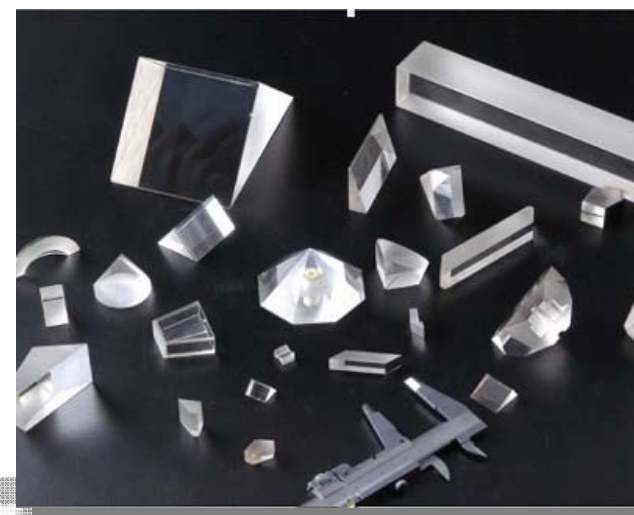


第六章：光的偏振性与应用

杨振宇



IRIDIAN Spectro Technologies

$\nabla \cdot D = \rho$
 $\nabla \cdot B = 0$
 $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$
 $\nabla \times H = j + \frac{\partial D}{\partial t}$
There was light

偏振光就在你身边

晴空
(散射)
部分偏振

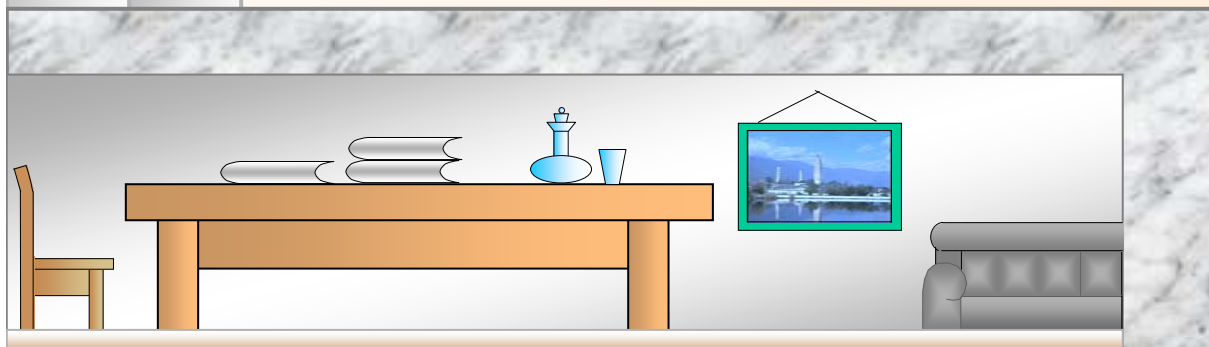
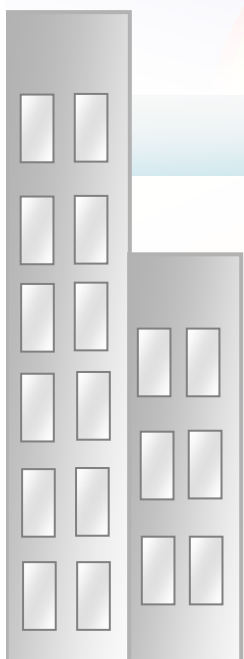
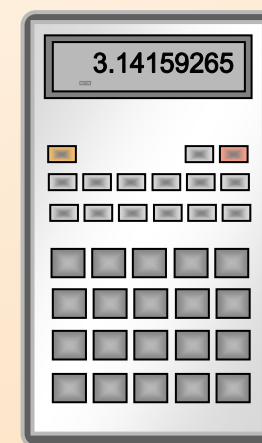
彩虹 (折射) 部分偏振

