文章编号: 1001-0920 (2015) 03-0556-05 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2014.0060

基于 Hurwicz 的概率不确定的灰色随机多准则决策方法

周 欢, 王坚强, 王丹丹

(中南大学 商学院, 长沙 410083)

摘 要: 首先定义了扩展灰数的可能度和距离公式; 然后针对方案准则值为扩展灰数的不确定多准则决策问题, 提出一种基于 Hurwicz 的概率不确定的灰色随机多准则决策方法. 该方法通过使用扩展灰数的可能度和 Hurwicz 准则求得各方案在各准则下的评价值, 经规范化后得到标准效用值决策矩阵; 利用扩展灰数的距离和 TODIM 思想计算决策者对每个方案的损益感知价值及方案优势度, 进而计算各方案总体感知价值大小以对方案进行排序. 最后, 通过算例验证了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 多准则决策; 灰色随机; 扩展灰数; Hurwicz 准则; TODIM 方法

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Grey stochastic multi-criteria decision-making approach based on Hurwicz with uncertain probability

ZHOU Huan, WANG Jian-qiang, WANG Dan-dan

(School of Business, Central South University, Changsha 410083, China. Correspondent: WANG Jian-qiang, E-mail: jqwang@csu.edu.cn)

Abstract: The possibility degree and distance of extended grey numbers are defined. For multi-criteria decision-making problems, where the probabilities are uncertain and the criteria values of alternatives can be extended grey numbers, a grey stochastic multi-criteria decision-making approach based on Hurwicz with uncertain probability is proposed. By using the possibility degree of extended grey number and Hurwicz criteria, the evaluation values of each alternative for each criterion are calculated, and the standard utility value decision matrix can be obtained after normalization. The decision-maker's perceived value of the gain or loss of every alternative is calculated according to the distance of extended grey number and basic idea of the TODIM method. Then all alternatives are ranked according to the comprehensively perceived values. Finally, an illustrative example shows the feasibility and effectiveness of the proposed approach.

Keywords: multi-criteria decision-making; grey stochastic; extended grey numbers; Huiwicz criteria; TODIM method

0 引 言

作为现代决策科学的一个重要组成部分, 多准则决策理论和方法已在诸多领域得到了广泛的应用. 在实际决策中, 决策信息通常具有模糊、随机或灰色等不确定性. 目前, 针对单一不确定性多准则决策问题的研究已有很多, 二重或多重不确定性多准则决策问题的研究也取得了一些进展, 如模糊随机多准则决策问题、灰色模糊多准则决策问题和灰色随机多准则决策问题等.

灰色随机多准则决策问题同时具有灰色性和随机性两种特征, 其相关研究进展缓慢, 研究成果还较为匮乏. 一些学者研究了准则值为实数的灰色随机多准则决策问题. 如: 文献 [1] 研究了准则值为实数、准则状态为区间灰数的多准则决策问题, 准则值兼具灰色性和随机性; 文献 [2] 研究了准则值为实数、概率为区间灰数的多目标风险型决策问题. 还有一些学者研究了准则值为区间灰数的随机多准则决策问题[3-5]. 如: 文献 [3] 基于理想矩阵的相对优属度探讨了权重信息未知、准则值为区间灰数的风险型多准则群决策问题; 文献 [4] 利用前景理论对准则权系数不完全确定、概率和准则值均为区间灰数的随机多准则决策问题进行了研究; 文献 [5] 定义了灰色随机变量期望可

收稿日期: 2014-01-10; **修回日期:** 2014-04-03.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271218); 国家创新研究群体科学基金项目(71221061); 湖南省自然科学基金项目(14JJ2009).

作者简介: 周欢(1982−), 女, 讲师, 博士生, 从事决策理论与应用、物流管理的研究; 王坚强(1963−), 男, 教授, 博士生导师, 从事决策理论与应用、风险管理与控制、物流管理、信息管理等研究.

