

基于CKF的分布式滤波算法及其在目标跟踪中的应用

丁家琳¹, 肖建¹, 张勇²

(1. 西南交通大学 电气工程学院, 成都 610031; 2. 成都电业局 电力调控中心, 成都 610041)

摘要: 针对已有基于Sigma点信息滤波的分布式滤波算法, 其性能易受参数影响而导致应用范围受限的问题, 以容积卡尔曼滤波(CKF)为基础, 利用信息滤波和平均一致性理论提出一种分布式CKF算法. 该算法在保持分布式滤波优良特性(即可扩展性和对节点故障强鲁棒性)的同时, 兼具CKF的高滤波精度和强稳定性. 仿真结果表明了所提出算法的有效性, 与分布式Unscented卡尔曼滤波(UKF)算法相比, 该算法显著提高了目标跟踪的精度和稳定性.

关键词: 分布式估计; 容积卡尔曼滤波; 平均一致性; 目标跟踪

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Distributed algorithm-based CKF and its applications to target tracking

DING Jia-lin¹, XIAO Jian¹, ZHANG Yong²

(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Electric Power Dispatching Control Center, Chengdu Electric Power Bureau, Chengdu 610041, China. Correspondent: DING Jia-lin, E-mail: dingjialing2008@163.com)

Abstract: For the problem that the performance of distributed filter based on Sigma point information filtering is affected by the parameters, which limits its scope of application, a distributed CKF based on cubature Kalman filter(CKF) is derived by using the information filter framework and the average-consensus theory. This algorithm not only keeps advantages of the distributed filtering, such as the scalability and the robustness to sensor failures, but also has the high accuracy and strong stability of CKF. The simulation result shows the effectiveness of the proposed algorithm. Compared with the distributed UKF algorithm, it improves the accuracy and stability of the target tracking issue.

Keywords: distributed estimation; cubature Kalman filter; average-consensus; target tracking

0 引言

随着大规模传感器网络在目标跟踪、监控和机器人导航中的广泛应用, 分布式估计受到了越来越多的关注. 与传统的集中式估计方法不同, 分布式估计需要的通信量较少, 且能够并行处理; 集中式估计要求所有的传感器节点将其观测信息发送到一个中央单元再进行集中处理, 这必然导致较高的通信量和计算量. 另一方面, 与完全分散式估计相比, 分布式估计的传感器网络不需要完全连接, 每个传感器节点只需要与它邻近的节点进行信息交换. 所以, 分布式估计具有可扩展性、低通信量、快速实现和对节点故障鲁棒性强等优点^[1-2].

近年来, 不少学者提出了解决分布式估计问题的相关方法, 其中值得关注的是基于卡尔曼滤波的分布式估计. Olfati-Saber等^[3-5]针对离散线性高斯系统, 利

用平均一致性方法提出了分布式卡尔曼滤波(DKF), 其滤波框架依赖于卡尔曼滤波的信息等价表示, 即信息滤波(Inf)^[6]. 另外, 通过采用扩展卡尔曼滤波器(EKF), 可以将该方法直接推广到非线性高斯系统, 但是与EKF类似, 该方法对于强非线性系统, 存在一阶线性化近似精度偏低且需要计算非线性函数的雅可比矩阵等理论局限. 考虑到UKF有着与EKF相同的计算量, 但滤波精度更高、鲁棒性更强等优点, 文献[7]基于一致性理论采用统计线性误差传播的方法, 通过引入伪观测矩阵提出了分布式UKF算法, 随后, 又将该方法推广到非线性非高斯系统^[8].

UKF的滤波性能易受参数取值的影响, 其比例系数 $\kappa = 3 - n$, 当状态维数大于3时, κ 为负则可能出现滤波性能不佳甚至发散的现象, 所以UKF适用于解决低维($n < 3$)的非线性滤波问题^[9-11]. 为了克服以

收稿日期: 2013-10-03; 修回日期: 2014-02-26.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51177137); 国家自然科学基金重点项目(61134001).

作者简介: 丁家琳(1986-), 女, 博士生, 从事非线性滤波算法的研究; 肖建(1950-), 男, 教授, 博士生导师, 从事交流传动系统、模糊控制等研究.

上缺点, Arasaratnam等^[9]基于球面径向规则采用一组等权值的容积点逼近系统状态的后验分布, 提出了容积卡尔曼滤波(CKF). CKF与UKF同属确定采样型滤波, 其计算复杂度相似, 但CKF有着更高的滤波精度和数值稳定性^[11-12]. 此外, 每次采样过程中, CKF都比UKF少一个采样点, 所以理论上CKF的计算速度更快, 实时性更好. 基于以上优点, 近年来, CKF得到了广泛应用^[13-14].

本文基于信息滤波框架和平均一致性原理, 针对多传感器数据融合系统提出了一种分布式CKF滤波算法. 该算法继承了分布式滤波的可扩展性和对传感器节点故障的强鲁棒性, 同时兼具CKF的滤波精度高、稳定性强和应用范围广等优点. 不同条件下的仿真实验表明了所提出算法的可行性和有效性.

