

基于生存理论的非完整约束轮式机器人高速避障控制

刘磊^a, 高岩^a, 吴越鹏^b

(上海理工大学 a. 管理学院, b. 光电学院, 上海 200093)

摘要: 轮式移动机器人现有的避障控制方法大多需要在避障过程中进行减速处理, 会影响移动效率. 鉴于此, 将生存理论应用于轮式移动机器人的反应式避障控制. 分析非完整约束轮式机器人的仿射非线性系统模型和约束条件, 利用弹性边界升维和控制模型退化的方法给出系统的生存性设计, 并利用最优化方法得出机器人高速避障控制器. 最后通过仿真实验, 表明了轮式机器人高速避障控制的有效性.

关键词: 生存理论; 轮式机器人; 高速避障; 最优化

中图分类号: TP242

文献标志码: A

High speed obstacle avoidance control of wheeled mobile robots with non-homonymic constraint based on viability theory

LIU Lei^a, GAO Yan^a, WU Yue-peng^b

(a. School of Management, b. School of Optical-electrical, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China. Correspondent: GAO Yan, E-mail: gaoyan@usst.edu.cn)

Abstract: Most obstacle avoidance control methods of the wheeled mobile robot(WMR) need to decelerate during the navigation, which affects the movement efficiency. The viability theory is used to WMR obstacle avoidance reactive control. Firstly affine nonlinear system model and constraints of WMR with non-homonymic constraint are analyzed. Then, by using the elastic boundary rising dimension and degradation of control model method, the system viability design is given. The optimization method is applied to the obtained controller of the robot for high-speed obstacle avoidance. Finally, simulation experiments show the effectiveness of the high speed WMR obstacle avoidance method.

Key words: viability theory; wheeled mobile robots; high speed obstacle avoidance; optimization

0 引言

轮式移动机器人是一种常见的移动机器人形式, 因机构简单、承重量大、运动效率高、移动速度快等优点, 在科研与工程领域得到了广泛应用. 其避障控制作为该领域的基本问题, 多年来积累了丰富的研究成果, 大致可分为两类方法: 一类为反应式控制方法, 如矢量场直方图^[1]、模糊控制、神经网络控制等; 另一类为慎思规划方法, 如人工势场法、人工智能搜索算法、蚁群算法收敛最优路径、遗传算法路径搜寻等. 两类方法的区别在于算法对环境信息的使用不同: 慎思方法在机器人移动之前便规划出无碰移动路径, 反应式安全控制利用当前的传感信息给出下一步的安全动作. 就移动机器人避障而言, 反应式策略不需要

事先对环境认识, 具有较强的适应性^[2]. 目前已有的反应式避障方法需要在机器人避障过程中作保守的减速处理, 影响了机器人的移动效率, 其原因是现有的避障理论存在不足, 无法将机器人自身的动力学特性与环境障碍结合考虑.

生存理论是Aubin^[3]提出的针对复杂控制系统的数学理论, 为系统控制、稳定性分析、安全性设计等领域提供了新的方法^[4-7]. 本文将生存理论引入到轮式机器人的反应层避障控制中, 以期解决轮式机器人的高速避障的问题.

1 生存理论

生存理论^[3-6]的主要思想是: 系统从某一位于生存区域内的初始状态开始在生存区域内变化, 当系统

收稿日期: 2013-07-29; 修回日期: 2014-01-21.

基金项目: 国家自然科学基金项目(11171221); 国家教育部博士点基金项目(20103120110008); 上海市一流学科建设项目(XTKX2012); 上海理工大学博士启动经费项目(1D-10-303-002).

作者简介: 刘磊(1982-), 男, 博士后, 从事机器人自动化的研究; 高岩(1962-), 男, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统控制、非光滑优化等研究.