能度, 研究了权重不完全确定、准则值为区间灰数的随机多准则决策问题. 目前, 尚未看到针对准则值是扩展灰数的多准则随机决策问题研究, 而且以往的研究中事件发生的概率均为确定或不完全确定, 而对于概率不确定的多准则决策问题研究还很少.

与确定型和风险型决策相比, 不确定型决策更加逼近真实的世界, 已得到人们越来越多的关注. 通常用于解决确定型和风险型决策问题的方法不适用于不确定型决策问题. 用于概率不确定的决策方法虽有很多, 如 Hurwicz 准则[6-7]、拉普拉斯决策准则[8]、萨凡奇决策准则[8]等, 但这些方法大多用于投资组合、资产定价、应急管理和博弈等领域, 而未见其应用到多准则决策中.

为此, 本文在扩展灰数定义和运算基础上提出扩展灰数的可能度和距离公式, 提出基于 Hurwicz 准则的多准则决策方法, 以解决具有扩展灰数信息的概率不确定的随机多准则决策问题. 在决策过程中, 采用文献 [9] 提出的 TODIM 方法, 通过计算决策者对两两方案比较损益的感知价值及方案的总体感知价值来对各方案进行排序.

1　灰色随机变量与 Hurwicz 准则

1.1　灰色随机变量

灰数是只知道大概范围而不知其确切值的数[10], 它能有效度量事物的灰色性. 在实际应用中, 灰数取值限于某个区间或者某个一般数集内, 通常记为 “$\otimes$”.

定义 1[11]　假设 $\otimes$ 是一个灰数, D 是覆盖 $\otimes$ 的集合, 则有:

1) 若 D 是一个区间, 则称 $\otimes$ 为区间灰数, 记作 $\forall\otimes \Rightarrow d^* \in [a,b]$ 或者 $\otimes = [a,b]$;

2) 若 D 是离散集合, 则称 $\otimes$ 为离散灰数, 记作 $\forall\otimes \Rightarrow d^* \in D, D = \{d_1, d_2, \cdots, d_n\}$ 或者 $\otimes = \{d_1, d_2, \cdots, d_n\}$.

区间灰数的大小可由区间灰数的可能度来比较.

定义 2[12]　设 $\otimes_1 \in [a,b], \otimes_2 \in [c,d]$, 且 $l(\otimes_1) = b-a, l(\otimes_2) = d-c$, 则区间灰数的可能度定义为

$$p(\otimes_1 \geqslant \otimes_2) = \max\left\{1 - \max\left(\frac{d-a}{l(\otimes_1)+l(\otimes_2)}, 0\right), 0\right\}. \tag{1}$$

区间灰数的可能度满足 $p(\otimes_1 \geqslant \otimes_1) = 0.5$ 和 $p(\otimes_1 \geqslant \otimes_2) + p(\otimes_2 \geqslant \otimes_1) = 1$.

为更好地描述决策信息的灰色性, 可使用将离散灰数与连续灰数结合的扩展灰数.

定义 3[13]　若 D 是一系列区间集的并集, 则称 $\otimes$ 为扩展灰数, 记作 $\otimes = \bigcup_{i=1}^{n}[a_i, b_i]$. 其中: $[a_i, b_i] \bigcap [a_j, b_j] = \varnothing\,(i \neq j)$, $a_i \leqslant b_i\,(i = 1, 2, \cdots, n)$. 将所有扩展灰数的集合记为 $R(\otimes)$.

定义 4[13]　设 $\otimes_1 = \bigcup_{i=1}^{n}[a_i, b_i], \otimes_2 = \bigcup_{j=1}^{m}[c_j, d_j] \in R(\otimes)$, $a_i \leqslant b_i\,(i = 1, 2, \cdots, n)$, $c_j \leqslant d_j\,(j = 1, 2, \cdots, m)$, $\lambda \in R, \lambda \geqslant 0$, 两个扩展灰数的加减乘除和数乘运算定义如下:

1) $\otimes_1 + \otimes_2 = \bigcup_{i=1}^{n}\bigcup_{j=1}^{m}[a_i + c_j, b_i + d_j]$;

