

基于证据理论的前景构建方法

杜元伟, 刘 静, 龙银才

(昆明理工大学 管理与经济学院, 昆明 650093)

摘 要: 为了解决现有成果只重视前景评价而忽视前景构建的问题, 运用专家投票技术提出方案结果可能集的推断方法. 结合相对比较判断和互补判断赋值的思想构建能够有效提取专家认知信息的概率推断矩阵, 并给出其向基本概率分配函数转换的定理. 在此基础上, 将每个专家视为独立证据源, 基于 Dempster 组合规则和 DSmp 概率转换方法提出前景构建的具体步骤, 并通过应用案例模拟分析演示了所提出方法的操作过程.

关键词: 前景构建; 结果推断; 概率推断; 前景理论; 证据理论

中图分类号: C934

文献标识码: A

Prospect building method based on Dempster-Shafer theory

DU Yuan-wei, LIU Jing, LONG Yin-cai

(Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China.

Correspondent: DU Yuan-wei, E-mail: duyuanwei@gmail.com)

Abstract: In order to solve the problem that prospect evaluation is paid much attention whereas prospect building is ignored in existing research, the inference method of alternative's outcomes possibility set is proposed by utilizing expert voting technology. After that, the thoughts of relative comparison judgment and complementary judgment assignment are combined to construct the probability inference matrix to extract experts cognitive information effectively, and a transformation theorem is introduced to derive basic probability assignment(BPA) from the probability inference matrix. Finally, each expert is considered as an independent evidence source, then specific steps for building prospects are presented in view of the Dempster combination rule and the DSmp transformation method. A case simulation analysis is applied to describe the operational process of the presented method.

Keywords: prospect building; outcome inference; probability inference; prospect theory; evidence theory

0 引 言

前景理论^[1]是在大量实验的基础上, 对决策者在不确定情境下的决策行为进行研究而得到的一种描述性决策理论, 能够较为合理地解释期望效用理论中存在的如 Allias 悖论、Ellsberg 悖论等问题. 该理论将决策过程分为“编辑”和“评价”两个阶段: 1) 在编辑阶段, 决策者将方案的各种可能结果编辑为相对于某个参照点的收益或损失; 2) 在评价阶段, 决策者结合方案结果的价值函数和结果发生可能程度的概率权重函数对方案进行优劣评价, 并据此开展决策. 目前, 有关前景理论的研究主要可以划分为理论拓展和应用探索两个方面. 在理论拓展方面, 学者们主要围绕结果价值、概率权重的函数定义形式和参数估计方

法等问题开展研究. 如: Levy 等^[2]利用前景随机占优准则检验 S 形价值函数的假设; Marco 等^[3]对皮尔逊效用函数参数族开展了研究, 并类比效用函数指出应用皮尔逊方程对权重函数进行参数估计是有可能实现的; Takahashi 等^[4]利用心理物理学的有关理论和法则, 推导了 Prelec 形式的概率权重函数, 并指出基于心理物理学的权重函数研究将会成为未来的一个研究方向; Neilson 等^[5]对累积前景理论参数估计进行了探索, 通过实验发现没有一个估计参数能同时解释赌博行为、Allias 悖论行为或其他选择模式. 在应用探索方面, 前景理论作为一种重要的行为决策技术应用于解决各种背景下的现实决策问题. 如: Fan 等^[6]将前景理论引入到决策分析过程之中, 提出了一种考虑

收稿日期: 2014-01-07; 修回日期: 2014-08-25.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71462022, 71261011); 云南省应用基础研究计划项目(2013FB030, 2011FZ021); 云南省教育厅重点项目(2012Z103); 云南省哲学社会科学创新团队建设项目(2014cx05).

作者简介: 杜元伟(1981—), 男, 教授, 博士后, 从事管理决策、信息融合等研究; 刘静(1987—), 女, 硕士生, 从事管理决策的研究.

抱负水平的多属性决策方法; Coelho等^[7]基于前景理论提出了一种规划模型, 研究共同农业政策(CAP)对农民行为的影响; 池丽旭等^[8]系统分析了投资者的行为偏差和风险偏好特征, 在此基础上进一步确定了决策者投资过程中的参考价格水平. 可以发现, 无论是在理论拓展方面还是在应用探索方面, 现有的关于前景理论的成果都是从“评价”阶段展开的, 它们对促进该理论逐步走向成熟起到了至关重要的作用. 但是, 这些理论的构建和应用的开展都建立在前景已知的基础之上, 或者说都假设方案所有可能出现的结果及其发生概率已经被完全认知出来. 在前景未知的条件下, 现有成果都将失效, 特别是决策问题的日趋复杂性容易造成专家所掌握的知识总是片面的, 所给出的推断信息也总是不完备的, 这便决定了构建前景并非易事.