1 扩展信息滤波器

考虑如下非线性离散动态系统:

$$\begin{cases} x_k = f_k(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1}, \\ z_k = h_k(x_k, u_k) + v_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_k \in R^n$ 和 $z_k \in R^p$ 分别为系统的状态向量和观测向量; $u_k \in R^m$ 为已知的控制输入; 函数 $f_k: R^n \times R^m \rightarrow R^n$ 和 $h_k: R^n \times R^m \rightarrow R^p$ 分别为已知的非线性函数; 过程噪声 $w_k \in R^n \sim N(0, Q_k)$ 和测量噪声 $v_k \in R^p \sim N(0, R_k)$ 为线性无关的高斯白噪声. 初始状态 x_0 服从高斯分布 $N(\hat{x}_0, P_0)$, 且与 v_k 和 w_k 互不相关.

在给定观测信息 $Z_k = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ 时, 状态估计和协方差可以表示为

$$\hat{x}_{k|k-1} = E(x_k|Z_{k-1}), \quad \hat{x}_{k|k} = E(x_k|Z_k), \quad (2)$$

$$P_{k|k-1} = E[(x_k - \hat{x}_{k|k-1})(x_k - \hat{x}_{k|k-1})^T],$$

$$P_{k|k} = E[(x_k - \hat{x}_{k|k})(x_k - \hat{x}_{k|k})^T]. \quad (3)$$

对于非线性系统(1), 扩展信息滤波器(EIF)是EKF算法的信息表示形式^[15]. 定义Fisher信息矩阵 $Y_{k|k}$ 和信息状态矢量 $\hat{y}_{k|k}$ 为

$$Y_{k|k} = (P_{k|k})^{-1}, \quad (4)$$

$$\hat{y}_{k|k} = (P_{k|k})^{-1} \hat{x}_{k|k} = Y_{k|k} \hat{x}_{k|k}. \quad (5)$$

得到信息矩阵和信息状态矢量的更新方程为

$$Y_{k|k} = (P_{k|k-1})^{-1} + H_k^T R_k^{-1} H_k = Y_{k|k-1} + I_k, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{y}_{k|k} &= \hat{y}_{k|k-1} + H_k^T R_k^{-1} [v_k + H_k \hat{x}_{k|k-1}] = \\ &= \hat{y}_{k|k-1} + i_k. \end{aligned} \quad (7)$$

其中: i_k 为信息状态贡献, I_k 为其关联信息矩阵, 有

$$I_k = H_k^T R_k^{-1} H_k, \quad (8)$$

$$i_k = H_k^T R_k^{-1} [v_k + H_k \hat{x}_{k|k-1}], \quad (9)$$

$$H_k = \left. \frac{h_k(x_k, u_k)}{\partial x_k} \right|_{x_k = \hat{x}_{k|k-1}},$$

$v_k = z_k - h_k(\hat{x}_{k|k-1}, u_k)$ 为新息矢量. 预测信息状态矢量和预测信息矩阵根据下式得到:

$$\hat{y}_{k|k-1} = (P_{k|k-1})^{-1} \hat{x}_{k|k-1}, \quad (10)$$

$$Y_{k|k-1} = (P_{k|k-1})^{-1} =$$

$$[F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_{k-1}]^{-1}, \quad (11)$$

其中 $F_k = \left. \frac{f_k(x_{k-1}, u_{k-1})}{\partial x_{k-1}} \right|_{x_{k-1} = \hat{x}_{k-1|k-1}}$.

2 分布式CKF算法

2.1 容积信息滤波

以CKF滤波框架为基础, 采用统计线性误差传播方法, 并以其他量等价表示EIF中的雅可比矩阵, 可以得到容积信息滤波(CIF)算法.

假设 $k-1$ 时刻的后验概率密度函数 $p(x_{k-1}|D_{k-1}) = N(\hat{x}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1})$ 已知, 则状态预测均值 $\hat{x}_{k|k-1}$ 和协方差阵 $P_{k|k-1}$ 分别为

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k|k-1} &= \\ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{*(i)} &= \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L f_k(\chi_{k-1|k-1}^{(i)}, u_{k-1}), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} P_{k|k-1} &= \\ \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{*(i)} \chi_{k|k-1}^{*(i)T} - \hat{x}_{k|k-1} \hat{x}_{k|k-1}^T &+ Q_{k-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

其中容积点 $\chi_{k-1|k-1}^{(i)} (i = 1, 2, \dots, L)$ 根据球面径向规则, 按下式计算得到:

$$P_{k-1|k-1} = S_{k-1|k-1} S_{k-1|k-1}^T,$$

$$\chi_{k-1|k-1}^{(i)} = S_{k-1|k-1} \xi_i + \hat{x}_{k-1|k-1},$$

$$L = 2n, \quad \xi_i = \sqrt{\frac{L}{2}} [1]_i, \quad [1] \in R^n,$$

$[1]_i \in$

$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -1 \end{bmatrix} \right\}.$$