水面反光 (反射) 部分或线偏振

玻璃反光 (反射)
部分或线偏振

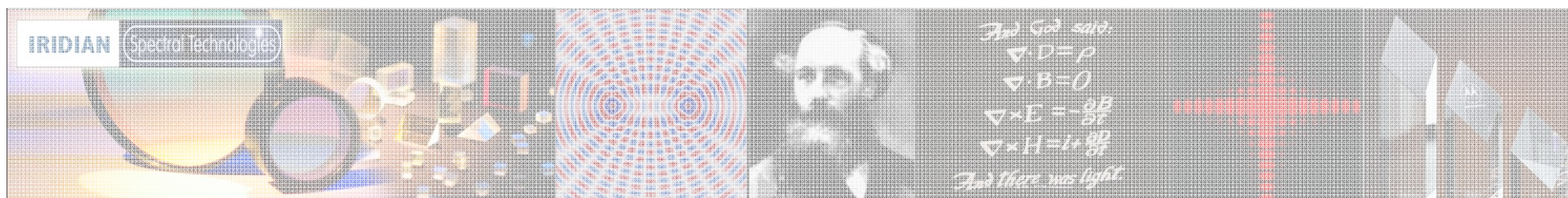
手机、计算器液晶显示
(晶体双折射) 线偏振

地板、桌面、家具反光
(反射) 部分偏振



主要内容

- 偏振光的产生
- 晶体光学
- 偏振器件



6-1 偏振态的描述 (7.1, 7.7)

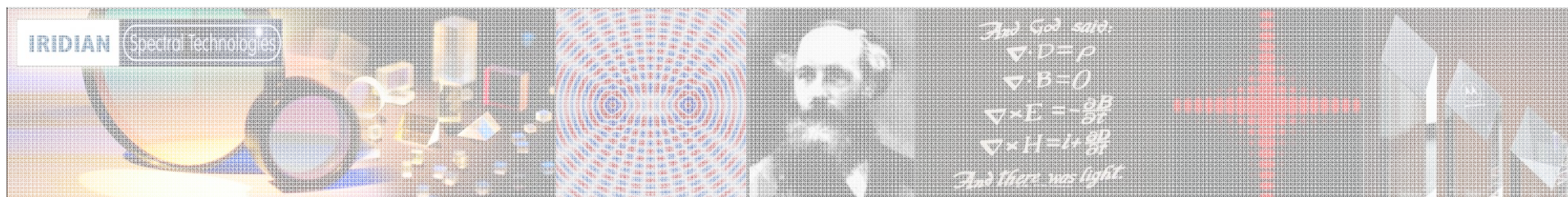
琼斯矢量 (参看课件2-1A)

➤ 线偏振光的琼斯矢量

光矢量	琼斯矢量
沿x轴	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
沿y轴	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$
与x轴成 $\pm 45^\circ$ 角	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm 1 \end{bmatrix}$
与x轴成 $\pm \theta^\circ$ 角	$\begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix}$

➤ 圆偏振光的琼斯矢量

光矢量	琼斯矢量
右旋	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$
左旋	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$

