

输入多采样率离散时间系统准滑模控制器设计

徐鹏^{1,2}, 肖建¹, 周鹏², 李山²

(1. 西南交通大学 电气工程学院, 成都 610031; 2. 重庆理工大学 电子信息与自动化学院, 重庆 400054)

摘要: 针对不确定离散时间系统, 结合多采样率控制理论, 提出一种输入多采样率准滑模控制方法. 该方法在状态损失数据下, 考虑系统不确定干扰, 有效利用多率输入量, 缩窄系统的准滑模带宽, 增强系统鲁棒性, 改善系统动态品质. 通过仿真实验验证了所提出方法的有效性.

关键词: 离散时间系统; 准滑模控制; 输入多采样率; 损失数据

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Design of quasi-sliding-mode controller for multirate-input discrete-time system

XU Peng^{1,2}, XIAO Jian¹, ZHOU Peng², LI Shan²

(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Electronic and Automation, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China. Correspondent: XU Peng, E-mail: xupeng5477@126.com)

Abstract: A multirate-input quasi-sliding-mode control strategy for uncertain discrete-time systems is proposed based on the theory of multirate control. In consideration of the uncertain disturbance, by using the multirate input on state miss data, the region of quasi-sliding-mode is decreased, the robustness is increased, and the dynamic quality is improved. Simulation results show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: discrete-time system; quasi-sliding-mode control; multirate-input; miss data

0 引言

在数字控制系统中, 控制器的输入和输出均为离散时间的数字信号, 而被控对象通常为连续时间系统. 为了简化系统分析, 通常设定系统各处的采样器和保持器工作于相同频率, 称这样的系统为单采样率数字控制系统^[1]. 然而, 由于工业过程的客观物理因素的限制, 如系统输入输出变量的固有频率特性和参数检测过程的传感器特性等^[2], 输入量和输出量的采样(保持)频率具有本质相异性, 多采样率数字控制系统应运而生. 多采样率数字控制系统, 尤其是输入量频率多倍于输出量的系统, 能够提高系统控制品质, 并具有同时镇定和强鲁棒性等性能^[3].

滑模控制是一种鲁棒控制方法, 该方法能够使系统状态限制在一个称为滑动流形的状态子空间, 并最终使其状态收敛于原点^[4]. 滑动模态对符合匹配条

件的参数摄动和外部干扰具有不敏感性. 随着计算机控制技术的发展和运用, 离散时间系统滑模控制的研究受到很大程度的关注. 在离散时间系统中, 由于有限采样频率的限制, 控制作用在一个采样周期内呈现开环状态, 系统状态难以在滑模面上做理想滑模运动, 而只能在滑模面的某一邻域内做准滑模运动, 并伴有控制抖振和稳态抖振^[5]. 高为炳等^[6-7]提出了基于离散趋近律的变结构控制方法, 给出了更一般的到达条件, 证明了准滑模动态的稳定性, 其物理意义清楚, 控制律设计简单, 但系统仍然存在一定的抖振; Bartoszewicz^[8]提出了一种新型趋近律, 该趋近律可消除抖振, 使准滑动模态带宽得到缩窄; 瞿少成等^[9]在有效预测参数摄动和外部扰动的基础上, 提出了一种扰动动态补偿的离散趋近律, 使得稳态抖振得到一定的抑制; 葛宝明等^[10]对永磁同步电机速度环采用离散

收稿日期: 2013-12-17; 修回日期: 2014-03-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51177137); 重庆市科委自然科学基金项目(CSTC2012jjA40066); 重庆市教委科学技术研究项目(KJ130807).

作者简介: 徐鹏(1978—), 男, 讲师, 博士生, 从事电气系统智能控制技术的研究; 肖建(1950—), 男, 教授, 博士生导师, 从事智能控制技术等研究.

时间准滑模控制方法, 并通过仿真实验表明了该控制方法的优越性; 侯忠生等^[11]针对非线性离散时间系统设计了基于紧格式动态线性化模型的自适应准滑模控制器, 并通过仿真实验表明了该算法的有效性.

多采样率系统有着广泛的应用范围, 包括计算机信号处理、网络控制系统和过程工业控制等领域^[2]. 由于多采样率系统有着较强的实际研究意义, 其相关研究也已逐步受到较多的关注. 多采样率系统的研究工作主要集中在系统参数辨识^[2,12-16]和控制策略研究^[17-21]两方面. 文献[20-21]在输出慢速采样系统(也称为输入多采样率系统, 如同服系统和磁盘驱动系统中), 在输出采样间隔中有效利用输出估计信息缩短输入量的更新时间间隔, 以提高系统的控制效能. 目前, 针对多采样率系统滑模控制的研究还鲜有报道, 尤其是针对输出慢速采样系统. 文献[17-18]针对不确定系统的不完全可测状态, 结合输出快速采样系统, 实现其状态的完全估计, 构建了准滑模控制的改进型趋近律, 但该系统存在一定程度的抖振; 文献[17-19]针对输出快速采样系统(也称为输出多采样率系统)提出了相应的滑模控制策略; 文献[19]在输出快速采样模式下构建了滑模面, 设计了LQ离散准滑模控制律, 并通过仿真实验验证了其有效性.