在EIF中, 更新方程的导出是以逆协方差矩阵和线性观测方程为基础的, 对于CKF, 其更新方程不能用线性观测矩阵直接表示, 所以不能将CKF直接嵌入EIF的更新方程. 为了解决该问题, 利用统计线性误差传播方法重新表示EIF的更新方程. 根据统计线性误差传播^[16-17], 状态预测协方差阵 $P_{k|k-1}$ 、观测协方差阵 $P_{z,z,k|k-1}$ 和交叉协方差阵 $P_{x,z,k|k-1}$ 可以表示为

$$P_{k|k-1} = E\{[x_k - \hat{x}_{k|k-1}][x_k - \hat{x}_{k|k-1}]^T\}, \quad (14)$$

$$P_{z,z,k|k-1} = E\{[z_k - \hat{z}_{k|k-1}][z_k - \hat{z}_{k|k-1}]^T\} \approx$$

$$\begin{aligned}
& E\{[H_k(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) + \nu_k][H_k(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) + \nu_k]^T\} = \\
& H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k, \quad (15) \\
& P_{xz,k|k-1} = E\{[x_k - \hat{x}_{k|k-1}][z_k - \hat{z}_{k|k-1}]^T\} \approx \\
& E\{(x_k - \hat{x}_{k|k-1})[H_k(x_k - \hat{x}_{k|k-1}) + \nu_k]^T\} = \\
& P_{k|k-1} H_k^T, \quad (16)
\end{aligned}$$

进而有

$$\begin{aligned}
H_k &= [(P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}]^T = \\
& (P_{xz,k|k-1})^T (P_{k|k-1})^{-1}. \quad (17)
\end{aligned}$$

将式(17)代入(8)和(9),有

$$\begin{aligned}
I_k &= H_k^T R_k^{-1} H_k = \\
& (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1} R_k^{-1} (P_{xz,k|k-1})^T (P_{k|k-1})^{-1}, \quad (18) \\
i_k &= H_k^T R_k^{-1} [v_k + H_k \hat{x}_{k|k-1}] = \\
& (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1} R_k^{-1} [v_k + \\
& (P_{xz,k|k-1})^T (P_{k|k-1})^{-1} \hat{x}_{k|k-1}]. \quad (19)
\end{aligned}$$

在CKF框架下,同样可以通过式(18)和(19)计算其信息的贡献项 i_k 和 I_k .其中: $P_{k|k-1}$ 的计算如式(13)所示,交叉协方差阵 $P_{xz,k|k-1}$ 按以下方式计算得到:利用式(12)和(13)得到的 $\hat{x}_{k|k-1}$ 和 $P_{k|k-1}$ 计算采样点 $\chi_{k|k-1}^{(i)}$,经非线性观测函数得到

$$\hat{z}_{k|k-1} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L Z_{k|k-1}^{(i)} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h_k(\chi_{k|k-1}^{(i)}, u_k), \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
P_{xz,k|k-1} &= \\
& \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (\chi_{k|k-1}^{(i)} - \hat{x}_{k|k-1})(Z_{k|k-1}^{(i)} - \hat{z}_{k|k-1})^T = \\
& \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{(i)} Z_{k|k-1}^{(i)T} - \hat{x}_{k|k-1} \hat{z}_{k|k-1}^T. \quad (21)
\end{aligned}$$

CIF的更新方程同样由式(6)和(7)表示.另外,也可以通过定义伪观测矩阵

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}_k &= [(P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}]^T = \\
& (P_{xz,k|k-1})^T (P_{k|k-1})^{-1} \quad (22)
\end{aligned}$$

得到与EIF相匹配的信息状态贡献和关联信息矩阵

$$i_k = \mathcal{H}_k^T R_k^{-1} [v_k + \mathcal{H}_k \hat{x}_{k|k-1}], \quad (23)$$

$$I_k = \mathcal{H}_k^T R_k^{-1} \mathcal{H}_k. \quad (24)$$

2.2 多传感器估计

多传感器数据融合可以提高状态估计的可靠性,假定观测矢量由 N 个不同传感器的观测量组成,每个传感器根据如下方程表示的局部观测模型观测到一个共同的状态:

$$z_k^s = h_k^s(x_k, u_k) + \nu_k^s, \quad s = 1, 2, \dots, N. \quad (25)$$

其中: z_k^s 为第 s 个传感器节点的观测矢量; ν_k^s 为均值为零且线性无关的高斯白噪声,即

$$E[\nu_k^s (\nu_{k'}^s)^T] = \delta_{kk'} \delta_{ss'} R_k^s. \quad (26)$$

节点之间的通信拓扑结构由无向图 $\Gamma(\varepsilon, v)$ 描述.其中: $v = \{1, 2, \dots, N\}$ 为节点集, $\varepsilon \subset \{(s, l) | s, l \in v\}$ 为边缘集,边缘 $(l, s) \in \varepsilon$ 表示第 l 个节点可以将其信息传送到节点 s .与节点 s 相连的邻近节点集称为节点 s 的邻域集 $N_s = \{l | (l, s) \in \varepsilon\}$,无向图 $\Gamma(\varepsilon, v)$ 的邻接矩阵定义为 $A = [a_{sl}] \in R^{N \times N}$.当边缘 $(l, s) \in \varepsilon$ 时, $a_{sl} > 0$;否则, $a_{sl} = 0$.此外,假设所有节点都能与自身进行信息交换,则 $a_{ss} > 0$.与多传感器观测模型等价的集中式系统可以描述为

$$z_k^c = [z_k^1; z_k^2; \dots; z_k^N], \quad (27)$$

$$\mathcal{H}_k^c = [\mathcal{H}_k^1; \mathcal{H}_k^2; \dots; \mathcal{H}_k^N], \quad (28)$$

