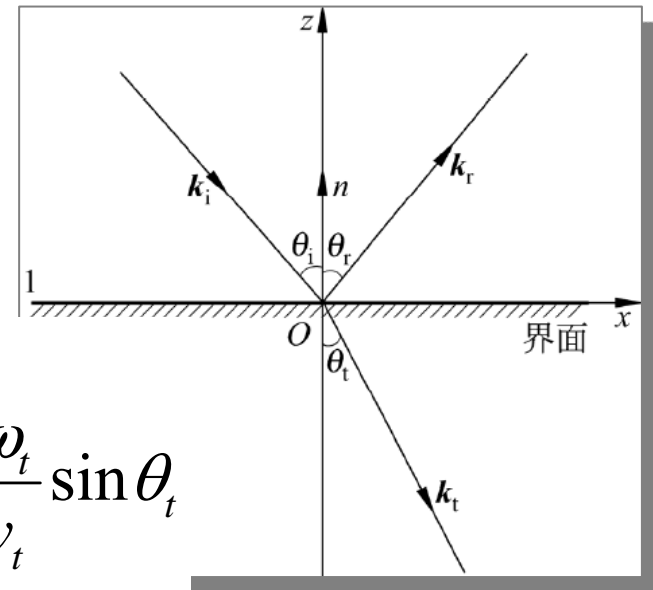
$$E^{(t)}_{oi} \exp[-i(x\vec{k}_{ix} + y\vec{k}_{iy})] + E^{(t)}_{or} \exp[-i(x\vec{k}_{rx} + y\vec{k}_{ry})]$$

$$= E^{(t)}_{ot} \exp[-i(x\vec{k}_{tx} + y\vec{k}_{ty})]$$

y=const., 对任意x上式成立, 可得:

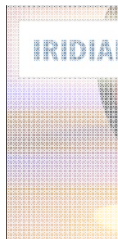
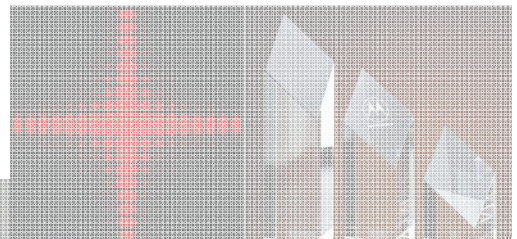
$$k_{ix} = k_{rx} = k_{tx}$$

$$\left. \begin{matrix} k_{ix} = k^{(i)} \sin \theta_i \\ k_{rx} = k^{(r)} \sin \theta_r \\ k_{tx} = k^{(t)} \sin \theta_t \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \frac{\omega_i}{v_i} \sin \theta_i = \frac{\omega_r}{v_r} \sin \theta_r = \frac{\omega_t}{v_t} \sin \theta_t \right.$$

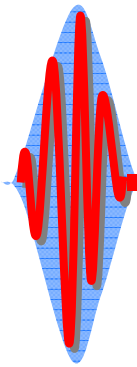


又因为:  $\omega_i = \omega_r = \omega_t; v_i = v_r; v_r = n_2 / n_1$ ; 推出:

$$\begin{cases} \theta_i = \theta_r \\ n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t \end{cases}$$



# 2-5



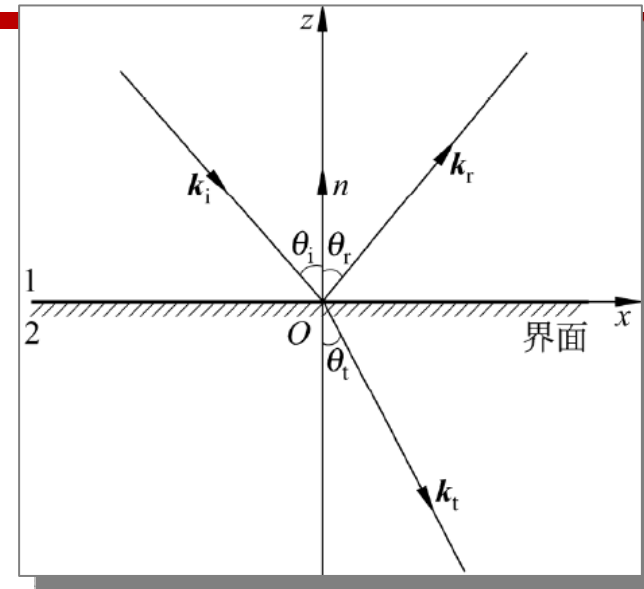
结论:

$\omega_i = \omega_r = \omega_t$

$\vec{k}_i, \vec{k}_r, \vec{k}_t$  共面

$\theta_i = \theta_r$

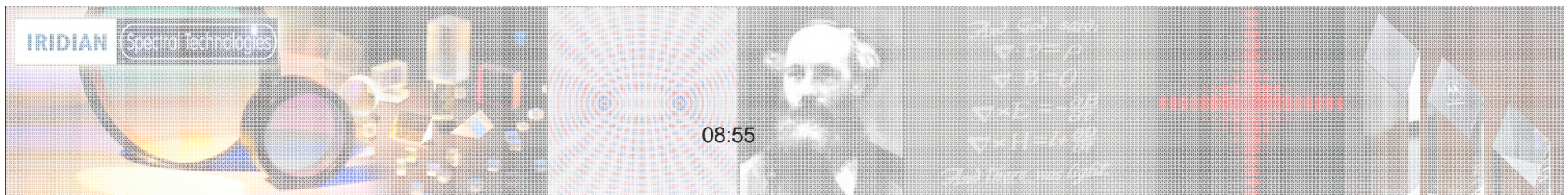
$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t$



反射、折射与入射波之间的**振幅**和**相位**关系?

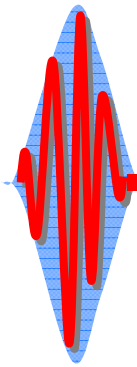
## 菲涅尔公式 (Fresnel equations)

这一关系与入射波的**振动方向**有关.将电矢量分解为**垂直**于入射面的**s**分量和**平行**于入射面的**p**分量。





## 2-5



## Fresnel Equations

$s$  光、 $p$  光正方向的规定

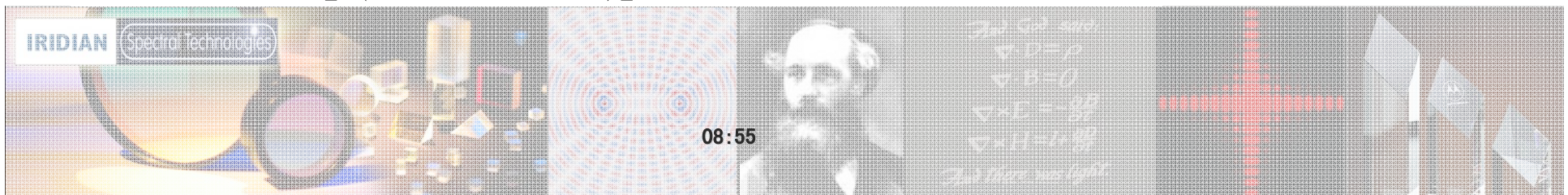
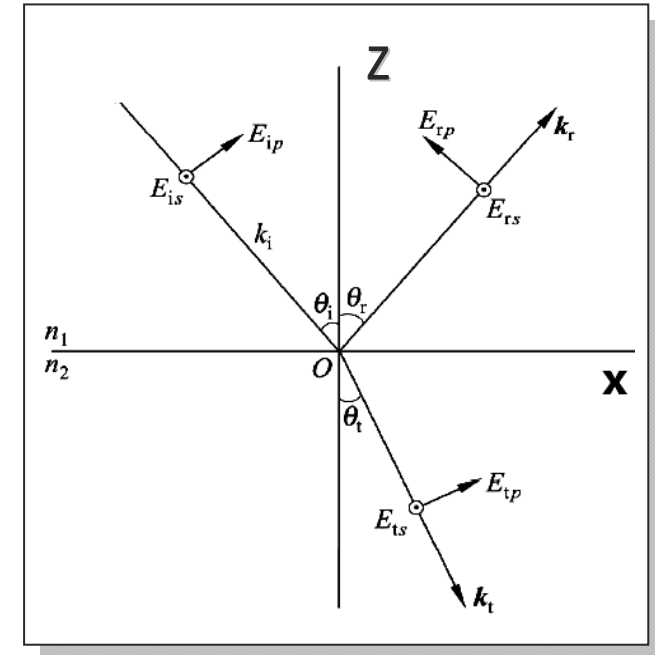
**注意：** 此处 $E_{rp}$ 的正方向与竺子民《物理光学》书上设定的正好相反。但是，这不影响对问题的分析。两者得到的 $p$ 光反射系数仅相差一个负号“ $-$ ”。