2) $-\otimes_1 = \bigcup_{i=1}^{n}[-b_i, -a_i]$;

3) $\otimes_1 - \otimes_2 = \bigcup_{i=1}^{n}\bigcup_{j=1}^{m}[a_i - d_j, b_i - c_j]$;

4) $\otimes_1 \times \otimes_2 = \bigcup_{i=1}^{n}\bigcup_{j=1}^{m}[\min\{a_ic_j, a_id_j, b_ic_j, b_id_j\}, \max\{a_ic_j, a_id_j, b_ic_j, b_id_j\}]$;

5) $\dfrac{\otimes_1}{\otimes_2} = \bigcup_{i=1}^{n}\bigcup_{j=1}^{m}\left[\min\left\{\dfrac{a_i}{c_j}, \dfrac{a_i}{d_j}, \dfrac{b_i}{c_j}, \dfrac{b_i}{d_j}\right\}, \max\left\{\dfrac{a_i}{c_j}, \dfrac{a_i}{d_j}, \dfrac{b_i}{c_j}, \dfrac{b_i}{d_j}\right\}\right]$, $c_j \neq 0,\ d_j \neq 0,\ j = 1, 2, \cdots, m$;

6) $\lambda\otimes_1 = \bigcup_{i=1}^{n}[\lambda a_i, \lambda b_i]$.

根据区间灰数的可能度, 结合扩展灰数的性质可知, 扩展灰数的大小可以通过扩展灰数的可能度进行比较.

定义 5　设 $\otimes_1 = \bigcup_{i=1}^{n}[a_i, b_i]$, $\otimes_2 = \bigcup_{j=1}^{m}[c_j, d_j] \in R(\otimes)$, $a_i \leqslant b_i\,(i = 1, 2, \cdots, n)$, $c_j \leqslant d_j\,(j = 1, 2, \cdots, m)$, 且假设灰数取值概率满足均匀分布, 则扩展灰数的可能度定义为

$$P(\otimes_1 \geqslant \otimes_2) = \frac{1}{n\times m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}p([a_i, b_i] \geqslant [c_j, d_j]), \tag{2}$$

其中 $p([a_i, b_i] \geqslant [c_j, d_j])$ 为区间 $[a_i, b_i]$ 和 $[c_j, d_j]$ 的可能度.

可以证明式 (2) 满足 $P(\otimes_1 \geqslant \otimes_1) = 0.5$ 和 $P(\otimes_1 \geqslant \otimes_2) + P(\otimes_2 \geqslant \otimes_1) = 1$.

定义 6　若 $\otimes_1 = \bigcup_{i=1}^{n}[a_i, b_i], \otimes_2 = \bigcup_{j=1}^{m}[c_j, d_j] \in R(\otimes)$, $a_i \leqslant b_i\,(i = 1, 2, \cdots, n), c_j \leqslant d_j\,(j = 1, 2, \cdots, m)$, 则扩展灰数 $\otimes_1$ 与 $\otimes_2$ 之间的 Hausdorff 距离定义为

$$D(\otimes_1, \otimes_2) = \frac{h(\otimes_1, \otimes_2) + h(\otimes_2, \otimes_1)}{2}. \tag{3}$$

其中: $h(\otimes_1, \otimes_2) = \max_{i=1}^{n}\min_{j=1}^{m}\|\otimes x_i - \otimes y_j\|$ 为 $\otimes_1$ 到 $\otimes_2$ 的 Hausdorff 距离, $\otimes x_i = [a_i, b_i], \otimes y_j = [c_j, d_j]\,(i = 1, 2, \cdots, n,\ j = 1, 2, \cdots, m)$, $\|\cdot\|$ 代表任意的范数, 如 L_p. 当 $\|\cdot\|$ 为 L_p 时

$$\|\otimes x_i - \otimes y_j\| = \sqrt[p]{|a_i - c_j|^p + |b_i - d_j|^p},$$

有

$$h(\otimes_1, \otimes_2) = \max_{i=1}^{n} \min_{j=1}^{m} \sqrt[p]{|a_i - c_j|^p + |b_i - d_j|^p},$$