考虑到证据理论作为一种不确定信息推理技术, 既具有表达“不知道”、“不确定”等不完备信息的能力, 又能对不完备信息进行有效融合, 本文将研究对象界定为“编辑”阶段的前景构建问题, 并基于证据理论提出一种前景构建方法, 以期为现有相关研究成果的顺利实施奠定前期基础.

1 问题界定和结果推断方法

前景理论中的“编辑”阶段可以分为编码、分离、合成、删除4个步骤^[1]. 其中: 编码将方案的可能结果与参考点进行比较, 并根据偏离情况将结果编译为获得或损失; 分离是指一些前景中包含的无风险部分将从有风险部分分离出来, 以收益性前景(100, 0.3; 200, 0.7)为例, 它可以被分离成确定收益部分100和风险部分(100, 0.7); 合成将前景中具有相同结果的概率相加而使其得以简化, 如前景(50, 0.25; 50, 0.25)可以简化为(50, 0.5); 删除是指决策者对于不同赌局中的相同因素不予考虑. 由此可见, 上述编辑步骤得以开展的基本前提是, 要能科学地识别出方案的所有可能的结果及其对应的发生概率, 这是本文要解决的核心问题.

为了对前景构建问题进行全面的认知, 围绕决策问题在相关领域内尽可能广泛地选择专家群体, 邀请他们结合各自的知识背景、工作经验, 从不同视角对前景构建问题开展推断, 并对所有专家给出的推断意见进行综合集成, 最终实现对前景的科学构建. 遵循上述思路, 设用于解决决策问题的备选方案集为 $A = \{a_i | i = 1, 2, \dots, I\}$, 与方案 a_i 对应的前景为 $P_i = (x_{i1}, p_{i1}; x_{i2}, p_{i2}; \dots; x_{iN_i}, p_{iN_i})$, 则前景构建问题可以描述为由多位专家基于所掌握的知识对方案可能发生的任一结果 x_{in} 及其发生概率 p_{in} 进行合理的推断, 并对所有推断结果进行有效融合的过程. 在上

述过程中, 会面对由于知识结构、认知能力等方面的差异而带来的推断难题——试图让所有专家按照特定的规则给出具有完备性的推断信息并不现实, 即使所有专家都给出了满足特定规则的信息, 其中也很可能存在着大量错误信息.

前景构建问题可以分解为结果推断问题和概率推断问题. 结果推断问题在现实中有时会被事先界定, 如国家自然科学基金在项目函评时已明确界定 A, B, C, D 四种可能的综合评审结果, 但有时并未事先界定, 此时可以运用专家投票技术^[9], 在广泛征求专家意见的基础上对投票结果加以统计整理进行解决. 具体而言: 设 a_i 在广义上可能发生结果的投票标签为 $\{x_{in} | n = 1, 2, \dots, N'_i\}$ (可以理解为非常宽泛的预估计), 有效结果的比例阈值为 Δ ; 在特定领域内选择的专家集为 $D_1 = \{d_j | j = 1, 2, \dots, J'\}$; 由专家 d_j 对 a_i 投票的结果为 $\{y_{in}^{(j)} | n = 1, 2, \dots, N'_i\}$, 其中 $y_{in}^{(j)}$ 为 0-1 变量, 当 $y_{in}^{(j)} = 1$ 时表示 d_j 认为结果 x_{in} 可能发生, 当 $y_{in}^{(j)} = 0$ 时表示 d_j 认为结果 x_{in} 不会发生. a_i 的结果可能集(有效结果的集合)可以通过对所有投票结果加以统计整理并与阈值进行比较得到, 即对于 $\forall x_{in}$, 若 $\sum_j y_{in}^{(j)} / N'_i \geq \Delta$, 表示 x_{in} 为有效结果, 则其应被纳入到 a_i 的结果可能集中, 否则不予纳入. 按照上述过程便可得到 a_i 的结果可能集 $\{x_{in} | n = 1, 2, \dots, N_i\}$. 因为结果可能集是所有专家从不同视角作出推断的综合集成, 所以可以认为是具有全面性的结果推断信息.