$$\nu_k^c = [\nu_k^1; \nu_k^2; \dots; \nu_k^N], \quad (29)$$

$$R_k^c = \text{diag}(R_k^1, R_k^2, \dots, R_k^N). \quad (30)$$

根据上述观测噪声协方差阵的特殊形式,集中式CKF的信息状态矢量 i_k 和关联信息矩阵 I_k 展开为

$$\begin{aligned}
i_k &= (\mathcal{H}_k^c)^T (R_k^c)^{-1} [v_k^c + \mathcal{H}_k^c \hat{x}_{k|k-1}] = \\
& \sum_{s=1}^N (\mathcal{H}_k^s)^T (R_k^s)^{-1} [v_k^s + \mathcal{H}_k^s \hat{x}_{k|k-1}] = \\
& \sum_{s=1}^N (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} [v_k^s + \\
& (P_{xz,k|k-1}^s)^T (P_{k|k-1})^{-1} \hat{x}_{k|k-1}], \quad (31)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_k &= (\mathcal{H}_k^c)^T (R_k^c)^{-1} \mathcal{H}_k^c = \sum_{s=1}^N (\mathcal{H}_k^s)^T (R_k^s)^{-1} \mathcal{H}_k^s = \\
& \sum_{s=1}^N (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} (P_{xz,k|k-1}^s)^T (P_{k|k-1})^{-1}. \quad (32)
\end{aligned}$$

集中式CKF的更新方程可以改写为

$$\begin{aligned}
Y_{k|k} &= Y_{k|k-1} + \sum_{s=1}^N (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} \times \\
& (P_{xz,k|k-1}^s)^T (P_{k|k-1})^{-1}, \quad (33)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{y}_{k|k} &= \hat{y}_{k|k-1} + \sum_{s=1}^N (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} [v_k^s + \\
& (P_{xz,k|k-1}^s)^T (P_{k|k-1})^{-1} \hat{x}_{k|k-1}]. \quad (34)
\end{aligned}$$

为方便后面的计算,定义平均逆协方差矩阵和平均测量矢量分别为

$$\begin{aligned}
J_{k|k} &= \frac{1}{N} (\mathcal{H}_k^c)^T (R_k^c)^{-1} \mathcal{H}_k^c = \\
& \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} \times \\
& (P_{xz,k|k-1}^s)^T (P_{k|k-1})^{-1}, \quad (35) \\
j_{k|k} &= \frac{1}{N} (\mathcal{H}_k^c)^T (R_k^c)^{-1} [v_k^c + \mathcal{H}_k^c \hat{x}_{k|k-1}] =
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{N} \sum_{s=1}^N (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} v_k^s, \quad (36)$$

则更新方程改写为

$$Y_{k|k} = Y_{k|k-1} + N J_{k|k}, \quad (37)$$

$$\hat{y}_{k|k} = \hat{y}_{k|k-1} + N (j_{k|k} + J_{k|k} \hat{x}_{k|k-1}). \quad (38)$$

集中式CKF可总结为算法1.

算法1 集中式CKF算法.

输入: $\hat{x}_{0|0}, P_{0|0}$; 输出: $\hat{x}_{k|k}$.

for $k = 1, 2, \dots, do$

Step 1: 预测更新.

由后验概率分布 $N(\hat{x}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1})$ 获取容积分点 $\chi_{k-1|k-1}^{(i)}$.

由式(12)和(13)计算信息矩阵和信息状态矢量

$$Y_{k|k-1} = (P_{k|k-1})^{-1} = \left[\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{*(i)} \chi_{k|k-1}^{*(i)\top} - \hat{x}_{k|k-1} \hat{x}_{k|k-1}^\top + Q_{k-1} \right]^{-1},$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = Y_{k|k-1} \hat{x}_{k|k-1} = Y_{k|k-1} \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{*(i)} =$$

$$Y_{k|k-1} \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L f_k(\chi_{k-1|k-1}^{(i)}, u_{k-1}).$$

Step 2: 测量更新.

由 $\hat{x}_{k|k-1}$ 和 $P_{k|k-1}$ 计算容积分点 $\chi_{k|k-1}^{(i)}$, 经非线性观测函数得到

for $s = 1, 2, \dots, N$ do

$$\hat{z}_{k|k-1}^s = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L Z_{k|k-1}^{s,(i)} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h_k^s(\chi_{k|k-1}^{(i)}, u_k),$$

$$P_{xz,k|k-1}^s = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{(i)} (Z_{k|k-1}^{s,(i)})^\top - \hat{x}_{k|k-1} (\hat{z}_{k|k-1}^s)^\top.$$

计算逆协方差矩阵和测量矢量

$$J_{k|k}^s = (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} (P_{xz,k|k-1}^s)^\top (P_{k|k-1})^{-1},$$

$$j_{k|k}^s = (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} v_k^s.$$

end

得到平均逆协方差矩阵和平均观测矢量

$$J_{k|k} = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N J_{k|k}^s, \quad j_{k|k} = \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N j_{k|k}^s.$$