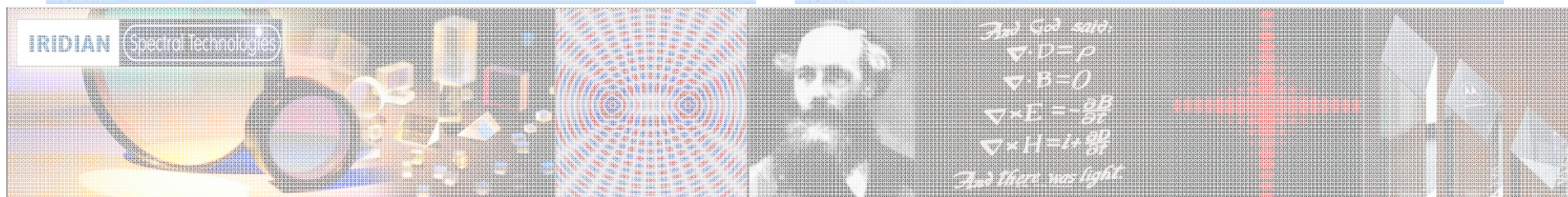


6-1

偏振光的产生

偏振片 (polarizer) : 能产生线偏振光的器件

视频展示: 偏振片在摄影中的应用



6-1

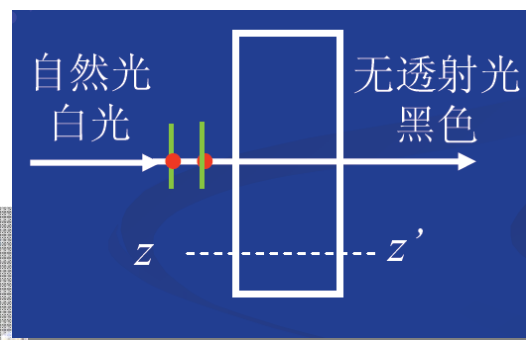
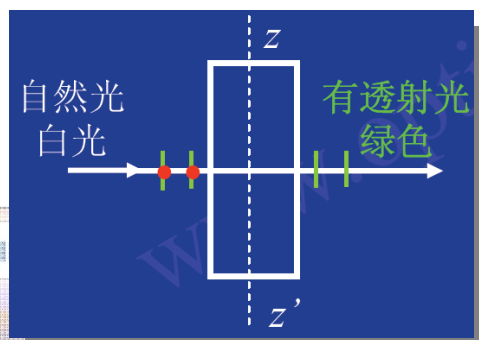
偏振光的产生

偏振片 (polarizer)：能产生**线偏振光**的器件

1. 晶体双折射 (**birefringence**) (6.3节介绍)；
2. 二向色性 (**dichroism**)；
3. 金属丝光栅 (**grid wire**)；
4. 折、反射。

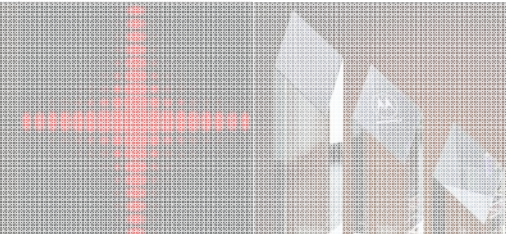
利用二向色性制成的偏振片

二向色性——对振动方向互相垂直的两种线偏振光的**选择吸收性**。如：电气石等双折射晶体



解释：电气石吸收振动方向**垂直光轴**的光

$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$
 $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$
 $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
 $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$
This time we light

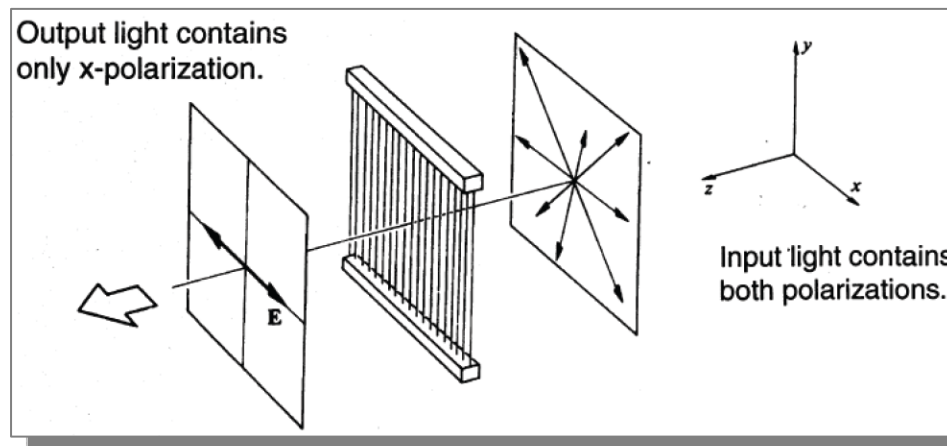


6-1

利用金属线栅制成的偏振片

优点：面积大，孔径大，成本低，生产方便，广泛使用。

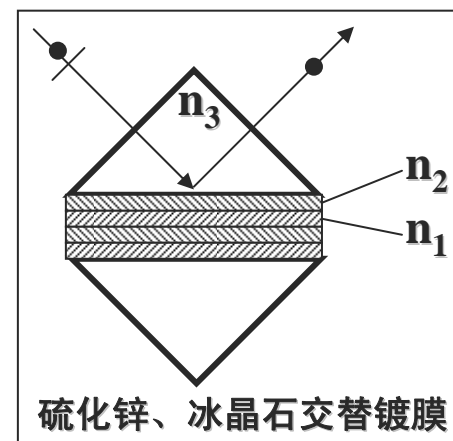
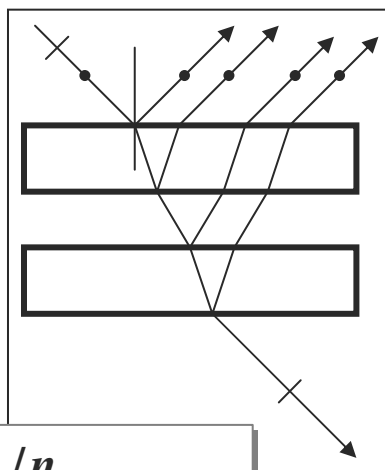
缺点：透过率低，消光比低，抗光损伤阈值低。



