

广义马尔科夫跳变系统的部分模态依赖观测器设计

王国良, 孙广兢, 薄海英

(辽宁石油化工大学 信息与控制工程学院, 辽宁 抚顺 113001)

摘要: 针对系统状态变量不完全可测以及系统模态不能实时获得的实际情况, 研究广义马尔科夫跳变系统的部分模态依赖观测器及相应控制器的设计问题. 基于线性矩阵不等式技术, 运用模态依赖的李雅普诺夫函数讨论广义马尔科夫系统的正则和无脉冲特性, 给出使系统随机稳定的基于观测器的控制器存在的充分条件. 最后通过数值算例验证了所提出设计方法的有效性和优越性.

关键词: 马尔科夫跳变系统; 部分模态依赖; 观测器; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Partially mode-dependent observer design of singular Markovian jump systems

WANG Guo-liang, SUN Guang-jing, BO Hai-ying

(School of Information and Control Engineering, Liaoning Shihua University, Fushun 113001, China. Correspondent: WANG Guo-liang, E-mail: gliangwang@aliyun.com)

Abstract: Due to many practical system state variables partially observable and system modes not acquired online, an approach is developed to discuss the design of the partially mode-dependent observer and the controller for singular Markovian jump systems(SMJSs). Based on the LMI approach, a mode-dependent Lyapunov function is exploited to discuss the regularity and impulse-elimination of SMJSs. Sufficient conditions for the existence of the observer-based controller such that the closed-loop system is stochastically admissible are given in terms of LMIs. Finally, a numerical example is given to illustrate the effectiveness and the superiority of the design methods.

Keywords: Markovian jump systems; partially mode-dependent; observer; LMI

0 引言

1974年, Rosenbrock^[1]在复杂电网系统的研究中首次提出了广义系统的概念, 这类系统能够描述更广泛的实际系统, 如航空工程系统、电力系统、网络控制系统、化学反应系统等^[2-6].

广义系统具有重要的理论意义和应用价值^[7-8], 引起了学者的广泛关注. 对于许多实际系统, 系统内部元件发生故障、环境突然变化以及系统内部各个子系统间连接方式改变等原因会导致系统的结构发生改变, 这种现象通常可以运用马尔科夫链进行描述, 相应的系统称为马尔科夫跳变系统. 当广义系统受到这些随机因素影响时, 称之为广义马尔科夫跳变系统. 这类系统已经成为控制领域中的研究热点^[9-14].

实际上, 由于技术或经济的限制, 系统状态变量不能直接获得, 这就需要设计状态观测器来估计难以测量的状态变量. 近年来, 广义系统状态观测器的设计问题^[15-17]受到了广泛的关注, 其研究成果大多是模态依赖观测器和控制器^[18-20]. 然而, 模态依赖设计方法是一种理想化的设计方法, 因为在实际应用中, 很多数据信息虽然不会完全得不到, 但也不是实时获得的. 从这个角度看, 模态独立设计方法^[21]又是一种过于绝对化的设计方法. 总之, 上述两种传统的设计方法在实际应用中都有一定的局限性.

为了解决这一实际问题, 本文提出了基于部分模态依赖观测器的控制器设计方法, 建立了模态独立与模态依赖设计方法之间的联系, 并实现了上述传统设

收稿日期: 2014-02-13; 修回日期: 2014-04-17.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61104066, 61374043); 中国博士后科学基金项目(2012M521086); 辽宁省自然科学基金项目(2014020106); 辽宁省高等学校优秀人才支持计划项目(LJQ2013040).

作者简介: 王国良(1981—), 男, 副教授, 博士, 从事广义马尔科夫系统分析与控制的研究; 薄海英(1988—), 女, 硕士生, 从事广义马尔科夫系统分析与控制的研究.

计方法之间的良好过渡. 通过采用两种不同处理交叉项的方法最终以线性矩阵不等式的形式给出部分模态依赖观测器及相应控制器的存在条件, 并通过仿真算例验证了所得结果的有效性和优越性.

注 1 $\mathbf{R}^{n \times m}$ 表示 $n \times m$ 维的矩阵, $\deg(f(x))$ 表示 $f(x)$ 多项式的次数, $\det(\cdot)$ 表示行列式的值, $*$ 表示对称矩阵块中相应位置的转置, $\text{Rank}(M)$ 表示矩阵 M 的秩, $M^* = M + M^T$.