概率推断问题是确定方案可能集中任一结果发生的概率, 亦可邀请专家予以确定. 此时若邀请的专家人数过少, 则难以形成对概率推断问题的全面认知, 若专家人数过多, 则又会产生更多的噪声数据且增加额外的推断成本. 可以结合现实问题需要和成本约束, 从开展结果推断的专家中邀请其中一部分权威人士组成概率推断的专家集, 即 $D_2 = \{d_j | j = 1, 2, \dots, J\} \subset D_1$. 这样, 一方面有利于保证所邀请的专家能够了解前景推断的全过程, 作出更加合理的推断; 另一方面也有利于减少噪声数据, 尽可能地降低推断成本. 如: 国家自然科学基金项目评审便是从所有函评专家中邀请一些权威的作为会评专家. 特别地, D_1 中专家的重要性被视为等同, 这样有利于在公平氛围下从不同视角全方位地识别方案的所有可能发生结果, 其中虽然有噪声信息, 但能用有效结果的比例阈值 Δ 进行初次过滤, 即使不能被完全过滤掉, 也可以在后续的概率推断中被再次过滤(被赋予零概率或小概率); D_2 中专家的重要性被视为不同, 因为由各个专家给出的推断信息中可能会存在不同程度的噪

声, 并且这些噪声会对利用 Dempster 组合规则融合所有推断信息产生显著影响, 可以通过专家权重对含有噪声的推断信息进行预处理. 专家权重的确定方法很多, D_2 中专家的权重可根据现实情况选择一种合适的赋权方法予以确定, 如 AHP 法、Delphi 法等, 鉴于权重信息的易获取性, 本文推荐采用 AHP 方法, 不妨设 $d_j \in D_2$ 的专家权重为 w_j ($\forall w_j > 0, \sum_j w_j = 1$).

2 概率推断方法

方案的结果可能集 $\{x_{in} | n = 1, 2, \dots, N_i\}$ 中在未被 D_2 中某些专家个体认知的结果(元素), 这些结果可能会启发专家思维、加深认识程度, 但可能超出专家认知能力而使其无法进行概率推断, 因此基于结果可能集, 如何描述专家对结果发生概率推断给出的不完备性信息, 并据此进行科学合理融合, 便成为前景构建的焦点问题. 结果可能集中的元素是互斥且可穷举的, 可以视为 a_i 的识别框架, 即

$$\Theta_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN_i}\}, i = 1, 2, \dots, I.$$

考虑到参与概率推断的专家在知识结构、认知能力等方面都存在差异, 让所有专家都能够直接地、准确地给出推断信息并不现实. 为此, 本文选用符合人类逻辑思维的相对比较判断和互补判断赋值思想提取专家的概率推断信息, 并按照相关定理将其转化为证据信息, 最后应用证据理论确定结果可能集中元素的概率.

类似于文献 [10-11] 的推断信息描述方式, 首先, 请 d_j 基于自身知识, 将 Θ_i 中元素划分为若干个结果组 $\{X_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, K_j\}$, 组内结果具有相同的发生可能性且组间结果具有不同的发生可能性. 显然, 任意两组之间必是互斥的, 即 $X_{ij}^{(k)} \cap X_{ij}^{(k')} = \emptyset (k \neq k')$. 然后, 请 d_j 按照相对比较方法判断结果组 $X_{ij}^{(k)}$ 相对于识别框架 Θ_i 的相对发生可能性水平, 并依据互补判断规则构造概率推断矩阵 V_{ij} , 具体如表 1 所示. 表 1 中: “-”表示为了减轻专家负担, 无需进行比较赋值; $v_{ij}^{(k)}$ 为将 $X_{ij}^{(k)}$ 与 Θ_i 进行相对发生可能性比较的推断值, 因为 $X_{ij}^{(k)}$ 是从 Θ_i 中辨别出来的, 较 Θ_i 更有可能发生, 必有 $0.5 < v_{ij}^{(k)} \leq 1$ 且 $\bar{v}_{ij}^{(k)} = 1 - v_{ij}^{(k)}$, $k = 1, 2, \dots, K_j$. 类似可得到所有专家的概率推断矩阵 $V_{ij}, j = 1, 2, \dots, J$.