利用折、反射制成的偏振片

依据：垂直分量和平行分量在界面上的透射、反射系数不同。

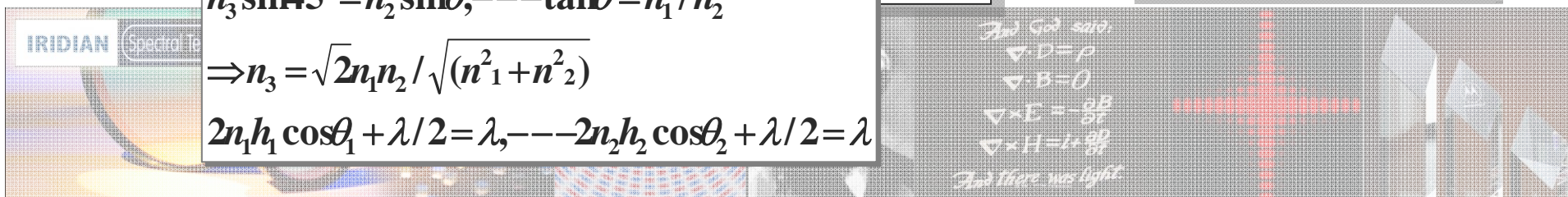
特别注意：布儒斯特角入射时，平行分量的反射系数为零。



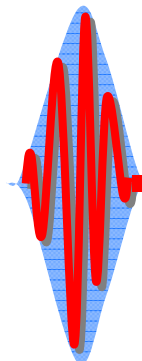
$$n_3 \sin 45^\circ = n_2 \sin \theta, \text{---} \tan \theta = n_1 / n_2$$

$$\Rightarrow n_3 = \sqrt{2n_1 n_2} / \sqrt{(n_1^2 + n_2^2)}$$

$$2n_1 h_1 \cos \theta_1 + \lambda / 2 = \lambda, \text{---} 2n_2 h_2 \cos \theta_2 + \lambda / 2 = \lambda$$



