

离散时间多智能体系统一致性的平均驻留时间条件

盖彦荣^{1,2}, 陈阳舟¹, 张亚霄¹, 郭创¹

(1. 北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100124;

2. 河北师范大学 物理科学与信息工程学院, 石家庄 050024)

摘要: 研究高阶离散时间线性多智能体系统在有向切换信息拓扑下的状态一致性问题. 首先通过提出的线性变换将该一致性问题转换为相应离散时间线性切换系统的渐近稳定性问题. 然后借助于切换系统稳定性的平均驻留时间方法, 分别得到如下两种情形下该一致性问题可解的充分条件: 1) 信息拓扑集合中的一部分拓扑是可一致的; 2) 信息拓扑集合中所有信息拓扑是可一致的. 最后通过数值仿真验证了所得理论结果的正确性.

关键词: 多智能体系统; 离散时间系统; 有向切换信息拓扑; 一致性; 平均驻留时间

中图分类号: TP13

文献标志码: A

Average dwell-time conditions for consensus of discrete-time multi-agent systems

GE Yan-rong^{1,2}, CHEN Yang-zhou¹, ZHANG Ya-xiao¹, GUO Chuang¹

(1. College of Electronic Information and Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. College of Physics Science and Information Engineering, Hebei Normal University, Shijiazhuang 050024, China. Correspondent: CHEN Yang-zhou, E-mail: yzchen@bjut.edu.cn)

Abstract: The state consensus problem of high-order discrete-time linear multi-agent system(HDLMAS) under a directed switching information topology is investigated. Firstly, a proper linear transformation is proposed to transform the consensus problem to the asymptotic stability problem of a corresponding discrete-time linear switched system(DLSS). Then for the following two cases, sufficient conditions for the solvability of the consensus problem are deduced by using the average dwell-time approach of DLSS, respectively: 1) some in a given set of information topologies are consensusable; 2) all in the given set of information topologies are consensusable. Finally, simulation result shows the correctness of the obtained results.

Key words: multi-agent systems; discrete-time systems; directed switching information topologies; consensus; average dwell-time

0 引言

近年来,多智能体系统分布式协调控制^[1]受到了众多领域学者的广泛关注,一致性问题是多智能体系统协作中的典型问题之一.大量文献^[1-4]研究了多智能体系统在固定信息拓扑下的一致性问题.然而实际情况中,由于传感器的检测范围受限或障碍物的存在,使得通信链路断开或重连,导致信息拓扑结构发生变化.可见研究切换信息拓扑下多智能体系统的一致性问题具有实际意义.

文献[5-6]提出的切换信息拓扑下多智能体系统

达到一致性问题的充分条件是切换信息拓扑联合连通,但是没有给出每个信息拓扑的驻留时间.平均驻留时间法^[7-10]是切换系统稳定性研究的一种常用方法,根据控制切换子系统的运行时间形成切换序列,使得切换系统稳定.文献[11]利用不一致函数把无向切换信息拓扑和时滞情况下的非线性连续时间多智能体系统的指数同步问题转化为稳定性问题,给出了多智能体系统达到同步的平均驻留时间条件,但是该变换方法不适用于有向信息拓扑.文献[3,12]提出的线性变换,建立了有向信息拓扑下多智能体系统一致性

收稿日期: 2013-07-12; 修回日期: 2013-09-30.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61079001, 61273006); 高等学校博士学科点专项科研项目(20111103110017); 国家863计划项目(2011AA110301); 河北省科学技术研究与发展计划项目(10203548D); 河北省科技条件建设项目(11963546D); 河北省科技计划项目(13210807).

作者简介: 盖彦荣(1972-),女,博士生,从事多智能体协作控制、多传感器信息融合的研究; 陈阳舟(1963-),男,教授,博士生导师,从事多智能体协作控制、智能交通系统等研究.

问题和相应系统稳定性问题之间的桥梁. 基于这一变换, 文献 [12] 给出了有向切换信息拓扑下连续时间线性多智能体系统达到一致性的平均驻留时间条件.

本文进一步研究高阶离散时间线性多智能体系统 (HDLMAS) 在有向切换信息拓扑下达到状态一致的平均驻留时间条件. 利用文献 [3, 12] 提出的线性变换, 将 HDLMAS 的一致性问题的离散时间线性切换系统 (DLSS) 的渐近稳定性问题. 利用 DLSS 的平均驻留时间方法, 得到有向切换信息拓扑下 HDLMAS 达到状态一致的充分条件, 即只要信息拓扑集的切换信号满足平均驻留时间大于一个确定值, 多智能体系统就能达到状态一致.