表 1 概率推断矩阵 V_{ij}

	$X_{ij}^{(1)}$	$X_{ij}^{(2)}$...	$X_{ij}^{(K_j)}$	Θ_i
$X_{ij}^{(1)}$	0.5	-	...	-	$v_{ij}^{(1)}$
$X_{ij}^{(2)}$	-	0.5	...	-	$v_{ij}^{(2)}$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots
$X_{ij}^{(K_j)}$	-	-	...	0.5	$v_{ij}^{(K_j)}$
Θ_i	$\bar{v}_{ij}^{(1)}$	$\bar{v}_{ij}^{(2)}$...	$\bar{v}_{ij}^{(K_j)}$	0.5

为了将专家的概率推断信息进行有效融合, 需要将概率推断矩阵转换为证据信息, 即基本概率分配函数 (BPA). BPA 函数是证据理论中的一个概念, 结合本文问题, 设由 d_j 对 a_i 的等可能结果组 $X_{ij}^{(k)}$ 推断的信度为 $m_{ij}^{(k)}$, 若 $m_{ij} : 2^{\Theta_i} \rightarrow [0, 1]$, 满足 $m_{ij}(\emptyset) = 0$ 且 $\sum_{X_{ij}^{(k)} \subseteq \Theta_i} m_{ij}^{(k)} = 1$, 则 m_{ij} 为 d_j 对 a_i 在概率推断问题上

给出的 BPA 函数. 由概率推断矩阵向 BPA 函数进行转换的定理如下 (证明过程见文献 [11] 中的定理 1).

定理 1 设由 d_j 对其辨识出的等可能结果组和识别框架 $\{X_{ij}^{(1)}, \dots, X_{ij}^{(K_j)}, \Theta_i\}$ 所构造的概率推断矩阵为 V_{ij} , 则与该矩阵对应的 BPA 函数 $\{m_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, K_j, K_j + 1\}$ 为

$$m_{ij}^{(k)} = \begin{cases} \frac{v_{ij}^{(k)}}{(1 - v_{ij}^{(k)}) \sum_{k=1}^{K_j+1} \left[\frac{v_{ij}^{(k)}}{1 - v_{ij}^{(k)}} \right]}, & k = 1, 2, \dots, K_j; \\ \frac{1}{\sum_{k=1}^{K_j+1} \left[\frac{v_{ij}^{(k)}}{1 - v_{ij}^{(k)}} \right]}, & k = K_j + 1. \end{cases} \quad (1)$$

注意到: 1) 对结果可能集中的元素进行等可能分组, 既体现了“物以类聚”的哲学思想, 有利于将保存在头脑中以不精确方式存在的知识有效地转化为推断信息, 又为后续进行相对比较创造了条件, 有利于规避传统判断矩阵构造方法中要求对所有元素都进行两两比较判断的信息过载弊端 (对于超出自身判断能力的部分, 所给出的很可能是一些错误信息); 2) 之所以要求对结果组 $X_{ij}^{(k)}$ 相对于识别框架 Θ_i 的发生可能性进行判断, 是因为专家在基于 Θ_i 进行结果组划分时, 已经对其推断能力范围进行了界定, 即将自己“知道”可能会发生的结果划分成组、“不知道”的赋值给未知不确定 (体现为 Θ_i), 将二者开展相对比较能够体现逻辑思维的前后一致性; 3) 每位专家针对结果可能集中的元素给出的分组允许存在不同之处—— d_j 和 $d_{j'} (j \neq j')$ 的推断信息很可能存在 $X_{ij}^{(k)} \neq X_{ij'}^{(k)}$ 或 $K_j \neq K_{j'}$, 这有利于充分获取不同水平的专家推断信息, 即当 d_j 认识较为深刻时, $X_{ij}^{(k)}$ 中元素较少, K_j 较大, 反之亦然.

3 前景构建方法

若将参与概率推断的每位专家都视为一个独立的证据源, 则前景构建方法可基于 Dempster 组合规则和 DSmp 概率转换方法进行设计, 步骤如下.

