文章编号: 1001-0920 (2015) 03-0561-04 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.1423

直觉模糊集的结构化分析

秦华妮[a], 洪智勇[b], 骆达荣[c]

(五邑大学 a. 数学与计算科学学院，b. 计算机学院，c. 经济管理学院，广东 江门 529020)

摘　要: 直觉模糊集理论采用隶属度函数和非隶属度函数刻画不确定性信息, 具有一定程度的主观性. 为了研究直觉模糊集的本质特征, 提出一种直觉模糊集的结构化分析方法, 定义了直觉模糊相容关系, 给出了直觉模糊集的同构原理, 讨论了直觉模糊集的结构化特征. 所得结果表明, 直觉模糊集也具有客观性的一面.

关键词: 直觉模糊集；结构化分析；直觉模糊相容关系

中图分类号: TP18　　**文献标志码:** A

Structured analysis of intuitionistic fuzzy set

QIN Hua-ni[a], *HONG Zhi-yong*[b], *LUO Da-rong*[c]

(a. College of Mathematics and Computation Science，b. College of Computer Science，c. College of Economics and Management，Wuyi University，Jiangmen 529020，China．Correspondent：QIN Hua-ni，E-mail：qhn2010@126.com)

Abstract: It is subjective in some ways that intuitionistic fuzzy sets use membership and non-membership functions to describe uncertain information. In order to study essential characters of the intuitionistic fuzzy set, a new method of structured analysis of intuitionistic fuzzy set is proposed. A new definition of intuitionistic fuzzy tolerance relation is presented. Isomorphic criteria about the intuitionistic fuzzy set are given, and the structured character of the intuitionistic fuzzy set is discussed. These results demonstrate the objectivity of the intuitionistic fuzzy set.

Keywords: intuitionistic fuzzy set；structure analysis；intuitionistic fuzzy equivalent relation

0 引　言

直觉模糊集[1]是研究不确定性问题的一类重要理论, 其表示工具是隶属度和非隶属度函数, 它们分别表示论域的元素隶属于和不隶属于某个集合的程度. 直觉模糊集因其比传统的模糊集具有更强的表达不确定性信息的能力, 得到了研究者的广泛关注, 已被成功应用于决策分析[2-3]、聚类分析[4-6]、模式识别[7]和矩阵分析[8-9]等领域. 然而, 直觉模糊集的隶属度和非隶属度函数形式一般由专家给出, 不同专家给出的函数形式往往不同, 使得推导结果因人而异, 并带有一定的主观色彩.

直觉模糊集的隶属度和非隶属度函数虽然形式上的主观性会导致一些不定的结果, 但在控制和决策的实际问题中,可以通过改变参数找到使控制效果较好的规律, 这从实际应用的角度反映了直觉模糊集确实存在着一定的合理性, 值得研究者继续深入研究.

在直觉模糊集现有的理论中, 如何在隶属度、非隶属度函数的多种主观表象形式下, 从理论上论证其客观性的一面, 是一个较少涉及的问题. 本文针对此问题, 将模糊集的结构化分析方法[10]推广到直觉模糊集上, 指出分层递阶相容链是直觉模糊集的结构化特征, 并通过直觉模糊相容关系研究直觉模糊集同构的充要条件.

1 直觉模糊集的相关概念

首先回顾直觉模糊数的序关系.

令全体直觉模糊数 $\langle\mu,\nu\rangle$ 的集合为 IFN. 其中: $0 \leqslant \mu \leqslant 1, 0 \leqslant \nu \leqslant 1, 0 \leqslant \mu+\nu \leqslant 1$.

Xu 等[11-12]给出的利用得分函数和精确函数比较直觉模糊数的方法如下:

$\forall\alpha,\beta \in$ IFN, 如果 $s(\alpha) < s(\beta)$, 则 $\alpha < \beta$; 如果 $s(\alpha) = s(\beta)$ 且 $h(\alpha) = h(\beta)$, 则 $\alpha = \beta$; 如果 $s(\alpha) = s(\beta)$ 且 $h(\alpha) < h(\beta)$, 则 $\alpha < \beta$. 其中: 得分函数 $s(\alpha) = \mu_\alpha - \nu_\alpha$, 精确函数 $h(\alpha) = \mu_\alpha + \nu_\alpha$.

另外, 规定 $\alpha \leqslant \beta$ 等价于 $\alpha < \beta$ 或者 $\alpha = \beta$; $\beta > \alpha$ 等价于 $\alpha < \beta$; $\beta \geqslant \alpha$ 等价于 $\alpha \leqslant \beta$.

