

## 基于卡尔曼滤波预测的无偏量测转换方法

李为<sup>1,2</sup>, 李一平<sup>1,2</sup>, 封锡盛<sup>1</sup>

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所 机器人学国家重点实验室, 沈阳 110016; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 针对在目标跟踪系统中通常使用量测转换方法将球面坐标系下的量测量转换到笛卡尔坐标系下, 传统量测转换方法在互距离测量误差增大时跟踪性能有所下降的问题, 提出一种基于卡尔曼滤波预测的无偏量测转换方法. 采用无偏量测转换方法变换量测量, 基于卡尔曼滤波预测值, 结合无迹变换算法估计转换量测方差. 仿真结果表明, 所提出的转换量测卡尔曼滤波算法较现有方法具有更高的跟踪精度和可信度.

**关键词:** 目标跟踪; 量测转换; 方差估计; 无迹变换; 卡尔曼滤波

**中图分类号:** TP212

**文献标志码:** A

## Tracking with prediction-conditioned unbiased converted measurements

LI Wei<sup>1,2</sup>, LI Yi-ping<sup>1,2</sup>, FENG Xi-sheng<sup>1</sup>

(1. The State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China. Correspondent: LI Yi-ping, E-mail: lyp@sia.cn)

**Abstract:** In target tracking system, the converted measurement method is usually used to convert spherical measurements to a Cartesian frame of reference. The performance of the conventional converted measurement degrades for large cross-range errors. A prediction-conditioned unbiased conversion is presented. The unbiased conversion is used and the covariance of the converted measurements is approximated by the Kalman prediction and unscented transform. Simulation results show that the converted measurement Kalman filter proposed is more accurate and credible.

**Keywords:** target tracking; converted measurements; covariance estimation; unscented transform; Kalman filter

### 0 引言

使用主动声呐或雷达系统跟踪目标时, 在以观测系统为原点的球面坐标系下, 目标位置的量测信息通常表现为目标距离、方位角和俯仰角, 而目标的运动方程通常在笛卡尔坐标系下建立. 对于一些估计问题, 在笛卡尔坐标下进行目标运动要素分析是比较有利的, 比如在多雷达目标跟踪系统中, 通常将各雷达获得的量测信息转换到一个统一的笛卡尔坐标系下进行综合分析<sup>[1]</sup>.

应用量测转换方法将目标位置量测信息由球面坐标系转换到笛卡尔坐标系是目标跟踪中一种常用的线性化方法<sup>[2]</sup>. 传统量测转换方法在具有较大互距离(cross-range)测量误差时转换偏差较大, 而且造成估计不一致<sup>[3]</sup>. 为解决量测转换存在偏差的问题, 文献[3]提出了一种加性去偏方法(DCM), 该方法在使

用传统量测转换方法后去除偏差部分, 在方位角量测误差方差较小时具有较好的去偏效果和量测转换一致性, 其跟踪性能优于EKF算法, 为非线性观测方程线性化提供了一种更加准确且实用的解决方法. 文献[4]提出了一种乘性无偏转换方法(UCM), 该方法在量测转换过程中引入一个修正系数, 可以有效去除量测转换偏差, 并采用文献[3]提出的平均真实方差方法估计转换量测方差, 该方差与转换量测的一致性优于文献[3]. 文献[5]在乘性无偏转换的基础上, 提出了另一种直接基于量测量的转换量测方差的估计方法, 可以在较大方位角标准差范围内保证转换量测与其方差的一致性, 该方差估计方法对服从均匀分布的量测方位角噪声同样具有很好的一致性. 文献[6]应用正规变换方法得到了解耦转换量测卡尔曼滤波算法. 文献[7]针对文献[5]中的转换量测方差计算

收稿日期: 2014-01-07; 修回日期: 2014-04-22.

基金项目: 中国科学院科技创新重点部署项目(KGFZD-125-014); 基础科研项目(B1320133015); 国家自然科学基金项目(61273334); 辽宁省自然科学基金项目(2011010025-401).

作者简介: 李为(1984—), 男, 博士生, 从事目标跟踪、机器人智能的研究; 封锡盛(1941—), 男, 研究员, 中国工程院院士, 从事水下机器人总体技术、控制和导航等研究.

方法的不兼容问题<sup>[8]</sup>, 提出了一种直接基于实际量测值进行估计的转换量测及其方差计算方法 (MUCM), 并通过仿真验证了改进方法的量测转换一致性以及在目标跟踪中较 UCM 性能更优. 文献 [9] 对文献 [3] 进行了改进, 将传统量测转换方法的转换偏差和转换量测方差基于卡尔曼滤波预测值进行估计, 并通过仿真实验验证了该算法比文献 [7] 提出的方法具有更好的跟踪效果. 文献 [10] 为去除转换量测方差与量测值的关联关系, 提出使用上个时刻的量测值代替当前时刻量测值估计转换量测方差. 文献 [11-12] 在分析现有量测转换方法偏差的基础上, 提出了一种基于卡尔曼滤波预测值和一阶泰勒线性化的转换量测方差估计方法.

