第 29 卷 第 10 期
Vol. 29 No. 10

控 制 与 决 策
Control and Decision

2014 年 10 月
Oct. 2014

文章编号: 1001-0920 (2014) 10-1893-06 DOI: 10.13195/j.kzyjc.2013.0946

过度自信和需求不确定性对库存系统的影响

禹海波, 王晓微

(北京工业大学 经济与管理学院，北京 100124)

摘 要: 研究过度自信和需求不确定性对库存系统的影响. 通过引入一个均值增加、方差缩小的变换来定量刻画决策者的过度自信水平, 得到系统最优订货量和最优利润关于过度自信水平和单位缺货惩罚的单调性. 证明随机大的需求会导致较高的最优订货批量, 系统最优订货量在割准则序意义下具有随机单调性, 并给出了比较系统最优订货量的充分或充分必要条件. 进一步, 运用标准化随机变量的变换证明了在高利润环境下系统利润将随着需求可变性的增加而减少.

关键词: 过度自信；库存管理；可变性；随机占优

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Effect of overconfidence and demand uncertainty in inventory systems

YU Hai-bo, *WANG Xiao-wei*

(School of Economics and Management，Beijing University of Technology，Beijing 100124，China．Correspondent: YU Hai-bo，E-mail：haibo@bjut.edu.cn)

Abstract: The effect of overconfidence and demand uncertainty in inventory system is studied. In order to depict the decision-maker's overconfidence, a mean-increasing and variance-decreasing transformation is introduced. The monotonicities of the optimal order quantity and optimal profit on penalty cost and the overconfident level are obtained. It is proved that the larger demand leads to the high optimal order quantity, and the optimal order quantity has stochastic monotonicity under the cut criterion order. The corresponding sufficient conditions and/or necessary and sufficient conditions are given. Furthermore, by using standardized random variable transformation, it is proved that profit will decrease when the demand variability increases in the high profit condition.

Key words: overconfidence；inventory management；variability；stochastic dominance

0 引 言

本文运用应用概率中的随机占优来研究关于需求均值及方差预测都存在偏差的过度自信报童问题, 分析决策者的过度自信行为和需求不确定性对系统订货策略和最优利润的影响. 该类研究对企业在面对过度自信的非理性行为及需求不确定时进行库存决策具有较大的帮助.

传统的库存管理研究大多建立在新古典经济学的“理性经济人”假定之上, 即相信个体具有理性决策的能力并受自利动机的激励最大可能地实现预定目标, 并采用期望效用理论对不确定条件下的库存决策行为建模[1-2]. 然而, Kahneman 等[3-4]在吸收了实验心理学和认知心理学等领域最新研究成果的基础上, 通过大量的实验证明了在不确定条件下, 人类的实际决策系统性地偏离新古典经济学理论的逻辑预测. 因此, 对于复杂环境中库存管理只有从人类行为和心理认知影响角度出发的研究才能有效地指导实践. Gino 等[5]于 2008 年首次明确提出行为运作的概念, 刘作仪等[6]于 2009 年首次将行为运作管理概念引入国内. 2009 年 8 月国家自然科学基金委员会召开的 42 期“行为运作管理”双清论坛[7]说明了行为运作管理研究的重要意义及其广阔科研前景. 2009 年 12 月在清华大学举行的“行为运筹学与行为运作管理国际研讨会”将基于行为的供应链管理作为运作管理的四大研究内容之一.

目前已发表的考虑行为因素的库存与供应链模型及优化的文献有很多, 其中关于决策者过度自信的研究主要有: Moore 等[8]对 350 篇描述过度自信的文

收稿日期: 2013-07-12；**修回日期:** 2014-02-04.

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(70971001).

作者简介: 禹海波(1965−), 男, 副研究员, 博士, 从事供应链不确定性、风险管理等研究；王晓微(1987−), 女, 硕士生, 从事供应链不确定性的研究.

章进行了综述, 他们定义了 3 种形式的过度自信, 即过高估计、过高定位和过度精确. Croson 等[9]运用过度精确来描述过度自信倾向, 假设决策者认为的需求随机波动的方差比实际值小, 进而分析报童模型, 得出决策者将作出次优订购决策. 周永务等[10]用单个参数同时表征了过度自信零售商在期望需求及方差两方面的预测偏差, 结合报童模型对过度自信零售商的决策偏差进行了研究, 探究了过度自信零售商与理性零售商在订购量及利润方面的差别, 并采用回购契约对零售商的过度自信行为进行了矫正. 但他们是运用标准化随机变量的变换从均值和方差的角度进行分析的, 并未考虑需求不确定性对系统最优订货量和最优利润的影响. 国内还有一些学者例如包晓英等[11]、赵道致等[12]对过度自信供应链模型进行了研究. 目前学术界对过度自信行为倾向的研究刚刚起步, 成果较少, 且多集中于行为金融领域, 在运作管理领域, 尤其是考虑行为因素的库存管理还较为少见.