从而可得

$$D(\otimes_1, \otimes_2) = \Big(\max_{i=1}^{n} \min_{j=1}^{m} \sqrt[p]{|a_i - c_j|^p + |b_i - d_j|^p} + \max_{j=1}^{m} \min_{i=1}^{n} \sqrt[p]{|c_j - a_i|^p + |d_j - b_i|^p}\ \Big)\Big/2. \tag{4}$$

定义7 离散扩展灰数型随机变量(简称为扩展灰数型随机变量)是一组由有限个不同的扩展灰数$\otimes$组成的随机变量, 记为$\xi(\otimes)$, 其概率分布如表1所示, 也可用概率分布函数$f(\xi(\otimes))$表示.

表1 扩展灰数型随机变量$\xi(\otimes)$的概率分布

$\xi(\otimes)$	$\otimes_1$	$\otimes_2$	$\cdots$	$\otimes_i$	$\cdots$	$\otimes_n$
p	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$	p_n

表1中, $\otimes_i$为扩展灰数型随机变量$\xi(\otimes)$在第i个状态发生时的取值, $\otimes_i \in \bigcup\limits_{i=1}^{n}[\underline{x}_i, \bar{x}_i]$, $\underline{x}_i \leqslant \bar{x}_i\,(1 \leqslant i \leqslant n)$; p_i为第i个状态发生的概率且满足$\sum\limits_{i=1}^{n} p_i = 1$, n为扩展灰数型随机变量可能取值的个数. 概率分布函数$f(\xi(\otimes))$为$f(\xi(\otimes) = \otimes_i) = p_i$. 概率取值有确定、不完全确定和不确定3种情况, 本文针对概率不确定的情况进行讨论.

1.2 Hurwicz准则

Hurwicz准则又被称为乐观系数法, 用于解决概率信息不确定问题. 概率信息不确定问题是指人们只知道状态集中有某种状态发生但发生的概率是未知的. 即对于一个决策问题, 针对每个方案, 想要选择一个能表征每个方案效用的数值, 但人们不知道每个方案的效用具体值, 只知道有一组效用的可能取值集合, 这一组值能够表征方案在不同状态下的结果; 同时人们没有任何信息获知哪种状态发生的概率大或小, 因此不知道哪个结果可取或不可取. 此时在概率不确定的环境下, 选择最优解决方案的方法取决于决策者的态度, 即决策者是乐观、悲观、还是介于两者之间.

定义8[14-15] 设方案集为$A = (A_1, A_2, \cdots, A_m)$, 方案$A_i$存在$n$个自然状态, 状态集为$\Theta = (\theta_{i1}, \theta_{i2}, \cdots, \theta_{in})$, 对应每一状态的结果的集合为$H_i = \{H_{i1}, H_{i2}, \cdots, H_{in}\}$, 每一状态发生的概率未知. 令乐观系数$\alpha \in [0, 1]$, H_i表征方案A_i的效用, 则

$$H_i = (1-\alpha)\cdot \min\{H_{i1}, H_{i2}, \cdots, H_{in}\} + \alpha \cdot \max\{H_{i1}, H_{i2}, \cdots, H_{in}\}. \tag{5}$$

式(5)可简记为

$$H_i = (1-\alpha)\cdot \min_{j=1}^{n}\{H_{ij}\} + \alpha \cdot \max_{j=1}^{n}\{H_{ij}\}. \tag{6}$$

由式(6)可知, 乐观系数α的大小直接影响决策结果, 进而影响决策者的策略选择, 即:

1) 当$\alpha = 0$时, 方案A_i的结果是最悲观的;

2) 当$\alpha = 1$时, 方案A_i的结果是最乐观的;

3) 当$0 < \alpha < 1$时, 方案A_i的结果介于悲观与乐观之间.