综上所述, 目前构建离散时间系统准滑模控制器大多采用单采样率(单率)模式, 而实际系统往往具有多采样率(多率)特性. 针对工业领域中大量存在的“慢”输出系统, 在单采样率模式下数字控制器的“快”输入只能变为与输出同步的“慢”输入, 整个控制系统在输入量的低频采样点之间处于开环状态. 针对这样“慢”输出系统, 采用输入多采样率控制策略, 可以充分利用数字控制器高频性能, 提高整个系统的控制品质. 本文针对一类不确定离散时间系统, 在输入高频采样率模式下的趋近律和控制律设计中, 充分考虑系统不确定性和数据缺失等因素, 构建了输入多采样率准滑模控制策略. 该方法能够保证系统趋近过程的单调性, 与低频单率采样系统相比, 其准滑动模态带宽缩窄, 系统鲁棒性得以增强, 在一定的损失数据量下, 与高频单率采样系统的控制效果趋于一致.

1 系统描述及相关定义

考虑连续时间系统 $\Sigma(A_c, B_c, C_c)$, 以 T 为采样周期, 得到不确定离散时间系统模型

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + w(k), \\ y(k) = C_d x(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in R^n$ 为系统的状态向量, $u(k) \in R^m$ 为

系统的控制输入向量, $y(k) \in R^p$ 为系统输出向量, $w(k)$ 为未建模动态和外部干扰.

为简单起见, 对于输入多采样率系统, 可设定系统输出采样周期为 T_o , 输入采样周期为 T , 且 $T = \frac{T_o}{N}$, N 为正整数, 即输入和输出采样周期成整数倍关系. 结合“提升(Lifting)”技术^[22], 通过定义扩展向量, 可利用线性时不变状态方程描述输入多采样率系统.

定义输入扩展向量为

$$u_i(kT_o) = \begin{bmatrix} u(kT_o) \\ u(kT_o + T) \\ \vdots \\ u(kT_o + (N-1)T) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

原输入向量 $u(kT_o)$ 扩展为 $m \times N$ 维的输入向量 $u_i(kT_o)$, 以 T_o 为采样周期, 可将被控对象方程(1)改写为

$$\begin{cases} x[(k+1)T_o] = Ax(kT_o) + Bu_i(kT_o) + Dw_i(kT_o), \\ y(kT_o) = Cx(kT_o). \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$A := A_d^N;$$

$$B := [A_d^{N-1}B_d, A_d^{N-2}B_d, \dots, A_d B_d, B_d];$$

$$C := C_d;$$

$$w_i(kT_o) := \begin{bmatrix} w(kT_o) \\ w(kT_o + T) \\ \vdots \\ w(kT_o + (N-1)T) \end{bmatrix};$$

$$D := [A_d^{N-1}, \dots, A_d, 1].$$

假设 1 系统 $\Sigma(A_d, B_d, C_d)$ 和 $\Sigma(A, B, C)$ 均完全能控.

假设 2 式(1)的等效干扰 $w(k)$ 为未知正弦信号, 且有

$$w(k) = A_f \sin(\omega kT + \varphi). \quad (4)$$

其中: $A_f > 0$, $\omega > 0$, φ 分别表示等效干扰 $w(k)$ 的幅值、角频率和初始相位, 均为未知常数, 且有 $A_f \leq A_{f,\max}$, $\omega \leq \omega_{\max}$; T 为系统采样周期. 参考文献[8]对准滑动模态和准滑动模态带宽作如下定义.

定义 1 若系统运动满足

$$|s(k)| \leq \varepsilon, \quad (5)$$

则称系统在滑模面 $s(k) = Gx(k) = 0$ 的 ε -邻域内具有准滑动模态. 其中: ε 为某一正常数, 称为准滑动模态带宽. 文献[8]介绍了一种基本的稳定滑模面的设

计方法.