1 问题描述和线性变换

考虑 N 个智能体构成的 HDLMAS, 假定第 i 个智能体的动态为

$$x_i^+ = Ax_i + Bu_i, \quad x_i(0) = x_{i0}. \quad (1)$$

其中: $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 为智能体的标号, $x_i = x_i(k) \in \mathbf{R}^n$ 和 $u_i = u_i(k) \in \mathbf{R}^m$ 分别为当前时刻 k 的状态变量和控制输入变量, $x_i^+ = x_i(k+1)$ 为下一时刻的状态变量, A 和 B 为适当维数的常数矩阵.

控制输入 u_i 依赖于智能体 i 的自身状态 x_i 和邻居 j 的状态 x_j . 智能体 j 是智能体 i 的邻居意味着在智能体 j 与智能体 i 之间存在通信信道. 本文考虑时变的邻居集合, 用 $N_i(k)$ 表示 k 时刻智能体 i 的邻居集合, 称为 k 时刻智能体 i 的信息配置. 集合 $\mathcal{N}(k) = \{N_i(k) : i=1, 2, \dots, N\}$ 为 HDLMAS (1) 的信息拓扑.

假定智能体 i 拥有有限个可能的信息配置 $\{N_i^l : l=1, 2, \dots, M_i\}$, 即对于任何时刻 k , $N_i(k) \in \{N_i^l : l=1, 2, \dots, M_i\}$. 因此, HDLMAS (1) 的信息拓扑 $\mathcal{N}(k)$ 在有限个固定信息拓扑构成的集合 $\{\mathcal{N}^l : l=1, 2, \dots, M\}$ 中切换, 即 $\mathcal{N}(k) \in \{\mathcal{N}^l : l=1, 2, \dots, M\}$. 令 $\mathfrak{M} = \{1, 2, \dots, M\}$, 定义切换信号 $\sigma(k) : \mathbf{Z}^+ \rightarrow \mathfrak{M}$ 来描述信息拓扑 $\mathcal{N}(k)$ 的切换律, 即 $\mathcal{N}(k) = \mathcal{N}^l \Leftrightarrow \sigma(k) = l$, 其中 \mathbf{Z}^+ 是正整数集合.

在信息拓扑 $\mathcal{N}(k) = \{N_i(k) : i=1, 2, \dots, N\}$ 下, 设计智能体 i 的控制输入 (控制协议) 为

$$u_i(k) = K \sum_{j \in N_i(k)} w_{ij}^{\sigma(k)} (x_j(k) - x_i(k)). \quad (2)$$

其中: $K \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为反馈矩阵; $w_{ij}^{\sigma(k)}$ 为相应于信息拓扑 $\mathcal{N}(k)$ 的实数权值, 表征智能体之间传递信息的可信程度, $i, j = 1, 2, \dots, N$.

在协议 (2) 下 HDLMAS (1) 的矢量形式为

$$x^+ = (I_N \otimes A - L_{\sigma(k)} \otimes BK)x, \quad x(0) = x_0. \quad (3)$$

其中: $x = [x_1^T, \dots, x_N^T]^T \in \mathbf{R}^{nN}$; I_N 为 N 阶单位矩阵; 符号 \otimes 表示矩阵或向量的 Kronecker 积^[13]; $L_{\sigma(k)}$

$= [l_{ij}^{\sigma(k)}]_{N \times N}$ 是信息拓扑 $\mathcal{N}(k)$ 对应的图 Laplacian 矩阵, 其元素为

$$l_{ij}^{\sigma(k)} = \begin{cases} \sum_{p \in N_i(k)} w_{ip}^{\sigma(k)}, & j = i; \\ -w_{ij}^{\sigma(k)}, & j \neq i, j \in N_i(k); \\ 0, & j \neq i, j \notin N_i(k). \end{cases} \quad (4)$$

定义 1 给定信息拓扑 $\{\mathcal{N}^l : l=1, 2, \dots, M\}$ 和切换信号 $\sigma(k)$, 如果对于任意初始状态 $x_0 = [x_{10}^T, \dots, x_{N0}^T]^T$, 存在向量函数 $\xi(k, x_0)$ 使得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|x_i(k; x_{i0}) - \xi(k; x_0)\| = 0$$

成立, 则称 HDLMAS (1) 在协议 (2) 下可以达到状态一致. $\xi(k; x_0)$ 称为相对于初始状态 x_0 的状态一致函数.