Step 1: 选择专家并确定权重. 在特定领域内尽可能广泛地选择专家 $D_1 = \{d_j | j = 1, 2, \dots, J\}$ 开展结果可能集的推断, 并结合现实问题需要和成本约束,

从 D_1 中选择部分权威专家 $D_2 = \{d_j | j = 1, 2, \dots, J\}$, 开展可能结果发生概率的推断, $D_2 \subset D_1$. 根据实际情况, 采用 AHP、Delphi 等方法确定 $d_j \in D_2$ 的专家权重为 $w_j, \forall w_j > 0, \sum_j w_j = 1$.

Step 2: 构建方案结果可能集. 设方案 a_i 可能结果的投票标签为 $\{x_{in} | n = 1, 2, \dots, N_i'\}$, 有效结果的比例阈值为 Δ , 由 $d_j \in D_1$ 对 a_i 投票的结果为 $\{y_{in}^{(j)} | n = 1, 2, \dots, N_i'\}$, $y_{in}^{(j)}$ 为 0-1 变量, 按照前文方法通过对投票结果加以统计整理并与阈值进行比较可得到 a_i 的结果可能集 (识别框架) $\Theta_i = \{x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN_i}\}, i = 1, 2, \dots, I$.

Step 3: 令 $i = 1$.

Step 4: 对结果进行等可能分组. 请 $d_j \in D_2$ 结合自身知识, 将 Θ_i 中元素划分为 K_j 个互斥的结果组 $\{X_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, K_j\}, X_{ij}^{(k)} \cap X_{ij}^{(k')} = \emptyset (k \neq k')$, 且每个分组内所有结果的发生可能水平基本相同、组与组之间的发生可能性不同.

Step 5: 构造概率推断矩阵. 由 d_j 对结果组 $X_{ij}^{(k)}$ 与识别框架 Θ_i 之间的相对发生可能性进行推断, 并按互补标度给出推断值 $v_{ij}^{(k)}, 0.5 < v_{ij}^{(k)} \leq 1, k = 1, 2, \dots, K_j$. 由表 1 可方便地构造源于 d_j 的概率推断矩阵 $V_{ij}, j = 1, 2, \dots, J$.

Step 6: 计算并融合 BPA 函数. 将概率推断矩阵 V_{ij} 代入定理 1, 得到与 d_j 对应的 BPA 函数 $\{m_{ij}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, K_j, K_j + 1\}, \forall j$. 为了反映专家推断信息具有不同的可利用程度, 采用证据折扣方法修正 BPA 函数^[10], 具体为

$$\tilde{m}_{ij}^{(k)} = \begin{cases} \frac{w_j m_{ij}^{(k)}}{\max_{j=1,2,\dots,J} w_j}, & k = 1, 2, \dots, K_j; \\ 1 - \sum_{k=1}^{K_j} \frac{w_j m_{ij}^{(k)}}{\max_{j=1,\dots,J} w_j}, & k = K_j + 1. \end{cases} \quad (2)$$

令 $c_i = \sum_{\cap_j X_{ij}^{(k)} = \emptyset} \left[\prod_j m_{ij}^{(k)} \right]$, 将修正后的 BPA 函数信息 $\tilde{m}_{ij}^{(k)}$ ($\forall j, k$) 代入式 (3) 所示的 Dempster 组合规则, 经过融合后可得到集结所有专家推断信息的综合 BPA 函数 m_i , 即

$$\tilde{m}_i(Y) = \begin{cases} 0, & Y = \emptyset; \\ \frac{1}{1 - c_i} \sum_{\cap_j X_{ij}^{(k)} = Y} \left[\prod_j m_{ij}^{(k)} \right], & Y \neq \emptyset. \end{cases} \quad (3)$$

Step 7: 转换综合 BPA 函数. 综合 BPA 函数是将概率分配给 Θ_i 的任意子集而非每个元素 (结果), 为构建前景还需进行概率分配的转换. 鉴于 DSmP 概率转换方法, 通过引入风险态度参数 $\varepsilon (\varepsilon \geq 0)$ 将 PrBel 方

法和传统 BetP 方法进行整合, 相对于其他转换方法可以计算出更为科学的概率分配结果^[12]. 故本文采用该方法将综合 BPA 函数 m_i 转化为各结果的发生概率 $p_{in} = \text{DSmP}_\varepsilon(x_{in}) (n = 1, 2, \dots, N_i)$, 即

$$\text{DSmP}_\varepsilon(x_{in}) = \frac{\sum_{Z_i \subseteq x_{in} \cap Y, |Z_i|=1} m_i(Z_i) + \varepsilon |x_{in} \cap Y|}{\sum_{Z_i \subseteq Y, |Z_i|=1} m_i(Z_i) + \varepsilon |Y|} m_i(Y), \quad (4)$$

其中 Z_i 为 Θ_i 的单元元素焦元.