由式(37)和(38)更新信息状态矢量和信息矩阵. 状态协方差矩阵和状态估计的更新为

$$P_{k|k} = (Y_{k|k})^{-1}, \quad \hat{x}_{k|k} = (Y_{k|k})^{-1} \hat{y}_{k|k} = P_{k|k} \hat{y}_{k|k}.$$

end

2.3 平均一致性算法

如果式(35)和(36)所定义的平均值可以由每个传感器节点得到, 则集中式CKF算法能够以分布式的方式进行. 对于完全连接的传感器网络, 可以由全分散式方案计算式(35)和(36), 从而通过任一节点得到状态估计. 但是, 当传感器网络不完全连接时, 需要解决的关键问题是观测信息该怎样融合, 此时的全分散式滤波将不再等效于集中式滤波. 近年来, 平均一致性已作为信息融合的基础得到广泛应用, 最简单的平均一致性方法是要求各节点使其状态 ζ_s 更新为本身与相邻节点状态的加权线性组合, 即

$$\zeta_s(t+1) = \sum_{l \in \mathcal{N}_s} \mu_{sl}(t) \zeta_l(t). \quad (39)$$

其中: t 为迭代步骤, $\mu_{sl}(t)$ 为节点 s 相邻节点 l 的状态 ζ_l 在 s 点处的线性权重. 假定 $l \notin \mathcal{N}_s$, 有 $\mu_{sl}(t) = 0$, 且 $\mu_{ss}(t) > 0$. 上述分布式迭代算法可简化为

$$\zeta_s(t+1) = \zeta_s(t) + \sum_{l=1}^N \mu_{sl}(t) (\zeta_l(t) - \zeta_s(t)). \quad (40)$$

本文利用 Metropolis weights 方法^[8]选取权重 $\mu_{sl}(t)$, 因为该方法不需要通信拓扑的任何全局信息, 在每个节点处只需要通过邻接点的度决定其权重值, 所以适用于分布式方案的实现. 如果节点 s 的状态初始值为 $\zeta_s(0)$, 则根据平均一致性, 所有节点将收敛于初始值的线性组合, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_s(t) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N \zeta_l(0).$$

所以, 若

$$J_{k|k}^s(0) = (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} (P_{xz,k|k-1}^s)^\top (P_{k|k-1})^{-1},$$

$$j_{k|k}^s(0) = (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} v_k^s,$$

且采用平均一致性迭代 $t \rightarrow t + T_c$, 有

$$J_{k|k}^s(t+1) = J_{k|k}^s(t) + \sum_{l=1}^N \mu_{sl}(t) (J_{k|k}^l(t) - J_{k|k}^s(t)), \quad (41)$$

$$j_{k|k}^s(t+1) = j_{k|k}^s(t) + \sum_{l=1}^N \mu_{sl}(t) (j_{k|k}^l(t) - j_{k|k}^s(t)), \quad (42)$$

其中 T_c 为达到平均一致的局部迭代步数, 则输出值 $\hat{J}_{k|k}^s = J_{k|k}^s(T_c)$ 和 $\hat{j}_{k|k}^s = j_{k|k}^s(T_c)$ 分别渐近收敛于 $J_{k|k}$ 和 $j_{k|k}$. 将结果代入式(37)和(38), 得到分布式CKF的更新方程为

$$Y_{k|k} = Y_{k|k-1} + N \hat{J}_{k|k}^s, \quad (43)$$

$$\hat{y}_{k|k} = \hat{y}_{k|k-1} + N (\hat{j}_{k|k}^s + \hat{J}_{k|k}^s \hat{x}_{k|k-1}). \quad (44)$$

因此, 各节点可以利用平均一致性方法与邻近节点进

行观测信息交换进而得到分布式滤波,其性能等效于集中式滤波. 分布式 CKF 可简单归纳为算法 2.

算法 2 分布式 CKF 算法.

输入: $\hat{x}_{0|0}$, $P_{0|0}$; 输出: $\hat{x}_{k|k}$.

for $k = 1, 2, \dots$, do

Step 1: 预测更新.

由后验概率分布 $N(\hat{x}_{k-1|k-1}, P_{k-1|k-1})$ 获取容积分点 $\chi_{k-1|k-1}^{(i)}$.

由式 (12) 和 (13) 计算信息矩阵和信息状态矢量

$$Y_{k|k-1} = (P_{k|k-1})^{-1} =$$

$$\left[\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{*(i)} \chi_{k|k-1}^{*(i)T} - \hat{x}_{k|k-1} \hat{x}_{k|k-1}^T + Q_{k-1} \right]^{-1},$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = Y_{k|k-1} \hat{x}_{k|k-1} =$$

$$Y_{k|k-1} \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{*(i)} = Y_{k|k-1} \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L f_k(\chi_{k-1|k-1}^{(i)}, u_{k-1}).$$

Step 2: 测量更新.

由 $\hat{x}_{k|k-1}$ 和 $P_{k|k-1}$ 计算容积分点 $\chi_{k|k-1}^{(i)}$, 在传感器节点 s 处得到

$$\hat{z}_{k|k-1}^s = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L Z_{k|k-1}^{s,(i)} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h_k^s(\chi_{k|k-1}^{(i)}, u_k),$$

$$P_{xz,k|k-1}^s = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \chi_{k|k-1}^{(i)} (Z_{k|k-1}^{s,(i)})^T - \hat{x}_{k|k-1} (\hat{z}_{k|k-1}^s)^T.$$

设定初始值

$$J_{k|k}^s(0) =$$

$$(P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} (P_{xz,k|k-1}^s)^T (P_{k|k-1})^{-1},$$

$$j_{k|k}^s(0) = (P_{k|k-1})^{-1} P_{xz,k|k-1}^s (R_k^s)^{-1} v_k^s.$$

for $t = 1, 2, \dots, T_c$ do

$$J_{k|k}^s(t) = J_{k|k}^s(t-1) +$$

$$\sum_{l=1}^N \mu_{sl}(t-1) (J_{k|k}^l(t-1) - J_{k|k}^s(t-1)),$$

$$j_{k|k}^s(t) = j_{k|k}^s(t-1) +$$

$$\sum_{l=1}^N \mu_{sl}(t-1) (j_{k|k}^l(t-1) - j_{k|k}^s(t-1)).$$

end

得到输出值 $\hat{J}_{k|k}^s = J_{k|k}^s(T_c)$, $\hat{j}_{k|k}^s = j_{k|k}^s(T_c)$.