本文提出一种基于卡尔曼滤波预测值的无偏量测转换方法. 在坐标系变换中, 采用无偏量测转换方法对量测量进行变换, 转换量测方差基于卡尔曼滤波预测值并通过无迹变换计算获得. 本文首先介绍系统观测模型, 并对传统量测转换方法存在的问题进行分析; 然后提出使用无偏量测变换, 并基于卡尔曼滤波预测值和无迹变换估计方差的无偏量测转换算法; 最后通过仿真验证了基于本文量测转换方法的卡尔曼滤波算法较现有算法具有更好的跟踪效果.

## 1 问题描述

在主动声呐和雷达系统中, 目标量测量通常体现为以观测点为坐标原点的球面坐标系下的距离、方位角和俯仰角. 为说明问题方便, 本文只考虑二维极坐标系下的量测转换问题和二维平面内的跟踪问题.

在极坐标系下, 目标的量测量包括量测距离  $r_m$  和方位角  $\theta_m$ , 相对于目标的真实距离  $r$  和方位角  $\theta$ , 量测距离误差  $\bar{r}_m$  和量测方位角误差  $\bar{\theta}_m$  分别假设为标准差是  $\sigma_{r_m}$  和  $\sigma_{\theta_m}$  的相互独立的高斯白噪声. 系统观测模型可表示为

$$\begin{aligned} r_m &= r + \bar{r}_m, \bar{r}_m \sim N(0, \sigma_{r_m}^2), \\ \theta_m &= \theta + \bar{\theta}_m, \bar{\theta}_m \sim N(0, \sigma_{\theta_m}^2). \end{aligned} \quad (1)$$

使用传统量测转换方法将极坐标系下的量测量  $(r_m, \theta_m)$  转换为笛卡尔坐标系下的量测位置信息  $(x_m, y_m)$ , 可表示为

$$\begin{aligned} x_m &= r_m \cos \theta_m, \\ y_m &= r_m \sin \theta_m. \end{aligned} \quad (2)$$

在笛卡尔坐标系下, 转换量测位置  $(x_m, y_m)$  与目标真实位置  $(x, y)$  的关系可表示为

$$\begin{aligned} x_m &= x + \bar{x}_m, \\ y_m &= y + \bar{y}_m, \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $\bar{x}_m$  和  $\bar{y}_m$  为使用传统量测转换方法得到的转换

误差.

将由传统量测转换方法获得的笛卡尔坐标系下的目标位置均值再次转换到极坐标系下, 可以得到距离  $r_{CP}$  和方位角  $\theta_{CP}$  分别为

$$\begin{aligned} r_{CP} &= \sqrt{(\mathbb{E}[x_m|r, \theta])^2 + (\mathbb{E}[y_m|r, \theta])^2} = \lambda_{\theta_m} r, \\ \theta_{CP} &= \arctan \frac{\mathbb{E}[y_m|r, \theta]}{\mathbb{E}[x_m|r, \theta]} = \theta, \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\lambda_{\theta_m} = \mathbb{E}[\cos \theta_m]$ . 因为  $\bar{\theta}_m$  是方差为  $\sigma_{\theta_m}^2$  的高斯白噪声, 由其对称的概率密度函数以及文献 [13] 的推导可知

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\cos \bar{\theta}_m] &= e^{-\frac{1}{2}\sigma_{\theta_m}^2}, \\ \mathbb{E}[\cos 2\bar{\theta}_m] &= e^{-2\sigma_{\theta_m}^2}, \\ \mathbb{E}[\sin \bar{\theta}_m] &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

由式 (4) 可知, 传统量测转换方法得到的目标位置均值与目标真实位置具有相同的方位角. 但是, 距离存在偏差  $(1 - \lambda_{\theta_m})r$ ,  $r$  越大  $\sigma_{\theta_m}$  越大, 传统量测转换的偏差也越大.

## 2 基于卡尔曼滤波预测值的无偏量测转换滤波算法

量测转换方法包括两部分, 其一为量测量变换本身, 其二为笛卡尔坐标系下转换量测方差的估计.