上述文献大都从库存与供应链优化的角度进行分析, 很少考虑需求不确定性对系统的影响. 需求不确定性对库存系统最优利润 (或最小费用) 的影响是一个非常难的研究课题. 可变序是研究需求不确定性对库存系统影响的有用工具, 常见的可变序有二阶随机占优 (递增凹序)、递增凸序、凸序等. Karlin 等[13]定义了割准则序. Whitt[14]通过两个随机变量密度函数之差的符号变换次数引入了多可变序. 关于可变序比较全面的研究参见文献 [15-16]. 关于需求不确定性对库存系统的影响, 经典的研究文献主要有文献 [17-20] 等.

Song[17]的研究结果表明, 随机大的提前期导致较高的库存水平, 但不一定导致较高的成本; 另一方面, 波动较大的提前期总是会产生较高的成本. Song 等[21]将这一结果推广到 (r,q) 存储策略的库存系统. Ridder 等[19]通过研究得到了与 Song[17]不一致的结果, 证明了存在一类需求分布使得需求的可变性越大, 系统的费用反而越低. Gerchak 等[20]针对最小化费用的报童问题研究了需求可变性与风险分担益处之间的关系, 通过一个例子说明了当单个需求可变性增加时风险分担的益处反而减少. Yu 等[22]在批发价契约下研究了需求不确定性对系统策略和利润的影响, 运用随机比较方法证明了在随机大意义下需求越大则企业的销售量和利润也越大. 禹海波[23]通过引入定义在不同支撑概率分布上的二阶、三阶占优函数以及可变序来研究需求不确定性对库存系统策略与利润的影响. 禹海波等[24]对需求依赖销售努力的库存系统进行了研究, 在一阶和二阶随机占优意义下对加乘需求模型进行探讨, 得到比较系统最优利润和努力水平的充分条件或充分必要条件. 禹海波[25]用随机比较的方法研究了需求不确定性对最大化 CVaR 约束库存系统的影响. 关于随机占优理论及其在供应链系统中应用的最新研究参见文献 [26].

本文在文献 [9] 的研究基础上, 建立需求均值不等且考虑缺货惩罚的报童模型, 着重分析了需求不确定性对系统的影响. 本文创新之处包括: 1) 得到系统最优订货量和最优利润的解析表达式及其关于过度自信水平和单位缺货惩罚的单调性. 2) 证明系统最优订货量在一阶随机占优和割准则序意义下具有随机单调性, 并给出比较系统最优订货量的充分或充分必要条件. 3) 运用标准化随机变量的变换证明了均值和方差的变化对系统利润的影响.

记 A$\Rightarrow$ B 表示命题 A 蕴含命题 B; A$\Leftrightarrow$ B 表示命题 A 与命题 B 等价.

1 模型与最优解

考虑两个单周期单类产品的库存系统, 这两个系统除需求分布不同外, 其余假设 (如过度自信水平、单位缺货惩罚等模型参数) 均相同. 系统 i 中需求 X_i 是定义在区间 $[\ell_i,\infty)$ 上的一般连续型随机变量, $\ell_i\geqslant 0$, X_i 的概率密度函数和累积分布函数分别为 $f_i(\cdot)$ 和 $F_i(\cdot)$, 其均值、方差和变异系数分别为 $\mathrm{E}[X_i]<\infty$, $\mathrm{Var}(X_i)<\infty$ 和 $\mathrm{Cv}(X_i)=\sqrt{\mathrm{Var}(X_i)}/\mathrm{E}[X_i]$, $i=1,2$. 假设 $F_i(\cdot)$ 严格单调增, 它的逆分布函数记为 $F_i^{-1}(\cdot)$. 假设在周期开始时系统中没有库存, 在需求实现前报童决定订购量 y. 当需求的实现小于 y 时, 多余库存有数值 s 的销售剩余; 当需求的实现大于 y 时, 未满足的需求承受单位缺货惩罚成本 $g, g\geqslant 0$. 假定产品在订单下达后可以立即得到, 不计固定订货成本, 单位产品的订货成本记为 c, 单位产品零售价格为 p, $p>c>s$. 记 $m_i=F_i(\mathrm{E}[X_i])$, 表示实际需求小于或等于期望需求的概率.

过度自信报童对市场需求的信念存在偏差, 需求函数为

$$D_i^{\lambda,a}=\lambda X_i+(1-\lambda+a)\mathrm{E}[X_i]. \tag{1}$$

其中: $0<\lambda\leqslant 1,\ a\geqslant 0$. 此时

$$\mathrm{E}[D_i^{\lambda,a}]=(1+a)\mathrm{E}[X_i]\geqslant \mathrm{E}[X_i],$$
$$\mathrm{Var}(D_i^{\lambda,a})=\lambda^2\mathrm{Var}(X_i)\leqslant \mathrm{Var}(X_i),$$

过度自信报童认为的需求均值比实际的大, 方差比实际的小.