6-1



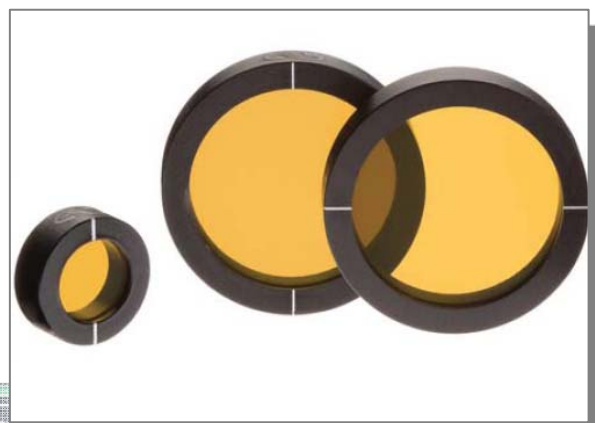
偏振片的实物照片



Precision Linear Polarizers



Glan-Laser Calcite Polarizers



Polarcor™ Linear Polarizer



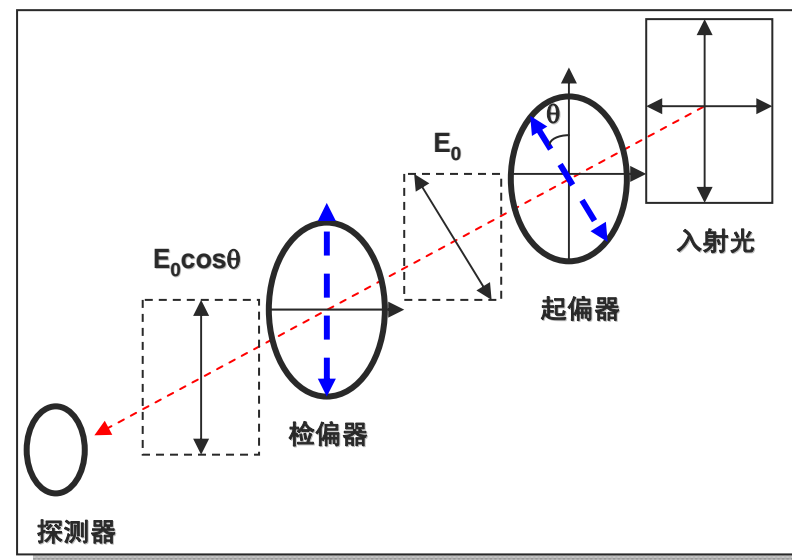
6-1

马吕斯定律

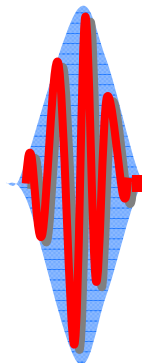
- 产生偏振光的器件—起偏器
- 检查偏振光的器件—检偏器
- 如果偏振片是理想的（产生完全线偏光），则入射光经起偏器、检偏器后的光强 $I = I_0 \cos^2 \theta$ —马吕斯定律

其中 θ 为起偏和检偏器透光轴的夹角，

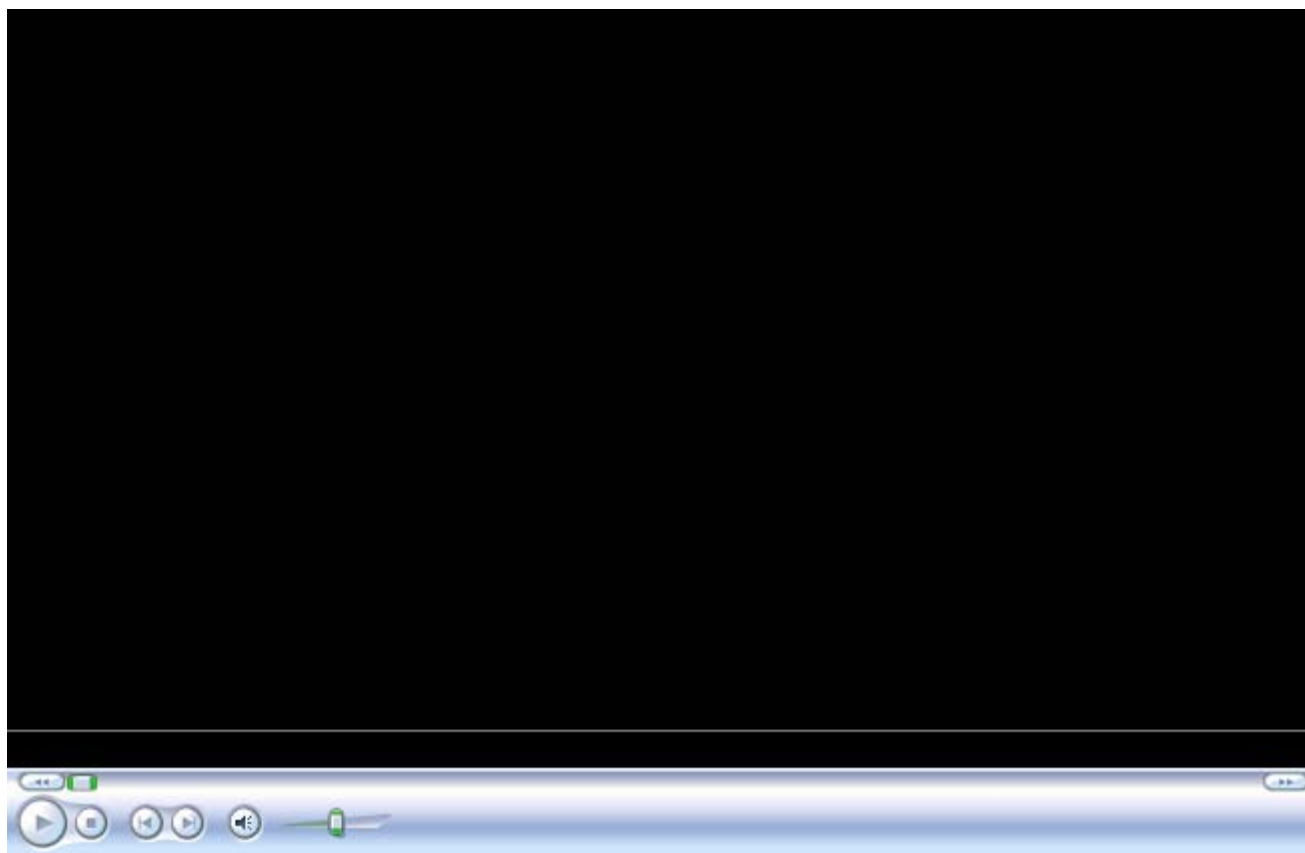
$I_0 = E_0^2$ ，为 $\theta = 0$ 时的透射光强



6-1



视频展示: Linear polarizer



6-2 晶体光学 (7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.8, 7.9, 7.10, 7.11)