对 DCM、UCM 和 MUCM 的量测量变换方法<sup>[3,5-6]</sup>取数学期望, 获得量测量变换偏差, 有

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[x_m^{\text{DCM}}|r, \theta] - x &= (\lambda_{\theta_m} - \lambda_{\theta_m}^3 + \lambda_{\theta_m}^2 - 1)r \cos \theta, \\ \mathbb{E}[y_m^{\text{DCM}}|r, \theta] - y &= (\lambda_{\theta_m} - \lambda_{\theta_m}^3 + \lambda_{\theta_m}^2 - 1)r \sin \theta, \\ \mathbb{E}[x_m^{\text{UCM}}|r, \theta] - x &= 0, \\ \mathbb{E}[y_m^{\text{UCM}}|r, \theta] - y &= 0, \\ \mathbb{E}[x_m^{\text{MUCM}}|r, \theta] - x &= (\lambda_{\theta_m}^2 - 1)r \cos \theta, \\ \mathbb{E}[y_m^{\text{MUCM}}|r, \theta] - y &= (\lambda_{\theta_m}^2 - 1)r \sin \theta. \end{aligned} \quad (6)$$

由式 (6) 可知, DCM 和 MUCM 均存在量测量变换偏差, UCM 的量测量变换偏差为 0, 因此这里采用 UCM 的量测量变换方法.

使用量测转换方法对目标位置进行估计时, 基于量测量计算得到的转换量测方差会造成估计偏差随方位角误差标准差的增大而急剧增大<sup>[11]</sup>, 因此本文使用卡尔曼滤波预测量对转换量测方差进行估计.

基于极坐标系下的卡尔曼滤波预测值  $(r_p, \theta_p)$  的转换量测方差可表示为

$$\begin{aligned} R_{\text{DUCMP}}^{11} &= \text{var}(x_m^{\text{UCM}} - x|r_p, \theta_p), \\ R_{\text{DUCMP}}^{22} &= \text{var}(y_m^{\text{UCM}} - y|r_p, \theta_p), \\ R_{\text{DUCMP}}^{12} &= R_{\text{DUCMP}}^{21} = \text{cov}(x_m^{\text{UCM}} - x, y_m^{\text{UCM}} - y|r_p, \theta_p). \end{aligned} \quad (7)$$

假设极坐标系下的预测距离  $r_p$  和方位角  $\theta_p$  满足

$$\begin{aligned} r_p &= r + \bar{r}_p, \\ \theta_p &= \theta + \bar{\theta}_p. \end{aligned} \quad (8)$$

其中:  $(r, \theta)$  为极坐标系下预测时刻目标的真实值,  $(\bar{r}_p, \bar{\theta}_p)$  为标准差分别为  $\sigma_{r_p}$  和  $\sigma_{\theta_p}$  的相互独立的噪声项。

根据式(2)和(8)将(7)展开,可以得到

$$\begin{aligned} R_{\text{DUCMP}}^{11}(r_p, \theta_p) &= \\ & \frac{1}{2} \lambda_{\theta_m}^{-2} \{r_p^2 + \sigma_{r_m}^2 + \sigma_{r_p}^2 - 2r_p E(\bar{r}_p) + \\ & [E(\bar{r}_p)]^2\} \{1 + \lambda_{2\theta_m} [\cos(2\theta_p) E(\cos(2\bar{\theta}_p)) + \\ & \sin(2\theta_p) E(\sin(2\bar{\theta}_p))]\} - \frac{1}{2} \{r_p^2 + \sigma_{r_p}^2 - \\ & 2r_p E(\bar{r}_p) + [E(\bar{r}_p)]^2\} \{1 + \cos(2\theta_p) E(\cos(2\bar{\theta}_p)) + \\ & \sin(2\theta_p) E(\sin(2\bar{\theta}_p))\}, \\ R_{\text{DUCMP}}^{22}(r_p, \theta_p) &= \\ & \frac{1}{2} \lambda_{\theta_m}^{-2} \{r_p^2 + \sigma_{r_m}^2 + \sigma_{r_p}^2 - 2r_p E(\bar{r}_p) + \\ & [E(\bar{r}_p)]^2\} \{1 - \lambda_{2\theta_m} [\cos(2\theta_p) E(\cos(2\bar{\theta}_p)) + \\ & \sin(2\theta_p) E(\sin(2\bar{\theta}_p))]\} - \frac{1}{2} \{r_p^2 + \sigma_{r_p}^2 - \\ & 2r_p E(\bar{r}_p) + [E(\bar{r}_p)]^2\} \{1 - \cos(2\theta_p) E(\cos(2\bar{\theta}_p)) - \\ & \sin(2\theta_p) E(\sin(2\bar{\theta}_p))\}, \\ R_{\text{DUCMP}}^{12}(r_p, \theta_p) &= \\ & \frac{1}{2} \lambda_{\theta_m}^{-2} \lambda_{2\theta_m} \{r_p^2 + \sigma_{r_m}^2 + \sigma_{r_p}^2 - 2r_p E(\bar{r}_p) + \\ & [E(\bar{r}_p)]^2\} [\sin(2\theta_p) E(\cos(2\bar{\theta}_p)) - \\ & \cos(2\theta_p) E(\sin(2\bar{\theta}_p))] - \frac{1}{2} \{r_p^2 + \sigma_{r_p}^2 - \\ & 2r_p E(\bar{r}_p) + [E(\bar{r}_p)]^2\} [\sin(2\theta_p) E(\cos(2\bar{\theta}_p)) - \\ & \cos(2\theta_p) E(\sin(2\bar{\theta}_p))]. \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $\lambda_{2\theta_m}$ 、 $\lambda_{\theta_m}$  和  $\sigma_{r_m}$  已知;  $(r_p, \theta_p)$  可通过笛卡尔坐标下的卡尔曼滤波预测位置  $(x_p, y_p)$  获得, 即