状态变化到生存域的边界,并有离开生存域的趋势时,系统处于临界的危机状态.如果系统还能够以某种方式控制状态的变化向生存域内变化,则回到可生存状态.当系统的变化不能通过控制再指向生存域内时,系统将离开生存域,趋于死亡.其中,系统生存性的设计是将生存理论应用于机器人高速避障的关键.

考虑一般的非线性控制系统

$$\dot{x}(t) = f(x, u), u \in U. \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态变量; $u \in U$ 为系统的控制; $U \subset \mathbf{R}^m$; $f(x, u)$ 为 \mathbf{R}^{m+n} 到 \mathbf{R}^n 上的 Lipschitz 函数.

定义 1^[3] 设 $K \subset \mathbf{R}^n$, 如果对于任意初始点 $x_0 \in K$, 存在系统 (1) 的解 $x(t)$, 使得 $x(t) \in K, \forall t \geq 0$, 则称集合 K 关于控制系统 (1) 是生存的.

定义 2^[3] 假设 $K \subset \mathbf{R}^n$ 非空, 点 $x \in K$ 的切锥定义为

$$T_k(x) = \left\{ v \in \mathbf{R}^n \mid \liminf_{h \rightarrow 0^+} \frac{d_k(x + hv)}{h} \right\}, \quad (2)$$

其中 $d_k(x)$ 为 x 到 K 的距离.

切锥是光滑情况下切平面到非光滑情况下的推广, 下述定理给出了系统生存性判别条件.

定理 1^[3] 闭集 $K \subset \mathbf{R}^n$ 关于系统 (1) 是生存的充要条件是对于任意 $x \in K$, 有

$$\left(\bigcup_{u \in U} f(x, u) \right) \cap T_k(x) \neq \emptyset, \quad (3)$$

其中 \emptyset 表示空集.

该判据是系统生存性几何上的定义, 不能直接应用. 对于大多数一般非线性控制系统很难给出系统生存性的具体判定准则^[6], 更不用说将其应用于机器人的安全移动方面^[8], 但文献 [9] 给出了仿射非线性控制系统的生存性判别方法, 使得将生存理论应用于移动机器人的高速避障成为可能.

考虑如下仿射非线性系统:

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u, u \in U. \quad (4)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 为系统的状态变量; $u \in U$ 为系统控制; $f(x)$ 和 $g(x)$ 分别为 \mathbf{R}^n 到 \mathbf{R}^n 和 \mathbf{R}^{m+n} 上的 Lipschitz 函数; $U \subset \mathbf{R}^m$ 为凸集, 表示为

$$U = \{u \in \mathbf{R}^m \mid h_i(u) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p\}, \quad (5)$$

$h_i(u)$ ($i = 1, 2, \dots, p$) 为 \mathbf{R}^m 上的凸函数 (不一定光滑). 考虑如下区域:

$$D = \{x \in \mathbf{R}^n \mid \varphi_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, q\}, \quad (6)$$

其中 $\varphi_j(x) \leq 0$ ($j = 1, 2, \dots, q$) 为 \mathbf{R}^n 上的连续光滑函数.

对于给定点 $x \in D$, 定义指标集

$$J(x) = \{1 \leq j \leq q \mid \varphi_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, q\}.$$

如果为空集, 则 x 为集合 D 的内点, 否则为边界点. 由于定理 1 判断生存性仅考察边界点, 只需考虑指标集 $J(x)$ 非空的情况. 对实际机电结构的非线性仿射系统而言, 集合 D 在边界点 $x \in D$ 处的切锥^[9]为

$$T_D(x) = \{y \in \mathbf{R}^n \mid \nabla \varphi_j(x)^T y \leq 0, j \in J(x)\}.$$

对固定点 x 构造如下不等式:

$$\begin{cases} h_i(u) \leq 0, i = 1, 2, \dots, p; \\ \nabla \varphi_j(x)^T f(x) + \nabla \varphi_j(x)^T g(x)u \leq 0, j \in J(x). \end{cases} \quad (7)$$

系统 (4) 生存的充要条件是式 (7) 有解^[9].