由假设 2 可知, 扩展干扰量 $w_i(k)$ 为有界干扰, 可得 $\tilde{d}(k) = GDw_i(k)$ 有界, 且有

$$d_l \leq \tilde{d}(k) \leq d_u. \quad (6)$$

定义 $\tilde{d}(k)$ 的两个关联范围量

$$d_0 = \frac{d_l + d_u}{2}, \quad (7)$$

$$d_1 = \frac{d_u - d_l}{2}. \quad (8)$$

对系统 (3) 按单采样率系统考虑, 其中

$$u_i(kT_o) = u(kT_o),$$

$$B := A_d^{N-1}B_d + A_d^{N-2}B_d + \cdots + A_dB_d + B_d.$$

结合文献 [18], 省略公式中采样周期 T_o , 可得其趋近律

$$\begin{aligned} s(k+1) - s(k) = & \\ & -qT_o s(k) - \epsilon T_o \text{sgn}(s(k)) + \tilde{d}(k) - d_0 - d_1 \text{sgn}(s(k)). \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $q > 0, \epsilon > 0, 1 - qT_o > 0$. 结合趋近律 (9) 可实现准滑模控制律

$$\begin{aligned} u_i(k) = & - (GB)^{-1}((GA - G + qT_oG)x(k)) - \\ & (GB)^{-1}(d_0 + (d_1 + \epsilon T_o)\text{sgn}(s(k))). \end{aligned} \quad (10)$$

准滑模控制的带宽为 δ , 由式 (9) 可知, δ 满足

$$\delta \leq 2d_1 + \epsilon T_o.$$

对于输入多采样率系统 (3), 准滑模控制律 (10) 仍然按照单采样率系统结构模型设计, 未能利用扩展输入量. 对于输入多采样率系统, 为了有效利用扩展输入量, 首要解决的是扩展输入采样点的状态数据缺失问题. 本文后续章节将基于系统状态缺失数据, 在式 (9) 和 (10) 的基础上设计输入多采样率系统滑模趋近律和相应控制律.

2 主要结论

2.1 输入多采样率系统趋近律及准滑模控制

考虑输入采样周期 T 的单率系统 (1), 设定 $x(i)$ 为状态向量, 则 $s(i) = Gx(i)$. 对于有界干扰, 定义函数 $\tilde{g}(i) = Gw(i)$ 也有界, 满足

$$g_l \leq \tilde{g}(i) \leq g_u.$$

定义

$$g_0 = \frac{g_l + g_u}{2}, \quad (11)$$

$$g_1 = \frac{g_u - g_l}{2}, \quad (12)$$

则系统 (1) 单率系统趋近律为

$$s(i+1) - s(i) = -qTs(i) - \epsilon T \text{sgn}(s(i)) +$$

$$\tilde{g}(i) - g_0 - g_1 \text{sgn}(s(i)), \quad (13)$$

其控制律为

$$\begin{aligned} u(i) = & - (GB_d)^{-1}(L_T x(i)) - \\ & (GB_d)^{-1}(g_0 + (g_1 + \epsilon T)\text{sgn}(s(i))). \end{aligned} \quad (14)$$

其中

$$L_T = GA_d - G + qTG.$$

式 (13) 仅考虑滑模切换函数 $s(i)$ 中的干扰量, 未考虑 (14) 中系统状态 $x(i)$ 所含的干扰量, 结合 (14) 进行修正后可得趋近律

$$\begin{aligned} s(i+1) - s(i) = & \\ & -qTs(i) - \epsilon T \text{sgn}(s(i)) + \tilde{h}(i-1) + \\ & \tilde{g}(i) - g_0 - h_0 - (g_1 + h_1)\text{sgn}(s(i)). \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} h_l \leq L_T w(i) = \tilde{h}(i) \leq h_u, \\ h_0 = \frac{h_l + h_u}{2}, \quad h_1 = \frac{h_u - h_l}{2}, \end{aligned}$$

则其控制律为

$$\begin{aligned} u(i) = & \\ & - (GB_d)^{-1}(L_T x(i) - \tilde{h}(i-1) + g_0 + h_0) - \\ & (GB_d)^{-1}(g_1 + h_1 + \epsilon T)\text{sgn}(s(i)). \end{aligned} \quad (16)$$

假设 3 对于输入多采样率系统 (3), 设定其基周期为 T (输入采样周期), 为了简化问题, 设定输出采样周期 $T_o = 2T$, 不失一般性, 设系统状态 $x(i)$ 不可测, 则 $x(i-1)$ 完全可测.