注 1 $\xi(k; x_0)$ 可以是任意函数, 包括平衡点和周期轨迹等. 为了简单起见, 下文分别用 $x(k)$ 、 $x_i(k)$ 和 $\xi(k)$ 代替 $x(k; x_0)$ 、 $x_i(k; x_{i0})$ 和 $\xi(k; x_0)$.

下面将通过线性变换把 HDLMAS (1) 在协议 (2) 下的状态一致性问题等价地转化为 DLSS 的渐近稳定性问题. 为此, 选取线性变换矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \otimes I_n =: \begin{bmatrix} \tilde{T}_0 \\ \mathbf{1}_N^T \end{bmatrix} \otimes I_n. \quad (5)$$

相应的逆矩阵为

$$T^{-1} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} N-1 & N-2 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & N-2 & \dots & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & -2 & \dots & 1 & 1 \\ -1 & -2 & \dots & -(N-1) & 1 \end{bmatrix} \otimes I_n =: [\hat{T}_0 \quad N^{-1}\mathbf{1}_N] \otimes I_n. \quad (6)$$

其中: I_n 为 n 阶单位矩阵, $\mathbf{1}_N$ 为元素全为 1 的 N 维列向量.

利用线性变换矩阵 (5) 对系统 (3) 进行线性变换, 有

$$\bar{x} = Tx, \quad (7)$$

得到如下形式:

$$\bar{x}^+ = T(I_N \otimes A - L_{\sigma(k)} \otimes BK)T^{-1}\bar{x}, \quad \bar{x}(0) = \bar{x}_0. \quad (8)$$

令 $\bar{x} = [y^T, z^T]^T$, 其中 $y = [\bar{x}_1^T, \dots, \bar{x}_{N-1}^T]^T$, $z =$

\bar{x}_N . 重写系统 (8) 为如下两个部分:

$$\begin{aligned} y^+ &= \bar{A}_{\sigma(k)}y + \bar{B}_{\sigma(k)}z, \quad y \in \mathbf{R}^{n(N-1)}; \\ z^+ &= \bar{C}_{\sigma(k)}y + \bar{D}_{\sigma(k)}z, \quad z \in \mathbf{R}^n. \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $\bar{A}_{\sigma(k)} = I_{N-1} \otimes A - \tilde{T}_0 L_{\sigma(k)} \hat{T}_0 \otimes BK$, $\bar{B}_{\sigma(k)} = 0$, $\bar{C}_{\sigma(k)} = -\mathbf{1}_N^T L_{\sigma(k)} \hat{T}_0 \otimes BK$, $\bar{D}_{\sigma(k)} = A$. 可以证明^[3,12], 通过线性变换 (7), HDLMAS (1) 在协议 (2) 下的状态一致性等价于式 (9) 关于部分变元 y 的稳定性. 因为 $\bar{B}_{\sigma(k)} = 0$, 所以 HDLMAS (1) 在协议 (2) 下的状态一致性等价于如下 DLSS 的渐近稳定性:

$$y^+ = \bar{A}_{\sigma(k)}y, \quad y(0) = (\tilde{T}_0 \otimes I_n)x_0. \quad (10)$$

从而得到如下引理.

引理 1 给定信息拓扑 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, \dots, M\}$ 和切换信号 $\sigma(k)$, HDLMAS (1) 在协议 (2) 下达到状态一致的充要条件是 DLSS (10) 是渐近稳定的.

引理 1 建立了 HDLMAS 的一致性问题与 DLSS 的渐近稳定性问题的桥梁. 为便于叙述, 下面首先引入信息拓扑可一致和平均驻留时间定义.

定义 2 如果存在协议 (2), 使得 HDLMAS (1) 在给定的有向信息拓扑下可以达到状态一致, 则称该信息拓扑是可一致的, 否则称该信息拓扑是不可一致的.

注 2 由引理 1 可知, 每一个固定信息拓扑对应于 DLSS 的一个子系统, 所以一个固定信息拓扑的可一致性可通过其对应的 DLSS (10) 的子系统的 Schur 稳定性来判定.