2 非完整约束轮式移动机器人分析

轮式机器人同时限制了系统的空间位置和运动速度, 且速度项不能通过积分变换转换为空间位置的约束条件, 是非完整约束系统^[10]. 完整性约束只限制系统的空间位置, 其速度的限制可以通过积分转化为对空间位置的限制. 设机器人 R 在 m 维空间中运动, q 为机器人在 m 维空间的位姿, 则完整性约束一般表现为

$$F(q, t) \leq 0, \quad (8)$$

其中 F 为非零导数的光滑函数. 式 (8) 限定了移动机器人的可行位置空间, 一般用于表示障碍物. 非完整性约束由于速度项不可积, 不能简化为式 (8) 的统一约束条件, 需要将其约束单独列出, 使得系统控制变得复杂. 非完整性约束可以表示为

$$G(q, \dot{q}, t) = G(q_1, \dots, q_m, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_m, t) \leq 0. \quad (9)$$

其中: G 为光滑函数, \dot{q} 为机器人的速度向量. 单独列出该项约束是由于速度项不能通过积分简化为完整性约束形式.

2.1 非完整约束轮式移动机器人模型

轮式移动机器人如图 1 所示, 其动力学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -v \sin(\phi), \dot{y} = v \cos(\phi), \dot{\phi} = \omega, \\ \dot{v} &= \beta_1(\tau_{r1} + \tau_{r2}), \dot{\omega} = \beta_2(\tau_{r1} - \tau_{r2}), \\ \tau_{r1} &= g(u_1 - kg\omega_{r1}), \tau_{r2} = g(u_2 - kg\omega_{r2}), \\ \omega_{r1} &= \frac{v + \omega w}{b}, \omega_{r2} = \frac{v - \omega w}{b}. \end{aligned} \quad (10)$$

其中: (x, y, ϕ) 为机器人的空间位置与姿态, 姿态角 ϕ 为机器人对称中轴与空间 X 轴方向的夹角, 逆时针为正; (v, ω) 为机器人运行的瞬时线速度和垂直中心转动的角速度; τ_{r1}, τ_{r2} 为机器右轮、左轮电机的驱动力矩, 与直流电机线圈的电流成正比; k 为感生电动势常数; g 为电机减速箱齿轮减速比, 驱动电压为 (u_1, u_2) , 为方便起见, 忽略电机的自感高阶小量, 并简化了线圈内阻等系数的线性关系, 直接用控制电压 u 与感生电压 $kg\omega_r$ 的差表示电机扭矩, 再乘以减速箱减速比

表示放大的减速箱扭矩,这样做,只是忽略了一些比例细节,就生存理论的数值控制而言,不影响结论的给出; $\beta_1 = 1/(bm)$, $\beta_2 = w/(bI)$, m 和 I 分别为机器人的质量和绕机器人垂直中轴的转动惯量, $2w$ 为驱动轮轴距, b 为驱动轮半径. 将系统改写为非线性仿射形式

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \\ \dot{v} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v \sin(\phi) \\ v \cos(\phi) \\ \omega \\ -\frac{2kg^2}{b^2m}v \\ -\frac{2kg^2w^2}{b^2I}\omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{g}{bm}(u_1 + u_2) \\ \frac{gw}{bI}(u_1 - u_2) \end{bmatrix} \quad (11)$$

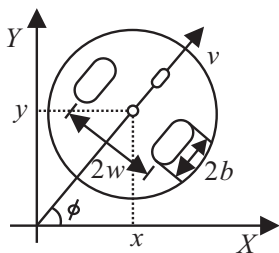


图1 轮式移动机器人模型

2.2 非完整约束轮式移动机器人的约束

由于电机的控制电压有限,控制约束如下所示:

$$|u_j(t)| \leq u_{max}, \quad j = 1, 2. \quad (12)$$

环境障碍是机器人位置 (x, y) 的约束,可以表示为

$$G_n(x, y) \leq 0. \quad (13)$$

其中: $G_n(x, y)$ 为 Lipschitz 函数, n 为正整数.