由假设 3 可知, 控制律 (16) 中 $u(i)$ 因 $x(i)$ 不可测而无法求取, 同时还存在不可测干扰量 $\tilde{h}(i-1)$. 结合系统 (1) 可得

$$x(i) = A_d x(i-1) + B_d u(i-1) + w(i-1).$$

其中: $x(i-1)$ 和 $u(i-1)$ 均已知, $w(i-1)$ 为不确定干扰项. 将上式 $x(i)$ 代入式 (16), 结合 (15) 中 $\tilde{h}(i)$ 的定义, 可得

$$\begin{aligned} u(i) = & \\ & - (GB_d)^{-1}(L_T(A_d x(i-1) + B_d u(i-1))) - \\ & (GB_d)^{-1}(g_0 + h_0 + (g_1 + h_1 + \epsilon T)\text{sgn}(s(i))). \end{aligned} \quad (17)$$

假设 4 当输出采样周期 $T_o = NT$, N 为正整数时, 设定 $x(i - (N-1))$ 为可测点, 进而 $x(i+1)$ 也可测, 输出采样周期中间间断点状态量 $[x(i - (N-1) + 1), \cdots, x(i - (N-1) + N - 1)]$ 均不可测.

在假设 4 下, 在输出采样单位时间间隔中, 系统状态的不可测点扩展为 $N-1$ 个, 构建滑模切换函数趋近律和控制律的首要任务是解决多个不可测点的

状态估计问题. 结合扩展向量(2)和状态空间描述(3), 可得 $N-1$ 个不可测点的表达式

$$\begin{aligned} x(i-(N-1)+n) = & A_n x(i-(N-1)) + B_n u_n(i-(N-1)) + \\ & D_n w_n(i-(N-1)). \end{aligned} \quad (18)$$

其中

$$n = 1, 2, \dots, N-1;$$

$$A_n = A_d^n;$$

$$B_n = [A_d^{n-1} B_d, A_d^{n-2} B_d, \dots, A_d B_d, B_d];$$

$$u_n(i-(N-1)) = \begin{bmatrix} u(i-(N-1)) \\ u(i-(N-1)+1) \\ \vdots \\ u(i-(N-1)+(n-1)) \end{bmatrix};$$

$$D_n = [A_d^{n-1}, \dots, A_d, 1];$$

$$w_n(i-(N-1)) = \begin{bmatrix} w(i-(N-1)) \\ w(i-(N-1)+1) \\ \vdots \\ w(i-(N-1)+(n-1)) \end{bmatrix}.$$

结合假设4和不可测点状态空间描述(18), 趋近律(15)可改写为

$$\begin{aligned} s(i+1) - s(i) = & -qT s(i) - \epsilon T \operatorname{sgn}(s(i)) + \tilde{h}_n(i-1) + \\ & \tilde{g}(i) - g_0 - h_{n,0} - (g_1 + h_{n,1}) \operatorname{sgn}(s(i)). \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$h_{n,l} \leq L_T D_n w_n(i-(N-1)) = \tilde{h}_n(i) \leq h_{n,u},$$

$$h_{n,0} = \frac{h_{n,l} + h_{n,u}}{2},$$

$$h_{n,1} = \frac{h_{n,u} - h_{n,l}}{2}.$$

同理可得控制律

$$\begin{aligned} u_i(i) = & - (GB_d)^{-1} L_T A_n x(i-(N-1)) - \\ & (GB_d)^{-1} (L_T B_n u_n(i-(N-1)) + g_0 + h_{n,0}) - \\ & (GB_d)^{-1} (g_1 + h_{n,1} + \epsilon T) \operatorname{sgn}(s(i)). \end{aligned} \quad (20)$$

2.2 系统鲁棒性分析

为了使问题分析简化, 在假设3条件下进行系统鲁棒性分析. 根据假设3并结合单率采样系统(1)可知, 由于不确定干扰 $w(i)$ 的存在, 不能准确估计状态变量 $x(i)$, 进而无法获得滑模切换函数 $s(i)$ 的准确值. 然而, 对于控制律(17)的计算只需要 $s(i)$ 的符号, 其确定值并不是必须的, $x(i)$ 和 $s(i)$ 可由估计值 $\bar{x}(i)$ 和

$\bar{s}(i)$ 代替, 其计算式为

$$\bar{x}(i) = A_d x(i-1) + B_d u(i-1),$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(i) = G \bar{x}(i) = G(A_d x(i-1) + B_d u(i-1)) + g_0 = \\ s(i) - \tilde{g}(i-1) + g_0. \end{aligned} \quad (21)$$

其中: $x(i-1)$ 和 $u(i-1)$ 均可测; $s(i) \in [\bar{s}(i) - g_1, \bar{s}(i) + g_1]$. 当 $|\bar{s}(i)| > g_1$ 时, $\operatorname{sgn}(s(i)) = \operatorname{sgn}(\bar{s}(i))$; 当 $|\bar{s}(i)| < g_1$ 时, $\operatorname{sgn}(s(i))$ 无法由 $\bar{s}(i)$ 符号确定.