1 问题描述

考虑如下—类广义马尔科夫跳变系统:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = A_{\eta_t}x(t) + B_{\eta_t}u(t), \\ y(t) = C_{\eta_t}x(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: 矩阵 A_{η_t} , B_{η_t} , $C_{\eta_t} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 分别为系统矩阵; $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量; $u(t) \in \mathbf{R}^n$ 为控制输入; $E \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为导数项系数矩阵, 且 $\text{Rank}(E) = r < n$; $\eta_t \in W = \{1, 2, \dots, N\}$ 为系统的跳变信号. 马尔科夫跳变系统的转移概率为

$$\Pr\{\eta_{t+h} = j | \eta_t = i\} = \begin{cases} \lambda_{ij}h + o(h), & j \neq i; \\ 1 + \lambda_{ii}h + o(h), & j = i. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\lim_{h \rightarrow 0^+} (o(h)/h) = 0$ ($h > 0$); λ_{ij} 表示转移速率, 当 $i \neq j$ 时, $\lambda_{ij} > 0$, 且 $\lambda_{ii} = -\sum_{j \neq i} \lambda_{ij}$. 为了方便讨论, $A_{\eta_t} = A_i$, 其余类似.

定义 1^[9,12] 如果满足: 1) 当 $u(t) = 0$ 时, $\det(sE - A_i) \neq 0$ 成立; 2) 当 $u(t) = 0$ 时, $\det(sE - A_i) = \text{Rank}(E)$ 成立. 则称广义马尔科夫跳变系统是正则、无脉冲的.

对于广义马尔科夫跳变系统的观测器设计问题, 提出一种新的部分模态依赖的设计方法, 表示为

$$E\dot{\hat{x}}(t) = A_i\hat{x}(t) + B_iu(t) - (L + \alpha(t)L_i)(y(t) - C_i\hat{x}(t)). \quad (3)$$

同理, 可设计部分模态依赖控制器为

$$u(t) = (K + \beta(t)K_i)\hat{x}(t). \quad (4)$$

令状态误差为 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, 可得

$$E\dot{e}(t) = (A_i + (L + \alpha(t)L_i)C_i)e(t). \quad (5)$$

其中: $\hat{x}(t)$ 是系统状态 $x(t)$ 的估计值, K 和 K_i 是控制增益, L 和 L_i 是观测增益, $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 是满足伯努利过程的指标函数, 表示如下:

$$\alpha(t) = \begin{cases} 1, & \text{式(3)中 } \eta_t \text{ 传输成功;} \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (6)$$

$$\beta(t) = \begin{cases} 1, & \text{式(4)中 } \eta_t \text{ 传输成功;} \\ 0, & \text{否则.} \end{cases} \quad (7)$$

并且满足

$$\begin{cases} \Pr\{\alpha(t) = 1\} = \alpha, \\ \Pr\{\alpha(t) = 0\} = 1 - \alpha; \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \Pr\{\beta(t) = 1\} = \beta, \\ \Pr\{\beta(t) = 0\} = 1 - \beta; \end{cases} \quad (9)$$

$$\Pr\{(\alpha(t) - \alpha)^2\} = \alpha(1 - \alpha); \quad (10)$$

$$\Pr\{(\beta(t) - \beta)^2\} = \beta(1 - \beta). \quad (11)$$

2 主要内容

定理 1 系统(1)和(5)是随机容许的, 存在矩阵 $\hat{P}_i > 0$, $\bar{M}_i > 0$, $Z_i > 0$, $Z > 0$, \hat{Q}_i , \bar{N}_i , G , F , Y_i , \bar{L}_i , Y , L , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i1} & \Phi_{i3} & \sqrt{1 + \beta}B_i & \Psi_{i1} \\ * & -(G)^* & 0 & 0 \\ * & * & -I & 0 \\ * & * & * & \Psi_{i2} \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i2} & \Phi_{i4} & \sqrt{\beta}I & I \\ * & -(F)^* & 0 & 0 \\ * & * & -(X_i)^* + Z_i & 0 \\ * & * & * & -(G)^* + Z \end{bmatrix} < 0, \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} -Z_i & Y_i^T \\ * & -I \end{bmatrix} \leq 0, \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -Z & Y^T \\ * & -I \end{bmatrix} \leq 0. \quad (15)$$