过度自信报童的目标是决定订货量 y 使其期望利润达到最大, 即

$$\max_{y\geqslant 0}\pi_i^{\lambda,a}(y)=\mathrm{E}[\mathit{\Pi}(y,D_i^{\lambda,a})]. \tag{2}$$

其中

$$\Pi(y, X_i) = p\min(y, X_i) + s(y - X_i)_+ - g(X_i - y)_+ - cy, \tag{3}$$

这里 $(x)_+ = \max\{x, 0\}$.

特别地, 1) 当 $\lambda = 1, a = 0$ 且 $g > 0$ 时, 对应于考虑缺货惩罚的理性报童情形[27], 2) 当 $0 < \lambda \leqslant 1$ 且 $a = g = 0$ 时, 对应于文献 [9] 研究的模型; 3) 当 $0 < \lambda < 1, a > 0$ 且 $g > 0$ 时, 对应于文献 [10] 提出的模型.

记 $y_i^{1,0}$ 和 $\pi_i^{1,0}(y_i^{1,0})$ 分别表示理性报童的最优订货量和最优利润, $y_i^{\lambda,a}$ 和 $\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})$ 分别表示过度自信报童的最优订货量和最优利润, 有

$$y_i^{\lambda,a} = \arg\max_{y\geqslant 0} \pi_i^{\lambda,a}(y),$$

$$\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a}) = \mathrm{E}[\pi(y_i^{\lambda,a}, D_i^{1,0})],\ i = 1, 2.$$

下面的定理分别给出了过度自信报童的最优订货量和最优利润的解析表达式及其关于过度自信水平和单位缺货惩罚的单调性.

定理 1 考虑由式 (1) 给出的一般需求模型, 假设定义在区间 $[\underline{\ell}_i, \infty)$ 上的连续型随机变量 X_i 的累积分布函数 $F_i(\cdot)$ 严格单调增, 它的逆分布函数记为 $F_i^{-1}(\cdot)$, $\rho = (p + g - c)/(p + g - s)$, $i = 1, 2$. 当 $0 < \lambda \leqslant 1$ 且 $a \geqslant 0$ 时, 有:

1) 系统 i 的最优订货量为

$$y_i^{\lambda,a} = \lambda F_i^{-1}(\rho) + (1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i]. \tag{4}$$

2) 对于任意的 $0 < \lambda \leqslant 1$ 且 $a \geqslant 0$, 当 $\rho \geqslant m_i$ 时 (高利润环境[28]或高缺货惩罚), $y_i^{\lambda,a}$ 在区间 $(0, 1]$ 上是 λ 的单调增函数; 当 $\rho < m_i$ 时 (低利润环境[28]或低缺货惩罚), $y_i^{\lambda,a}$ 在区间 $(0, 1]$ 上是 λ 的单调减函数.

3) 最优订货量 $y_i^{\lambda,a}$ 是单位缺货惩罚 g 的单调增函数且当 X_i 有 IFR 分布时, $y_i^{\lambda,a}$ 是单位缺货惩罚 g 的凹函数.

证明 1) 考虑问题 (2), 将 $\pi_i^{\lambda,a}(y)$ 对 y 求一阶导数, 令 $\partial\pi_i^{\lambda,a}(y)/\partial y = 0$, 解得式 (4).

2) 将 $y^{\lambda,a}$ 对 λ 求一阶导数得到最优订购量关于过度自信水平的单调性;

3) $\dfrac{\partial y^{\lambda,a}}{\partial g} = \dfrac{\lambda(1 - F_i(F_i^{-1}(\rho)))}{((p + g - s)f_i(F_i^{-1}(\rho)))} > 0$, 记失效率函数 $r_X(t) = f_i(t)/(1 - F_i(t))$, 则

$$\frac{\partial y^{\lambda,a}}{\partial g} = \frac{\lambda}{(p + g - s)r_X(F_i^{-1}(\rho))},$$

当 X_i 有 IFR 分布时, $\partial^2 y^{\lambda,a}/\partial g^2 < 0$. 定理成立. □

定理 2 考虑问题 (2), 假设定义在区间 $[\underline{\ell}_i, \infty)$ 上的连续型随机变量 X_i 的累积分布函数 $F_i(\cdot)$ 严格单调增, 它的逆分布函数记为 $F_i^{-1}(\cdot)$, 系统 i 的最优订货量 $y_i^{\lambda,a}$ 由式 (4) 给出, $\rho = (p + g - c)/(p + g - s)$, $i = 1, 2$. 当 $0 < \lambda \leqslant 1$ 且 $a \geqslant 0$ 时, 有:

1) 系统 i 的最优利润为

$$\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a}) = (p + g - c)y_i^{\lambda,a} - (p + g - s)\int_{\underline{\ell}_i}^{y_i^{\lambda,a}} F_i(x)\mathrm{d}x - g\mathrm{E}[X_i]. \tag{5}$$

2) 当 $a = 0$ 时, 系统 i 的最优利润 $\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})$ 在区间 $(0, 1]$ 是 λ 的单调增函数.