定理1 式(21)为输入多采样率准滑模函数估计, 对于趋近律(15), 设 $s(i) = \delta_i$, 其带宽为

$$\delta_i < \frac{\epsilon T + g_1 + 2h_1}{1 - qT}. \quad (22)$$

证明 对于输入多采样率趋近律(15), 结合式(21)并将 $\operatorname{sgn}(s(i))$ 用 $\operatorname{sgn}(\bar{s}(i))$ 取代, 可得

$$\begin{aligned} \bar{s}(i+1) = & (1 - qT) \bar{s}(i) + (1 - qT)(\tilde{g}(i-1) - g_0) - \\ & \epsilon T \operatorname{sgn}(\bar{s}(i)) + \tilde{h}(i-1) - h_0 - (g_1 + h_1) \operatorname{sgn}(\bar{s}(i)). \end{aligned} \quad (23)$$

当切换函数 s 进入输入多采样率滑模带宽时, s 的符号呈现交替变化, 即当 $\bar{s}(i) > 0$ 时, $\bar{s}(i+1) < 0$, 即

$$\begin{aligned} 0 > (1 - qT) \bar{s}(i) + (1 - qT)(\tilde{g}(i-1) - g_0) - \\ & \epsilon T + \tilde{h}(i-1) - h_0 - (g_1 + h_1). \end{aligned}$$

结合式(21)中 $\bar{s}(i)$ 与 $s(i)$ 的关系, 输入多采样率滑模带宽为

$$0 > (1 - qT) s(i) - \epsilon T + (\tilde{h}(i-1) - h_0) - (g_1 + h_1). \quad (24)$$

设定 $s(i) = \delta_i$ 满足不等式(24), 则其带宽计算可得

$$\delta_i < \frac{\epsilon T + g_1 + 2h_1}{1 - qT}.$$

由此定理得证. \square

注1 对比单率系统准滑模控制带宽 δ 可知, 输入多采样率准滑模控制可通过选择适当的参数使得其带宽小于单采样率系统. 同时, 由式(24)可知, 因 $(1 - qT) < 1$, 则 $\delta_i > g_1$, 即使当 $|s(i)| < g_1$ 时, 系统仍继续保持滑模带宽 δ_i .

3 仿真实验

考虑如下二阶系统, 采样周期 $T = 0.1$ s:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) + w(k). \quad (25)$$

其中

$$A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$w(k) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.01 \sin(0.1k) \end{bmatrix}.$$

对于输入多采样率系统, 设定输入采样周期为 $T = 0.1\text{s}$, 输出采样周期 $T_o = NT$. 结合式 (3) 和 (25), 当 $N = 2$ 时, 输入多率系统状态空间描述为

$$x[(k+1)T_o] = Ax(kT_o) + Bu_i(kT_o) + Dw_i(kT_o). \quad (26)$$

其中

$$A = A_d^2, B = [A_d B_d, B_d], D = [A_d, 1],$$

$$u_i(kT_o) = [u(kT_o), u(kT_o + T)]^T,$$

$$w_i(kT_o) = [w(kT_o), w(kT_o + T)]^T.$$

特别地, 当 $u(kT_o + T) = u(kT_o)$ 时, 式 (26) 变为采样周期为 T_o 的单率系统, 其中

$$B = [A_d B_d + B_d], u_i(kT_o) = u(kT_o).$$

取滑模切换函数 $s(k) = Gx(k)$, $G = [-0.8, 1]$, 状态变量 $x(k)$ 的初值为 $[1, 0]^T$.

3.1 单采样率系统实验

当采样周期为 0.1s 时, 系统描述、趋近律和控制律分别为式 (25)、(13) 和 (14); 当采样周期为 0.2s 时, 系统描述、趋近律和控制律分别为式 (26)、(9) 和 (10), 其中式 (26) 采用单率结构模型. 切换函数 $s(k)$ 运动轨迹如图 1 所示, 且由 $q = 2, \epsilon = 1$ 计算可得

$$d_0 = 0, d_1 = 0.012,$$

$$g_0 = 0, g_1 = 0.01.$$

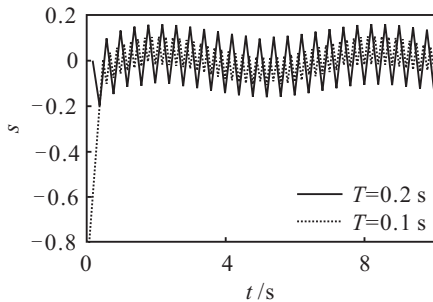


图 1 切换函数运动轨迹

由图 1 可知, 当系统采样频率提高时, 准滑动模态带宽会减小. 对于采样周期 $T = 0.1\text{s}$ 的单率系统 (25), 考虑状态量中干扰量的影响, 改进前后趋近律和控制律分别采用式 (13)、(14) 和 (15)、(17), 仿真结果对比如图 2 和图 3 所示.