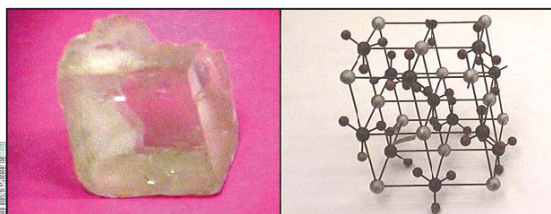
前文主要讨论各向同性 (isotropic) 介质中光的传播，
此处主要讨论各向异性 (anisotropic) 介质，最典型的是晶体。

晶体: 空间周期结构—空间点阵

单晶: 空间有序结构，一般各向异性(本章主要讨论);

多晶: 单晶的混合，整体各向同性。

空间各向异性导致，不同偏振态的光传输特性不一样。



方解石 (CaCO₃)
calcite



石英(水晶) (SiO₂)
quartz

6-2

晶体双折射

双折射现象、基本定义与规律

在方解石晶体中截取不同的平行平面晶片A, B, C

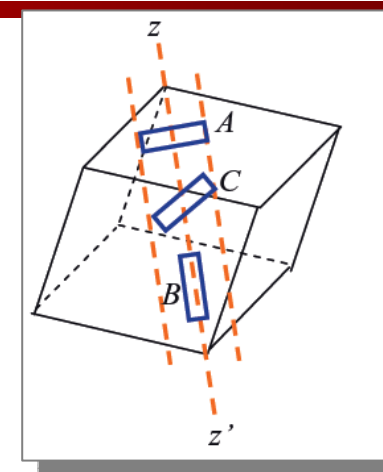
一束自然光入射方解石片C

一般的产生两束折射光(双折射的由来),

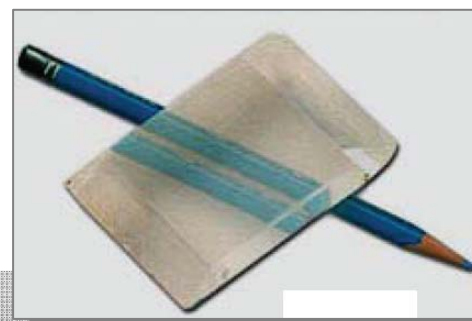
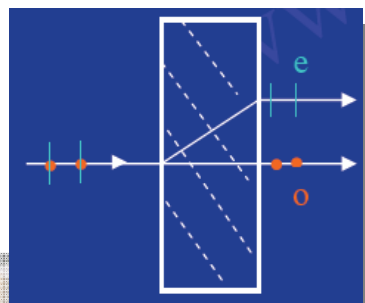
一束遵守折射定律——寻常光 (o 光) ordinary light

另一束不遵守折射定律——非(寻)常光 (e 光) extraordinary light

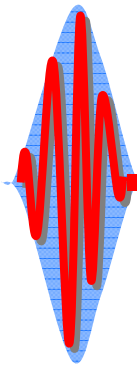
二者都是线偏振光,透过晶片看物可见双影.