$$\begin{aligned} r_p &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2}, \\ \theta_p &= \arctan \frac{y_p}{x_p}. \end{aligned} \quad (10)$$

所以式(9)可表示为

$$\mathbf{R}_{\text{DUCMP}} = \mathbf{f}(\sigma_{r_p}, E(\bar{r}_p), E(\cos(2\bar{\theta}_p)), E(\sin(2\bar{\theta}_p))). \quad (11)$$

假设笛卡尔坐标系下的卡尔曼滤波预测位置  $(x_p, y_p)$  满足

$$\begin{aligned} x &= x_p + \bar{x}_p, \\ y &= y_p + \bar{y}_p. \end{aligned} \quad (12)$$

其中:  $(x, y)$  为笛卡尔坐标系中预测时刻目标的真实值,  $(\bar{x}_p, \bar{y}_p)$  为相互独立的高斯噪声。则极坐标系下的噪声  $(\bar{r}_p, \bar{\theta}_p)$  可由笛卡尔坐标系下的噪声  $(\bar{x}_p, \bar{y}_p)$  表

示, 有

$$\begin{aligned} \bar{r}_p &= \sqrt{x_p^2 + y_p^2} - \sqrt{(x_p + \bar{x}_p)^2 + (y_p + \bar{y}_p)^2}, \\ \sin(2\bar{\theta}_p) &= \sin\left(2\left(\arctan \frac{y_p}{x_p} - \arctan \frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right), \\ \cos(2\bar{\theta}_p) &= \cos\left(2\left(\arctan \frac{y_p}{x_p} - \arctan \frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right). \end{aligned} \quad (13)$$

$(x_p, y_p)$  可以由卡尔曼滤波器直接获得, 若可以得到随机向量  $(\bar{x}_p, \bar{y}_p)^T$  的数学期望和方差, 则通过 UT 变换可以估计其非线性变换结果  $\bar{r}_p$ 、 $\sin(2\bar{\theta}_p)$  和  $\cos(2\bar{\theta}_p)$  的数学期望和  $\bar{r}_p$  的标准差  $\sigma_{r_p}$ 。

由于卡尔曼滤波是无偏估计, 相对于目标  $k$  时刻的真实状态  $x_k$ , 估计值  $\hat{x}_{k|k}$  满足

$$E[\hat{x}_{k|k} - x_k] = 0. \quad (14)$$

线性卡尔曼滤波状态转移方程和观测方程可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{F} \mathbf{x}_k + \mathbf{G} \boldsymbol{\omega}_k, \\ \mathbf{z}_k &= \mathbf{H} \mathbf{x}_k + \boldsymbol{\nu}_k. \end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $\mathbf{F}$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{G}$  为噪声矩阵,  $\mathbf{H}$  为观测矩阵,  $\boldsymbol{\omega}_k$  和  $\boldsymbol{\nu}_k$  为相互独立的高斯白噪声。

由式(14)和(15)可得

$$\begin{aligned} E[\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \mathbf{x}_{k+1}] &= \\ E[\mathbf{F} \hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{F} \mathbf{x}_k - \mathbf{G} \boldsymbol{\omega}_k] &= \\ \mathbf{F} \times E[\hat{\mathbf{x}}_{k|k} - \mathbf{x}_k] &= 0, \\ \text{var}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \mathbf{x}_{k+1}) &= \\ E[(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \mathbf{x}_{k+1} - E(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \mathbf{x}_{k+1}))^2] &= \\ E[(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} - \mathbf{x}_{k+1})^2] &= \mathbf{P}_{k+1|k}, \end{aligned} \quad (16)$$