3 基于生存理论的高速避障控制算法

利用生存理论方法控制机器人避障时,将机器人(11)看作仿射动力系统,将约束(12)和(13)看作边界,并且约束用不等式表示,这样在结构上即可符合仿射非线性系统的生存性判据形式.图2给出了生存避障算法的控制框架,当机器人通过传感器得知自身状态在某生存边界上时,将该边界参数输入到带有生存理论约束的不等式解算器中,以此获取机器人的安全控制.如果对约束不等式组加入最优化设计,便能够实现机器人的高速避障.

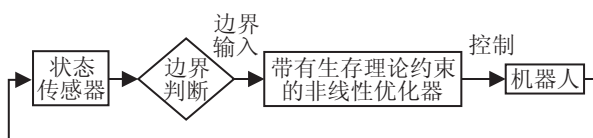


图2 基于生存理论的机器人避障控制算法框架

3.1 障碍约束弹性升维

生存性判据(7)仅考虑了系统在约束边界上的情况,即机器人只有到达障碍附近触发了相应生存边界

后,生存性判据才在反应层加以约束得出避障控制;其他自由时刻,生存理论对系统不作影响,减轻了机器人在无障碍时的计算负担.由模型(11)可见,控制量仅与机器人的速度 (v, ω) 有关,与机器人的位置无关.如果利用生存性判据(7)获取边界梯度对控制的影响,所建立的生存性边界必须带有与控制量相关的状态.由于轮式机器人为非完整约束系统,不能将机器人速度积分转化到边界(13)中去,需要将其在约束中单独列出,必须对障碍约束边界(13)升维,加入机器人的速度.这是生存理论应用于轮式机器人避障实践的关键步骤,称为生存边界升维设计.该设计既要求边界包括机器人的位置不得超越障碍,又要保证边界与控制量相关联,使得机器人的位置在未达到实际障碍时,状态已经到达抽象的高维生存边界上.通过生存理论约束计算,获得使机器人下一步能够生存的控制,结果会让非完整约束的轮式机器人提前转弯,高速光顺利躲避障碍.为此,引入法向速度弹性障碍边界的概念.

定义3 定义法向速度边界阈值为

$$v_n t_{nmin} = l_{nmin}. \quad (14)$$

其中: v_n 为机器人朝向边界法向的速度, l_{nmin} 为机器人到边界的临界法向距离, t_{nmin} 为机器人碰撞到边界所允许的最短安全时间.

由于机器人避障是一个转弯过程,为使机器人能够在该过程中始终被生存边界约束,使生存控制一直起作用,有助于控制量的连续与平稳输出,对边界(14)进行弹性化.计算估计碰撞时间

$$\{t_n \in \mathbf{R} | v_n t_n = l_n, 0 < t_n < t_{nmin}\}, \quad (15)$$

则用于生存性判据(7)计算的法向速度弹性障碍边界为

$$v_n t_n \leq l_n. \quad (16)$$

由所设计的约束可见,该特征利用障碍约束(13)的几何特征(障碍的几何法向),通过机器人传感器可以在感知范围内感测计算出来,所以边界(14)的获取并不需要知道障碍 $G_n(x, y)$ 的整体情况,只需要知道障碍 $G_n(x, y)$ 在机器人传感范围内的近似拟合即可.从感知-控制使用的信息看,生存理论避障控制属于机器人的反应层.