3) 如果 $a > 0$, 则当 $\rho \leqslant m_i$ 或 $\rho \geqslant F_i(((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i])/(1 - \lambda))$ 时, $\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})$ 在区间 $(0, 1]$ 是 λ 的单调增函数; 当 $m_i < \rho < F_i(((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i])/(1 - \lambda))$ 时, $\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})$ 在区间 $(0, 1]$ 是 λ 的单调减函数.

4) 当 $a = 0$ 且 $\rho \neq m_i$ 或 $a > 0$ 且 $\rho \neq F_i(((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i])/(1 - \lambda))$ 时, 过度自信报童的利润严格小于理性报童 (即 $\lambda = 1$, $a = 0$) 的利润; 当 $a = 0$ 且 $\rho = m_i$ 或 $a > 0$ 且 $\rho = F_i(((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i])/(1 - \lambda))$ 时, 过度自信报童的利润等于理性报童的利润.

证明 1) 将式 (4) 代入 $\mathrm{E}[\Pi(y, X_i)]$ 中得到系统 i 的最优利润, 其中 $\Pi(y, X_i)$ 由式 (3) 给出.

2) 当 $a = 0$ 时, 将式 (5) 对 λ 求一阶导数并结合定理 1 中 2) 即可得到.

3) 将式 (5) 两边对 λ 求一阶导数, 得

$$\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})/\partial\lambda = (p + g - s)(F_i^{-1}(\rho) - \mathrm{E}[X_i])(F_i(y_i^{1,0}) - F_i(y_i^{\lambda,a})).$$

如果 $a > 0$, 则当 $\rho \leqslant m_i$ 时, 有 $F_i^{-1}(\rho) - \mathrm{E}[X_i] \leqslant 0$, 且

$$y_i^{1,0} < y_i^{\lambda,a} \Rightarrow$$

$$F_i(y_i^{1,0}) < F_i(y_i^{\lambda,a}) \Rightarrow \frac{\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})}{\partial\lambda} \geqslant 0;$$

当 $\rho \geqslant F_i(((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i])/(1 - \lambda))$ 时, 有 $F_i^{-1}(\rho) - \mathrm{E}[X_i] > 0$, 且

$$y_i^{1,0} \geqslant y_i^{\lambda,a} \Rightarrow$$

$$F_i(y_i^{1,0}) \geqslant F_i(y_i^{\lambda,a}) \Rightarrow \frac{\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})}{\partial\lambda} \geqslant 0;$$

当 $m_i < \rho < F_i(((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i])/(1 - \lambda))$ 时, 有 $F_i^{-1}(\rho) - \mathrm{E}[X_i] > 0$, 且

$$y_i^{1,0} < y_i^{\lambda,a} \Rightarrow$$

$$F_i(y_i^{1,0}) < F_i(y_i^{\lambda,a}) \Rightarrow \frac{\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})}{\partial}\lambda < 0;$$

4) 如果 $a > 0$, 则当 $\rho > F_i((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i]/(1 - \lambda))$ 时, $y_i^{\lambda,a} < y_i^{1,0}$, 从而得到

$$\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a}) - \pi_i^{1,0}(y_i^{1,0}) = (p + g - s)\int_{y_i^{\lambda,a}}^{y_i^{1,0}} (y_i^{\lambda,a} - x)f_i(x)\mathrm{d}x < 0;$$

当 $\rho < F_i((1 - \lambda + a)\mathrm{E}[X_i]/(1 - \lambda))$ 时, $y_i^{\lambda,a} > y_i^{1,0}$, 从而得到

$$\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a}) - \pi_i^{1,0}(y_i^{1,0}) =$$

$$(p+g-s)\int_{y_i^{1,0}}^{y_i^{\lambda,a}}(x-y_i^{\lambda,a})f_i(x)\mathrm{d}x<0.$$

当 $a=0$ 时, 可得到同样的结论. □

注 1 1) 如果随机变量 X 的失效率函数 $r_X(t)=f_i(t)/(1-F_i(t))$ 是满足 $\{x|F(x)<1\}$ 的 t 的单调增函数, 则称 X 有 IFR 分布.

2) 当 $a=0, 0<\lambda\leqslant 1$ 且 $g\geqslant 0$ 时, 若 $\rho\geqslant m_i$, 则过度自信报童的订货量小于或等于理性报童的订货量; 若 $\rho<m_i$, 则过度自信报童的订货量大于理性报童的订货量.

3) 当 $a=0, 0<\lambda\leqslant 1$ 且 $g=0$ 时, 文献 [9] 得到了与注 1 的 1) 类似的结论.