先讨论 $S$ 光：

由边值关系得： $E_{1t} = E_{2t}$      $E_s^{(i)} + E_s^{(r)} = E_s^{(t)}$



$$E^{(i)}_{os} \exp[i(\omega_i \cdot t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})] + E^{(r)}_{os} \exp[i(\omega_r \cdot t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})] \\ = E^{(t)}_{os} \exp[i(\omega_t \cdot t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})]$$





## 2-5

$$E^{(i)}_{os} \exp[i(\omega_i \cdot t - \vec{k}_i \cdot \vec{r})] + E^{(r)}_{os} \exp[i(\omega_r \cdot t - \vec{k}_r \cdot \vec{r})] \\ = E^{(t)}_{os} \exp[i(\omega_t \cdot t - \vec{k}_t \cdot \vec{r})]$$

又因为:  $\omega_i = \omega_r = \omega_t; k_{iy} = k_{ry} = k_{ty} = 0; z = 0$

$$\Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x$$

又因为:  $k_x^{(i)} = k_x^{(r)} = k_x^{(t)}$

$$\Rightarrow E^{(i)}_{os} + E^{(r)}_{os} = E^{(t)}_{os}$$

再由:  $H_{1t} = H_{2t}$

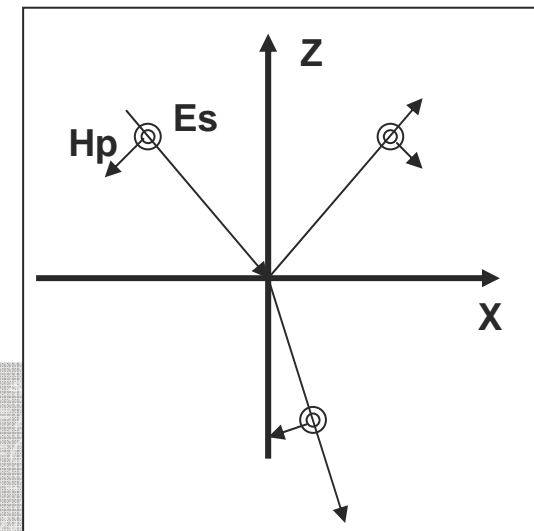
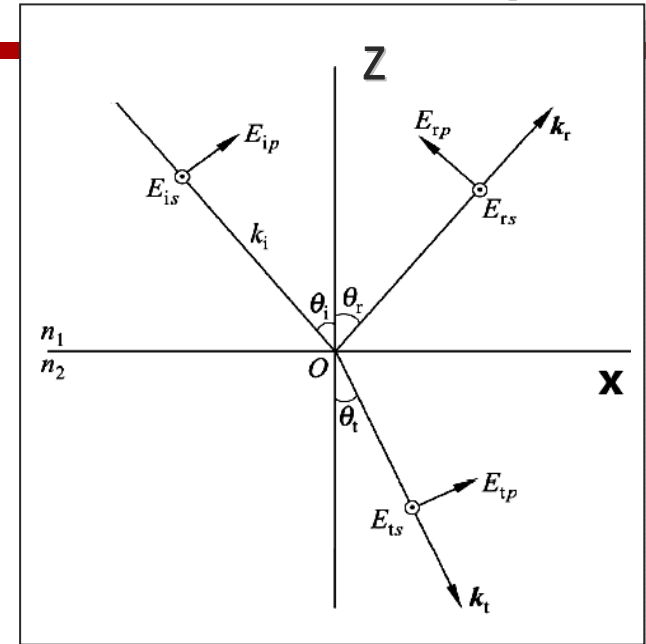
得:

$$H_{0p}^{(i)} \cos\theta_1 - H_{0p}^{(r)} \cos\theta_1 = H_{0p}^{(t)} \cos\theta_2$$

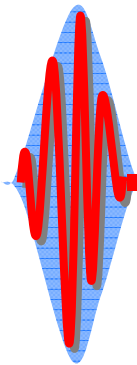
再由:  $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ ; 非铁磁材料  $H_{0p} = n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{0s}$

得:

$$n_1 E_{0s}^{(i)} \cos\theta_1 - n_1 E_{0s}^{(r)} \cos\theta_1 = n_2 E_{0s}^{(t)} \cos\theta_2$$



## 2-5



反射系数  
(coefficient of reflection)

透射系数  
(coefficient of transmission)

综合上面等式，对于S光，得：

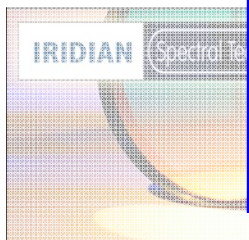
$$r_s = \frac{E_{os}^{(r)}}{E_{os}^{(i)}} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

$$t_s = \frac{E_{os}^{(t)}}{E_{os}^{(i)}} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

类似对于P光，得：

$$r_p = \frac{E_{op}^{(r)}}{E_{op}^{(i)}} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

$$t_p = \frac{E_{op}^{(t)}}{E_{op}^{(i)}} = \frac{2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$



# 2-5

## 反射系数和透射系数间的关系

由上四式可知

$$1 + r_s = t_s$$

$$1 + r_p = \frac{n_2}{n_1} t_p$$

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

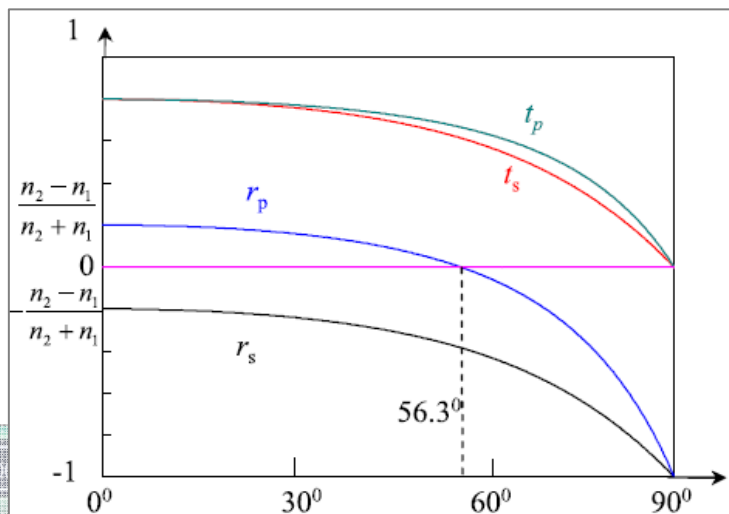
$$r_p = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

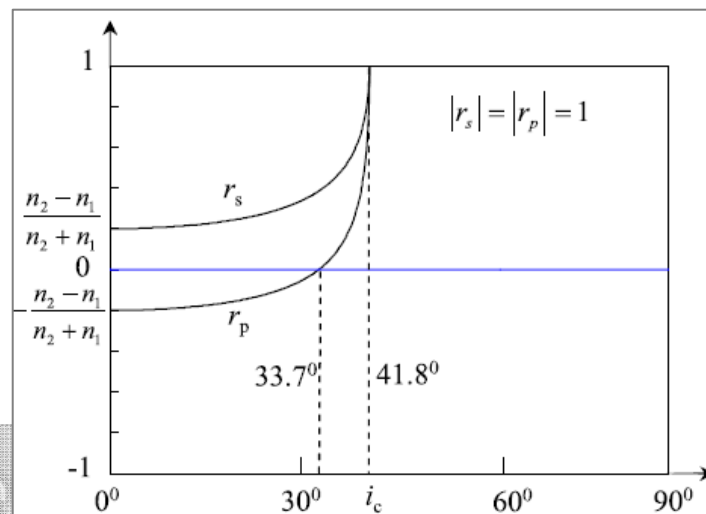
该式表明  $r$  和  $t$  不是独立的，已知其中之一，可由该式求出另一个量。

### $r, t$ —— $\theta_i$ 曲线

**注意：**概图是以前面提到的s、p光正方向画出的，与竺子民《物理光学》上略有不同

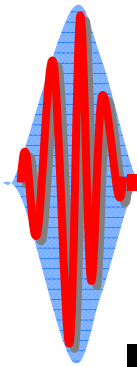


$n_1 < n_2$  (光由光疏到光密)