2 基于Hurwicz的概率不确定的灰色随机多准则决策方法

对于准则值是扩展灰数的随机多准则决策问题, 设$A = (A_1, A_2, \cdots, A_m)$为方案集, $C = (C_1, C_2, \cdots, C_n)$为彼此独立的准则集, 准则权重向量为$\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$, 满足$\sum\limits_{j=1}^{n}\omega_j = 1$, $\omega_j \geqslant 0\,(j = 1, 2, \cdots, n)$. 由于决策环境的不确定性, 方案在每个准则下存在不同的自然状态, 且每个状态发生的概率未知, s_{ij}代表方案A_i在准则C_j下的扩展灰数型随机变量可能取值的个数, 且随扩展灰数型随机变量取值个数的不同而不同. 方案A_i在第j个准则下的值为扩展灰数型随机变量$\otimes u_{ij}$, 其在第$t\,(t = 1, 2, \cdots, s_{ij})$种状态下的值为扩展灰数$\otimes u_{ij}^t$, 记作$\otimes u_{ij}^t = \bigcup\limits_{k=1}^{l}[a_{ijk}^t, b_{ijk}^t]$, 满足$a_{ij1}^t \leqslant b_{ij1}^t < a_{ij2}^t \leqslant b_{ij2}^t < \cdots < a_{ijl}^t \leqslant b_{ijl}^t$. 从而可得灰色随机决策矩阵$R^t = (\otimes u_{ij}^t)_{m\times n}$. 要确定方案集的最佳方案或排序, 其决策步骤如下.

Step 1 计算每一方案在每一准则下的效用值$\otimes \overline{u}_{ij}$.

首先根据决策者的态度确定$\alpha \in [0, 1]$值, 由式(6)得到

$$\otimes \overline{u}_{ij} = (1-\alpha)\cdot \min_{t=1}^{s_{ij}}\{\otimes \mathrm{u}_{ij}^t\} + \alpha \cdot \max_{t=1}^{s_{ij}}\{\otimes u_{ij}^t\}; \tag{7}$$

然后计算每个方案在各准则下的效用值, 从而构成效用值决策矩阵$H = (\otimes \overline{u}_{ij})_{m\times n}$.

Step 2 规范化效用值决策矩阵.

为消除不同物理量纲及数量级对决策结果的影响, 需要对$\otimes \overline{u}_{ij}$进行规范化处理. 记规范化后的准则值为$r_{ij}$, 则效益型准则值为

$$r_{ij} = \otimes \overline{u}_{ij} / \max_{1 \leqslant i \leqslant m}(\otimes \overline{u}_{ij}), \tag{8}$$

成本型准则值为

$$r_{ij} = \min_{1 \leqslant i \leqslant m}(\otimes \overline{u}_{ij}) / \otimes \overline{u}_{ij}. \tag{9}$$

Step 3 计算r_{ij}与$r_{kj}\,(k = 1, 2, \cdots, m)$之间的距离, $r_{ij} = \bigcup\limits_{x=1}^{p}[r_{ijx}^l, r_{ijx}^u]$, $r_{kj} = \bigcup\limits_{y=1}^{q}[r_{ijy}^l, r_{ijy}^u]$.

若定义 6 中的范数 $\|\cdot\|$ 为 L_2, 则

$$d_{ik}=D(r_{ij},r_{kj})=\Big(\max_{x=1}^{p}\min_{y=1}^{q}\sqrt{|r_{ijx}^l-r_{kjy}^l|^2+|r_{ijx}^u-r_{kjy}^u|^2}+\max_{y=1}^{q}\min_{x=1}^{p}\sqrt{|r_{ijy}^l-r_{kjx}^l|^2+|r_{ijy}^u-r_{kjx}^u|^2}\Big)\Big/2. \tag{10}$$

根据扩展灰数的可能度比较 r_{ij} 相对于 r_{kj} 的大小, 可得收益值 G_{ik} 和损失值 $L_{ik}^{[9]}$, 即

$$G_{ik}=d_{ik},\ P(r_{ij}>r_{kj})\geqslant 0.5;$$

$$L_{ik}=-d_{ik},\ P(r_{ij}>r_{kj})<0.5.$$

Step 4　基于 TODIM 思想计算方案优势度.