其中

$$X_i = \hat{P}_i E^T + U\hat{Q}_i V,$$

$$Q_i = \bar{M}_i E + V^T \bar{N}_i U^T,$$

$$\Phi_{i1} = (A_i X_i + B_i Y + \beta B_i Y)^* + \lambda_{ii} E \hat{P}_i E^T,$$

$$\Phi_{i2} = (A_i^T Q_i + C_i^T \bar{L} + \alpha C_i^T \bar{L}_i)^* + \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} E^T \bar{M}_j E,$$

$$\Phi_{i3} = B_i Y + X_i^T - G^T,$$

$$\Phi_{i4} = C_i^T \bar{L} + Q_i^T - F^T,$$

$$\Psi_{i1} = [\sqrt{\lambda_{i1}} X_i^T E_R, \dots, \sqrt{\lambda_{i(i-1)}} X_i^T E_R, \sqrt{\lambda_{i(i+1)}} X_i^T E_R, \dots, \sqrt{\lambda_{iN}} X_i^T E_R],$$

$$\Psi_{i2} = -\text{diag}\{E_R^T \hat{P}_1 E_R, \dots, E_R^T \hat{P}_{i-1} E_R,$$

$$E_R^T \hat{P}_{i+1} E_R, \dots, E_R^T \hat{P}_N E_R\}.$$

则观测器参数 L_i 和 L 求解如下:

$$\begin{cases} L_i = Q_i^{-T} \bar{L}_i^T, \\ L = F^{-T} \bar{L}^T; \end{cases} \quad (16)$$

控制器参数 K_i 和 K 求解如下:

$$\begin{cases} K_i = Y_i X_i^{-1}, \\ K = Y G^{-1}. \end{cases} \quad (17)$$

证明 选取如下模态依赖李雅普诺夫函数:

$$V(t) = x^T(t)E^T P_i x(t) + e^T(t)E^T Q_i e(t). \quad (18)$$

如果系统是正则、无脉冲的, 由定义1可知

$$\begin{cases} E^T P_i = P_i^T E \geq 0, \\ E^T Q_i = Q_i^T E \geq 0. \end{cases} \quad (19)$$

则对式(18)求解弱无穷小有

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V(t) = & x^T(t) \left[(A_i^T P_i + P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)^* + \right. \\ & \left. \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T P_j \right] x(t) + e^T(t) \left[(A_i^T Q_i + C_i^T L^T Q_i + \right. \\ & \left. \alpha C_i^T L_i^T Q_i)^* + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T Q_j \right] e(t) - \\ & 2x^T(t)(P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)e(t). \end{aligned} \quad (20)$$

交叉项的处理如下:

$$\begin{aligned} & -2x^T(t)(P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)e(t) \leq \\ & x^T(t)[(1 + \beta)P_i^T B_i B_i^T P_i]x(t) + \\ & e^T(t)(K^T K + \beta K_i^T K_i)e(t). \end{aligned} \quad (21)$$

利用式(21)可以得到

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V(t) \leq & x^T(t) \left[(A_i^T P_i + P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)^* + \right. \\ & \left. (1 + \beta)P_i^T B_i B_i^T P_i + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T P_j \right] x(t) + \\ & e^T(t) \left[(A_i^T Q_i + C_i^T L^T Q_i + \alpha C_i^T L_i^T Q_i)^* + \right. \\ & \left. K^T K + \beta K_i^T K_i + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T Q_j \right] e(t) = \\ & \xi^T(t) \begin{bmatrix} J_i^P & 0 \\ 0 & J_i^Q \end{bmatrix} \xi(t) = \\ & \xi^T(t) J_i \xi(t). \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned} \xi^T(t) &= [x^T(t) \quad e^T(t)], \\ J_i^P &= (A_i^T P_i + P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)^* + \\ & (1 + \beta)P_i^T B_i B_i^T P_i + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T P_j, \\ J_i^Q &= (A_i^T Q_i + C_i^T L^T Q_i + \alpha C_i^T L_i^T Q_i)^* + \\ & K^T K + \beta K_i^T K_i + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T Q_j. \end{aligned}$$

为了保证 $J_i < 0$, 则有

$$J_i^P < 0, \quad (23)$$

$$J_i^Q < 0. \quad (24)$$

运用 Schur 补引理, 式(23)等价于

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i11} & \sqrt{1 + \beta} P_i^T B_i \\ * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_{i11} &= (A_i^T P_i + P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)^* + \\ & \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T P_j. \end{aligned}$$