2 需求不确定性对系统的影响

对于定义在不同区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的连续型随机变量 X_1 和 X_2, 其累积分布函数分别为 $F_1(\cdot)$ 和 $F_2(\cdot)$. 记 $\underline{\ell}_1\bigwedge\underline{\ell}_2=\min\{\underline{\ell}_1,\underline{\ell}_2\}$, 对于任意的 $t\in[\underline{\ell}_1\bigwedge\underline{\ell}_2,\infty)$, 有

$$H^1(t)=F_2(t)-F_1(t), \tag{6}$$

$$H^2(t)=\int_{\underline{\ell}_2}^t F_2(x)\mathrm{d}x-\int_{\underline{\ell}_1}^t F_1(x)\mathrm{d}x, \tag{7}$$

$$H^3(t)=\int_{\underline{\ell}_2}^t\int_{\underline{\ell}_2}^x F_2(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}x-\int_{\underline{\ell}_1}^t\int_{\underline{\ell}_1}^x F_1(u)\mathrm{d}u\mathrm{d}x, \tag{8}$$

$$V(t)=\int_{\underline{\ell}_2}^t xF_2(x)\mathrm{d}x-\int_{\underline{\ell}_1}^t xF_1(x)\mathrm{d}x, \tag{9}$$

其中 $H^k(\cdot)$ 和 $V(\cdot)$ 可能为分段函数. 例如, 假设 $\underline{\ell}_1>\underline{\ell}_2$, 当 $t\in[\underline{\ell}_2,\underline{\ell}_1]$ 时, $H^1(t)=F_2(t)$; 当 $t\in[\underline{\ell}_1,\infty)$ 时, $H^1(t)=F_2(t)-F_1(t)$. 下面给出一阶、二阶随机占优和割准则序的定义.

定义 1 假设定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的随机变量 X_1 和 X_2, 其概率密度函数分别为 $f_1(\cdot)$ 和 $f_2(\cdot)$, 函数 $H^1(t)$ 和 $H^2(t)$ 分别由式 (6) 和 (7) 给出. 若 $H^k(t)\geqslant 0$ 对所有的 $t\in[\underline{\ell}_1\bigwedge\underline{\ell}_2,\infty)$ 都成立, 则称 X_1 在 k 阶随机占优意义下比 X_2 大, 记为 $X_1\geqslant_{k-SD}X_2, k=1,2$. 如果 X_2 和 X_1 的累积分布函数之差的符号变换次数为 1, 即 $S(H^1(\cdot))=1$, 符号序列为 $+,-$, 则称 X_2 按割准则序比 X_1 大, 记为 $X_1\leqslant_{\rm cut}X_2$.

定义 1 中的一阶随机占优又称随机大, 可以证明 $X_1\geqslant_{1-SD}X_2\Rightarrow X_1\geqslant_{2-SD}X_2$. 此外, Whitt[14]和禹海波[26]证明当 $\mathrm{E}[X_1]\geqslant\mathrm{E}[X_2]$ 时, $X_1\geqslant_{\rm cut}X_2\Rightarrow X_1\leqslant_{2-SD}X_2$.

下面给出二阶矩、三阶占优函数以及可变函数之间的关系式, 证明见文献 [26].

引理 1 对于定义在不同区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的随机变量 X_1 和 X_2, 有

1) $\mathrm{E}[X_1^2]-\mathrm{E}[X_2^2]=2V(\infty)$;

2) 如果 $\mathrm{E}[X_1]=\mathrm{E}[X_2]$, 则

$$H^3(\infty)>0\Leftrightarrow\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2);$$

3) 如果 $\mathrm{E}[X_1]>\mathrm{E}[X_2]$, 则

$$V(\infty)<0\Rightarrow\mathrm{Cv}(X_1)<\mathrm{Cv}(X_2).$$

定理 3 假设需求 X_i 是定义在区间 $[\underline{\ell}_i,\infty)$ 上分布函数为 $F_i(\cdot)$ 的连续型随机变量, 它的逆分布函数记为 $F_i^{-1}(\cdot)$, 系统 i 的最优订货量由式 (4) 给出, $\rho=(p+g-c)/(p+g-s), i=1,2$. 当 $0<\lambda\leqslant 1$ 且 $a\geqslant 0$ 时, 有:

1) $X_1\geqslant_{1-SD}X_2\Rightarrow y_1^{\lambda,a}\geqslant y_2^{\lambda,a}$.

2) 假设 $\mathrm{E}[X_1]=\mathrm{E}[X_2]$, 有

$X_1\leqslant_{\rm cut}X_2$ 且 $H^3(\infty)>0\Leftrightarrow$

存在 $\rho_0\in(0,1)$ 有 $y_1^{\lambda,a}>y_2^{\lambda,a},\ \rho\in(0,\rho_0)$;

$y_1^{\lambda,a}<y_2^{\lambda,a},\rho\in(\rho_0,1)$ 且 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$.

3) 假设 $\mathrm{E}[X_1]>\mathrm{E}[X_2]$, 有

$X_1\leqslant_{\rm cut}X_2$ 且 $V(\infty)<0\Rightarrow$

存在 $\rho_0\in(0,1)$ 有 $y_1^{\lambda,a}>y_2^{\lambda,a}$,

$\rho\in(0,\rho_0)$ 且 $\mathrm{Cv}(X_1)<\mathrm{Cv}(X_2)$.