为了将各准则下损益的感知价值转化到同一维度上, 需计算每个准则相对于参照准则的相对权重[9]. 假设参照权重为最大权重, 其计算式为 $w_{jr}=w_j/w_r$, 其中 w_r 为最大权重. 然后计算 A_i 相对于 A_k 在各准则下的损益的感知价值[9], 其计算式为

$$\phi_j(A_i,A_k)=\begin{cases}\sqrt{\dfrac{G_{ik}\times w_{jr}}{\sum\limits_{j=1}^{n}w_{jr}}},\ P(r_{ij}>r_{kj})>0.5;\\ 0,\ P(r_{ij}>r_{kj})=0.5;\\ \dfrac{1}{\theta}\sqrt{\dfrac{-L_{ik}\times\sum\limits_{j=1}^{n}w_{jr}}{w_{jr}}},\ P(r_{ij}>r_{kj})<0.5.\end{cases} \tag{11}$$

其中 θ 为损失规避系数, 其值越小, 表明决策者损失规避程度越高.

在此基础上, 计算方案间的优势度[9]

$$\delta(A_i,A_k)=\sum_{j=1}^{n}\phi_j(A_i,A_k). \tag{12}$$

Step 5　计算各方案的总体感知价值并排序.

各方案的总体感知价值[9]为

$$S_i=\frac{\sum\limits_{k=1}^{m}\delta(A_i,A_k)-\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\Big(\sum\limits_{k=1}^{m}\delta(A_i,A_k)\Big)}{\max\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\Big(\sum\limits_{k=1}^{m}\delta(A_i,A_k)\Big)-\min\limits_{1\leqslant i\leqslant m}\Big(\sum\limits_{k=1}^{m}\delta(A_i,A_k)\Big)}. \tag{13}$$

按其大小进行排序, 总体感知价值越大的方案越优.

3　算例分析

决策者从 4 个备选公司 (A_1, A_2, A_3, A_4) 中选择信息管理系统提供商. 决策者对每个公司在 4 个准则下进行评价: C_1 为系统的可靠性和适应性, C_2 为系统的灵活性, C_3 为控制能力, C_4 为设备费用. 方案在准则 C_1、C_2、C_3 下对应不同的状态, 而设备费用则不随状态变化而改变. 决策者给出每个准则的权重向量为 $\omega=(0.1,0.3,0.4,0.2)$. 在每个状态下, 评价信息均以扩展灰数型随机变量的形式给出, 其决策数据如表 2 ～表 5 所示.

表 2　方案集在准则 C_1 下的决策信息

准则状态	C_1		
	p_1^1	p_1^2	p_1^3
A_1	$[0.5,1.0]\bigcup[1.2,1.5]$	$[1.5,2.0]$	$[0.5,1.5]$
A_2	$[1.5,2.0]$	$[2.5,3.0]\bigcup[3.5,4.0]$	$\{3.5\}$
A_3	$[2.5,2.7]\bigcup\{3.0\}$	$[0.5,1.0]$	$[3.5,4.0]$
A_4	$[1.5,2.0]$	$[1.0,2.0]$	$\{3.0\}\bigcup[3.5,4.0]$

表 3　方案集在准则 C_2 下的决策信息

准则状态	C_2		
	p_1^1	p_1^2	p_1^3
A_1	$[6.5,7.0]$	$[7.5,8.0]\bigcup[8.5,9.0]$	$[8.5,9.0]$
A_2	$[7.5,8.5]$	$[6.0,8.5]\bigcup\{9.0\}$	$[8.5,9.0]$
A_3	$[3.5,4.0]\bigcup\{4.5\}$	$[2.5,3.5]$	$[3.5,4.0]$
A_4	$[4.5,5.0]$	$[5.5,6.0]$	$[7.5,8.0]\bigcup\{9.0\}$