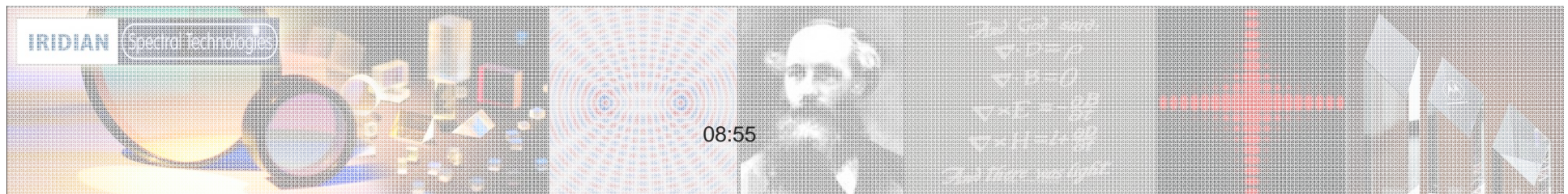
$n_2 < n_1$  (光由光密到光疏)

# 2-5



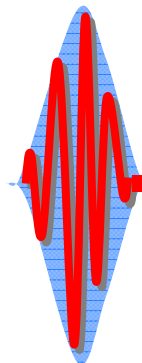
视频展示: Reflection at the air-glass

视频展示: Reflection at the glass-air





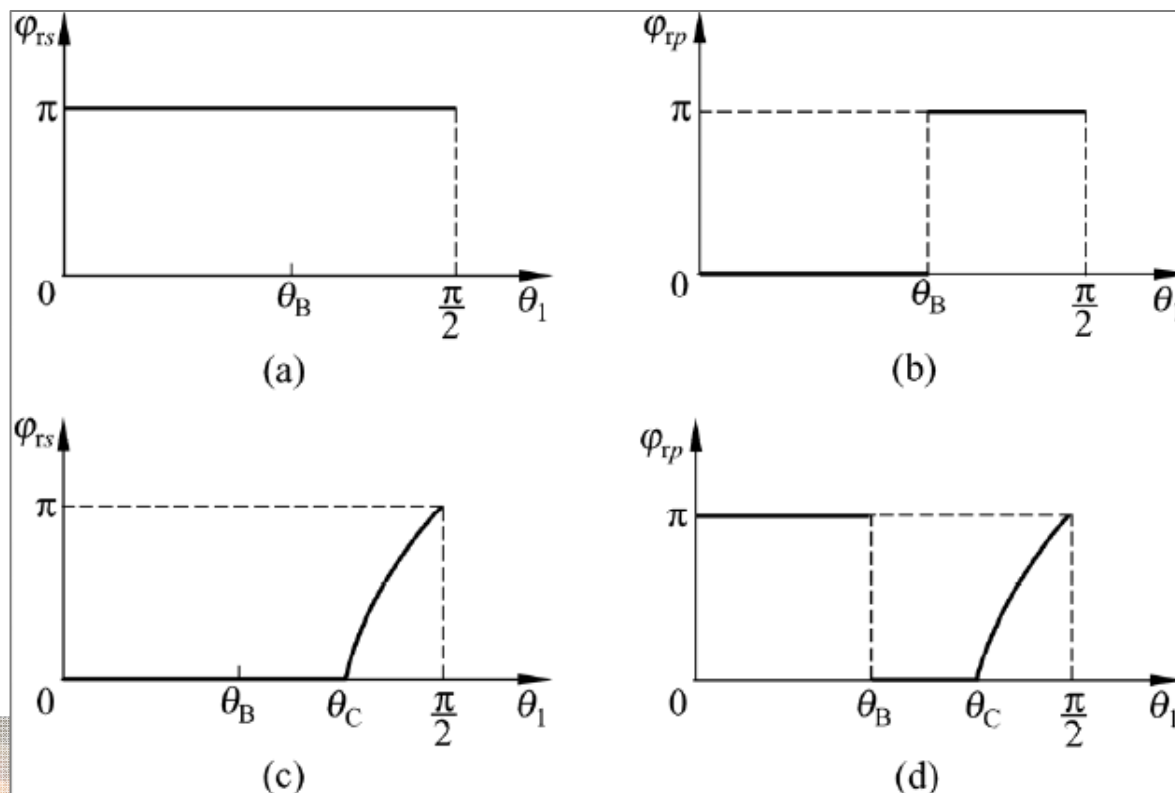
# 2-5



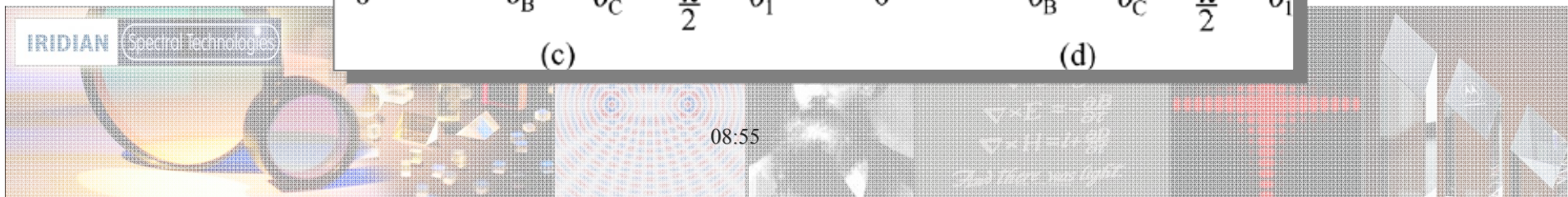
## 相位特性的分析

$r$ 为**正**说明反射光的电矢量方向**与规定正方向相同**；  
 $r$ 为**负**说明反射光的电矢量方向**与规定正方向相反**。

光疏介质射  
向光密介质



光密介质射  
向光疏介质



# 2-5

## 相位跳变的判定

以入射与反射、折射光线的实际电矢量方向为标准，**相同**——无相位跳变  
**相反**——有180度相位跳变

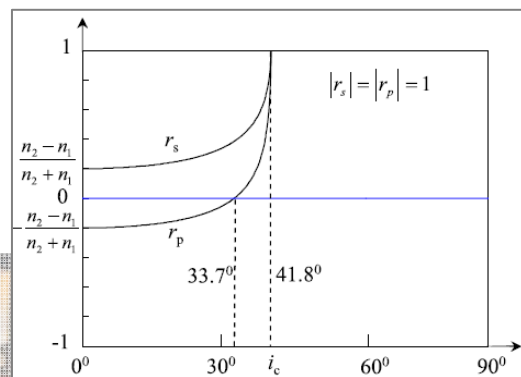
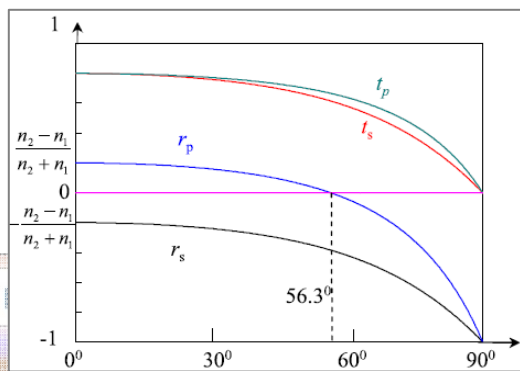
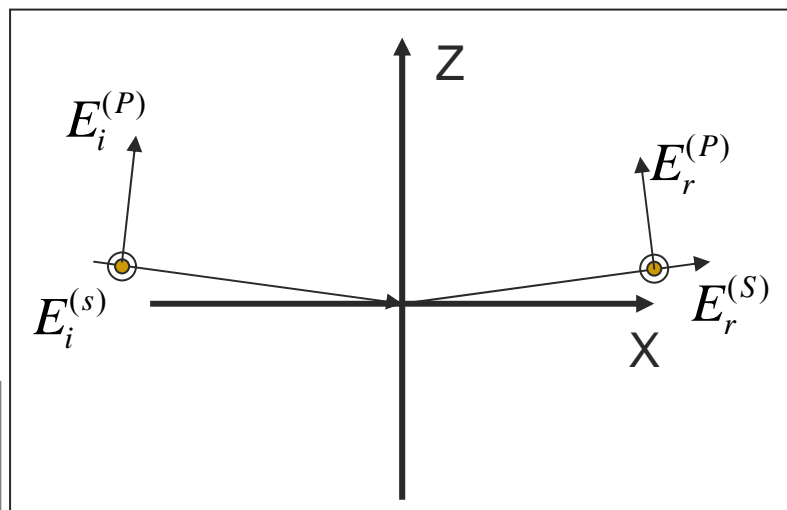
在大多数情况下，我们仅考察**垂直入射**、**掠入射**时的跳变问题