由式 (43) 和 (44) 更新信息状态矢量和信息矩阵.

状态协方差矩阵和状态估计的更新为

$$P_{k|k} = (Y_{k|k})^{-1},$$

$$\hat{x}_{k|k} = (Y_{k|k})^{-1} \hat{y}_{k|k} = P_{k|k} \hat{y}_{k|k}.$$

end

3 仿真分析和比较

考虑以下典型的目标跟踪情况, 飞行器以一未知

角速度在水平面内执行机动转弯, 其旋转运动的动力学模型可由如下非线性方程描述^[8]:

$$\dot{x}_k =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} & 0 & -\left(\frac{1 - \cos \Omega T}{\Omega}\right) \\ 0 & \cos \Omega T & 0 & -\sin \Omega T \\ 0 & \frac{1 - \cos \Omega T}{\Omega} & 1 & \frac{\sin \Omega T}{\Omega} \\ 0 & \sin \Omega T & 0 & \cos \Omega T \end{bmatrix} x_{k-1} + \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{bmatrix} w_{k-1}. \quad (45)$$

其中: 飞行器的状态 $x = [\xi \ \dot{\xi} \ \eta \ \dot{\eta}]^T$, ξ 和 η 为位置, $\dot{\xi}$ 和 $\dot{\eta}$ 分别为飞行器在 x 方向和 y 方向的速度, Ω 为飞行器的转弯角速度, T 为采样周期, 过程噪声 $w_{k-1} \sim N(0, Q_{k-1})$. 为了覆盖未知的目标运动, 采用以下两种不同转弯角速度的模式. 模式 1 为转弯角速度 $\Omega = 0^\circ \text{ s}^{-1}$, $Q_{k-1} = 0.01I_2$. 模式 2 为转弯角速度 $\Omega = 10^\circ \text{ s}^{-1}$, $Q_{k-1} = 0.04I_2$. I_2 为单位矩阵.

采用 12 个雷达传感器测量飞行器的距离 r 和方位 θ , 有

$$z_k^s = \begin{bmatrix} r_k^s \\ \theta_k^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(\xi_k - x_0^s)^2 + (\eta_k - y_0^s)^2} \\ \tan^{-1}((\eta_k - y_0^s)/(\xi_k - x_0^s)) \end{bmatrix} + v_k^s. \quad (46)$$

其中: (x_0^s, y_0^s) 为第 s 个传感器的位置, 观测噪声 $v_k^s \sim N(0, R_k^s)$. 对于所有的传感器, 取 $R_k^s = \text{diag}[\sigma_r^2 \ \sigma_\theta^2]$. 相应的系统参数取值为 $T = 1 \text{ s}$, $\sigma_r = 0.2 \text{ m}$, $\sigma_\theta = 0.015 \text{ rad}$. 目标状态的理论初始值为

$$x_0 = [-40 \text{ m} \ 3 \text{ ms}^{-1} \ 10 \text{ m} \ 1 \text{ ms}^{-1}]^T,$$

$$P_0 = \text{diag}[2^2 \text{ m}^2 \ 0.1^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \ 2^2 \text{ m}^2 \ 0.1^2 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}].$$

目标状态的估计初始值 $\hat{x}_{0|0}$ 从分布 $N(x_0, P_0)$ 中随机选取. 12 个传感器在目标轨迹平面内的分布如图 1 所示, 其坐标分别为 (0, 30), (80, 30), (160, 30), (240, 30), (0, 60), (80, 60), (160, 60), (240, 60), (0, 90), (80, 90), (160, 90), (240, 90). 相应的通信拓扑结构如图 2 所示. 由图 2 可见, 传感器之间并不是完全连接的.

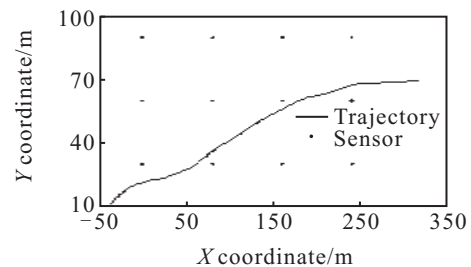


图 1 目标跟踪平面内的 12 个传感器

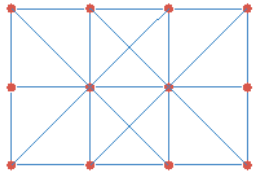


图2 传感器之间的通信拓扑图

为了验证分布式CKF算法的可行性和有效性,以集中式CKF作为基线算法,将采用分布式CKF算法的跟踪性能与之比较。同时,为了强调数据融合能显著提高滤波精度,将使用单个传感器的CKF算法性能一同进行比较。为了进一步说明分布式CKF算法相比于同类型算法具有更精确和稳定的滤波性能,以分布式UKF算法为例作相应比较,UKF的参数选取为 $\alpha = 1e-3, \beta = 2, \kappa = -1$ 。定义位置均方根误差

$$RMSE_k^{pos} = \left[\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M ((\xi_k^i - \hat{\xi}_k^i)^2 + (\eta_k^i - \hat{\eta}_k^i)^2) \right]^{1/2} \quad (47)$$