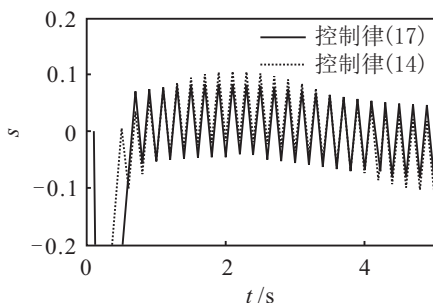


图 2 改进前后切换函数运动轨迹对比

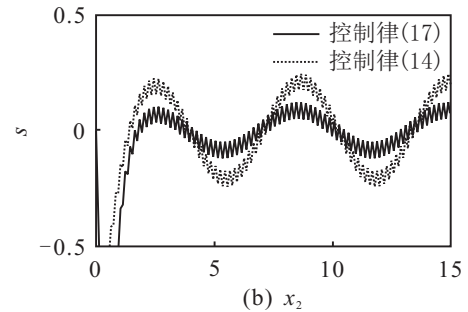
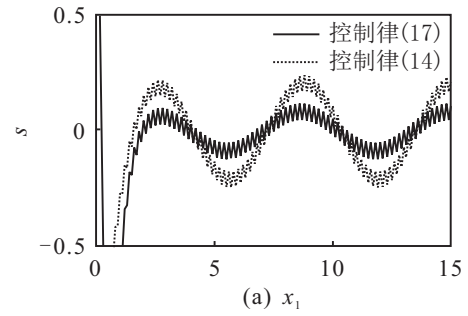


图 3 改进前后系统状态运动轨迹对比

在图 2 和图 3 中: $h_0 = 0, h_1 = 0.006$. 由图 2 和图 3 可知, 两种趋近律设计方法的准滑模切换函数运动轨迹基本一致. 然而, 由于考虑了状态 $x(i)$ 的不确定干扰量的影响, 改进后的控制律 (17) 的系统状态稳态抖振情况明显优于原控制律 (14).

3.2 输入多采样率系统实验

考虑输入多采样率系统 (26) 和假设 3, 对于可测状态 $x(i-1)$, 其趋近律和控制律分别为式 (13) 和 (14); 而对于不可测状态 $x(i)$, 其趋近律和控制律分别为式 (15) 和 (17), 其中准滑模切换函数符号估计采用式 (21).

单率系统 ($T = 0.2\text{s}$) 与输入多采样率 ($T_o = 0.2\text{s}, T = 0.1\text{s}$) 的滑模切换函数运动轨迹对比如图 4 所示.

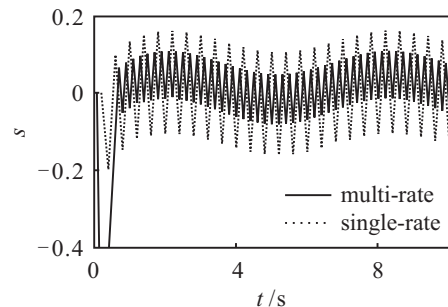


图 4 单率 ($T = 0.2\text{s}$) 与输入多率系统滑模切换函数对比

由图 4 可知, 输入多采样率准滑模控制方法下, 滑模切换函数抖振带宽优于输出同频率的单采样率系统. 当单率系统的采样频率提高至多率系统的输入频率时, 即采样周期 $T = 0.1\text{s}$ 时, 其他参数不变, 滑模切换函数对比如图 5 所示.

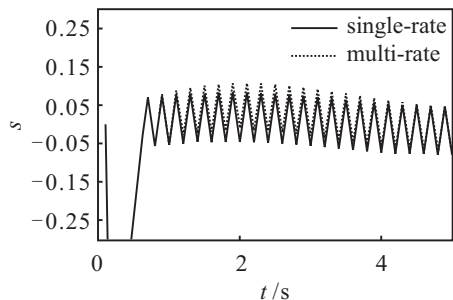


图5 单率 ($T = 0.1\text{s}$) 与输入多率系统滑模切换函数对比

由图5可知,当单率系统采样频率与输入多率系统的输入相同时,两个系统的滑模切换函数抖振带宽趋于一致,其控制效果也具有 consistency,而输入多率系统滑模控制是工作于损失数据(输出量)状况下,从而表明了该算法的优势.