令 $Y_i = K_i X_i, X_i = P_i^{-1}$, 式(25)等价于

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i12} & \sqrt{1 + \beta} B_i \\ * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_{i12} &= (A_i X_i + B_i K X_i + \beta B_i Y_i)^* = \\ & \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} X_i^T E^T P_j X_i. \end{aligned}$$

定义 $Y = KG$, 且 $|G| \neq 0$, 可以得到

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i13} & \Phi_{i3} & \sqrt{1 + \beta} B_i \\ * & -(G)^* & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (27)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_{i13} &= (A_i X_i + B_i Y + \beta B_i Y_i)^* + \\ & \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} X_i^T E^T P_j X_i. \end{aligned}$$

令

$$P_i = \bar{P}_i E + V^T \bar{Q}_i U^T, \quad \bar{P}_i > 0, |\bar{Q}_i| \neq 0.$$

其中: 矩阵 $U \in \mathbf{R}^{(n-r) \times n}$, 矩阵 $V \in \mathbf{R}^{n \times (n-r)}$, 并且满足 $EV = 0, UE = 0, E = E_L E_R^T$. 由文献[14]中的方法可知

$$X_i = P_i^{-1} = \hat{P}_i E^T + U \hat{Q}_i V. \quad (28)$$

其中: $\hat{P}_i > 0, |\hat{Q}_i| \neq 0$, 且 $E_L^T \bar{P}_i E_L = (E_R^T \hat{P}_i E_R)^{-1}$. 从而如下等式成立:

$$\begin{aligned} X_i^T E^T P_j X_i &= \\ X_i^T E_R (E_L^T \bar{P}_j E_L) E_R^T X_i &= \\ X_i^T E_R (E_R^T \hat{P}_j E_R)^{-1} E_R^T X_i, \quad j \neq i. \end{aligned} \quad (29)$$

结合式(28)和(29), 式(27)等价于(12).

令

$$Q_i = \bar{M}_i E + V^T \bar{N}_i U^T.$$

其中: $\bar{M}_i > 0, |\bar{N}_i| \neq 0$. 有

$$E^T Q_i = E^T \bar{M}_i E \geq 0.$$

另一方面, 为了进一步得到 LMI 形式, 引入一个新的不等式

$$K_i^T K_i \leq X_i^{-T} Z_i X_i^{-1}, \quad (30)$$

其中 $Z_i > 0$. 可得

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i21} & \sqrt{\beta} X_i^{-T} \\ * & -Z_i^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (31)$$

其中

$$\begin{aligned} \Phi_{i21} &= (A_i^T Q_i + C_i^T L^T Q_i + \alpha C_i^T L_i^T Q_i)^* + \\ & K^T K + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T \bar{M}_j E. \end{aligned}$$

令 $\bar{L}_i = L_i^T Q_i$, $\bar{L} = L^T F$, $|F| \neq 0$, 从而有

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i22} & \Phi_{i4} & \sqrt{\beta}I \\ * & -(F)^* & 0 \\ * & * & -X_i Z_i^{-1} X_i^T \end{bmatrix} < 0, \quad (32)$$

其中

$$\Phi_{i22} = (A_i^T Q_i + C_i^T \bar{L} + \alpha C_i^T \bar{L}_i)^* + K^T K + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T \bar{M}_j E.$$

对于 $Z > 0$, 引入另一个新的不等式

$$K^T K \leq G^{-T} Z G^{-1}, \quad (33)$$

容易得到

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i2} & \Phi_{i4} & \sqrt{\beta}I & I \\ * & -(F)^* & 0 & 0 \\ * & * & -X_i Z_i^{-1} X_i^T & 0 \\ * & * & * & -G Z^{-1} G^T \end{bmatrix} < 0. \quad (34)$$

由 $Z_i > 0$ 和 $Z > 0$, 可得

$$\begin{aligned} -X_i Z_i^{-1} X_i^T &\leq -(X_i)^* + Z_i, \\ -G Z^{-1} G^T &\leq -(G)^* + Z. \end{aligned}$$

从而式 (34) 等价于 (13). 另外, 式 (30) 和 (33) 在基于观测器的控制器设计中起很重要的作用, 分别等价于式 (14) 和 (15). \square