其中: (ξ_k^i, η_k^i) 和 $(\hat{\xi}_k^i, \hat{\eta}_k^i)$ 为 k 时刻目标位置的真实值和估计值, M 为 Monte Carlo 仿真次数。同理,速度均方根误差的计算公式可由类似方法得到。在下列仿真实验中,采用均方根误差定量分析和比较上述算法的性能。达到平均一致的迭代步数 $T_c = 45$, 在相同条件下分别进行 100 次独立的 Monte Carlo 仿真,每次仿真进行 100 步。

图3和图4分别比较了在模式1下集中式CKF算法(CF-CKF)、单独采用传感器 s 节点观测的CKF算法(Ss-CKF)和在节点 s 处利用局部滤波的分布式CKF算法(Ss-DF-CKF)进行目标状态估计的位置均方根误差和速度均方根误差。

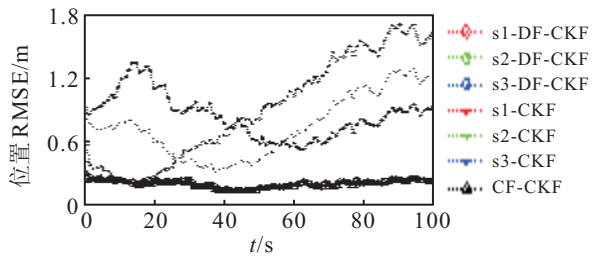


图3 基于CKF的3种算法下的位置RMSE(模式1)

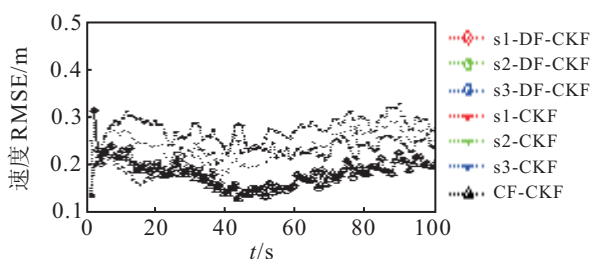


图4 基于CKF的3种算法下的速度RMSE(模式1)

由图3和图4可见,CF-CKF和Ss-DF-CKF的均方根误差小于Ss-CKF,表明采用多传感器数据融合

的滤波效果优于使用单个传感器观测时的滤波效果。在不同节点处,Ss-DF-CKF的均方根误差曲线完全重合,并与CF-CKF的均方根误差几乎相等,表明此时各节点的局部滤波已达到平均一致,其相应的滤波效果与集中式滤波几乎等效,因此也验证了之前理论分析的正确性。

图5为在模式2下分别采用CF-CKF、Ss-CKF和Ss-DF-CKF三种滤波算法进行状态估计时相应的位置均方根误差曲线。仿真结果与模式1相似,分布式CKF的滤波精度与集中式CKF几乎相同,并远远优于在单个传感器观测下的滤波效果。

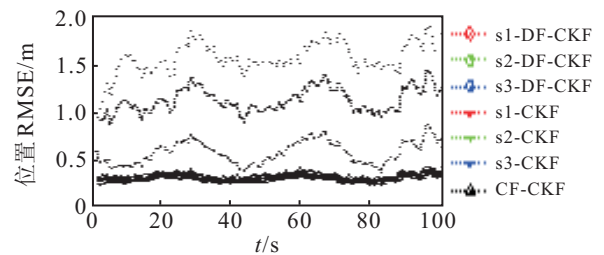


图5 基于CKF的3种算法下的位置RMSE(模式2)

图6和图7分别比较了两种模式下采用基于CKF和基于UKF的分布式滤波算法进行目标跟踪的位置均方根误差曲线。表1为两种算法在相应模式下,其位置均方根误差和速度均方根误差的均值和方差统计数据。

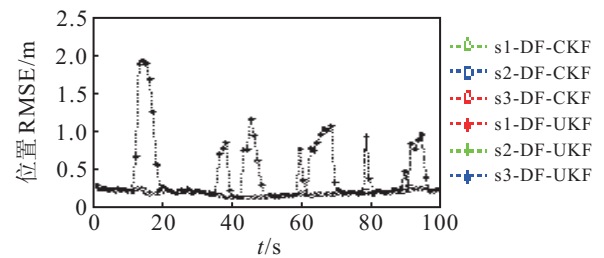


图6 DF-CKF算法和DF-UKF算法的位置RMSE(模式1)

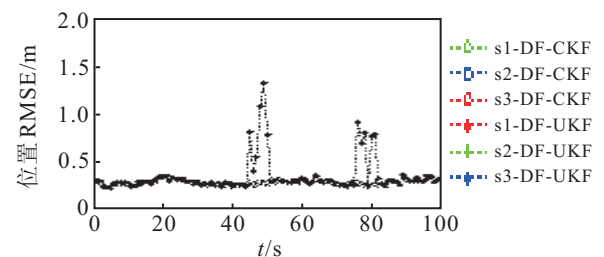


图7 DF-CKF算法和DF-UKF算法的位置RMSE(模式2)