晶片C



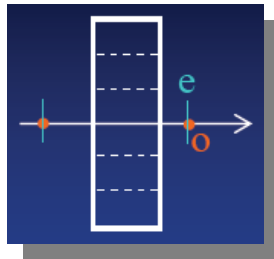
6-2



晶体双折射

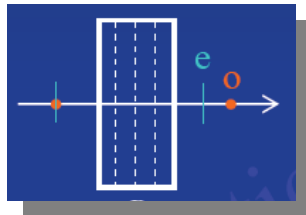
双折射现象、基本定义与规律

晶片A

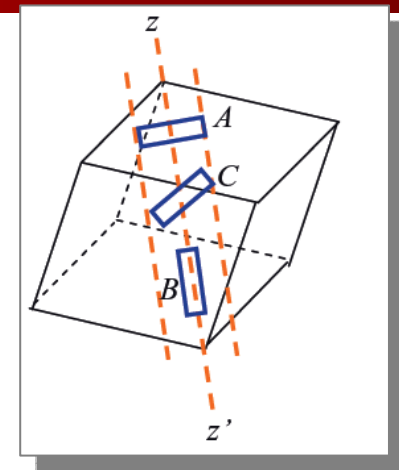


o,e光传播速度相同, $V_o = V_e$
无双折射

晶片B



o,e光传播方向相同, 但 $V_o \neq V_e$
亦为双折射



晶体中存在一个特殊方向, 沿此方向传播的光不发生双折射, 不同振动方向的光的传播方向和速度都相同, 此方向称为晶体的光轴 (optic axis).

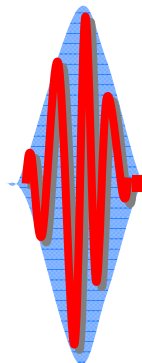
注意: 光轴是一个方向, 不是一条直线.