收稿日期: 2013-10-15；**修回日期:** 2014-03-12.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61175055)；江门市科技计划项目；五邑大学青年科研基金项目.

作者简介: 秦华妮(1977−), 女, 讲师, 博士生, 从事智能信息处理、粒计算的研究；骆达荣(1975−), 男, 副教授, 博士生, 从事智能信息处理、数据挖掘的研究.

不难验证, 最大的直觉模糊数为 $\langle 1,0\rangle$; 最小的直觉模糊数为 $\langle 0,1\rangle$.

设 X 为非空集合, 则集合

$$A=\{\langle \mu_A(x),\nu_A(x)\rangle | x\in X\}$$

称为 X 上的直觉模糊集. 其中: $\mu_A(x)$ 为 x 隶属于 A 的隶属度函数; $\nu_A(x)$ 为 x 不隶属于 A 的非隶属度函数, 且有 $0\leqslant \mu_A(x)\leqslant 1$, $0\leqslant \nu_A(x)\leqslant 1$, $0\leqslant \mu_A(x)+\nu_A(x)\leqslant 1$.

设 A, B 为 X 上的 2 个直觉模糊集, 则 A 与 B 的并、交和补运算分别定义为

$$(A\bigcup B)(x)=A(x)\bigvee B(x)=$$
$$\langle \mu_A(x)\bigvee \mu_B(x),\nu_A(x)\bigwedge \nu_B(x)\rangle;$$
$$(A\bigcap B)(x)=A(x)\bigwedge B(x)=$$
$$\langle \mu_A(x)\bigwedge \mu_B(x),\nu_A(x)\bigvee \nu_B(x)\rangle;$$
$$A^c(x)=\langle \nu_A(x),\mu_A(x)\rangle.$$

2 直觉模糊相容关系

关于普通集合的覆盖有如下定义.

定义 1[10] 设 X 为论域, 其子集集合 $C=\{C_i: i=1,2,\cdots,n\}$ 为 X 的一个覆盖, 即 $\bigcup\limits_{i=1}^{n} C_i=X$. $R: X\times X\rightarrow\{0,1\}$ 为一个二元关系. 如果存在 C_i 使得 x, $y\in C_i$, 则 $R(x,y)=1$; 否则 $R(x,y)=0$. 称 R 为覆盖 C 对应的相容关系.

将普通集合上的相容关系推广到直觉模糊相容关系, 则有如下定义.

定义 2 设 X 为论域, $R: X\times X\rightarrow \mathrm{IFN}$ 为一个二元直觉模糊关系, 如果 R 满足: 1) 自反性, $\forall x\in X$, $R(x,x)=\langle 1,0\rangle$; 2) 对称性, $\forall x,y\in X$, $R(x,y)=R(y,x)$. 则称 R 为 X 上的一个直觉模糊相容关系.

定义 3 设 X 为论域, R 为 X 上的一个直觉模糊相容关系, 对于任意直觉模糊数 α, R 的 α-截值 $R_\alpha(x,y)$ 定义如下:

$$R_\alpha(x,y)=\begin{cases}1,\ R(x,y)\geqslant\alpha;\\ 0,\ R(x,y)<\alpha.\end{cases}\tag{1}$$

由式 (1) 可知, R_α 构成一个普通相容关系. 称 R_α 为直觉模糊相容关系 R 诱导的相容关系. 显然有如下结论.

命题 1 设 R 为论域 X 上的一个直觉模糊相容关系, $\forall\alpha,\beta\in\mathrm{IFN}$, 若 $\alpha\leqslant\beta$, 则 $R_\alpha\supseteq R_\beta$.

对于任意给定的 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m\in\mathrm{IFN}$, 不妨设 $\alpha_1\leqslant\alpha_2\leqslant\cdots\leqslant\alpha_m$, 则有 $R_{\alpha_1}\supseteq R_{\alpha_2}\supseteq\cdots\supseteq R_{\alpha_m}$, 称 $\{R_{\alpha_1},R_{\alpha_2},\cdots,R_{\alpha_m}\}$ 为分层递阶相容链, 即直觉模糊相容关系 R 诱导了一个分层递阶相容链 $\{R_{\alpha_i}: 1\leqslant i\leqslant m\}$. 由此可得下述结论.