3.2 非完整约束机器人控制模型退化

模型(11)显示,控制量 $(u_1 + u_2)$ 与加速度 \dot{v} 有关,控制量 $(u_1 - u_2)$ 与角加速度 $\dot{\omega}$ 有关.根据生存性判据(7),控制量的给出与边界的梯度有关,如果边界梯度 $\nabla \varphi_j(x)^T$ 在 $g(x)u$ 有控制量的方向上为0,则生存性判据(7)对控制量的确定便缺乏指导意义.边界(16)中 v_n 和 l_n 的梯度对应方向只与机器人的位置姿

态 (x, y, ϕ) 和速度 v 有关, 但与机器人的角速度 ω 无关, 所以生存性判据不等式 (7) 只能给出 $(u_1 + u_2)$ 的取值范围, 无法指导 $(u_1 - u_2)$ 的范围. 如果仅使用边界 (16) 和判据 (7) 作生存避障控制, 则在机器人接近边界的过程中, $(u_1 + u_2)$ 的取值越来越小, 最后机器人停下, 算法无法向转向的可能方向去搜索. 因此, 为使边界 (16) 的梯度与仿射系统的控制部分 $g(x)u$ 有关, 对模型 (11) 进行退化处理. 假设机器人的角速度控制转动惯量较小, 对 $(u_1 - u_2)$ 的响应十分迅速, 令模型 (11) 的 $\dot{\omega} = 0$, 表示机器人的角速度能够根据控制量 $(u_1 - u_2)$ 迅速到达稳定输出, 则有机器人退化控制方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\phi} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -v \sin(\phi) \\ v \cos(\phi) \\ 0 \\ -\frac{2kg^2}{b^2m}v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{b}{2kgw}(u_1 - u_2) \\ \frac{g}{bm}(u_1 + u_2) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

方程 (17) 将姿态角速度 $\dot{\phi}$ 和控制量 $(u_1 - u_2)$ 关联起来, 与弹性边界约束 (16) 配合, 代入生存性设计 (7) 的不等式中, 在边界上得出的控制结果将会出现转向的可能.

3.3 带约束的非线性优化控制器设计

考虑机器人控制模型 (17)、约束 (12) 和 (16) 组成的不等式组 (7), 只要有解系统便能生存, 解为一组范围. 为实现机器人的高速避障, 将不等式转化为带约束的非线性优化问题, 目标为机器人速度最大. 给出如下优化模型作为机器人的控制输出:

$$\begin{aligned} \min & -(u_1^2 + u_2^2). \\ \text{s.t.} & h_i(u) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, p; \\ & \nabla \varphi_j(x)^T f(x) + \nabla \varphi_j(x)^T g(x)u \leq 0, \\ & j \in J(x). \end{aligned} \quad (18)$$

其中: $h_i(u) \leq 0$ 对应约束 (12), φ_j 对应法向速度弹性障碍边界 (16), 系统 $f(x)$ 和 $g(x)$ 采用退化控制方程 (17) 得到.

4 仿真实验

图 3 为轮式移动机器人高速避障仿真实验, 圆形障碍为边界非线性, 折线障碍为边界非光滑. 实验将机器人考虑成质点, 实质是将机器人障碍传感器数据向机器人方向收缩安全半径. 图 3 中, ①②③④⑤ 处为控制器受生存性边界影响, 优化产生的避障行为.

障碍上边界 G_1 , 右边界 G_2 , 左边界 G_3 , 下边界

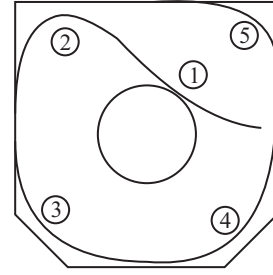


图 3 基于生存理论的轮式移动机器人避障仿真效果

G_4 , 左下边界 G_5 , 右下边界 G_6 , 中心圆的障碍 G_7 的位置约束不等式分别为

$$\begin{aligned} G_1 &= y - 10 \leq 0, \quad G_2 = x - 10 \leq 0, \\ G_3 &= -x - 10 \leq 0, \quad G_4 = -y - 10 \leq 0, \\ G_5 &= -(x + y + 16) \leq 0, \quad G_6 = x - y - 16 \leq 0, \\ G_7 &= -x^2 - y^2 - 16 \leq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