**掠入射：**

对s、p光，**入、反射**正方向的规定**一致**

因此：

跳变决定于**菲涅尔系数的正负**



**掠入射：**

**对s、p光从光疏到光密有跳变**

# 2-5

## 垂直入射:

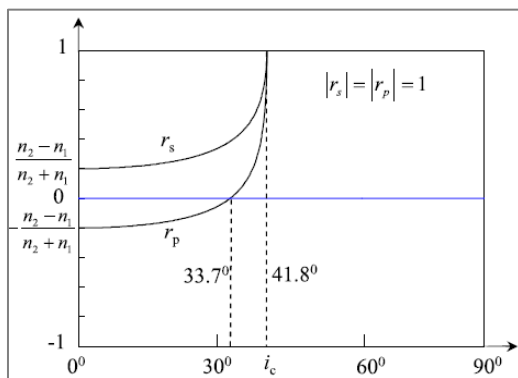
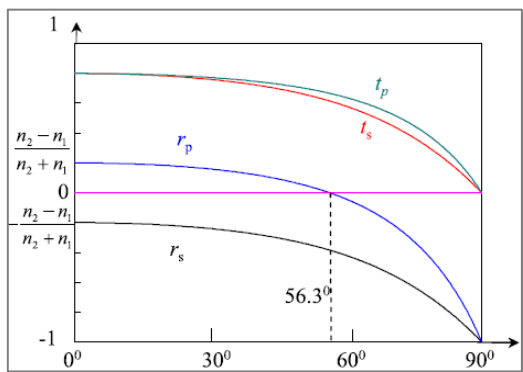
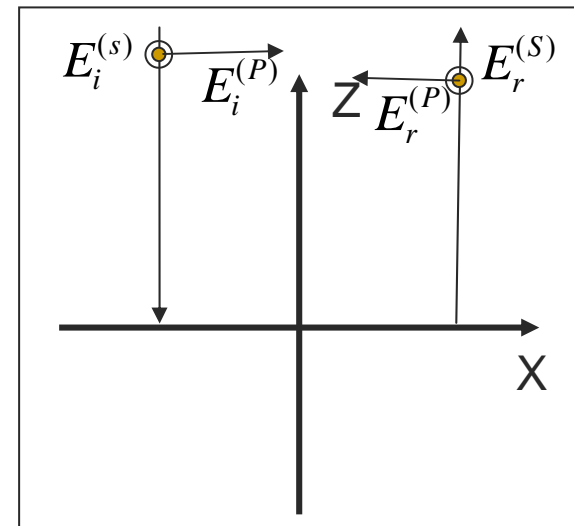
对s光, 入、反射正方向的规定一致

对p光, 入、反射正方向的规定相反

因此:

对s光, 跳变决定于菲涅尔系数的正负

对p光, 跳变与菲涅尔系数的正负正好相反



垂直入射:  
对s、p光从光疏到光密有跳变

## 对于折射光:

对s、p光, 入、折射正方向的规定一致

因此: 跳变决定于菲涅尔系数的正负

而 $t_s$ 、 $t_p$ 总为正数。所以, 折射光无跳变。

## 最后, 总结一句话:

平面波从光疏到光密, 在接近正入射或掠入射时, 反射光会有 $\pi$ 相位的变化; 其它情况无变化!



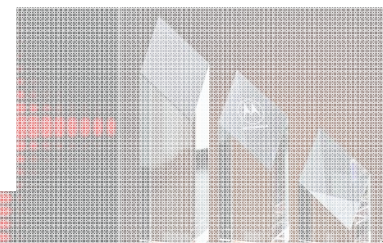
# 人物传记—菲涅耳

## 菲涅尔——Augustin-Jean Fresnel



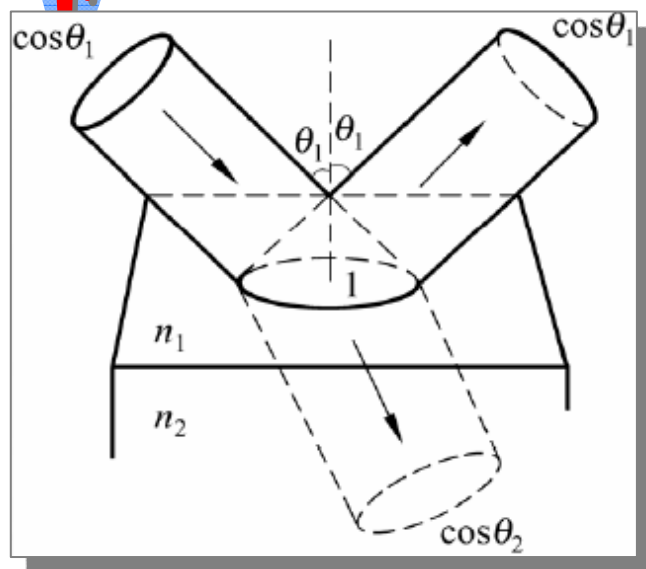
**菲涅耳**(1788~1827)是**法国**土木工程兼物理学家。1788年5月10日生于诺曼底省的布罗意城的一个建筑师家庭。1806年毕业于巴黎工艺学院，1809年又毕业于巴黎路桥学院，并取得土木工程师文凭。大学毕业后的一段时期，菲涅耳倾注全力于建筑工程。从1814年起，他明显地将注意力转移到光的研究上。菲涅耳在1823年被选为法国科学院院士。1825年被选为英国皇家学会会员。

菲涅耳的科学成就主要有两方面。**一是衍射**，他以惠更斯原理和干涉原理为基础，用新的定量形式建立了以他们的姓氏命名的**惠更斯—菲涅耳原理**。他的实验具有很强的直观性、敏锐性，很多现在仍通行的实验和光学元件都冠有菲涅耳的姓氏，如：双面镜干涉、波带片、菲涅耳镜、圆孔衍射等。**另一成就是偏振**：他与阿喇戈一起研究了偏振光的干涉，**肯定了光是横波**(1821)；他发现了圆偏振光和椭圆偏振光(1823)，用波动说解释了偏振面的旋转；**他推出了反射定律和折射定律的定量规律**，即菲涅耳公式；解释了E.-L.马吕斯的反射光偏振现象和双折射现象，从而**建立了晶体光学的基础**。



## 2-5 反射率、透射率

**定义:**

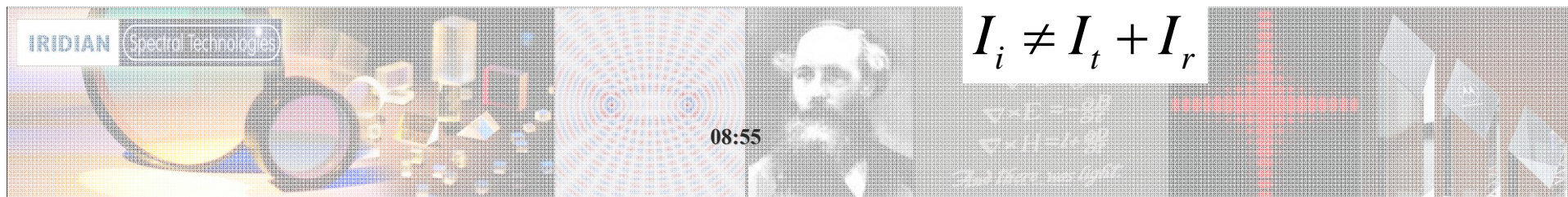


设单位时间投射到**界面单位面积**上的能量为  $W_i$ ，反、透射光的能量分别为  $W_r$ 、 $W_t$ ，不计吸收散射等能量损耗，则**反射率 (reflectance)**、**透射率 (transmittance)** 分别为