定理 1 设 X 为论域, 以下几项是等价的: 1) 给定 X 上的一个直觉模糊相容关系 R; 2) 给定 X 上的一个分层递阶的相容链 $\{R_\alpha$: $\alpha\in\mathrm{IFN}\}$; 3) 给出 $X\times X$ 上的对角线元素值为 $\langle 1,0\rangle$ 的直觉模糊数对称矩阵. 其中, 分层递阶的相容链表示形式是唯一的, 而矩阵表示形式不唯一, 这是由直觉模糊集的定义形式不同决定的.

定义 4 设 X 为论域, $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 为 X 上的直觉模糊相容关系, 若它们诱导的分层递阶相容链相同, 则称 $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 是同构的.

3 直觉模糊相容关系的同构

此节将从同构的角度观察直觉模糊相容关系.

定理 2 设 X 为论域, $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 为 X 上的直觉模糊相容关系, 则 $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 同构的充要条件是对于 $\forall x,y,u,v\in X$, 以下 2 项都成立:

1) $R^{(1)}(x,y)<R^{(1)}(u,v)\iff R^{(2)}(x,y)<R^{(2)}(u,v)$;

2) $R^{(1)}(x,y)=R^{(1)}(u,v)\iff R^{(2)}(x,y)=R^{(2)}(u,v)$.

证明 必要性. $\forall x,y,u,v\in X$, 设 $R^{(1)}(x,y)<R^{(1)}(u,v)$, 则存在 $\alpha_1\in\mathrm{IFN}$, 使得 $R^{(1)}(x,y)<\alpha_1\leqslant R^{(1)}(u,v)$.

令

$$X_i(\alpha_1)=\{(s,t)|R^{(i)}(s,t)\geqslant\alpha_1\},\ i=1,2.$$

则有

$$(x,y)\notin X_1(\alpha_1),\ (u,v)\in X_1(\alpha_1).$$

由 $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 同构可知, 必然存在 α_2, 使得 $X_2(\alpha_2)=X_1(\alpha_1)$. 由此可得

$$(x,y)\notin X_2(\alpha_2),\ (u,v)\in X_2(\alpha_2),$$

于是

$$R^{(2)}(x,y)<\alpha_2\leqslant R^{(2)}(u,v),$$

即 $R^{(2)}(x,y)<R^{(2)}(u,v)$.

同理可知, 由 $R^{(2)}(x,y)<R^{(2)}(u,v)$ 必有

$$R^{(1)}(x,y)<R^{(1)}(u,v).$$

现证当且仅当 $R^{(1)}(x,y)=R^{(1)}(u,v)$ 时, $R^{(2)}(x,y)=R^{(2)}(u,v)$. 若不然设 $R^{(2)}(x,y)<R^{(2)}(u,v)$, $R^{(1)}(x,y)\neq R^{(1)}(u,v)$. 不妨设 $R^{(1)}(x,y)<R^{(1)}(u,v)$, 由定理 2 的结论 1) 可得 $R^{(2)}(x,y)<R^{(2)}(u,v)$, 矛盾, 所以结论成立.

充分性. 令 $S=\{\alpha|\exists(x,y)$ 使得 $R^{(1)}(x,y)=\alpha\in\mathrm{IFN}\}$, 且对于 $\forall\alpha\in S$, $D_1(\alpha)=\{(x,y)|R^{(1)}(x,y)=\alpha\}$. 由 $R^{(1)}(x,y)=R^{(1)}(u,v)\iff R^{(2)}(x,y)=R^{(2)}(u,

v) 可知, $D_1(\alpha)$ 中的元素对于在直觉模糊相容关系 $R^{(2)}$ 下的值是相同的, 记该值为 μ. 于是定义 S 到 $R^{(2)}$ $(D_1(\alpha))$ 上的一个函数 $f: f(\alpha)=\mu$. 则对于 $\forall\alpha\in S$, 令

$$X_1(\alpha)=\{(x,y)|R^{(1)}(x,y)\geqslant\alpha\},$$

$$X_2(\alpha)=\{(x,y)|R^{(2)}(x,y)\geqslant f(\alpha)\}.$$

于是得到2个分层递阶相容链: $\{X_1(\alpha),\alpha\in S\}$ 和 $\{X_2(f(\alpha)),\alpha\in S\}$.

下面证明这2个分层递阶相容链结构相同.