因篇幅限制, 仅选 3 条代表边界 G_1 、 G_5 、 G_7 升维, 有

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= y + vt_{n1} \cos \phi - 10 \leq 0, \\ \varphi_5 &= vt_{n5} \sin \left(\phi - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{(x + y + 16)}{\sqrt{2}} \leq 0, \\ \varphi_7 &= vt_{n7} \sin(\phi - \theta) - (\sqrt{x^2 + y^2} - 4) \leq 0. \end{aligned} \quad (20)$$

由于机器人仿真仅遭遇了圆柱障碍的第 1 象限, 式 (20) 中 φ_7 为圆障碍第 1 项限的弹性升维边界, 其中 $\theta = \arctan(y/x)$, 弹性约束 (20) 相对退化控制模型 (17) 的方向梯度分别为

$$\begin{aligned} \nabla \varphi_1 &= [0 \quad 1 \quad -vt_{n1} \sin \phi \quad t_{n1} \cos \phi]^T, \\ \nabla \varphi_5 &= \left[\frac{-1}{\sqrt{2}} \quad \frac{-1}{\sqrt{2}} \quad -vt_{n5} \cos \left(\phi - \frac{\pi}{4} \right) \quad t_{n5} \sin \left(\phi - \frac{\pi}{4} \right) \right]^T, \\ \nabla \varphi_7 &= \left[\frac{-1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad \frac{-1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad vt_{n7} \cos(\phi - \theta) \rightarrow \right. \\ & \quad \left. \leftarrow t_{n7} \sin(\phi - \theta) \right]^T. \end{aligned}$$

梯度的第 3 项参与机器人的转向避障控制, 第 4 项参与机器人的减速控制. 由于第 3 项涉及到转向对机器人避障的影响, 可以看出, 当机器人正冲边界法向时, 该项变为 0, 会造成转向失灵. 所以, 对梯度的第 3 项进行如下处理: 对第 3 项的三角函数取符号函数, 然后与一固定值相乘, 得出如下控制器梯度设计: $\nabla \varphi_{n3} = \lambda \text{sign}(\text{原项三角函数})$ 乘以原项除三角函数其余的部分, 其中 λ 为转弯系数. 理论上, $\lambda \in [0, 1]$, λ 越小生存理论指导的转弯弧度越大, 但会造成转弯的振荡.

将上述生存边界代入非线性优化 (18), 利用 SQP 求解控制量, 得出机器人避障仿真速度曲线如图 4 所示, 机器人的控制电压曲线如图 5 所示. 图 5 中, 实线为右轮电压, 虚线为左轮电压.