定义 3^[10] 对于任意切换信号 $\sigma(k)$ 和时刻 $k \geq 1$, 令 $N_\sigma(0, k)$ 表示切换信号 $\sigma(k)$ 在时间间隔 $[0, k)$ 内的切换次数. 称满足条件 $N_\sigma(0, k) \leq N_0 + k\tau_a^{-1}$ 的常数 $\tau_a > 0$ 为切换信号 $\sigma(k)$ 的平均驻留时间, 其中 $N_0 \geq 0$ 为该切换信号的抖振界. 以 $S_a[\tau_a]$ 表示具有平均驻留时间 τ_a 的切换信号集合.

注 3 平均驻留时间条件的含义在于: 若忽略前 N_0 次切换, 则相继切换的平均时间间隔至少为 τ_a . 与绝对驻留时间不同的是, 这里有可能存在相继切换间隔小于 τ_a , 但相继切换的平均时间间隔不小于 τ_a 的情况.

2 主要结果

下面针对两种情形下的信息拓扑集 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, \dots, M\}$ 研究 HDLMAS (1) 在协议 (2) 下达到状态一致的平均驻留时间条件: 1) 信息拓扑集中的部分信息拓扑是可一致的; 2) 信息拓扑集中的所有信息拓扑都是可一致的.

情形 1 部分信息拓扑是可一致的.

假定信息拓扑集 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, \dots, M\}$ 中前 r

个信息拓扑是可一致的, 即对应于 DLSS (10) 中系统矩阵 $\bar{A}_l (l = 1, 2, \dots, r)$ 是 Schur 稳定的, 其中 $1 < r < M$. 余下的 $M-r$ 个信息拓扑是不可一致的, 即对应于 DLSS (10) 中系统矩阵 $\bar{A}_l (l = r+1, \dots, M)$ 是不稳定的. 因此存在正常数 $\lambda_1 < 1$, $\lambda_2 \geq 1$ 和 $h_l (l = 1, 2, \dots, M)$, 使得下式成立:

$$\begin{cases} \|\bar{A}_l^k\| \leq h_l \lambda_1^k, & l = 1, 2, \dots, r; \\ \|\bar{A}_l^k\| \leq h_l \lambda_2^k, & l = r+1, \dots, M. \end{cases} \quad (11)$$

令 $K^+(k)$ 和 $K^-(k)$ 分别表示 $[0, k)$ 内不可一致的信息拓扑和可一致的信息拓扑的全部激活时间. 对于任意 $\lambda \in (\lambda_1, 1)$ 和任意常数 $\lambda^* \in (\lambda_1, \lambda)$, 由如下定理来定义满足下面条件的切换信号:

$$\inf_{k \geq 0} \frac{K^-(k)}{K^+(k)} \geq \frac{\ln \lambda_2 - \ln \lambda^*}{\ln \lambda^* - \ln \lambda_1}. \quad (12)$$

定理 1 假定给定的信息拓扑集 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, \dots, M\}$ 中的部分信息拓扑是可一致的, 对于任意给定的实常数 $\lambda \in (\lambda_1, 1)$, 存在有限常值 $\tau_a^* = \frac{\ln h}{\ln \lambda - \ln \lambda^*}$, 使得对于任意 $\tau_a \geq \tau_a^*$, 当切换信号 $\sigma(k) \in S_a[\tau_a]$ 满足条件 (12) 时, HDLMAS (1) 在协议 (2) 下达到状态一致, 其中 h_l, λ_1 和 λ_2 满足条件 (11), $h = \max_{1 \leq l \leq M} h_l, \lambda^* \in (\lambda_1, \lambda)$.

证明 假设 k_1, k_2, \dots 为信息拓扑切换发生的时刻, p_j 表示 $[k_{j-1}, k_j)$ 上切换信号 $\sigma(k)$ 的值, 对于满足 $k_0 = 0 < \dots < k_j < k < k_{j+1}$ 的任意时刻 k , 由 DLSS (10) 得到

$$y(k) = \bar{A}_{p_j+1}^{k-k_j} \bar{A}_{p_j}^{k_j-k_{j-1}} \dots \bar{A}_{p_1}^{k_1} y(0). \quad (13)$$