定理 3 证明了系统的最优订货量在一阶随机占优和割准则序意义下具有随机单调性, 并给出了在这两种随机序下比较两个系统最优订货量的充分或充分必要条件. 定理 3 的 1) 根据一阶随机占优的定义得到, 2) 和 3) 根据引理 1 得到, 证明略.

下面通过标准化随机变量变换的方法研究需求不确定性对系统最优利润的影响. 引入一个均值为 0 方差为 1 的随机变量 Z, 其概率密度函数和累积分布函数分别为 $f_z(\cdot)$ 和 $F_z(\cdot)$, 假设 $F_z(\cdot)$ 严格单调增, 它的逆分布函数记为 $F_z^{-1}(\cdot)$, 实际的市场需求 X_i 可表示为 $X_i=\mu_i+\sigma_iZ$, 这里 μ_i 和 σ_i 分别为市场需求 X_i 的均值和标准差. 假设 $F_z(\xi)=\rho, F_z^{-1}(\rho)=\xi$. 此时, 理性情形下系统 i 的最优订货量为 $y_i^{1,0}=\mu_i+\sigma_i\xi$, 过度自信情形下系统 i 的最优订货量为 $y_i^{\lambda,a}=(1+a)\mu_i+\lambda\sigma_i\xi,\ i=1,2$. 经计算, 系统 i 的最优利润可改写为

$$\begin{aligned}&\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})=\\&(p-c)\mu_i-\lambda\sigma_i\xi(c-s)-\\&(p+g-s)\sigma_i\Big[\int_{\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}}^{\infty}z\mathrm{d}F_z(z)-\\&(\lambda\xi+a\mu_i/\sigma_i)\int_{\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}}^{\infty}f_z(z)\mathrm{d}z\Big]-a\mu_i(c-s).\end{aligned} \tag{10}$$

其中: $(p-c)\mu_i$ (预计销售收入) 是固定的, 式 (10) 等号右端第 2 项及其以后表示成本.

定理 4 假设需求 X_i 是定义在区间 $[\underline{\ell}_i,\infty)$ 上的连续型随机变量, μ_i 和 σ_i 分别为市场需求 X_i 的均值和标准差. 系统 i 的最优利润表达式由式 (10) 给出.

1) 当 $0<\lambda\leqslant 1$ 时, 存在 $a_0>0$ 满足

$$p-c-a(c-s)+a(p+g-s)\int_{\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}}^{\infty}f_z(z)\mathrm{d}z=0.$$

当 $0\leqslant a<a_0$ 时, 系统 i 的最优利润 $\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})$ 是 μ_i 的单调增函数; 当 $a>a_0$ 时, 系统 i 的最优利润 $\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})$ 是 μ_i 的单调减函数.

2) 如果 $0<\lambda\leqslant 1$ 且 $a\geqslant 0$, 当 $\rho\geqslant m_i$ 时, 系统 i 的最优利润随需求方差的增大而减少.

3) 当 $0<\lambda\leqslant 1$ 且 $a\geqslant 0$ 时, 系统 i 的最优利润随单位缺货惩罚 g 的增加而减少.

证明 经典报童的随机利润由式 (3) 给出, 可改写为

$$\Pi(y,X_i)=(p-s)X_i-(c-s)y-(p+g-s)(X_i-y)_+.$$

又因为

$$\mathrm{E}[(X_i-y_i^{\lambda,a})_+]=\sigma_i\mathrm{E}\Big[\Big(Z-\lambda\xi-\frac{a\mu_i}{\sigma_i}\Big)_+\Big]=$$

$$\sigma_i\Big[\int_{\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}}^{\infty}z\mathrm{d}F_z(z)-\Big(\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}\Big)\int_{\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}}^{\infty}f_z(z)\mathrm{d}z\Big],$$

从而得到式 (10).

1) 将式 (10) 对 μ_i 求一阶导数和二阶导数, 得到

$$\frac{\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})}{\partial\mu_i}=$$

$$p-c-a(c-s)+a(p+g-s)\int_{\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}}^{\infty}f_z(z)\mathrm{d}z,$$

$$\frac{\partial^2\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})}{\partial\mu_i^2}=\frac{-a^2}{\sigma_i f_z}\Big(\lambda\xi+\frac{a\mu_i}{\sigma_i}\Big)<0,$$

所以存在 $a_0\in(0,\infty)$ 满足 $\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})/\partial\mu_i=0$, 有: $a\in(0,a_0)$ 时, $\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})/\partial\mu_i>0$; $a\in(a_0,\infty)$ 时, $\partial\pi_i^{1,0}(y_i^{\lambda,a})/\partial\mu_i<0$.

2) 和 3) 将式 (10) 分别对 σ_i 和 g 求一阶导数, 得到系统的最优利润关于方差和缺货惩罚的单调性. □

定理 4 证明了当 $0<a<a_0$ 时系统的最优利润随着需求均值的增加而增加, 而当 $a>a_0$ 时系统的最优利润随着需求均值的增加而减少, 这与文献 [29] 得到的结论一致, 并且在高利润环境下随着需求可变性的增大, 系统的利润将减小.