则  $(\bar{x}_p, \bar{y}_p)^T$  满足

$$E\left[\begin{pmatrix} \bar{x}_p \\ \bar{y}_p \end{pmatrix}\right] = 0, \text{cov}\left[\begin{pmatrix} \bar{x}_p \\ \bar{y}_p \end{pmatrix}\right] = \mathbf{H}^T \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}. \quad (17)$$

采用二阶 UT 变换的对称采样策略, 获得一个包含 5 个对称采样点的 Sigma 点集  $\{\chi_i\}$ , 有

$$\{\chi_i\} = \left\{0, \gamma \sqrt{\mathbf{H}^T \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}}, -\gamma \sqrt{\mathbf{H}^T \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}}\right\}. \quad (18)$$

其中: 对于高斯分布, 考虑到 4 阶矩的统计量, 令  $\gamma = \sqrt{3}$ 。

Sigma 点对应的权值为

$$\{W_i\} = \left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{6}\right\}. \quad (19)$$

由式(13), 采用该 Sigma 点集  $\{\chi_i\}$  和权值  $\{W_i\}$ , 通过 UT 变换即可以得到  $E(\bar{r}_p)$ 、 $\text{var}(\bar{r}_p)$ 、 $E(\sin(2\bar{\theta}_p))$  和  $E(\cos(2\bar{\theta}_p))$  的估计值, 进而由式(11)获得  $\mathbf{R}_{\text{DUCMP}}$  的估计值。

另外,转换量测方差不仅可以通过  $(r_p, \theta_p)$  获得,还可以直接通过  $(x_p, y_p)$  获得,有

$$\begin{aligned} R_{\text{DUCMC}}^{11} &= E[\text{var}(x_m^{\text{UCM}} - x|r, \theta)|x_p, y_p], \\ R_{\text{DUCMC}}^{22} &= E[\text{var}(y_m^{\text{UCM}} - y|r, \theta)|x_p, y_p], \\ R_{\text{DUCMC}}^{12} &= E[\text{cov}(x_m^{\text{UCM}} - x, y_m^{\text{UCM}} - y|r, \theta)|x_p, y_p]. \end{aligned} \quad (20)$$

根据式(8)、(10)和(12),将式(20)展开,可以得到

$$\begin{aligned} R_{\text{DUCMC}}^{11}(x_p, y_p) &= \\ E\left\{\frac{1}{2}\lambda_{\theta_m}^{-2}[(x_p + \bar{x}_p)^2 + (y_p + \bar{y}_p)^2 + \sigma_{r_m}^2] \left[1 + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \lambda_{2\theta_m} \cos\left(2\left(\arctan\frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right)\right] - \frac{1}{2}[(x_p + \bar{x}_p)^2 + \right. \\ &\quad \left. (y_p + \bar{y}_p)^2] \left[1 + \cos\left(2\left(\arctan\frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right)\right]\right\}, \\ R_{\text{DUCMC}}^{22}(x_p, y_p) &= \\ E\left\{\frac{1}{2}\lambda_{\theta_m}^{-2}[(x_p + \bar{x}_p)^2 + (y_p + \bar{y}_p)^2 + \sigma_{r_m}^2] \left[1 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \lambda_{2\theta_m} \cos\left(2\left(\arctan\frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right)\right] - \frac{1}{2}[(x_p + \bar{x}_p)^2 + \right. \\ &\quad \left. (y_p + \bar{y}_p)^2] \left[1 - \cos\left(2\left(\arctan\frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right)\right]\right\}, \\ R_{\text{DUCMC}}^{12}(x_p, y_p) &= \\ E\left\{\frac{1}{2}\lambda_{\theta_m}^{-2}\lambda_{2\theta_m}[(x_p + \bar{x}_p)^2 + (y_p + \bar{y}_p)^2 + \right. \\ &\quad \left. \sigma_{r_m}^2] \sin\left(2\left(\arctan\frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right) - \frac{1}{2}[(x_p + \bar{x}_p)^2 + \right. \\ &\quad \left. (y_p + \bar{y}_p)^2] \sin\left(2\left(\arctan\frac{y_p + \bar{y}_p}{x_p + \bar{x}_p}\right)\right)\right\}. \end{aligned} \quad (21)$$

与基于  $(\bar{r}_p, \bar{\theta}_p)$  对转换量测方差进行估计类似,在  $\lambda_{2\theta_m}$ 、 $\lambda_{\theta_m}$  和  $\sigma_{r_m}$  已知,  $(x_p, y_p)$  可通过卡尔曼滤波直接获得的情况下,采用式(18)的Sigma点集和式(19)的权值,通过UT变换即可直接获得  $R_{\text{DUCMC}}$  的估计值。