当输入多率系统的输出采样周期 $T_o = NT$, $N > 2$ 时,由式(18)~(20)可知,单位输出采样间隔时间内不可测的状态点大量增加,其控制复杂度将近一步加剧.为了简化问题分析并不失一般性,进一步的实验可设定 $T_o = NT$, $N = 3$. 结合式(3)和(25),可得采样周期 $T_o = NT = 0.3\text{s}$ 时的单率系统状态空间描述

$$x[(k+1)T_o] = A'x(kT_o) + B'u(kT_o) + D'w_i(kT_o). \quad (27)$$

其中

$$A' = A_d^3,$$

$$B' = A_d^2 B_d + A_d B_d + B_d,$$

$$D' = [A_d^2, A_d, 1],$$

$$w_i(kT_o) = [w(kT_o), w(kT_o + T), w(kT_o + 2T)]^T.$$

对于 $N = 3$ 的输入多采样率系统 ($T_o = 0.3\text{s}$, $T = 0.1\text{s}$),结合滑模切换函数趋近律(19)和控制律(20),单率 ($T = 0.3\text{s}$) 与输入多率系统滑模切换函数对比如图6所示.单率 ($T = 0.3\text{s}$) 与输入多率系统状态运动轨迹对比如图7所示. $N = 2$ 与 $N = 3$ 的输入多采样率系统滑模切换函数的运动轨迹对比如图8所示.在图7中:实线为输入多率系统(multi-rate),虚线为单率系统(single-rate).

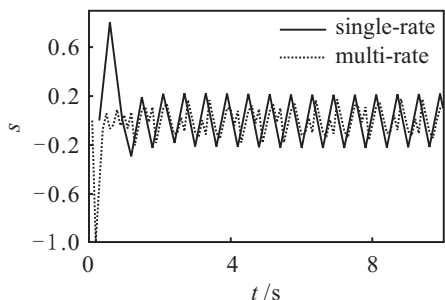


图6 单率 ($T = 0.3\text{s}$) 与输入多率系统滑模切换函数对比

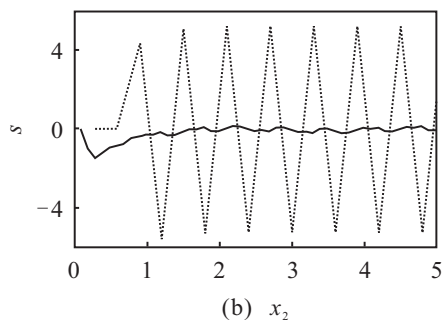
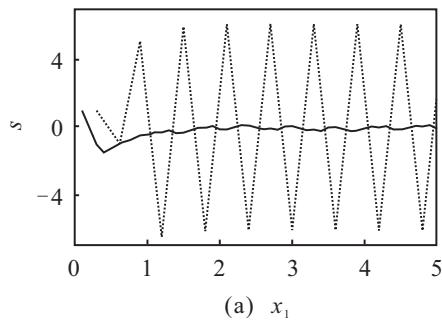


图7 单率 ($T = 0.3\text{s}$) 与输入多率系统状态运动轨迹对比

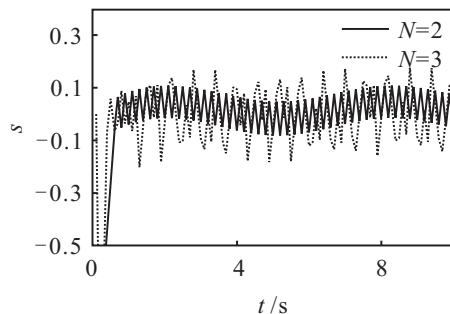


图8 输入多率系统 ($N = 2, 3$) 滑模切换函数对比

由图6和图7可知,由于对系统不可测点估计和输入量更新的快速性,输入多采样率系统 ($N = 3$) 与单率系统 ($T_o = 0.3\text{s}$) 相比,滑模切换函数稳态抖振幅度较小,系统状态更加接近原点.而由图8可知,由于损失数据量的增加,滑模切换函数抖振会有一些的加剧,与 $N = 2$ 的输入多采样率系统相比,其控制效果较差.

4 结论

本文结合多采样率控制系统基本理论,针对一类不确定离散时间系统,构建了输入多采样率准滑模趋近律和控制律.仿真结果表明:该方法能够保证系统趋近过程的单调性,与低频单率采样系统相比,其准滑动模态带宽较小,系统鲁棒性增强;在一定损失数据量下,与高频单率采样系统相比,准滑动模态带宽趋于一致.