根据不等式 (11), 收集可一致的和不可一致的信息拓扑的全部激活时间, 得到如下不等式:

$$\begin{aligned} \|y(k)\| &\leq \left(\prod_{q=1}^{j+1} h_q \right) \lambda_2^{K^+(k)} \lambda_1^{K^-(k)} \|y(0)\| \leq \\ &ch^{N_\sigma(0,k)} \lambda_2^{K^+(k)} \lambda_1^{K^-(k)} \|y(0)\|. \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $h = \max_{1 \leq l \leq M} h_l, c = h$. 由条件 (12) 得到

$$\lambda_2^{K^+(k)} \lambda_1^{K^-(k)} \leq (\lambda^*)^{K^+(k)+K^-(k)} = (\lambda^*)^k. \quad (15)$$

由式 (14) 得到

$$\|y(k)\| \leq ch^{N_\sigma(0,k)} (\lambda^*)^k \|y(0)\|. \quad (16)$$

下面考虑 $y(k)$ 收敛的两种情况.

1) 如果对于所有的 $l, h_l \leq 1$, 则意味着 $h \leq 1$. 由式 (16), 得到 $\|y(k)\| \leq c(\lambda^*)^k \|y(0)\|$, 隐含着对于任意驻留时间, DLSS (10) 是全局指数稳定的, 且具有衰减度 λ^* , 所以 DLSS (10) 也是具有衰减度 λ 的全局指数稳定的. 由引理 1 知, HDLMAS (1) 在协议 (2) 下达到状态一致.

2) 如果存在 $h_l > 1$, 则意味着 $h > 1$. 利用任意正

数 h_0 , 使得 $h^{N_\sigma(0,k)}(\lambda^*)^k \leq h_0\lambda^k$, 从而得到期望的衰减度 λ . 该不等式等价于

$$N_\sigma(0, k) \leq N_0 + k/\tau_a^*,$$

$$N_0 = \frac{\ln h_0}{\ln h}, \tau_a^* = \frac{\ln h}{\ln \lambda - \ln \lambda^*}.$$

由于 h_0 任意, N_0 可以任意指定. 从而由式 (16), 得到 $\|y(k)\| \leq ch_0\lambda^k\|y(0)\|$. 因此, 对于任意满足 $\tau_a \geq \tau_a^*$ 和 $\tau_a^* = \frac{\ln h}{\ln \lambda - \ln \lambda^*}$ 的切换信号 $\sigma(k) \in S_a[\tau_a]$, DLSS (10) 是全局指数稳定的, 且具有衰减度 λ , 由引理 1 知, HDLMAS (1) 在协议 (2) 下达到状态一致. \square

注 4 正如文献 [9] 所指出, 切换条件 (12) 很容易满足. 例如, 首先激活可一致的信息拓扑并持续 $2\lceil \ln \lambda_2 - \ln \lambda^* \rceil K_0$ 时间, 之后再激活不可一致的信息拓扑并持续 $\lceil \ln \lambda^* - \ln \lambda_1 \rceil K_0$ 时间. 其中: $K_0 > 0$ 是充分大的时间单位以满足平均驻留时间条件, $\lceil \cdot \rceil$ 和 $\lfloor \cdot \rfloor$ 分别表示上整数界和下整数界.

情形 2 所有信息拓扑都是可一致的.

假定信息拓扑集 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, \dots, M\}$ 中的所有信息拓扑都是可一致的, 对应于 DLSS (10) 中所有子系统都是 Schur 稳定的情况, 该情况是情形 1 的一种特例, 即 $r = M$, 于是得到如下推论.

推论 1 假定给定的信息拓扑集 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, \dots, M\}$ 中的所有信息拓扑都是可一致的, 则对于任意给定实常数 $\lambda \in (\lambda_1, 1)$, 存在有限常值 $\tau_a^* = \frac{\ln h}{\ln \lambda - \ln \lambda^*}$, 使得对于任意切换信号 $\sigma(k) \in S_a[\tau_a]$ ($\tau_a \geq \tau_a^*$), HDLMAS (1) 在协议 (2) 下达到状态一致, 其中 h_l 和 λ_1 满足条件 (11), $h = \max_{1 \leq l \leq M} h_l, \lambda^* \in (\lambda_1, \lambda)$.