对于由式(15)描述的目标运动及观测方程,其卡尔曼滤波状态更新方程为

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + \mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{H}\hat{x}_{k+1|k}). \quad (22)$$

其中:  $\mathbf{K}_{k+1}$  为卡尔曼滤波增益,  $\mathbf{z}_{k+1}$  为通过量测变换由极坐标系转换到笛卡尔坐标系下的转换量测量。

预测状态方差为

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{F}\mathbf{P}_{k|k}\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}, \quad (23)$$

其中  $\mathbf{Q}$  为过程噪声协方差矩阵,则预测量测协方差矩阵为

$$\mathbf{S}_{k+1} = \mathbf{H}\mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}^T + \mathbf{R}_{\text{CM}}, \quad (24)$$

其中  $\mathbf{R}_{\text{CM}}$  为转换量测协方差矩阵  $R_{\text{DUCMC}}$  或  $R_{\text{DUCMP}}$ 。

卡尔曼滤波增益和状态方差更新方程可表达为

$$\mathbf{K}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}^T\mathbf{S}_{k+1}^{-1},$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} - \mathbf{K}_{k+1}\mathbf{S}_{k+1}\mathbf{K}_{k+1}^T. \quad (25)$$

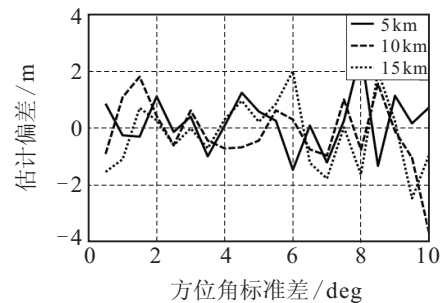
在目标跟踪初始阶段,卡尔曼滤波预测量的不确定度要高于量测量的不确定度<sup>[3]</sup>,可以采用文献[3]的方法对其不确定度进行比较,使用具有较低不确定度的信息对量测转换方差进行估计.在使用量测量对转换量测方差进行估计时, MUCMKF 较 UCMKF 具有更高的跟踪精度和滤波器可信度<sup>[7]</sup>,且 MUCMKF 在方位角误差标准差较小时的估计偏差显著小于 UCMKF<sup>[11]</sup>,所以采用 MUCMKF 更为合适.判断方法和量测变换系数  $\lambda$  的选取如下:

$$\left[ \begin{array}{c} \mathbf{R}_{\text{CM}} \\ \lambda \end{array} \right] = \begin{cases} \left[ \begin{array}{c} \mathbf{R}_{\text{MUCM}} \\ \lambda_{\theta_m} \end{array} \right], & \det(\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}) \geq \det(\mathbf{R}_{\text{MUCM}}); \\ \left[ \begin{array}{c} \mathbf{R}_{\text{DUCMC/P}} \\ \lambda_{\theta_m}^{-1} \end{array} \right], & \det(\mathbf{H}^T\mathbf{P}_{k+1|k}\mathbf{H}) < \det(\mathbf{R}_{\text{MUCM}}). \end{cases} \quad (26)$$

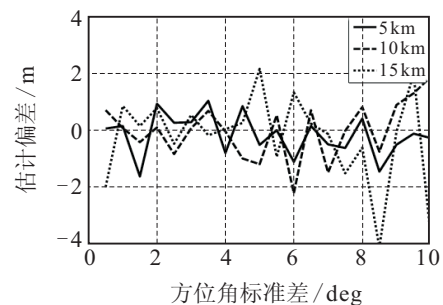
### 3 仿真与分析

#### 3.1 估计偏差比较

为考察 DUCMCKF 和 DUCMPKF 的估计偏差,采用与文献[11]相同的仿真参数进行仿真实验,分别对3个不同距离的固定点进行10000次位置估计.不同量测角误差标准差下的估计偏差仿真结果如图1所示,仿真曲线在0值附近上下波动,且波动幅度不超过4 m.