针对广义马尔科夫跳变系统, 定理 1 进行了基于部分模态依赖观测器的控制器设计, 考虑了系统模态信号被观测器和控制器利用的概率, 避免了完全模态依赖设计方法^[18-20]的局限性. 另外, 与文献 [20] 所给的双线性条件不同, 定理 1 中的条件具有 LMI 形式, 可以同时求解观测器参数和控制器增益, 从而降低了保守性. 当转移速率 (概率) 部分未知时, 文献 [22-23] 给出了正常马尔科夫跳变系统的 H_∞ 滤波方法. 在此基础上, 结合所提出的部分模态依赖设计方法, 可以进一步探讨广义马尔科夫跳变系统在转移速率部分未知时的相关问题.

定理 2 系统 (1) 和 (5) 是随机容许的, 存在矩阵 $\hat{P}_i > 0$, $\bar{M}_i > 0$, \hat{Q}_i , \bar{N}_i , G , F , Y_i , \bar{L}_i , Y , L , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i1} & \Phi_{i3} & \sqrt{\beta}B_i Y_i & B_i Y & \Psi_{i1} \\ * & -(G)^* & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -(X_i)^* + I & 0 & 0 \\ * & * & * & \Phi_{i6} & 0 \\ * & * & * & * & \Psi_{i2} \end{bmatrix} < 0, \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_{i5} & \Phi_{i4} \\ * & -(F)^* \end{bmatrix} < 0. \quad (36)$$

其中

$$\Phi_{i5} = (A_i^T Q_i + C_i^T \bar{L} + \alpha C_i^T \bar{L}_i)^* +$$

$$2I + \sum_{j=1}^N \lambda_{ij} E^T \bar{M}_j E,$$

$$\Phi_{i6} = -(G)^* + I.$$

证明 与定理 1 的证明类似, 这里用另一种方法处理交叉项, 有

$$\begin{aligned} &-2x^T(t)(P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)e(t) \leq \\ &x^T(t)(P_i^T B_i K K^T B_i^T P_i + \\ &\beta P_i^T B_i K_i K_i^T B_i^T P_i)x(t) + 2e^T(t)Ie(t). \end{aligned} \quad (37)$$

可以得到

$$\begin{aligned} \mathcal{L}V(t) &\leq \\ &x^T(t) \left[(A_i^T P_i + P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)^* + \right. \\ &P_i^T B_i K K^T B_i^T P_i + \beta P_i^T B_i K_i K_i^T B_i^T P_i + \\ &\left. \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T P_j \right] x(t) + e^T(t) \left[(A_i^T Q_i + \right. \\ &C_i^T L^T Q_i + \alpha C_i^T L_i^T Q_i)^* + \\ &2I + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T Q_j \left. \right] e(t) = \\ &\xi^T(t) \begin{bmatrix} J_i^P & 0 \\ 0 & J_i^Q \end{bmatrix} \xi(t) = \\ &\xi^T(t) J_i \xi(t). \end{aligned} \quad (38)$$

如果有

$$\begin{aligned} J_i^P &= \\ &(A_i^T P_i + P_i^T B_i K + \beta P_i^T B_i K_i)^* + \\ &P_i^T B_i K K^T B_i^T P_i + \beta P_i^T B_i K_i K_i^T B_i^T P_i + \\ &\sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T P_j < 0, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} J_i^Q &= \\ &(A_i^T Q_i + C_i^T L^T Q_i + \alpha C_i^T L_i^T Q_i)^* + \\ &2I + \sum_{j \in \mathcal{S}} \lambda_{ij} E^T Q_j < 0, \end{aligned} \quad (40)$$

则 $J_i < 0$. 可知式 (39) 和 (40) 分别等价于 (35) 和 (36). 以下证明过程类似于定理 1. \square

3 仿真算例

考虑如下广义马尔科夫跳变系统:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 + d_{11} & -0.1 \\ 0.8 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = [0.3 \quad -0.1]^T,$$

$$C_1 = [-1 \quad 0.5],$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.7 & 1.6 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = [-0.1 \ 0.2]^T,$$

$$C_2 = [-0.3 \ 0.2],$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.3 & 0.2 \\ -0.8 & -0.4 \end{bmatrix},$$

$$B_3 = [-0.4 \ 0.1]^T,$$

$$C_3 = [-0.1 \ 0.2],$$

其中 d_{11} 是任意变量. 奇异矩阵和转移速率分别为

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} -1 & 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & -2.2 & 1.7 \\ 0.9 & 0.8 & -1.7 \end{bmatrix}.$$