参考文献(References)

[1] 肖建,徐志根.多采样率数字控制系统综述[J].信息与控制,2003,32(5):436-441.
(Xiao J, Xu Z G. Survey on the research of multirate digital

- control systems[J]. *Information and Control*, 2003, 32(5): 436-441.)
- [2] 丁洁. 双率采样数据系统的辨识[D]. 无锡: 江南大学通信与控制工程学院, 2011.
(Ding J. Identification for dual-rate sampled-data systems[D]. Wuxi: School of Communication and Control Engineering, Jiangnan University, 2011.)
- [3] 陆可, 肖建. 多采样率 EKF 及其在感应电机转速估计中的应用[J]. *西南交通大学学报*, 2007, 42(5): 620-625.
(Lu K, Xiao J. Multirate extended kalman filter and its application to speed estimation of induction motor[J]. *J of Southwest Jiaotong University*, 2007, 42(5): 620-625.)
- [4] 刘涛, 刘贺平. 一种基于死区离散趋近律的准滑模控制[J]. *自动化学报*, 2011, 37(6): 760-766.
(Liu T, Liu H P. Quasi-sliding-mode control based on discrete reaching law with dead zone[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(6): 760-766.)
- [5] 刘涛, 刘贺平. 基于扰动补偿趋近律的准滑模控制[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(9): 1185-1189.
(Liu T, Liu H P. Quasi-sliding-mode control based on disturbance compensation[J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(9): 1185-1189.)
- [6] 高为炳. 离散时间系统的变结构控制[J]. *自动化学报*, 1995, 21(2): 154-161.
(Gao W B. Variable structure control of discrete-time systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(2): 154-161.)
- [7] Gao Weibing, Wang Yufu, Homaifa A. Discrete-time variable structure control systems[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronic*, 1995, 42(2): 117-122.
- [8] Bartoszewicz A. Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1998, 45(4): 633-637.
- [9] 瞿少成, 王永骥. 基于扰动动态补偿的离散滑模变结构控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(3): 311-314.
(Qu S C, Wang Y J. Discrete time sliding mode control based on dynamic disturbance compensator[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(3): 311-314.)
- [10] 葛宝明, 郑琼林, 蒋静坪, 等. 基于离散时间趋近率控制与内模控制的永磁同步电动机传动系统[J]. *中国电机工程学报*, 2004, 24(11): 106-111.
(Ge B M, Zheng Q L, Jiang J P, et al. PM synchronous motor drives based on discrete-time reaching law and internal-model controls[J]. *Proc of the CSEE*, 2004, 24(11): 106-111.)
- [11] 侯忠生, 王卫红, 金尚泰. 一类非线性离散系统自适应准滑模控制[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(5): 505-509.
(Hou Z S, Wang W H, Jin S T. Adaptive quasi-sliding-mode control for a class of nonlinear discrete-time systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(5): 505-509.)
- [12] 丁洁, 谢莉, 丁锋. 非均匀采样系统多新息随机梯度辨识性能分析[J]. *控制与决策*, 2011, 26(9): 1338-1342.
(Ding J, Xie L, Ding F. Performance analysis of multi-innovation stochastic gradient identification for non-uniformly sampled systems[J]. *Control and Decision*, 2011, 26(9): 1338-1342.)
- [13] 韩丽丽. 多率多输入系统的辨识[D]. 无锡: 江南大学通信与控制工程学院, 2010.
(Han L L. Identification for multirate multiple-input systems[D]. Wuxi: School of Communication and Control Engineering, Jiangnan University, 2010.)
- [14] Ding Jie, Yang Shi, Wang Huigang, et al. A modified stochastic gradient based parameter estimation algorithm for dual-rate sampled-data systems[J]. *Digital Signal Processing*, 2010, 20(4): 1238-1247.
- [15] Han Lili, Ding Feng. Identification for multirate multi-input systems using the multi-innovation identification theory[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2009, 57(9): 1438-1449.
- [16] Ding Feng, Chen Tongwen. Parameter estimation of dual-rate stochastic systems by using an output error method[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(9): 1436-1441.
- [17] Janardhan S, Bandyopadhyay B. Discrete sliding mode control of systems with unmatched uncertainty using multirate output feedback[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2006, 51(6): 1030-1035.
- [18] Janardhanan S, Bandyopadhyay B. Multirate output feedback based robust quasi-sliding mode control of discrete-time systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2007, 52(3): 499-503.
- [19] Janardhanan S, Kariwala V. Multirate-output-feedback-based LQ-optimal discrete-time sliding mode control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2008, 53(1): 367-372.
- [20] Fujimoto H, Yoichi H, Kawamura A. Perfect tracking control based on multirate feedforward control with generalized sampling periods[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2001, 48(3): 636-644.
- [21] Hara T, Tomizuka M. Performance enhancement of multi-rate controller for hard disk drives[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1999, 35(2): 898-903.
- [22] 肖建. 多采样率数字控制系统[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 13-73.
(Xiao J. Multirate digital control systems[M]. Beijing: Science Press, 2003: 13-73.)