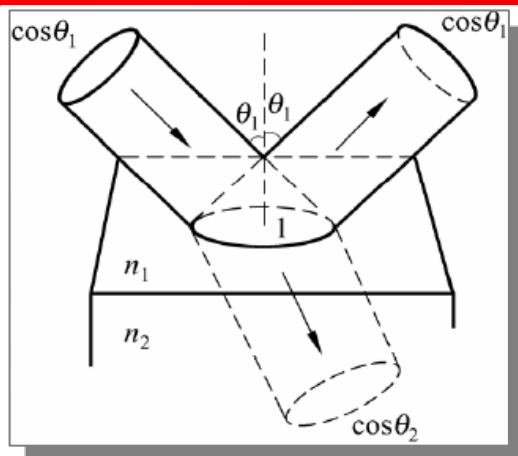
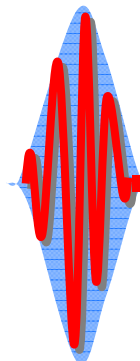
$$R = \frac{W_r}{W_i}; T = \frac{W_t}{W_i}$$

$$W_i = W_r + W_t; R + T = 1$$

**注意:** R、T 非强度比，即:



# 2-5



## W 与 I 的关系

$$W_i = I_i \cdot \cos\theta_i = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \cdot E_{oi}^2 \cdot \cos\theta_i$$

$$W_r = I_r \cdot \cos\theta_r = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}} \cdot E_{or}^2 \cdot \cos\theta_r$$

$$W_t = I_t \cdot \cos\theta_t = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_0}} \cdot E_{ot}^2 \cdot \cos\theta_t$$

公式推导:

$$R = \frac{W_r}{W_i} = \left( \frac{E_{or}}{E_{oi}} \right)^2 = \begin{cases} R_s = r_s^2 \dots\dots s \text{光} \\ R_p = r_p^2 \dots\dots p \text{光} \end{cases}$$

$$T = \frac{W_t}{W_i} = \left( \frac{E_{ot}}{E_{oi}} \right)^2 \cdot \frac{\cos\theta_2 \cdot n_2}{\cos\theta_1 \cdot n_1} = \begin{cases} T_s = t_s^2 \cdot \frac{\cos\theta_2 \cdot n_2}{\cos\theta_1 \cdot n_1} \dots\dots s \text{光} \\ T_p = t_p^2 \cdot \frac{\cos\theta_2 \cdot n_2}{\cos\theta_1 \cdot n_1} \dots\dots p \text{光} \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_s = \frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} \\ R_p = \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \end{cases}$$

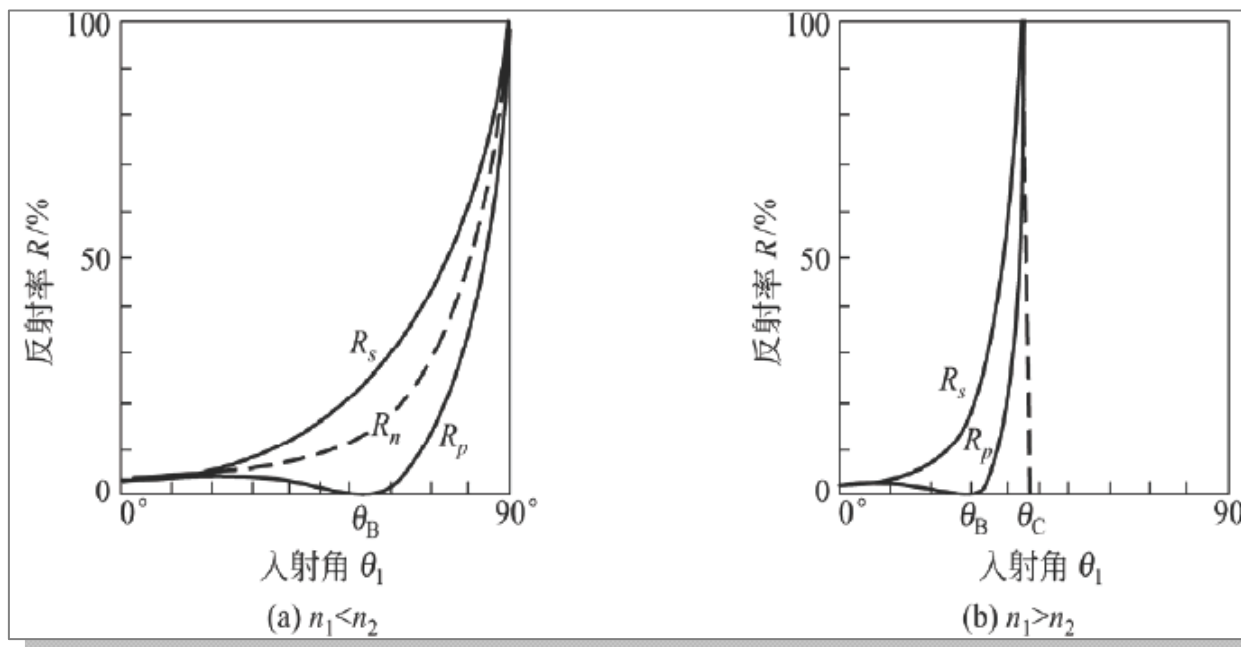
对于垂直入射:  $R_s = R_p = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$

$$T_s = 1 - R_s$$

$$T_p = 1 - R_p$$

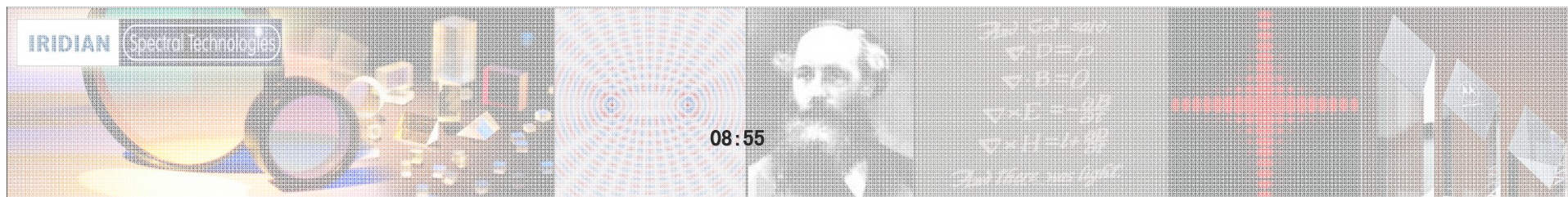
# 2-5

## 反射率/入射角 变化曲线



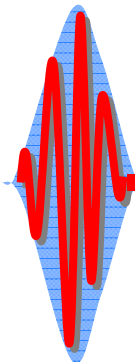
从空气到光学玻璃( $n=1.52$ )

从光学玻璃( $n=1.52$ )到空气





# 2-5



## 讨论

### 1. 入射光为线偏振光

设入射光波的电矢量与入射面的夹角为  $\alpha$  ,

$$W_{is} = W_i \cdot \sin^2 \alpha$$

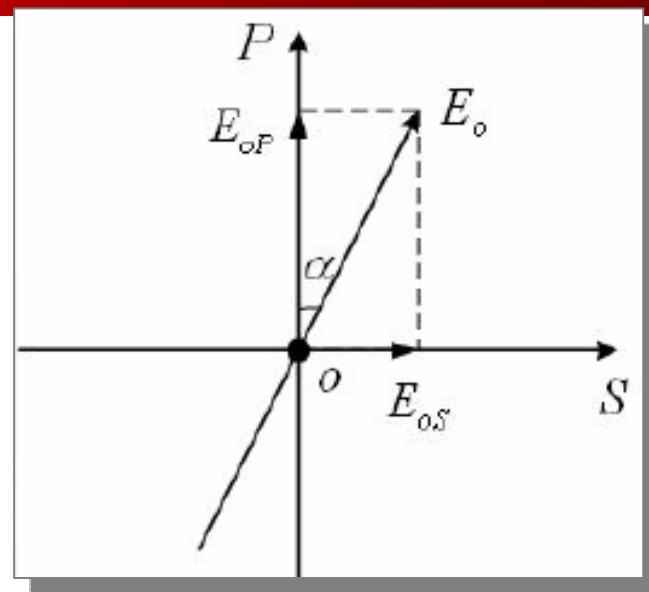
$$W_{ip} = W_i \cdot \cos^2 \alpha$$

$$R = \frac{W_i \cdot \sin^2 \alpha \cdot R_s + W_i \cdot \cos^2 \alpha \cdot R_p}{W_i}$$

$$= \sin^2 \alpha \cdot R_s + \cos^2 \alpha \cdot R_p$$

类似, 得:

$$T = \sin^2 \alpha \cdot T_s + \cos^2 \alpha \cdot T_p$$



### 2. 入射光为自然光

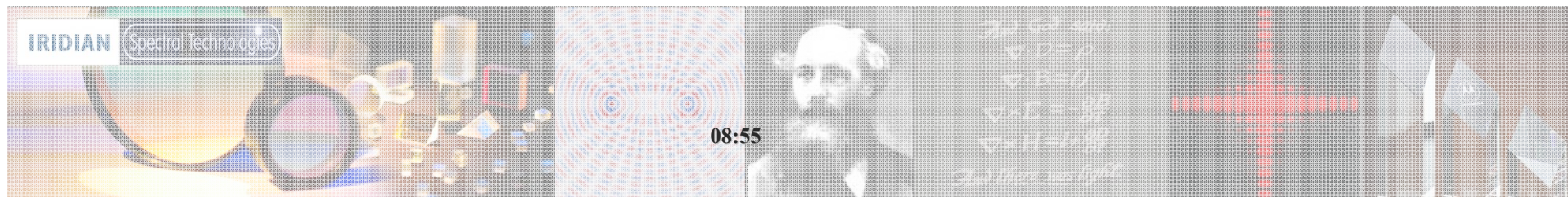
$$W_{is} = W_{ip} = \frac{1}{2} W_i$$

$$R = \frac{\frac{1}{2} W_i \cdot R_s + \frac{1}{2} W_i \cdot R_p}{W_i}$$

$$R = \frac{1}{2} (R_s + R_p)$$

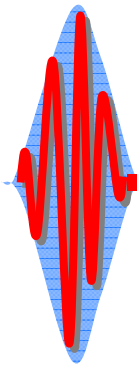
类似, 得:

$$T = \frac{1}{2} (T_s + T_p)$$





# 2-5



## 临界角 $\theta_c$ (critical angle)

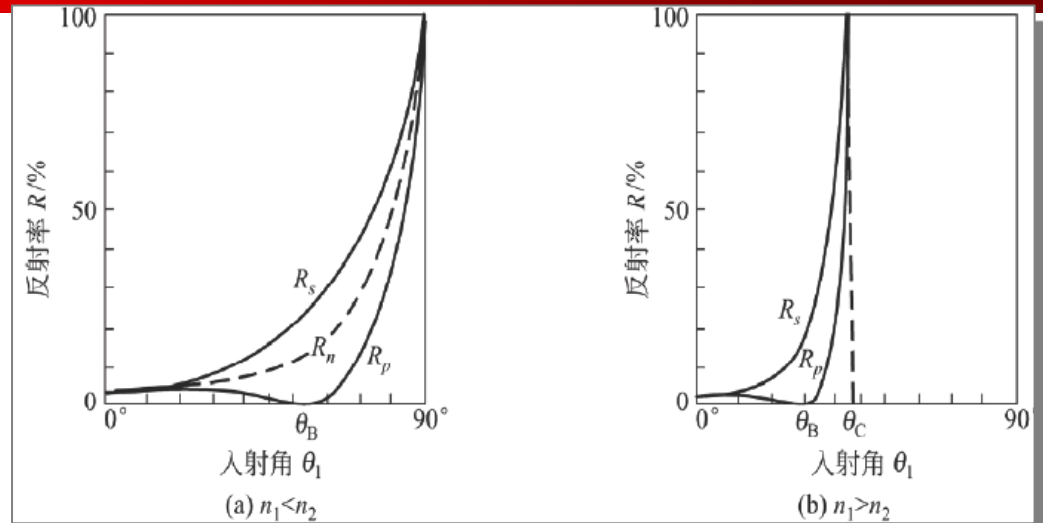
条件:  $n_1 > n_2$

物理意义:

$$\theta_i = \theta_c \dots \theta_t = \frac{\pi}{2}$$

如... $\theta_i \geq \theta_c \dots R = 1$

数值:  $\theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$



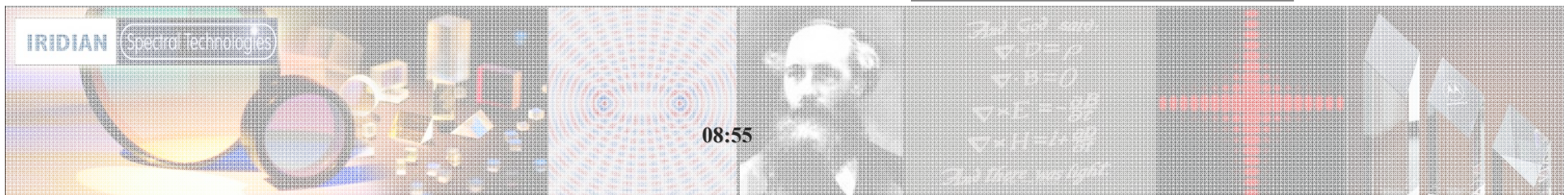
## 布儒斯特角 $\theta_B$ (Brewster angle)

物理意义:

$$\theta_i = \theta_B \dots R_p = 0$$

数值:

$$\begin{aligned} \text{由 } R_p &= \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} = 0 \\ \Rightarrow \theta_B + \theta_2 &= \pi/2 \\ \Rightarrow \theta_B &= \arctan(n_2/n_1) \end{aligned}$$



## 2-5

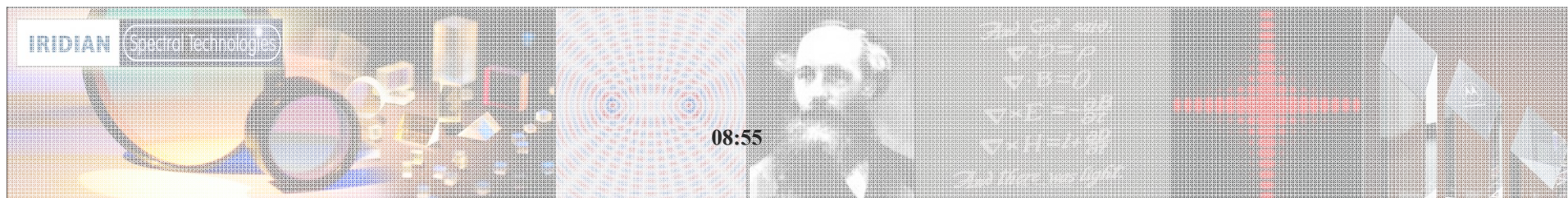
# 反射和折射产生的偏振

## 自然光入射

$\theta_i = 0, \pi/2$ , 或  $\theta_i \geq \theta_c (n_1 > n_2)$  时:  
.....反、折射光仍为自然光 ;

$\theta_i = \theta_B$  时,  
.....反射光为线偏振光  
， 折射光为部分偏振光

$\theta_i \neq 0, \pi/2, \theta_B$  时,  
.....一般为部分偏振光。

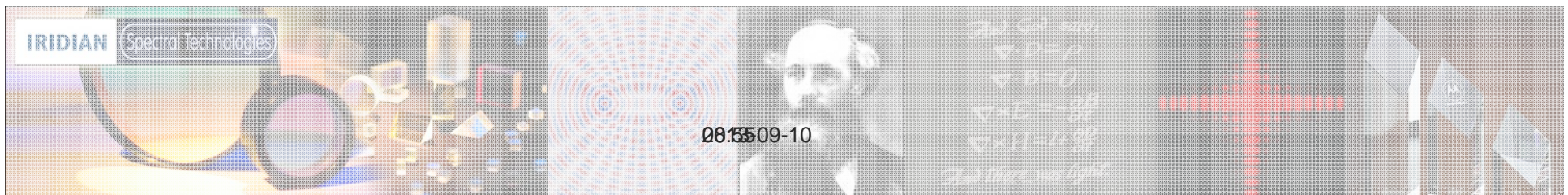




## 2-5

例题：电矢量振动方向与入射面成 $45^\circ$ 角的偏振光入射到两种介质分界面，介质1和介质2的折射率分别为 $n_1 = 1$ ， $n_2 = 1.5$ 。问下列两种情况下反射光中电矢量与入射面所成角度是多少？

- 1) 入射角  $\theta_1 = 50^\circ$ ; 2)  $\theta_1 = 60^\circ$ .



## 2-5 全反射 (total reflection)

全反射条件-临界角  $\theta_c$

$$\theta_1 > \theta_c = \arcsin(n_2/n_1)$$

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1$$

在全反射时,  $\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 > 1$

$\theta_2$  不存在, 如何计算反射系数?