下面举例说明当 $a=0$ 时, 运用随机占优方法定理 4 的结论在需求服从截尾的指数分布和截尾的正态分布时成立.

例 1 假设 $a=0$, 且两个系统中的需求 X_1 和 X_2 分别服从定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的截尾指数分布, 记为 $X_i\sim\mathrm{Exp}(\underline{\ell}_i,\tau_i)$. X_i 的累积分布函数为 $F_i(t)=1-\mathrm{e}^{-\tau_i(t-\underline{\ell}_i)}$, $i=1,2$. 经计算 $F_i^{-1}(\gamma)=\underline{\ell}_i-\log(1-\gamma)/\tau_i$, $\gamma\in[0,1]$.

1) 假设 $\underline{\ell}_1=\underline{\ell}_2$, 有 $X_1\geqslant_{1-SD}X_2\Leftrightarrow\tau_1\leqslant\tau_2$. 此时, $\mu_1>\mu_2$, $\pi_1^{1,0}(y_1^{\lambda,0})>\pi_2^{1,0}(y_2^{\lambda,0})$. 条件 $\underline{\ell}_1=\underline{\ell}_2$ 和 $\tau_1\leqslant\tau_2$ 保证定理 4 中结论成立, 即系统的最优利润随着均值的增加而增加.

2) $\mathrm{E}[X_1]=\mathrm{E}[X_2]\Leftrightarrow\underline{\ell}_1-\underline{\ell}_2=1/\tau_2-1/\tau_1$. 均值相等条件下 $\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)\Leftrightarrow\underline{\ell}_1>\underline{\ell}_2$, 此时 $\pi_1^{1,0}(y_1^{\lambda,0})<\pi_2^{1,0}(y_2^{\lambda,0})$, 所以定理 4 中最优利润关于方差的单调性成立, 即需求可变性越大最优利润越小.

例 2 假设 $a=0$, 且两个系统中的需求 X_1 和 X_2 分别服从定义在区间 $[\underline{\ell}_1,\infty)$ 和 $[\underline{\ell}_2,\infty)$ 上的截尾正态分布, 记为 $X_i\sim\mathrm{TN}(\underline{\ell}_i,m_i,\tau_i^2)$. X_i 的累积分布函数为

$$F_i(t)=\frac{\Big[\varPhi\Big(\dfrac{(t-m_i)}{\tau_i}\Big)-\varPhi(L_i)\Big]}{[1-\varPhi(L_i)]},\ i=1,2.$$

其中: $\varPhi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}\mathrm{e}^{-\mu^2/2}\mathrm{d}\mu,\ x\in(-\infty,+\infty)$, $L_i=(\underline{\ell}_i-m_i)/\tau_i$. 假设 $\underline{\ell}_1=\underline{\ell}_2$, 则均值相等当且仅当 $m_2-m_1=\tau_1r^S(L_1)-\tau_2r^S(L_2)$, 其中 $r^S(t)=\phi(t)/[1-\varPhi(t)]$, $t\in(-\infty,+\infty)$, $\phi(t)$ 为标准正态分布的密度函数. 当均值相等时, $m_1\leqslant m_2$ 且 $\tau_1\leqslant\tau_2\Rightarrow\mathrm{Var}(X_1)<\mathrm{Var}(X_2)$, 此时 $\pi_1^{1,0}(y_1^{\lambda,0})<\pi_2^{1,0}(y_2^{\lambda,0})$, 所以在需求服从截尾的正态分布时, 最优利润关于方差的单调性成立.

当 $a>0$ 时, 最优利润在一阶随机占优和割准则序意义下的随机单调性可用与上述类似的方法来讨论.

3 结 论

本文运用应用概率中的随机占优研究过度自信行为和需求不确定性对库存系统订购策略和利润的影响, 得到了在一阶随机占优和割准则序意义下比较系统最优订货量的充分或充分必要条件, 并运用标准化随机变量的变换证明了均值较大的需求不一定导致较高的利润, 并且在高利润环境下, 系统的利润随需求可变性的增大而减小. 值得进一步研究的问题包括: 1) 过度自信和需求不确定性对供应链系统的影响; 2) 过度自信和需求不确定性对多零售商供应链系统的影响.

参考文献(References)

[1] Simon H A. A behavioral model of rational choice[J]. Quarterly J of Economics, 1955, 69(1): 99-118.

[2] Simon H A. Models of man[M]. New York: Wiley, 1957: 19-23.

[3] Daniel Kahneman, Amos Tversky. Subjective probability: A judgment of representativeness[J]. Cognitive Psychology, 1972, 3(3): 430-454.

[4] Daniel Kahneman, Amos Tversky. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 263-291.