在分层递阶相容链 $\{X_1(\alpha),\alpha\in S\}$ 中任取元素 $X_1(\alpha)$, 必存在 (x_1,y_1), 使得 $\alpha=R^{(1)}(x_1,y_1)\in\mathrm{IFN}$. $\forall(u,v)\in X_1(\alpha)$, 存在

$$R^{(1)}(u,v)\geqslant\alpha=R^{(1)}(x_1,y_1).$$

由题设可得

$$R^{(2)}(u,v)>R^{(2)}(x_1,y_1)=f(\alpha),$$

即 $(u,v)\in X_2(f(\alpha))$.

同理可证, 对于 $\forall(u,v)\in X_2(f(\alpha))$, 必有 $(u,v)\in X_1(\alpha)$ 成立. 这表明分层递阶相容链 $\{X_1(\alpha),\alpha\in S\}$ 与 $\{X_2(f(\alpha)),\alpha\in S\}$ 具有相同的结构. □

4　直觉模糊相容关系与直觉模糊子集

本节讨论直觉模糊相容关系诱导的直觉模糊集之间的同构.

定义 5　设 X 为论域, R 为 X 上的直觉模糊相容关系, 对于 X 的任一子集 A, 定义 A 由 R 诱导的直觉模糊集 $\hat{A}$ 如下:

$$\hat{A}(x)=\max\{R(x,y)|y\in A\},\ \forall x\in X.$$

此定义通过直觉模糊相容关系建立了普通集与直觉模糊集之间的关系.

定义 6　对于定义5给定的直觉模糊集 $\hat{A}$, 定义 X 上的相容关系 R: x 与 y 相容 $\Longleftrightarrow\hat{A}(x)=\hat{A}(y)$, 记 X 在 R 下的相容类的集合为 $[X]_A^R$, 记元素 x 的相容类为 $[x]$. 在 $[X]_A^R$ 上定义序关系 "$\prec$": $[x]\prec[y]\Longleftrightarrow\hat{A}(x)<\hat{A}(y)$, 称序集 $([X]_A^R,\prec)$ 为直觉模糊集 $\hat{A}$ 对应的序相容商空间.

定义 7　设 X 为论域, 对于 X 上的直觉模糊集 $\hat{A}$ 和 $\hat{B}$, 若它们对应的序相容商空间相同, 则称 $\hat{A}$ 与 $\hat{B}$ 是同构的.

由定义6、定义7和定理2可得如下结论.

定理 3　设 X 为论域, A 为任意的普通集合, $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 为 X 上同构的直觉模糊相容关系, 则 A 在 $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 下分别诱导的直觉模糊集 $\hat{A}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)}$ 是同构的.

定理 4　设 $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 为论域 X 上同构的直觉模糊相容关系, A 和 B 为 X 上的普通子集, 记 A 和 B 在 $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 下诱导的直觉模糊集分别为 $\hat{A}^{(1)}$、$\hat{A}^{(2)}$ 和 $\hat{B}^{(1)}$、$\hat{B}^{(2)}$, 则 $\hat{A}^{(1)}\bigcup\hat{B}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)}\bigcup\hat{B}^{(2)}$, $\hat{A}^{(1)}\bigcap\hat{B}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)}\bigcap\hat{B}^{(2)}$ 分别同构.

证明　记 $\hat{A}^{(1)}\bigcup\hat{B}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)}\bigcup\hat{B}^{(2)}$ 的隶属度函数分别为

$$C_1(x)=(\hat{A}^{(1)}\bigcup\hat{B}^{(1)})(x)=\max\{\hat{A}^{(1)}(x),\hat{B}^{(1)}(x)\};$$

$$C_2(x)=(\hat{A}^{(2)}\bigcup\hat{B}^{(2)})(x)=\max\{\hat{A}^{(2)}(x),\hat{B}^{(2)}(x)\}.$$

令

$$I_{\hat{A}^{(1)}}=\{x|C_1(x)=\hat{A}^{(1)}(x)\},$$

$$I_{\hat{A}^{(2)}}=\{x|C_2(x)=\hat{A}^{(2)}(x)\}.$$

首先证 $I_{\hat{A}^{(1)}}=I_{\hat{A}^{(2)}}$.