反射系数:

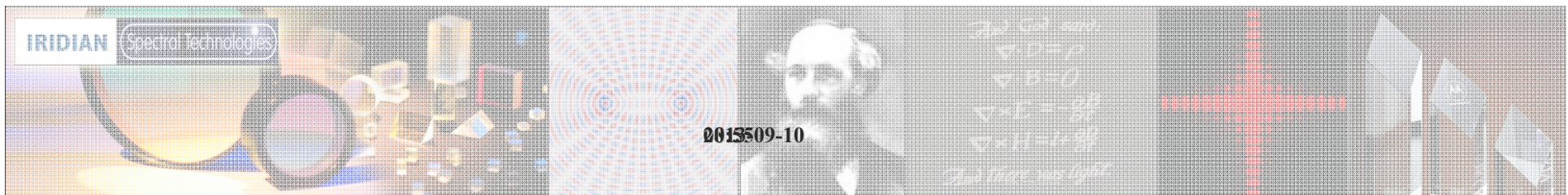
$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \dots (a)$$

$$\cos \theta_2 = i \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{(n_2/n_1)^2} - 1} \dots (b)$$

代(a)、(b)入菲涅耳公式

$$r_s = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$r_p = -\frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$



## 2-5

得:

$$r_s = \frac{\cos\theta_1 - i\sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}}{\cos\theta_1 + i\sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}} = |r_s| \exp(i\phi_s)$$

其中:  $n = \frac{n_2}{n_1}$

$$r_p = \frac{n^2 \cos\theta_1 - i\sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}}{n^2 \cos\theta_1 + i\sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}} = |r_p| \exp(i\phi_p)$$

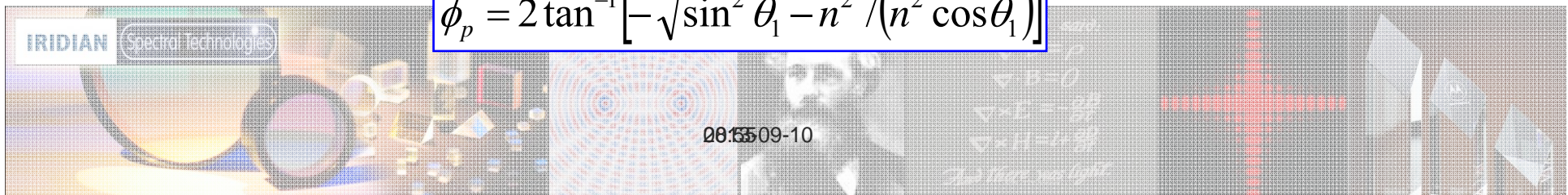
注意到:  $\frac{a+ib}{a-ib} = 1 \cdot \exp(2\phi) \dots$  其中  $\phi = \arctan(b/a)$

**表明:** 分子、分母为共轭复数的复分数, 其**模值**必为**1**, 而**辐角**则为**分子辐角的两倍**。

$$|r_s| = |r_p| = 1$$

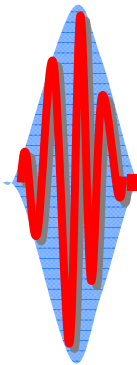
$$\phi_s = 2 \tan^{-1} \left( -\sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2} / \cos\theta_1 \right)$$

$$\phi_p = 2 \tan^{-1} \left[ -\sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2} / (n^2 \cos\theta_1) \right]$$





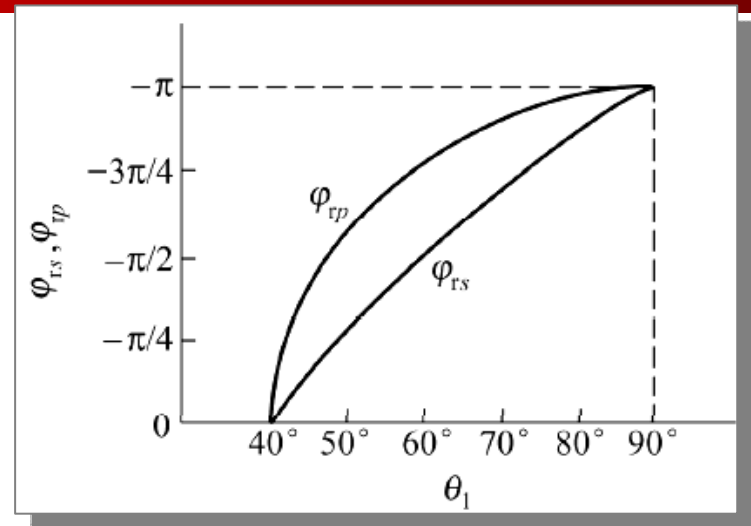
# 2-5



s, p分量相位**跳变差**:

$$\Delta\phi$$

$$\Delta\phi = 2 \tan^{-1} \frac{\cos\theta_1 \sqrt{\sin^2\theta_1 - n^2}}{\sin^2\theta_1}$$

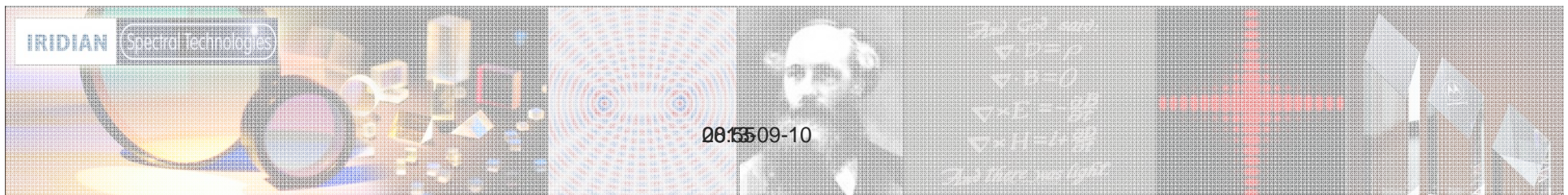


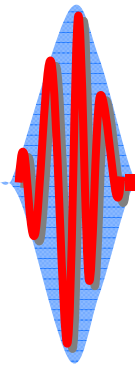
全反射时的位相跳变 (n=1/1.5)

讨论:  $\theta_1$  等于临界角时,  $\Delta\phi = 0$ ;  
 $\theta_1$  大于临界角时,  $\Delta\phi \neq 0$ .