[5] Francesca Gino, Gary Pisano. Toward a theory of behavioral operations[J]. Manufacturing Service Operations Management, 2008, 10(4): 676-691.
[6] 刘作仪, 查勇. 行为运作管理: 一个正在显现的研究领域[J]. 管理科学学报, 2009, 12(4): 64-74.
(Liu Z Y, Zha Y. Behavioral operations management: An emerging research field[J]. J of Management Science in China, 2009, 12(4): 64-74.)
[7] 刘作仪. 第42期双清论坛“行为运作管理”召开[R]. 中国科学基金, 2009: 356.
(Liu Z Y. Forty-second Shuangqing forum “behavioral operations management”held[R]. China Science Foundation, 2009: 356.)
[8] Moore Da, Pj Healy. The trouble with overconfidence[J]. Psychological Review, 2008, 115(2): 502-517.
[9] Croson D, Croson R, Ren Y. How to manage an overconfident newsvendor[R]. Dallas: Cox School of Business, Southern Methodist University, 2008.
[10] 周永务, 刘哲睿, 郭金森, 等. 基于报童模型的过度自信零售商的订货决策与协调研究[J]. 运筹与管理, 2012, 21(3): 62-66.
(Zhou Y W, Liu Z R, Guo J S, et al. Research on ordering decision and coordination of overconfident retailer based on newsvendor model[J]. Operations Research and Management Science, 2012, 21(3): 62-66.)
[11] 包晓英, 唐小我. 基于过度自信的供应链协调研究理论综述[J]. 软科学, 2011, 25(7): 124-126.
(Bao X Y, Tang X W. A Survey of theories about supply chain coordination on the basis of overconfidence[J]. Soft Science, 2011, 25(7): 124-126.)
[12] 赵道致, 吕昕. 随机需求下基于供应商过度自信的VMI模型[J]. 系统工程, 2011, 29(8): 1-7.
(Zhao D Z, Lv X. Vender managed inventory model based on overconfident suppliers under stochastic demand[J]. System Engineering, 2011, 29(8): 1-7.)
[13] Samuel Karlin, Albert Novikoff. Generalized convex inequalities[J]. Pacific J of Math, 1963, 13(4): 1251-1279.
[14] Whitt W. Uniform conditional variability ordering of probability distributions[J]. J of Appl Prob, 1985, 22(3): 619-633.
[15] Stoyan D. Comparison methods for queues and other stochastic models[M]. Wiley: New York, 1983.
[16] Shaked M, Shanthikumar J G. Stochastic orders and their applications[M]. New York: Academic Press, 1994.
[17] Song J S. The effect of leadtime uncertainty in a simple stochastic inventory model[J]. Management Science, 1994, 40(5): 603-612.
[18] Song J S. Understanding the leadtime effects in stochastic inventory systems with discounted costs[J]. Operations Research Letters, 1994, 15(2): 85-93.
[19] Ridder A, van der Laan E, Solomon M. How larger demand variability may lead to lower costs in the newsvendor problem[J]. Operatiions Research, 1998, 46(6): 934-936.
[20] Gerchak Y, He Q-M. On the relation between the benefit of risk pooling and the variability of demand[J]. IIE Transactions, 2003, 35(11): 1027-1031.
[21] Song J S, Zhang H Q, Hou Y M, et al. The effect of lead time and demand uncertainties in (r, q) inventory systems[J]. Operations Research, 2010, 58(1): 68-80.
[22] Yu H B, Yang C P. The wholesale price contract under the conditional value-at-risk criterion[C]. 2010 Int Conf on Management Science and Information Engineering. Zhengzhou: Institute of Electrical and Electronic Engineers, 2010: 231-235.
[23] 禹海波. 需求不确定性对库存系统策略与最优利润的影响[C]. 中国系统工程学会第17届年会论文集. 南京, 2012: 362-368.
(Yu H B. The effects of demand uncertaity on inventory policy and optimal profits[C] . Systems Engineering Society 17th Annual Meeting Proceedings. Nanjing, 2012: 362-368.)
[24] 禹海波, 杨传平. 需求依赖销售努力库存系统的随机比较[J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(6): 9-17.
(Yu H B, Yang C P. Stochastic comparison on inventory system with demand depending on sales efforts[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2013, 43(6): 9-17.)
[25] 禹海波. 需求不确定性对条件风险价值约束库存系统的影响[J]. 控制与决策, 2013, 28(9): 1389-1392.
(Yu H B. Impact of demand uncertainty on inventory system with conditional value-at-risk constrain[J]. Control and Decision, 2013, 28(9): 1389-1392.)
[26] 禹海波. 供应链系统的随机比较[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
(Yu H B. The stochastic comparison of supply chain[M]. Beijing: Science Press, 2013.)
[27] Cachon P G. Supply Chain Coordination with Contracts [EB/OL]. (2014-07-01). http://opim.wharteon.upenn.edu/cachon. 2003.
[28] Schweitzer M E, Cachon G P. Decision bias in the newsvendor problem with a known demand distribution: Experimental evidence[J]. Management Science, 2000, 46(3): 404-420.
[29] Xu M H, Chen Y H, Xu X L. The effect of demand uncertainty in a price-setting newsvendor model[J]. European J of Operational Research, 2010, 207(2): 946-957.

(责任编辑：孙艺红)