对于 $\forall x\in I_{\hat{A}^{(1)}}$, 必有 $\hat{A}^{(1)}(x)\geqslant\hat{B}^{(1)}(x)$. 因为 $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 同构, 由定理3可知, $\hat{A}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)}$ 同构且 $\hat{B}^{(1)}$ 与 $\hat{B}^{(2)}$ 同构. 由 $\hat{A}^{(1)}(x)$ 的定义可知, 必然存在 $y_0\in A$, 使得 $R^{(1)}(x,y_0)=A^{(1)}(x)$. 又 $\forall z\in B$, 由定义5可得

$$R^{(1)}(x,z)\leqslant\hat{B}^{(1)}(x),$$

于是

$$R^{(1)}(x,z)\leqslant R^{(1)}(x,y_0).$$

因为 $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 同构, $\forall z\in B$, 必有 $R^{(2)}(x,z)\leqslant R^{(2)}(x,y_0)$. 由 $\hat{B}^{(2)}(x)=\max\{R^{(2)}(x,z),\ \forall z\in B\}$ 可得

$$\hat{B}^{(2)}(x)\leqslant R^{(2)}(x,y_0)\leqslant\hat{A}^{(2)}(x),$$

即 $x\in I_{\hat{A}^{(2)}}$, 于是 $I_{\hat{A}^{(1)}}\subseteq I_{\hat{A}^{(2)}}$.

同理可证 $I_{\hat{A}^{(2)}}\subseteq I_{\hat{A}^{(1)}}$, 即 $I_{\hat{A}^{(1)}}=I_{\hat{A}^{(2)}}$.

现证 $\hat{A}^{(1)}\bigcup\hat{B}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)}\bigcup\hat{B}^{(2)}$ 同构.

对于 $\forall x,y\in I_{\hat{A}^{(1)}}$, 由 $I_{\hat{A}^{(1)}}$ 的定义可得 $C_1(x)=\hat{A}^{(1)}(x)$ 且 $C_1(y)=\hat{A}^{(1)}(y)$. 如果 $C_1(x)<C_1(y)$, 则有 $\hat{A}^{(1)}(x)<\hat{A}^{(1)}(y)$. 由于 $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 同构, $\hat{A}^{(2)}(x)<\hat{A}^{(2)}(y)$. 又由于 $I_{\hat{A}^{(1)}}=I_{\hat{A}^{(2)}}$, 有 $C_2(x)=\hat{A}^{(2)}(x)$ 且 $C_2(y)=\hat{A}^{(2)}(y)$, 于是 $C_2(x)<C_2(y)$.

同理可证, 当 $x,y\notin I_{\hat{A}^{(1)}}$ 时, 若 $C_1(x)<C_1(y)$, 必有 $C_2(x)<C_2(y)$.

现证 $x\in I_{\hat{A}^{(1)}},y\notin I_{\hat{A}^{(1)}}$ 的情形. 此时有 $C_1(x)=\hat{A}^{(1)}(x)$ 且 $C_1(y)=\hat{B}^{(1)}(y)$. 若 $C_1(x)<C_1(y)$, 则有 $\hat{A}^{(1)}(x)<\hat{B}^{(1)}(y)$. 由定义5可知, 存在 $z_1\in A$, $z_2\in B$, 使得

$$R^{(1)}(x,z_1)=\hat{A}^{(1)}(x),\ R^{(1)}(y,z_2)=\hat{B}^{(1)}(y),$$

即

$$R^{(1)}(x,z_1) < R^{(1)}(y,z_2).$$

又由于 $\forall z \in B$, $R^{(1)}(x,z) \leqslant R^{(1)}(x,z_1)$, 可得

$$R^{(1)}(x,z) \leqslant R^{(1)}(y,z_2).$$

因为 $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 同构, $\forall z \in B$, $R^{(2)}(x,z) < R^{(2)}(y,z_2)$, 从而可得

$$C_2(x) = \hat{A}^{(2)}(x) < \hat{B}^{(2)}(y) = C_2(y).$$

上述讨论说明了对于 $\forall x, y \in X$, 都有

$$C_1(x) < C_1(y) \Rightarrow C_2(x) < C_2(y).$$

同理可得

$$C_2(x) < C_2(y) \Rightarrow C_1(x) < C_1(y),$$

$$C_1(x) = C_1(y) \Longleftrightarrow C_2(x) = C_2(y).$$

由此证明了 $\hat{A}^{(1)} \bigcup \hat{B}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)} \bigcup \hat{B}^{(2)}$ 同构. 同理可证 $\hat{A}^{(1)} \bigcap \hat{B}^{(1)}$ 与 $\hat{A}^{(2)} \bigcap \hat{B}^{(2)}$ 同构. □

由定理4可得如下定理.