3 数值例子

假定 HDLMAS 由 6 个智能体组成, 第 i 个智能体的动态为

$$x_i^+ = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} x_i + \begin{bmatrix} 1 \\ -2/5 \\ 1 \end{bmatrix} u_i, \quad (17)$$

协议 (2) 中的反馈矩阵 $K = [0.56 \quad -0.56 \quad 0.24]$. 假设存在 4 个固定的有向信息拓扑 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, 3, 4\}$, 其中每个信息拓扑及其相应的权值如下: $\mathcal{N}^1 = \{\{6\}, \{1\}, \{1\}, \{1\}, \{4, 6\}, \{5\}\}$, 对应的权值分别为 0.1, 0.5, 0.3, 0.5, 0.1, 0.2, 0.3; $\mathcal{N}^2 = \{\{2, 3\}, \{1\}, \{1, 5, 6\}, \{2\}, \{3\}, \{3\}\}$, 对应的权值分别为 0.3, 0.2, 0.3, 0.2, 0.2, 0.1, 0.1, 0.2, 0.1; $\mathcal{N}^3 = \{\emptyset, \{1\}, \{1, 5, 6\}, \{2\}, \emptyset, \{3\}\}$, 对应的权值分别为 0.3, 0.2, 0.2, 0.1, 0.1, 0.1; $\mathcal{N}^4 = \{\{2\}, \{1, 4\}, \{1, 5, 6\}, \{2\}, \emptyset, \{3\}\}$, 对应的权值分别为 0.5, 0.3, 0.1, 0.2, 0.2, 0.1, 0.1, 0.1.

可以验证, 信息拓扑 \mathcal{N}^1 和 \mathcal{N}^2 是可一致的, 信

息拓扑 \mathcal{N}^3 和 \mathcal{N}^4 是不可一致的. 选取 $\lambda_1 = 0.8, \lambda_2 = 1.02, \lambda = 0.98, \lambda^* = 0.86$ 和 $h = 50.0328$, 得到 $\tau_a^* = 29.9546$. 因为切换信息拓扑系统中只有部分信息拓扑是可一致的, 根据条件 (12), 得到驻留时间比值 $\inf_{k \geq 0} \frac{K^-(k)}{K^+(k)} \geq 2.3593$. 所以只要满足平均驻留时间条件 $\tau_a \geq 29.9546$ 和驻留时间比值条件, HDLMAS (17) 在给定有向信息拓扑集合 $\{\mathcal{N}^l : l = 1, 2, \dots, 4\}$ 下就可以达到状态一致.

图 1~图 3 给出了 HDLMAS (17) 在给定协议和切换信息拓扑下的一个状态轨迹实例. 其中: 切换信号的平均驻留时间 $\tau_a = 30$, 驻留时间满足 $K^-(k) = 3K^+(k)$, 激活信息拓扑 $\mathcal{N}^3, \mathcal{N}^1, \mathcal{N}^4$ 和 \mathcal{N}^2 的时间步分别为 15、45、15 和 45, HDLMAS (17) 的初始状态为