(a) DUCMCKF估计偏差



(b) DUCMPKF估计偏差

图1 DUCMCKF和DUCMPKF的估计偏差

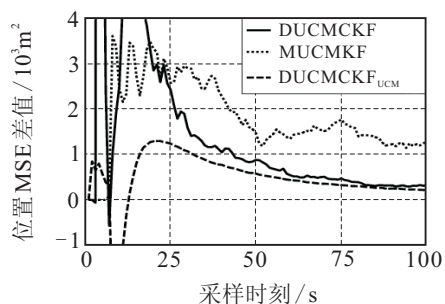
由该仿真实验可知,基于卡尔曼滤波预测的转换

量测滤波算法估计偏差始终保持在一个较低的水平, 优于文献 [11] 中基于量测量的转换量测滤波算法的估计偏差。

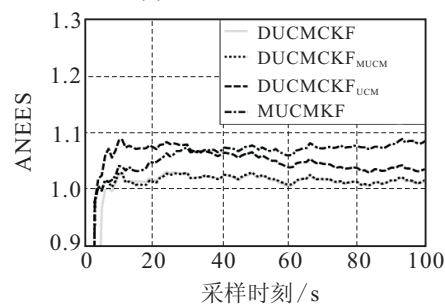
### 3.2 跟踪性能比较

为了验证和分析基于预测量的量测转换卡尔曼滤波算法的跟踪性能, 设置仿真场景如下: 假设观测系统位于平面坐标系原点, 采样间隔为 1 s, 目标的初始位置为服从高斯分布的随机变量, 各坐标轴上的位置均值均为 10 km, 标准差均为 100 m. 初始速度服从高斯分布, 各坐标轴上的速度均值均为 20 m/s, 标准差均为 10 m/s. 各坐标轴上的加速度为高斯白噪声, 标准差均为  $0.01 \text{ m/s}^2$ . 观测系统的量测距离标准差和方位角标准差分别为 100 m 和 2.5 deg. 采用基于 CV 模型的量测转换卡尔曼滤波算法对目标位置进行估计, 采样 300 次, 蒙特卡洛仿真次数为 5 000 次。

图 2 为滤波初始阶段采用不同量测转换方法的跟踪性能对比曲线。



(a) 跟踪位置MSE差值



(b) 滤波器可信度曲线

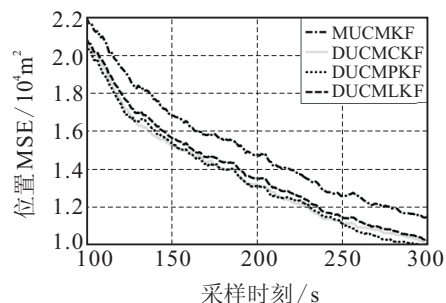
图 2 初始阶段滤波器性能比较

图 2(a) 为 DUCMCKF、MUCMKF、初始阶段采用 UCM 的 DUCMCKF (记为  $\text{DUCMCKF}_{\text{UCM}}$ ) 和初始阶段采用 MUCM 的 DUCMCKF (记为  $\text{DUCMCKF}_{\text{MUCM}}$ ) 的跟踪精度对比图, 图中曲线为前 3 种方法减去最后一种方法的位置估计 MSE 差值; 图 2(b) 为滤波器可信度 ANEES 曲线. 均方正态估计误差 (ANEES) 用于测试滤波器的可信度<sup>[14]</sup>, 该值越接近于 1, 滤波器的可信度越高。

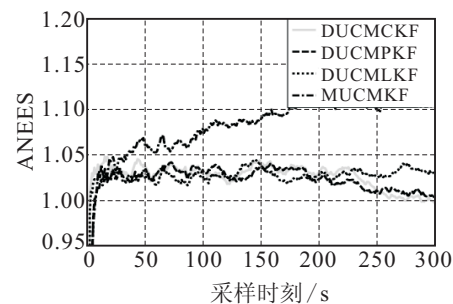
由仿真结果可知,  $\text{DUCMCKF}_{\text{MUCM}}$  在滤波初始阶段具有较高的跟踪精度和较好的滤波器可信度. 初

始阶段卡尔曼滤波预测的不确定度较量测量更大, 所以只使用 DUCMCKF 在初始阶段的跟踪误差最大. UCMKF 的位置估计偏差较大<sup>[11]</sup>, 故  $\text{DUCMCKF}_{\text{UCM}}$  的 ANEES 值在初始阶段接近 1.1, 滤波器可信度不如  $\text{DUCMCKF}_{\text{MUCM}}$ , 跟踪精度也不如后者。

图 3 为 100 s 后本文所提出方法与  $\text{DUCMLKF}$ <sup>[11]</sup> 和 MUCMKF 的跟踪性能对比曲线。



(a) 跟踪位置MSE差值



(b) 滤波器可信度曲线

图 3 100 s 后的滤波器性能比较

由图 3 可以看出, DUCMCKF 与 DUCMPKF 具有基本相同的跟踪精度和滤波器可信度. DUCMLKF 在  $E(\bar{x}_p) = E(\bar{y}_p) = 0$  的前提下, 假设  $E(\bar{r}_p) = E(\bar{\theta}_p) = 0$ , 并使用一阶泰勒展开对转换方差进行估计, 而 DUCMPKF 则通过式 (13) 在相同前提下基于 UT 变换对  $E(\bar{r}_p)$  和  $E(\bar{\theta}_p)$  的相关函数进行估计, 因此对量测转换方差估计得更加准确, 跟踪精度更高. 基于卡尔曼滤波预测的转换量测方差估计较基于量测量的方差估计更加准确, MUCMKF 的跟踪精度最低。