Step 8: 组合构建方案的前景. 将由 Step 7 得到的概率信息 $\{p_{in} | n = 1, 2, \dots, N_i\}$ 与结果可能集 $\{x_{in} | n = 1, 2, \dots, N_i\}$ 进行有序组合, 可得到 a_i 的前景 $P_i = (x_{i1}, p_{i1}; x_{i2}, p_{i2}; \dots; x_{iN_i}, p_{iN_i})$. 令 $i = i + 1$, 若 $i \leq I$, 则转至 Step 4; 否则, 表明已完成所有方案的前景构建, 算法结束.

4 案例分析

某企业为了增强其核心竞争能力, 计划研发一种新产品 a_1 , 但该种产品投资大、技术含量高, 研发生产后一旦市场反响不好将使企业面临巨大损失. 为提供决策参考, 该企业邀请 10 位专家构建结果可能集 (征求他们对新产品未来可能盈亏的判断), 并从中选择 4 位专家 $\{d_1, d_2, d_3, d_4\}$ 推断可能结果的发生概率, 期望得到 a_1 的前景. 由 AHP 方法得到 4 位专家的权重为 $\{w_1, w_2, w_3, w_4\} = \{0.6, 0.2, 0.1, 0.1\}$. 根据经验, 该新产品未来可能发生结果应在 $[-40, +100]$ 百万之间, 故将投票标签设定为 $\{-40, -30, \dots, 90, 100\}$, 有效结果的比例阈值为 $\Delta = 30\%$ (表示只要有 30% 的专家认为该结果可能发生, 便将其纳入结果可能集中), 按照专家投票技术得到 a_1 的结果可能集 (识别框架) 为 $\Theta_1 = \{100, 50, 30, -10, -40\}$.

为进行概率推断, 请 d_j 对 Θ_1 中元素进行等可能分组, 划分为 K_j 个互斥结果组 $\{X_{1j}^{(k)} | k = 1, 2, \dots, K_j\}, X_{1j}^{(k)} \cap X_{1j}^{(k')} = \emptyset (k \neq k'), j = 1, 2, 3, 4$. d_j 遵循互补判断规则对 $X_{1j}^{(k)}$ 与 Θ_1 之间的相对发生可能性进行推断, 得到如下所示的推断信息 (限于篇幅, 仅列出 $X_{1j}^{(k)}$ 及其与 Θ_1 比较后的推断值 $v_{1j}^{(k)}$):

$$(X_{11}^{(k)} : v_{11}^{(k)}) = (\{50, 30\} : 0.9, \{100\} : 0.7, \{-10, -40\} : 0.6),$$

$$(X_{12}^{(k)} : v_{12}^{(k)}) = (\{100, 30\} : 0.7, \{50, -10\} : 0.6),$$

$$(X_{13}^{(k)} : v_{13}^{(k)}) = (\{50, 30, -10\} : 0.7),$$

$$(X_{14}^{(k)} : v_{14}^{(k)}) = (\{100, 50\} : 0.7, \{30, -40\} : 0.6). \quad (5)$$

由式 (5) 和表 1 构造 d_j 的概率推断矩阵 V_{1j} , 并

将其转换成相应的 BPA 函数 $\{m_{1j}^{(k)}|k = 1, 2, \dots, K_j, K_j + 1\}$. 结合式(2)和专家权重对 BPA 函数进行折扣处理, 得到经过修正的 BPA 函数值 $\{\tilde{m}_{1j}^{(k)}|k = 1, 2, \dots, K_j + 1\}$, $j = 1, 2, 3, 4$. 利用式(3)对所有 BPA 函数进行融合, 得到综合 BPA 函数如下所示:

$$\begin{aligned} m_1(100) &= 0.128, m_1(50) = 0.103, m_1(30) = 0.123, \\ m_1(-10) &= 0.018, m_1(-40) = 0.004, \\ m_1(\{30, 50\}) &= 0.415, m_1(\{-10, -40\}) = 0.061, \\ m_1(\{100, 30\}) &= 0.009, m_1(\{50, -10\}) = 0.006, \\ m_1(\{50, 30, -10\}) &= 0.005, \\ m_1(\{100, 50\}) &= 0.004, m_1(\{30, -40\}) = 0.002, \\ m_1(\{100, 50, 30, -10, -40\}) &= 0.041. \end{aligned} \quad (6)$$