定理 5 设 X 为论域, $R^{(1)}$ 与 $R^{(2)}$ 为同构的直觉模糊相容关系, A 为 X 的任一普通子集, $\hat{A}^{(1)}$ 和 $\hat{A}^{(2)}$ 分别为 A 在 $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 下诱导的直觉模糊集, $(\hat{A}^{(1)})^c$ 和 $(\hat{A}^{(2)})^c$ 分别为 $\hat{A}^{(1)}$ 和 $\hat{A}^{(2)}$ 的补, 则 $(\hat{A}^{(1)})^c$ 与 $(\hat{A}^{(2)})^c$ 同构.

定理 6 设 $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 为论域 X 上同构的直觉模糊相容关系, $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 为 X 的一组子集, 记 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 由 $R^{(1)}$ 和 $R^{(2)}$ 诱导的直觉模糊集分别为 $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, \cdots, A_m^{(1)}$ 和 $A_1^{(2)}, A_2^{(2)}, \cdots, A_m^{(2)}$, 则对这2组直觉模糊集分别进行相应的有限次并、交或补运算后, 得到的直觉模糊集仍然是同构的.

定理6可由定理3、定理4和定理5直接得出.

以上定理表明对于直觉模糊集之间同构, 即使其隶属度函数的描述方法不同, 经过有限次演算后的直觉模糊集仍然是同构的, 相应的分层递阶相容链不会改变, 这揭示了直觉模糊集的结构本质.

5 结 论

本文采用结构化分析法指出了直觉模糊集的本质不是隶属度、非隶属度函数的表现形式, 而是分层递阶相容链, 建立了直觉模糊相容关系的同构判定准则, 指出了同构的直觉模糊集经过有限次并、交后仍然同构.

参考文献(References)

[1] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96.

[2] Szmidt E, Kacprzyk J. Using intuitionistic fuzzy sets in group decision making[J]. Control and Cybernetics, 2002, 31(4): 1037-1053.

[3] Xu Z S. Some similarity measures of intuitionistic fuzzy sets and their applications to multiple attribute decision making[J]. Fuzzy Optimization and Decision Making, 2007, 6(2): 109-121.

[4] Xu Z S. Intuitionistic fuzzy hierarchical clustering algorithms[J]. J of Systems Engineering and Electronics, 2009, 20(1): 90-97.

[5] 张洪美, 徐泽水, 陈琦. 直觉模糊集的聚类方法研究[J]. 控制与决策, 2007, 22(8): 882-888.
(Zhang H M, Xu Z S, Chen Q. On clustering approach to intuitionistic fuzzy sets[J]. Control and Decision, 2007, 22(8): 882-888.)

[6] 李鹏, 刘思峰, 朱建军. 基于新直觉模糊相似度的聚类方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(5): 758-762.
(Li P, Liu S F, Zhu J J. Clustering method based on new intuitionistic fuzzy similarity degree[J]. Control and Decision, 2013, 28(5): 758-762.)

[7] 雷阳, 雷英杰, 周创明, 等. 基于直觉模糊核匹配追踪的目标识别方法[J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1442-1446.
(Lei Y, Lei Y J, Zhou C M, et al. Techniques for target recognition based on intuitionistic fuzzy kernel matching pursuit[J]. Acta Automatic Sinica, 2011, 39(6): 1442-1446.)

[8] 雷英杰, 王宝树, 胡军红. 直觉模糊等价矩阵构造方法[J]. 系统工程理论与实践, 2007, 25(7): 127-131.
(Lei Y J, Wang B S, Hu J H. Method for constructing intuitionistic fuzzy equivalent matrixes[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2007, 25(7): 127-131.)

[9] 秦华妮. 直觉模糊矩阵幂序列的收敛准则[J]. 模糊系统与数学, 2013, 27(4): 24-27.
(Qin H N. Convergence criteria for power sequence of intuitionistic fuzzy matrice[J]. Fuzzy Systems and Mathematics, 2013, 27(4): 24-27.)

[10] 张铃, 张钹. 模糊相容商空间与模糊子集[J]. 中国科学: 信息科学, 2011, 41(1): 1-11.
(Zhang L, Zhang B. Fuzzy tolerance quotient spaces and fuzzy subsets[J]. Science China: Information Sciences, 2011, 41(1): 1-11.)

[11] Xu Z S, Yager R R. Some geometric aggregation operators based on intuitionistc fuzzy sets[J]. Int J of General System, 2006, 35(4): 417-433.

[12] Xu Z S, Cai X Q. Intuitionistic fuzzy information aggregation: Theory and application[M]. Beijing: Science Press, 2012: 1-50.

(责任编辑: 闫 妍)