### 3.3 仿真时间比较

使用本文涉及到的几种量测转换方法分别对 X 轴上一固定点进行 10 000 次转换量测卡尔曼滤波位置估计, 并求其平均单次计算时间. 本仿真实验运行于 Matlab v 7.6, 仿真计算机 CPU 为 Inter core i 3 2.66 GHz, 内存为 4 GB, 各量测转换方法的平均单次运行时间如表 1 所示。

由表 1 可以看出, DUCMCKF 和 DUCMPKF 由于使用 UT 变换而计算量增大. DUCMCKF 使用 UT 变换次数较少, 比现有量测转换算法的计算量略有增加, 但跟踪精度较其他方法有所提高。

表 1 各方法单次运行时间比较

方法	时间/ $\mu\text{s}$
UCMKF	73.2
MUCMKF	72
DUCMLKF	77.4
DUCMCKF	83.2
DUCMPKF	98.1

## 4 结 论

对于转换量测卡尔曼滤波算法,本文选择无偏量测变换方法对量测量进行变换,使用卡尔曼滤波预测值和 UT 变换对转换量测方差进行估计,并在初始阶段使用基于量测量的 MUCMKF 算法.仿真实验表明, DUCMCKF 在与现有方法计算量相当的前提下,可以提高量测转换卡尔曼滤波算法的跟踪精度,并且具有较高的滤波器可信度.

### 参考文献(References)

- [1] Simon J Julier, Jeffrey K Uhlmann. A consistent, debiased method for converting between polar and Cartesian coordinate systems[C]. The 11th Int Symposium on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls. Orlando: Stockum, 1997: 110-121.
- [2] Blackman S. Multiple target tracking with radar applications[M]. Norwood: Artech House, 1986: 37.
- [3] Don Lerro, Yaakov Bar-shalom. Tracking with debiased consistent converted measurements versus EKF[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1993, 29(3): 1015-1022.
- [4] Mo Longbin, Song Xiaoquan, Zhou Yiyu, et al. An alternative unbiased consistent converted measurements for target tracking[C]. Proc SPIE 3086, Acquisition, Tracking, and Pointing XI. Orlando: Stockum, 1997: 308-310.
- [5] Mo Longbin, Song Xiaoquan, Zhou Yiyu, et al. Unbiased converted measurements for tracking[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 1998, 34(3): 1023-1027.
- [6] 王宏强,黎湘,庄钊文,等.解耦的转换测量 Kalman 滤波算法[J].电子学报,2003,31(6): 867-870.
- [7] Duan Zhangsheng, Han Chongzhao. Comments on "Unbiased converted measurements for tracking"[J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2004, 40(4): 1374-1377.
- [8] Li X Rong, Vesselin P Jilkov. A survey of maneuvering target tracking—Part III: Measurement models[C]. Signal and Data Processing of Small Target 2001. San Diego: SPIE, 2001: 423-446.
- [9] John N Spitzmiller, Reza R Adhami. Tracking with estimate-conditioned debiased 3-D converted measurements[C]. IEEE Aerospace Conf. Big Sky: IEEE, 2010: 1-16.
- [10] Wei Mei, Yaakov Bar-shalom. Unbiased Kalman filter using converted measurements: Revisit[C]. Signal and Data Processing of Small Target 2009. Denver: SPIE, 2009(74450U): 1-9.
- [11] Steven V Bordonaro, Peter Willett, Yaakov Bar-Shalom. Tracking with converted position and Doppler measurements[C]. Signal and Data Processing of Small Target 2011. Denver: SPIE, 2011(81370D): 1-14.
- [12] 王国宏,毛士艺,何友.均方意义下的最优无偏转换测量 Kalman 滤波[J].系统仿真学报,2002,14(1): 119-121. (Wang G H, Mao S Y, He Y. Optimal unbiased converted measurement Kalman filtering in the mean-square sense[J]. J of System Simulation, 2002, 14(1): 119-121.)
- [13] Michael D Miller, Oliver E Drummond. Coordinate transformation bias in target tracking[C]. Signal and Data Processing of Small Target 1999. Denver: SPIE, 1999: 409-424.
- [14] Li X Rong, Zhao Zhanlue, Vesselin P Jilkov. Estimator's credibility and its measures[C]. The 15th IFAC World Congress. Barcelona, 2002(2779): 1-7.

(责任编辑:曹洪武)