在进行概率转换时取折衷态度 ($\varepsilon = 0.5$), 此时将综合 BPA 函数代入式(4)便可求出每个结果元素的发生概率, 按 Step 8 得到 a_1 的前景为

$$P_1 = \{100, 0.155; 50, 0.347; 30, 0.376; -10, 0.066; -40, 0.056\}.$$

5 结 论

本文以专家推断能力有限为出发点, 基于证据理论提出了一种前景构建方法. 首先由结果推断专家按照专家投票技术构建方案的结果可能集; 然后由概率推断专家将方案结果可能集中的元素进行等可能分组, 并结合相对比较判断和互补判断赋值思想构造能够有效描述专家认知信息的概率推断矩阵, 在此基础上按照特定的转换定理将概率推断矩阵转换为相应的 BPA 函数; 最后将每个专家均视为一个独立的证据源, 采用 Dempster 组合规则和 DSmp 方法对所有 BPA 函数信息进行融合并转换成与每个可能结果对应的概率, 据此将可能结果与概率进行有序组合便可以实现对方案前景的构造. 模拟案例分析演示了所提出方法的具体操作过程. 需要说明的是: 1) 参与推断的专家数量可以根据问题复杂程度和现实成本约束予以确定, 问题越复杂, 成本约束越宽松, 则专家的数量应该越多, 反之则专家的数量应该越少; 2) 本文仅对前景构建问题进行了研究, 如何利用所构建的前景开展决策可以参见引言中提及的应用探索类研究成果.

参考文献(References)

[1] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. *Econometrica*, 1979, 47(2): 263-292.

- [2] Levy H, Levy M. Experimental test of the prospect theory value function: A stochastic dominance approach[J]. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 2002, 89(2): 1058-1081.
- [3] Marco L, Annamaria S. The Pearson system of utility functions[J]. *European J of Operational Research*, 2006, 172(2): 560-573.
- [4] Takahashi T. Psychophysics of the probability weighting function[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2011, 390(5): 902-905.
- [5] Neilson W S, Stowe J. A further examination of cumulative prospect theory parameterizations[J]. *J of Risk and Uncertainty*, 2002, 24(1): 31-46.
- [6] Fan Z P, Zhang X, Chen F D, et al. Multiple attribute decision making considering aspiration-levels: A method based on prospect theory[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2013, 65(2): 341-350.
- [7] Coelho L A G, Pires C M P, Dionsio A T, et al. The impact of CAP policy in farmer's behavior - A modeling approach using the cumulative prospect theory[J]. *J of Policy Modeling*, 2012, 34(1): 81-98.
- [8] 池丽旭, 庄新田. 投资者的非理性行为偏差与止损策略——处置效应、参考价格角度的实证研究[J]. *管理科学学报*, 2011, 14(10): 54-66.
(Chi L X, Zhuang X T. Investors behavioural biases and stop-loss strategy: Empirical study based on disposition effect and reference point[J]. *J of Management Sciences in China*, 2011, 14(10): 54-66.)
- [9] Mehdi S, Farhad H L. The voting analytic hierarchy process method for discriminating among efficient decision making units in data envelopment analysis[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2011, 60(4): 585-592.
- [10] Beynon M J. A method of aggregation in DS/AHP for group decision-making with the non-equivalent importance of individuals in the group[J]. *Computers & Operations Research*, 2005, 32(7): 1881-1896.
- [11] 杜元伟, 谭莹莹, 段万春. 基于互补判断矩阵的 DS/AHP 方法[J]. *计算机工程与应用*, 2013, 49(5): 44-47.
(Du Y W, Tan Y Y, Duan W C. DS/AHP method based on complementary judgment matrix[J]. *Computer Engineering and Applications*, 2013, 49(5): 44-47.)
- [12] Jean D, Florentin S. A new probabilistic transformation of belief mass assignment[C]. *Int Conf on Information Fusion*. Cologne, 2008: 1-8.

(责任编辑: 郑晓蕾)