表 4　方案集在准则 C_3 下的决策信息

准则状态	C_3		
	p_1^1	p_1^2	p_1^3
A_1	$[5.5,7.0]$	$[4.5,5.0]\bigcup[6.5,7.5]$	$[6.5,8.0]$
A_2	$[5.5,6.0]\bigcup\{6.5\}$	$[6.0,7.5]$	$[7.5,8.0]$
A_3	$[7.5,8.5]\bigcup\{9.0\}$	$[9.5,10.5]$	$[9.0,10.0]$
A_4	$[9.5,10.0]$	$[8.5,9.0]$	$[9.5,10.0]\bigcup\{10.5\}$

表 5　方案集在准则 C_4 下的决策信息

	A_1	A_2	A_3	A_4
C_4	$[8.5,9.5]$	$[6.5,7.5]$	$[7.5,8.5]$	$[5.5,6.5]$

上述问题的求解过程如下.

Step 1　计算每一方案在各准则下的效用值.

首先根据决策者的态度假设 $\alpha=0.5$, 由式 (7) 得到 $\otimes\overline{u}_{11}=0.5\times[1.5,2.0]+0.5\times[0.5,1.5]=[1.000,1.750]$. 同理计算其他效用值, 计算结果如表 6 所示.

表 6　方案效用值

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	$[1.000,1.750]$	$[7.500,8.000]$	$[5.500,7.750]$	$[8.500,9.500]$
A_2	$[2.500,2.750]$	$[8.000,8.750]$	$[6.500,7.250]$	$[6.500,7.500]$
A_3	$[2.000,2.500]$	$[3.000,4.000]$	$[8.500,9.750]$	$[7.500,8.500]$
A_4	$[2.000,3.000]$	$[6.000,6.500]\bigcup[6.750,7.000]$	$[9.000,9.750]$	$[5.500,6.500]$

Step 2　规范化效用值决策矩阵.

系统的可靠性和适应性、灵活性以及控制能力属于效益型准则, 设备费用为成本型准则. 根据式 (8) 和 (9) 将效用值决策矩阵进行规范化, 得到标准效用值决策矩阵, 如表 7 所示.

表 7　规范化后的方案效用值

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	[0.333, 0.583]	[0.857, 0.914]	[0.564, 0.795]	[0.579, 0.647]
A_2	[0.833, 0.917]	[0.914, 1.000]	[0.667, 0.744]	[0.733, 0.846]
A_3	[0.667, 0.833]	[0.343, 0.457]	[0.872, 1.000]	[0.647, 0.733]
A_4	[0.667, 1.000]	[0.686, 0.743] ∪ [0.771, 0.800]	[0.923, 1.000]	[0.846, 1.000]

Step 3　计算 r_{ij} 与 r_{kj} 之间的距离.

根据式 (10) 计算 r_{ij} 与 r_{kj} 之间的距离以及 r_{ij} 相对于 r_{kj} 的收益值 G_{ik} 或损失值 L_{ik}. 例如: $j=1$ 时, $d_{12}=0.601$, $L_{12}=-0.601$; $d_{23}=0.186$, $G_{12}=0.186$.

Step 4　基于 TODIM 思想计算方案优势度.

根据式 (11) 和 (12) 计算得到的方案优势度如表 8 所示.

表 8　方案优势度

	A_1	A_2	A_3	A_4
A_1	0.000	−4.696	−5.260	−4.757
A_2	0.859	0.000	−0.115	−0.751
A_3	1.362	−3.466	0.000	−4.227
A_4	0.133	−1.780	0.917	0.000

Step 5　计算各方案的总体感知价值并排序.

计算各方案的总体感知价值. 根据式 (13) 计算可得：$S_1=0.000$, $S_2=0.998$, $S_3=0.599$, $S_4=1.000$. 根据方案总体感知价值大小进行排序, 得到 4 个公司的排序为 $A_4 \succ A_2 \succ A_3 \succ A_1$, 即 A_4 公司为最优选择.