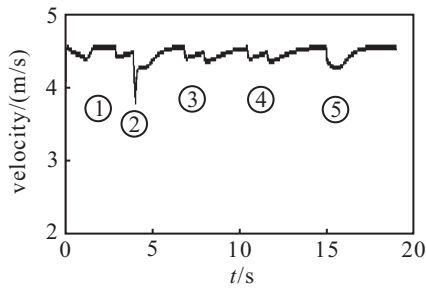


图4 机器人高速避障过程中的速度曲线

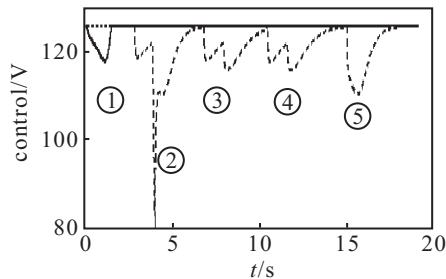


图5 机器人高速避障仿真的右轮、左轮控制电压

仿真参数为: 轮式机器人质量 $m = 43.5 \text{ kg}$, 绕机器人 Z 轴转动惯量 $I = 1.16 \text{ kg/m}^2$, 轮子半径 $b = 0.0768 \text{ m}$, 轮距 $2w = 0.448 \text{ m}$, 电机减速箱齿轮减速比 $g = 10.6$, 电机感生电动势常数 $k = 0.2$, 电机控制峰值电压为 126 V . 由图4可见, 机器人在整个移动避障过程中, 始终维持了高速运行(大多运行在 4 m/s 以上). 图5显示, 机器人在避障过程中, 两轮电机始终有一个保持全速运行, 另一轮电压由生存理论 SQP 计算, 给出相应的差速, 控制机器人转向. 图5中, ①为右转避障, ②③④⑤为左转避障. 传统避障算法出于安全保守考虑几乎都要在避障的过程中进行减速转弯^[1], 本文给出的生存避障算法能够激进高速避障. 控制电压与障碍几何特征和自身动力学特性相关(如图5中③④转弯控制便有两次波动, 这对应了图3中③④位置的两个非光滑角点), 波动的形状与机器人的动力学特性相关.

5 结 论

本文将生存理论用于非完整约束轮式移动机器人的高速避障反应层控制, 获得了相比传统反应层避障算法更激进的控制策略. 该理论可将机器人自身的动力学特性和环境障碍的几何特征统一考虑, 给出生存控制范围, 在此范围中进行高速优化. 与传统方法只考虑外界障碍信息而忽略机器人自身动力学特性相比, 能够更切合地给出安全、激进的控制信号; 而传统控制只能给出保守的避障控制, 需要机器人减速处

理障碍. 另外, 生存边界可以设计为其他机器人状态的抽象约束, 如限速防打滑约束等. 生存理论为机器人安全避障提供了能将各种约束融合的理论框架, 在轮式机器人避障领域具有理论上的先进性.

参考文献(References)

- [1] 刘磊, 许晓鸣. 自主导航避障移动机器人仿真软件设计[J]. 华中科技大学学报, 2011, 39(增2): 196-199. (Liu L, Xu X M. The design of simulation software for autonomous navigation and obstacle avoidance mobile robot[J]. J of Huazhong University of Science and Technology, 2011, 39(S2): 196-199.)
- [2] Alexandre S. Autonomous navigation with obstacle avoidance for a car like robot[C]. Brazilian Robotics and Latin American Robotics Symposium. Brazilian: IEEE Press, 2012: 156-161.
- [3] Aubin J P. Viability theory[M]. Boston: Birkhauser, 1991: 1-42.
- [4] Gao Y. Viability criteria for differential inclusions[J]. J of Systems Science and Complexity, 2011, 24(5): 825-834.
- [5] Panagou D, Kyriakopoulos. Viability control for a class of underactuated systems[J]. Automatica, 2013, 49(1): 17-29.
- [6] 高岩. 一类非线性控制系统关于非光滑区域生存性的判别[J]. 控制与决策, 2006, 21(8): 923-926. (Gao Y. Determining the viability for a class of nonlinear control systems on a region with nonsmooth boundary[J]. J of Control and Decision, 2006, 21(8): 923-926.)
- [7] Vandanjon P O, Coiret A, Lorino T, et al. Viability theory and road safety[J]. Vehicle System Dynamics, 2013, 00776297: 1-15.
- [8] Wieber P B. Viability and predictive control for safe locomotion[C]. IEEE/RSJ Int Conf on Intelligent Robots and Systems. Nice: IEEE Press, 2008: 22-26.
- [9] 高岩. 仿射非线性系统生存性的判别[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(6): 654-656. (Gao Y. Determining the viability for a affine nonlinear control system[J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(6): 654-656.)
- [10] Latombe J C. Robot motion planning[M]. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1991: 403-451.
- [11] Maciej Kalisiak, Michiel van de Panne. Approximate safety enforcement using computed viability envelopes[C]. Proc of the 2004 IEEE Int Conf on Robotics Automation. New Orleans: IEEE Press, 2004: 4289-4294.

(责任编辑: 郑晓蕾)