当系统模态不能实时可得时, 由定理 1 可知, 当 $\alpha = 0.5, \beta = 0.8$ 时, 定理 1 在 $d_{11} < 0.57$ 时无解. 令 $d_{11}^* = 0.57$, 可得控制增益为

$$K_1 = [-2.7135 \ -0.0012],$$

$$K_2 = [-0.5032 \ -2.3913],$$

$$K_3 = [2.5633 \ 0.1360],$$

$$K = [-0.7580 \ -1.4775];$$

观测器参数为

$$L_1 = \begin{bmatrix} 4.6154 \\ -0.6764 \end{bmatrix}, L_2 = \begin{bmatrix} 2.1856 \\ 9.3142 \end{bmatrix},$$

$$L_3 = \begin{bmatrix} 3.7010 \\ -7.9502 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} -0.2398 \\ 0.4737 \end{bmatrix}.$$

将上述基于观测器的控制器应用到原系统, 可得误差系统状态响应曲线(图 1). 运用文献 [20] 中的方法, 可知无论 d_{11} 取什么值, 都没有可行解. 因此, 部分模态依赖设计方法具有更小的保守性, 应用范围更广.

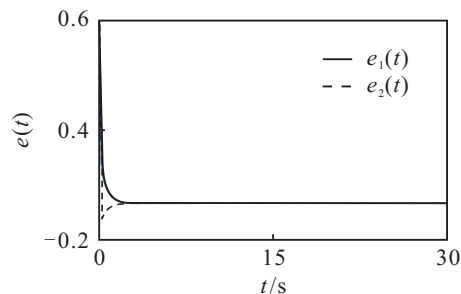


图 1 误差系统状态响应曲线

同理, 由定理 2 可知, 当 $d_{11}^* = 1.27$ 时, 控制增益和观测器参数为

$$K_1 = [-6.4203 \ -0.2080],$$

$$K_2 = [-5.1896 \ -5.1248],$$

$$K_3 = [4.7664 \ -0.2417],$$

$$K = [-1.3887 \ -0.1235],$$

$$L_1 = [22.1772 \ -0.3714]^T,$$

$$L_2 = [-0.3089 \ 8.2315]^T,$$

$$L_3 = [4.7621 \ -6.2385]^T,$$

$$L = [-0.8707 \ 0.2543]^T.$$

另外, 当 $A_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.1 + d_{12} \\ 0.8 & -0.5 \end{bmatrix}$, 其他参数不变时, 利用定理 1 和定理 2, 可以求解出 $d_{12} \leq d_{12}^*$ 时的相关参数(见表 1), 其中 d_{12}^* 为 d_{12} 的最大值.

表 1 可变参数的比较

定理	d_{11}^*	d_{12}^*
1	0.57	1.18
2	1.27	1.52

由表 1 可知, 定理 1 和定理 2 的保守性没有固定结论. 因此, 定理 1 和定理 2 可以作为两种不同的处理方法. 当 $\alpha = 0.6$ 时, 定理 1 在 $0 \leq \beta < 0.7$ 时无解. 此时基于部分模态依赖观测器的控制器可以允许 30% 的模态信号丢失或主动丢弃. 同理, 当 $\alpha = 0.6$ 时, 定理 2 在 $0 \leq \beta < 0.8$ 时无解. 此时基于部分模态依赖观测器的控制器可以承受 20% 的模态信号丢失. 从这个角度来说, 基于部分模态依赖观测器的控制器设计方法可以在一定程度上减低传输通道的压力, 从而提高通讯网络的整体性能. 综上所述, 设计部分模态依赖观测器及相应控制器是十分必要的, 既避免了系统模态依赖设计方法的弊端, 又减小了完全模态独立设计方法的保守性, 具有更广泛的应用.

4 结 论

本文研究了一类广义马尔科夫跳变系统的基于部分模态依赖观测器的控制问题. 由于所设计的基于观测器的控制器是部分模态依赖的, 可以保证相应系统在其系统模态信号不能实时获得时仍然正则、稳定、无脉冲. 分别采取两种方法对部分模态依赖观测器及控制器进行设计, 并且通过引入新的不等式, 将所得条件表述成 LMI 形式. 最后通过仿真算例验证了本文设计方法的有效性和优越性.