4　结　论

本文对灰色随机多准则决策问题进行了研究. 定义了扩展灰数可能度和距离, 结合 Hurwicz 准则和 TODIM 的思想, 提出了基于 Hurwicz 准则的概率不确定的灰色随机多准则决策方法. 该方法处理不确定概率的方式简单, 方案的排序过程既考虑了决策者的风险态度, 又基于 TODIM 考虑了决策者对每一方案损益的感知价值. 该方法可广泛地用于投资评价、供应商选择、应急管理等领域.

参考文献(References)

[1] 王坚强, 任世昶, 陈晓红. 灰色随机多准则决策的优劣势排序法[J]. 控制与决策, 2009, 24(5): 701-705.
(Wang J Q, Ren S C, Chen X H. Superiority and inferiority ranking method for grey stochastic multi-criteria decision-making[J]. Control and Decision, 2009, 24(5): 701-705.)

[2] 童玉娟, 王志国. 概率为区间灰数的多目标风险型决策方法[J]. 中国西部科技, 2008, 7(5): 37-38.
(Tong Y J, Wang Z G. A risk based multi-objective decision-making method when the probability is interval grey number[J]. Science and Technology of West China, 2008, 7(5): 37-38.)

[3] 罗党, 周玲, 罗迪新. 灰色风险型多属性群决策方法[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(9): 1674-1678.
(Luo D, Zhou L, Luo D X. Grey multi-attribute risk group decision-making method[J]. System Engineering and Electronics, 2008, 30(9): 1674-1678.)

[4] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658-1664.
(Wang J Q, Zhou L. Grey-stochastic multi-criteria decision-making approach based on prospect theory[J]. System Engineering-Theory & Practice, 2010, 30(9): 1658-1664.)

[5] Wang J Q, Zhang H Y, Ren S C. Grey stochastic multi-criteria decision-making approach based on expected probability degree[J]. Scientia Iranica, 2013, 20(3): 873-878.

[6] 詹文杰, 白延涛. 基于动态 Hurwicz 准则的连续双向拍卖报价策略研究[J]. 管理学报, 2014, 11(3): 416-420.
(Zhan W J, Bai Y T. Bidding strategy in continuous double auction based on dynamic Hurwicz criterion[J]. Chinese J of Management, 2014, 11(3): 416-420.)

[7] Sheng L X, Zhu Y G, Hamalainen T. An uncertain optimal control model with Hurwicz criterion[J]. Applied Mathematics and Computation, 2013, 224: 412-421.

[8] 董银红, 付丽丽, 任俊博. 基于不同决策准则的应急资源布局模型[J]. 统计与决策, 2012(23): 41-45.
(Dong Y H, Fu L L, Ren J B. Emergency resource distribution model based on different decision criteria[J]. Statistics and Decision. 2012(23): 41-45.)

[9] Fahriye U, Ömür T. Multi criteria analysis of the residential properties in Antalya using TODIM method[J]. Procedia Social and Behavioral Sciences, 2014, 109: 322-326.

[10] 刘思锋, 郭天榜, 党耀国. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999: 3-4.
(Liu S F, Guo T B, Dang Y G. Grey system theory and application[M]. Beijing: Science Press, 1999: 3-4.)

[11] Xu H F, Fang Z G. Grey number operation principle based on probability distribution[C]. Proc of 2009 IEEE Int Conf on Grey Systems and Intelligent Services. Nanjing, 2009: 335-339.

[12] Li G D, Yamaguchia D, Nagaib M. A grey-based decision-making approach to the supplier selection problems[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2007, 46(3/4): 573-581.

[13] Yang Y J. Extended grey numbers and their operations[C]. Proc of 2007 IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics. Leicester, 2007: 2181-2186.

[14] Hurwicz L. Some specification problems and application to econometric models[J]. Econometrica, 1951, 19(3): 343-344.

[15] Wen M L, Iwamura K. Fuzzy facility location-allocation problem under the Hurwicz criterion[J]. European J of Operational Research, 2008, 184(2): 627-635.

(责任编辑：李君玲)