若输入为**线**偏振光  
 输出将为**椭圆**偏振光。

作业: 2.15、2.19  
 附加作业: 1、2

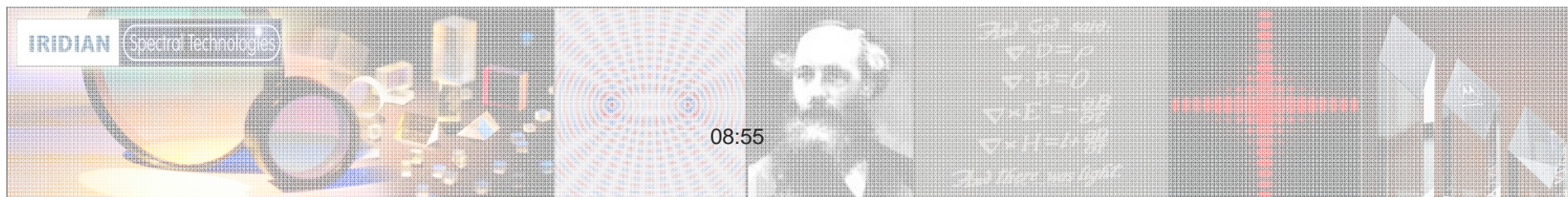
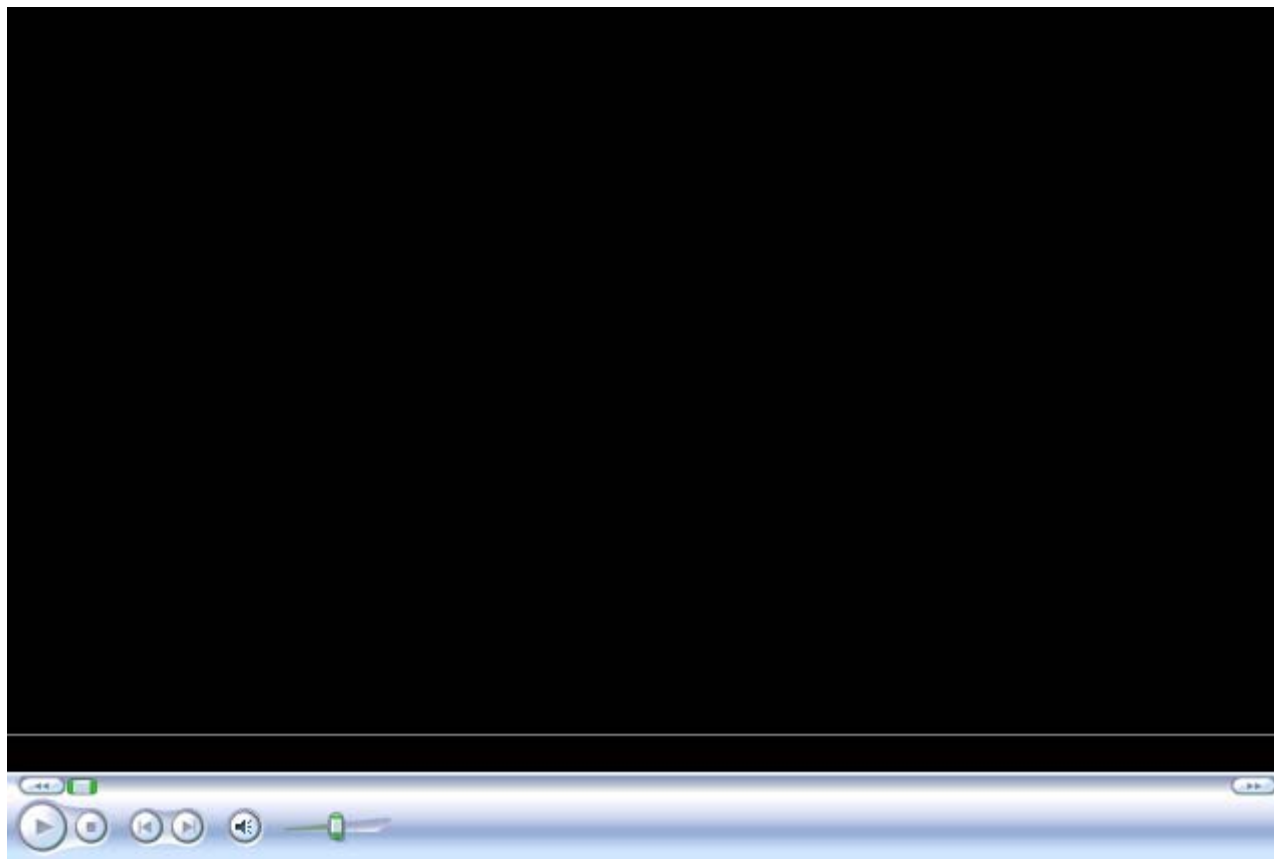




# 2-5



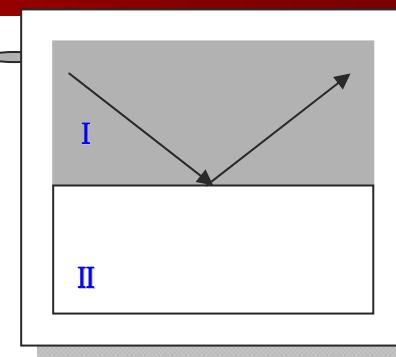
## 视频展示: Phase shifts of s/p-polarized beam



## 2-5

### 全反射中的隐失波 (倏逝波) (evanescent wave)

介质 II 中存在光场?

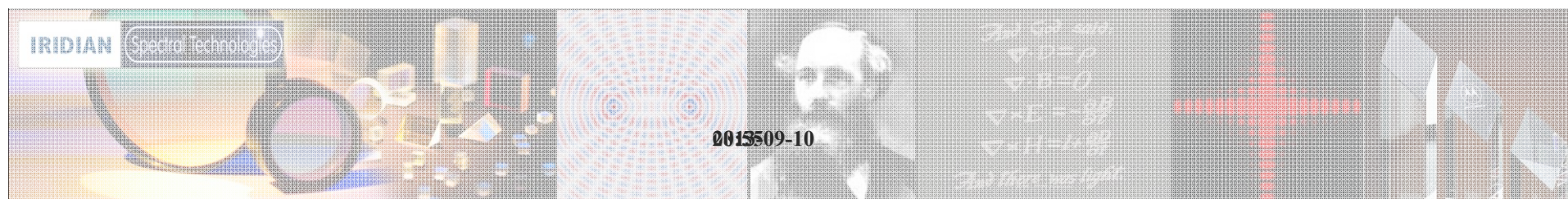


边界条件—介质 II 中必然存在电、磁场!

$$|r_s| = |r_p| = 1$$

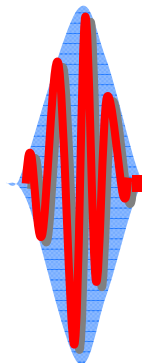
表示: 进入介质 II 的光能量**全部返回**介质 I

推导透射波的波函数:





# 2-5



透射波的波函数:

$$E_2 = A_2 \exp[i(k_2 \cdot r - \omega t)]$$



选取入射面为xz面

$$E_2 = A_2 \exp[i(k_{2x}x + k_{2z}z - \omega t)]$$



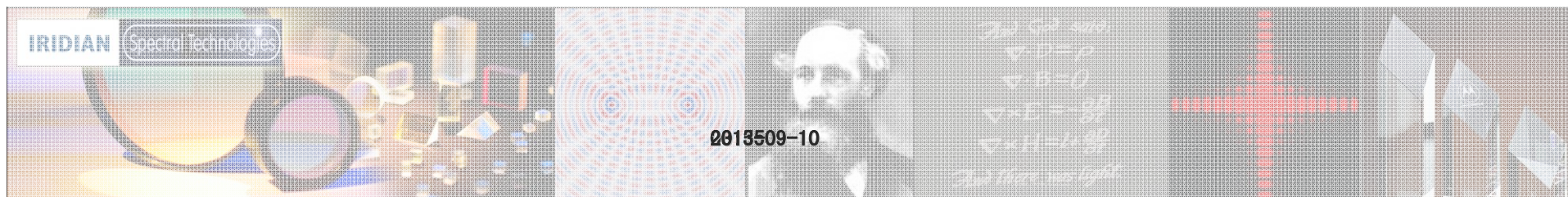
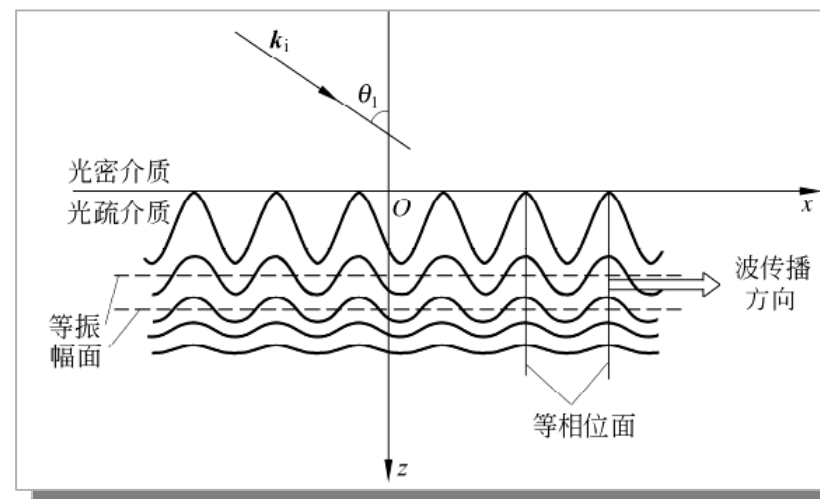
$$k_{2x} = k_2 \sin \theta_2 = k_2 \frac{\sin \theta_1}{n}$$

$$k_{2z} = k_2 \cos \theta_2 = \pm ik_2 \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{n^2} - 1}$$

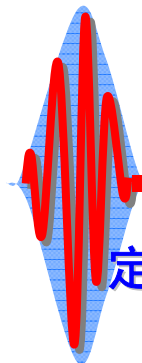


$$E_2 = A_2 \exp[-\kappa z] \cdot \exp[i(k_{2x}x - \omega t)]$$

其中:  $\kappa = k_2 \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_1}{n^2} - 1}$



# 2-5



**定义：** 振幅减小到界面处的1/e的深度为**穿透深度**。

$$z_0 = \frac{1}{\kappa} = \frac{n}{k_2 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - n^2}}$$

**隐失波波长：**

$$\lambda_e = \frac{2\pi}{k_{2x}} = \frac{\lambda_1}{\sin \theta_1}$$