参考文献(References)

- [1] Rosenbrock H H. Structural properties of linear systems[J]. Int J of Control, 1974, 20(2): 191-202.
- [2] Dai L. Singular control systems: Lecture notes in control and information sciences[M]. New York: Springer-Verlag, 1989: 2-4.
- [3] 张双红, 任俊超. 广义系统正实反馈控制的一种新方法[J]. 控制工程, 2013, 20(2): 259-261. (Zhang S H, Ren J C. A new approach to positive real feedback control for descriptor systems[J]. Control Engineering of China, 2013, 20(2): 259-261.)

- [4] 史书慧. 切换广义系统的输出反馈控制[J]. 控制工程, 2013, 20(2): 357-361.
(Shi S H. H_∞ output feedback control for a class of switched singular systems[J]. Control Engineering of China, 2013, 20(2): 357-361.)
- [5] Cant B, Coll C, Snchez E. Positive N-periodic descriptor control systems[J]. Systems and Control Letters, 2004, 53(5): 407-414.
- [6] 刘建州, 方庆霞, 刘焯. 基于电力系统的广义大系统的稳定性[J]. 湖南大学学报: 自然科学版, 2009, 36(10): 50-53.
(Liu J Z, Fang Q X, Liu Y. Stability of Large-scale systems based on power systems[J]. J of Hu'nan University: Natural Science, 2009, 36(10): 50-53.)
- [7] Ahmad H, Boukas E K. Exponential stability of singular systems with multiple time-varying delays[J]. Automatica, 2009, 45(2): 539-545.
- [8] Xu S, Lam J. Robust admissibility of time-varying singular systems with commensurate time delays[J]. Automatica, 2009, 45(11): 2714-2717.
- [9] Boukas E K. Control of singular systems with random abrupt changes[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2008: 12.
- [10] Mariton M. Control of nonlinear systems with Markovian parameter changes[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(2): 233-238.
- [11] Lam J, Shu Z, Xu S Y, et al. Robust H_∞ control of descriptor discrete-time Markovian jump systems[J]. Int J of Control, 2007, 80(3): 374-385.
- [12] Xu S Y, Lam J. Control and filtering of singular systems[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2006: 197.
- [13] Boukas E K. On stability and stabilization of continuous-time singular Markovian switching systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2008, 2(10): 884-894.
- [14] Xia Y Q, Boukas E K, Shi P, et al. Stability and stabilization of continuous-time singular hybrid systems[J]. Automatica, 2009, 45(9): 1504-1509.
- [15] Yang C Y, Zhang Q L, Chou J H, et al. H_∞ observer design for descriptor systems with slope-restricted nonlinearities[J]. Asian J of Control, 2012, 14(4): 1133-1140.
- [16] Lu G P, Ho D W C. Full-order and reduced-order observers for Lipschitz descriptor systems: The unified LMI approach[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-II: Express Briefs, 2006, 53(7): 563-567.
- [17] Wu A G, Duan G R, Liu W Q. Proportional multiple-integral observer design for continuous-time descriptor linear systems[J]. Asian J of Control, 2012, 14(2): 476-488.
- [18] Zhang X M, Lu G P, Zheng Y F. Observer design for descriptor Markovian jumping systems with nonlinear perturbations[J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2008, 27(1): 95-112.
- [19] Gao Z W, Shi X Y. Observer-based controller design for stochastic descriptor systems with Brownian motions[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2229-2235.
- [20] Raouf J, Boukas E K. Observer-based controller design for linear singular systems with Markovian switching[C]. Proc of the 43rd IEEE Conf on Decision and Control. Atlantis: IEEE, 2004: 3619-3624.
- [21] de Souza C E. Robust stability and stabilization of uncertain discrete-time Markovian jump linear systems[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2006, 51(5): 836-841.
- [22] Wei Y L, Wang M, Qiu J B. New approach to delay-dependent H_∞ filtering for discrete-time Markovian jump systems with time-varying delay and incomplete transition descriptions[J]. IET Control Theory and Applications, 2013, 7(5): 684-696.
- [23] Wei Y L, Qiu J B, Karimi H R, et al. A new design of H_∞ filtering for continuous-time Markovian jump systems with time-varying delay and partially accessible mode information[J]. Signal Processing, 2013, 93(9): 2392-2407.

(责任编辑: 齐 霖)