表1 DF-CKF和DF-UKF的性能比较

	算法	位置	速度	位置	速度
		均值/m	均值/(m/s)	方差/m	方差/(m/s)
模式1	S2-DF-CKF	0.1900	0.1830	0.0014	0.0009
	S2-DF-UKF	0.4341	0.3132	0.1662	0.0446
模式2	S2-DF-CKF	0.2791	0.3645	0.0008	0.0004
	S2-DF-UKF	0.3399	0.4135	0.0335	0.0172

由图6和图7可见,基于CKF的分布式滤波算法在两种模式下都能取得较好的滤波效果,其位置均方根误差曲线明显比采用UKF分布式滤波算法的数值小且更平稳,与前面的理论分析相符.由于分布式UKF算法的滤波性能同样易受参数取值的影响,当状态维数 $n > 3$ 时, κ 为负可能出现滤波性能不佳甚至发散的现象.再由表1可见,采用分布式CKF算法的位置和速度均方根误差的均值和方差都远小于分布式UKF,表明前者在滤波精度和稳定性方面均明显优于后者,状态估计也更加逼近真实状态.

4 结 论

现有基于Sigma点信息滤波的分布式滤波算法在离散非线性系统状态估计中,其滤波性能容易受参数影响.鉴于此,本文以CKF为基础,利用信息滤波框架和统计线性误差传播方法,提出了一种分布式CKF算法.在分布式滤波中,假设传感器网络的通信拓扑图不完全连接,每个传感器节点只需要与邻近节点交换信息.仿真结果表明,该分布式算法的滤波效果与集中式CKF算法几乎相同.以分布式UKF算法为现有的同类型滤波算法的代表,与分布式CKF算法进行比较,结果表明,分布式CKF算法能以更高的滤波精度和稳定性逼近真实状态.

参考文献(References)

- [1] Carli R, Chiuso A, Schenato L, et al. Distributed Kalman filtering based on consensus strategies[J]. IEEE J Selected Areas Communication, 2008, 26(4): 622-633.
- [2] Ren W, Beard R W, Atkins E M. Information consensus in multivehicle cooperative control[J]. IEEE Control System Magazine, 2007, 27(2): 71-82.
- [3] Olfati-Saber R. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters[C]. Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control and the European Control. Seville: IEEE, 2005: 8179-8184.
- [4] Olfati-Saber R, Shamma J S. Consensus filters for sensor networks and distributed sensor fusion[C]. Proc of the 44th IEEE Conf on Decision and Control and the European Control. Seville: IEEE, 2005: 6698-6703.
- [5] Olfati-Saber R. Distributed Kalman filtering for sensor networks[C]. Proc of the 46th IEEE Conf on Decision and Control. New Orleans: IEEE, 2007: 5492-5498.
- [6] Anderson B D O, Moore J B. Optimal filtering[M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1979: 138-142.
- [7] Li W L, Jia Y M. Distributed consensus filtering for discrete-time nonlinear systems with non-Gaussian noise[J]. Signal Processing, 2012, 92(10): 2464-2470.
- [8] Li W L, Jia Y M. Consensus-based distributed multiple model ukf for jump markov nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2012, 57(1): 230-236.
- [9] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman filters[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [10] 王小旭, 潘泉, 黄鹤, 等. 非线性系统确定采样型滤波算法综述[J]. 控制与决策, 2012, 27(6): 801-812.
(Wang X X, Pan Q, Huang H, et al. Overview of deterministic sampling filtering algorithms for nonlinear system[J]. Control and Decision, 2012, 27(6): 807-812.)
- [11] 孙枫, 唐李军. Cubature 卡尔曼滤波和 Unscented 卡尔曼滤波估计精度比较[J]. 控制与决策, 2013, 28(2): 303-308.
(Sun F, Tang L J. Estimation precision comparison of Cubature Kalman filter and Unscented Kalman filter[J]. Control and Decision, 2013, 28(2): 303-308.)
- [12] Liu Jiang, Cai Bai-gen, Tang Tao, et al. A CKF based GNSS/INS train integrated positioning method[C]. Int Conf on Mechatronics and Automation. IEEE, 2010: 1686-1689.
- [13] Leong P H, Arulampalam S, Lamahewa T A, et al. A Gaussian-sum based cubature kalman filter for bearings-only tracking[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 1161-1176.
- [14] Li W L, Jia Y M, Du J P, et al. Distributed multiple model estimation for simultaneous localization and tracking with NLOS mitigation[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology, 2013, 62(6): 2824-2830.
- [15] Mutambara A G O. Decentralized estimation and control for multi-sensor systems[M]. Boca Raton: CRC Press, 1998: 59,63,99,101.
- [16] Lee D J. Nonlinear estimation and multiple sensor fusion using unscented information filtering[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2008, 15: 861-864.
- [17] 王小旭, 赵琳, 夏全喜, 等. 基于 Unscented 变换的强跟踪滤波器[J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1063-1068.
(Wang Xiao X, Zhao L, Xia Q X, et al. Strong tracking filter based on unscented transformation[J]. Control and Decision, 2010, 25(7): 1063-1068.)
- [18] Xiao L, Boyd S, Lall S. A scheme for robust distributed sensor fusion based on average consensus[C]. The 4th Int Symposium on Information Processing in Sensor Networks. IEEE, 2005: 63-70.

(责任编辑: 郑晓蕾)