$$x_1(0) = [0, 6, 6]^T, x_2(0) = [12, 15, 18]^T,$$

$$x_3(0) = [18, 24, 21]^T, x_4(0) = [30, 27, 36]^T,$$

$$x_5(0) = [21, 27, 36]^T, x_6(0) = [15, 9, 3]^T.$$

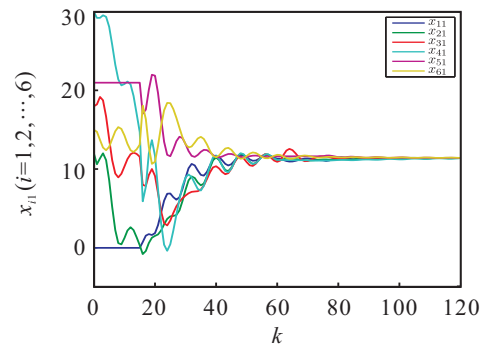


图 1 第 1 个分量的状态轨迹

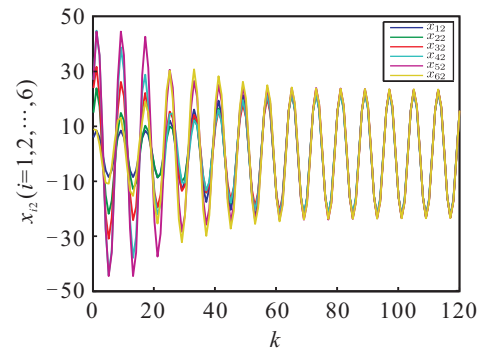


图 2 第 2 个分量的状态轨迹

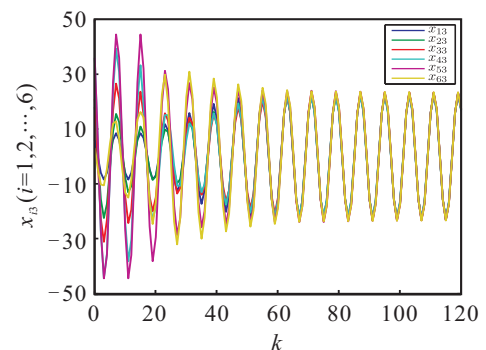


图 3 第 3 个分量的状态轨迹

由图 1~图 3 可以看出, 在给定协议、切换信息拓扑和设计的切换信号下, HDLMAS (17) 达到了状态一致.

4 结 论

本文给出了 HDLMAS 在有向切换信息拓扑下达到状态一致的平均驻留时间条件. 通过合适的线性变换, 将有向切换信息拓扑下 HDLMAS 的一致性问题的转换为相应 DLSS 的渐近稳定性问题. 利用切换系统稳定性的平均驻留时间方法, 得到 HDLMAS 在有向切换信息拓扑下达到状态一致的充分条件, 即平均驻留时间条件. 考虑了如下两种情况: 1) 信息拓扑集的部分信息拓扑是可一致的; 2) 信息拓扑集的所有信息拓扑都是可一致的. 数值例子验证了所得结论的正确性.

实际情况下, 多智能体网络系统会存在输入和通信时滞. 虽然本文只研究了 HDLMAS 在有向切换信息拓扑无时滞情况下达到一致的平均驻留时间条件, 但是该研究方法可以扩展到存在通信和输入时滞的情况.

参考文献(References)

- [1] Olfati-Saber R, Fax J A, Murray R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems[J]. Proc of the IEEE, 2007, 95(1): 215-233.
- [2] 杨洪勇, 张嗣瀛. 离散时间系统的多智能体的一致性[J]. 控制与决策, 2009, 24(3): 413-416.
(Yang H Y, Zhang S Y. Consensus of multi-agent system with discrete-time[J]. Control and Decision, 2009, 24(3): 413-416.)
- [3] Ge Y R, Chen Y Z, Zhang Y X, et al. State consensus analysis and design for high-order discrete-time linear multi-agent systems[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013, Article ID 192351: 1-13.
- [4] 俞辉, 蹇继贵, 王永骥. 多智能体时滞网络的加权平均一致性[J]. 控制与决策, 2007, 22(5): 558-561.
(Yu H, Jian J G, Wang Y J. Weighted average-consensus for networks of multi-agent with time-delays[J]. Control and Decision, 2007, 22(5): 558-561.)
- [5] Jadbabaie A, Lin J, Morse S A. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48(6): 988-1001.
- [6] Su Y F, Huang J. Two consensus problems for discrete-time multi-agent systems with switching network topology[J]. Automatica, 2012, 48(9): 1988-1997.
- [7] Liberzon D. Switching in systems and control[M]. Boston: Birkhauser, 2003: 58-61.
- [8] Hespanha J P, Morse A S. Stability of switched systems with average dwell-time[C]. Proc of the 38th IEEE Conf on Decision and Control. Phoenix, 1999: 2655-2660.
- [9] Zhai G S, Hu B, Yasuda K, et al. Piecewise Lyapunov functions for switched systems with average dwell time[J]. Asian J of Control, 2000, 2(3): 192-197.
- [10] Zhai G S, Hu B, Yasuda K, et al. Qualitative analysis of discrete-time switched systems[C]. Proc of the American Control Conf. Anchorage, 2002: 1880-1885.
- [11] Liu T, Zhao J, Hill D J. Exponential synchronization of complex delayed dynamical networks with switching topology[J]. IEEE Trans on Circuits and System, 2010, 57(11): 2967-2980.
- [12] Chen Y Z, Zhang Y X, He Z H, et al. Average dwell-time conditions of switching information topologies for consensus of linear multi-agent systems[C]. Proc of the 32nd Chinese Control Conf. Xi'an, 2013: 7115-7120.
- [13] Horn R A, Johnson C R. Topics in matrix analysis[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1991: 242-254.

(责任编辑: 李君玲)