方解石、石英、红宝石等晶体, 只有一个光轴方向, 称为单轴晶体 (uniaxial crystals)。

云母、蓝宝石、橄榄石等晶体, 有两个光轴方向, 称为双轴晶体 (biaxial crystal)。课程不作要求。



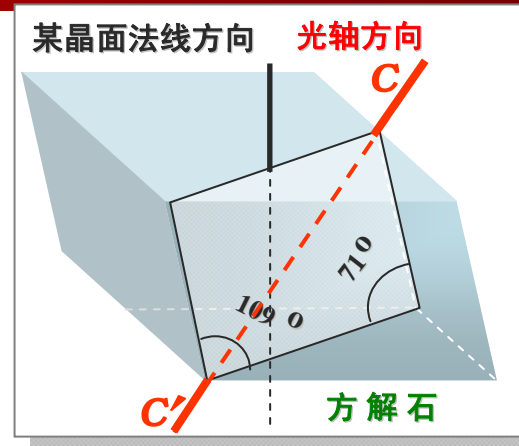
6-2



晶体双折射

双折射现象、基本定义与规律

主截面(principal section): 包含光轴及晶体表面法线的平面。
主截面与晶体结构及切割方式有关。



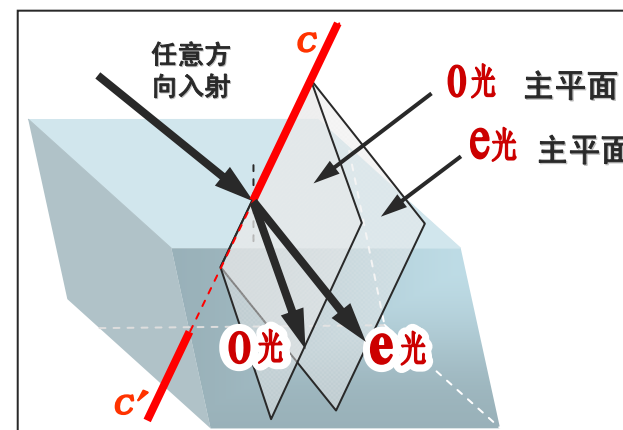
主截面

主平面(principal plane): 光在晶体中的传播方向与光轴构成的面。

o光主平面: o光与光轴构成的平面

e光主平面: e光与光轴构成的平面

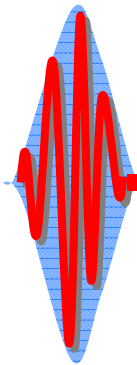
} 一般并不重合



主平面



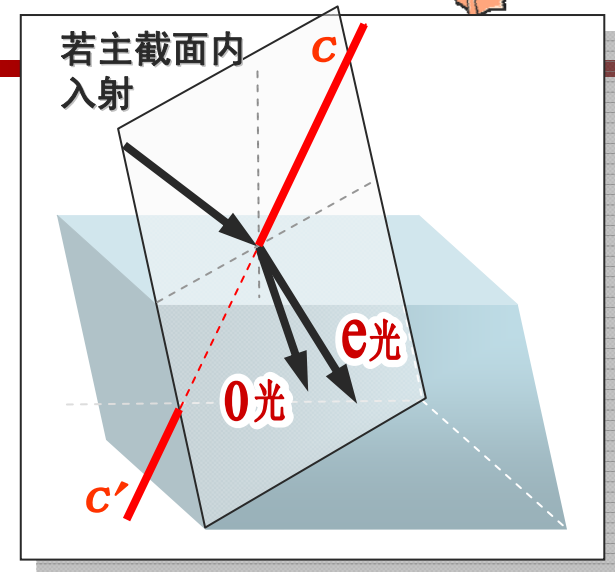
6-2



晶体双折射

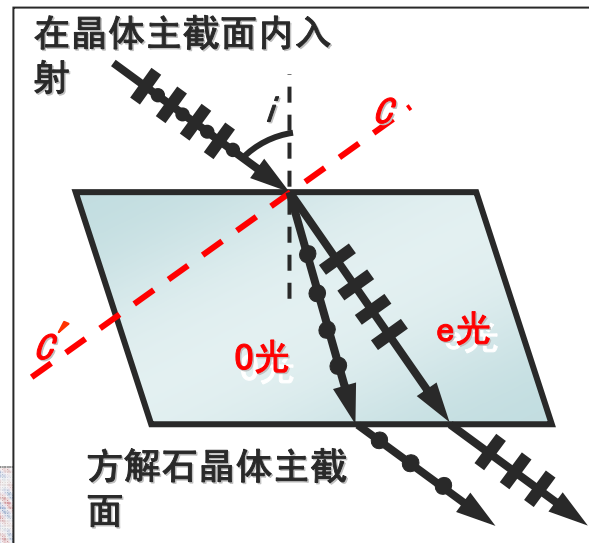
双折射现象、基本定义与规律

特例: 在主截面内入射, 则o, e光都在该面内, 主截面为o光、e光的公共主平面, 这是以后研究的重点.



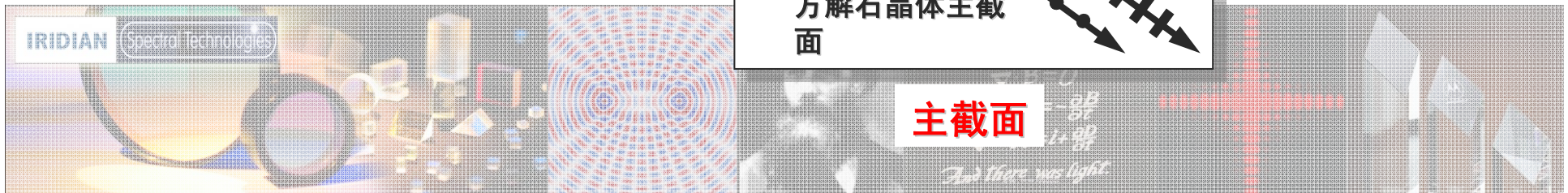
振动方向 { o振动方向 \perp o主平面
 e振动方向 \parallel e主平面

在主截面内入射 { o振动 \perp 主截面
 e振动 \parallel 主截面



特例

主截面



6-2

单色平面波在晶体中的传播

晶体的各向异性和介电张量

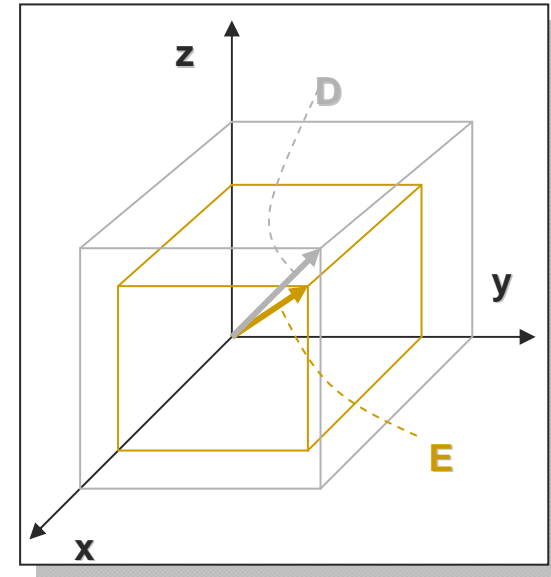
晶体的介电张量 $[\epsilon]=\{\epsilon_{ij}\}$, $i,j=x,y,z$

一般地, $\epsilon_{ij} \neq 0$

$$\mathbf{D}=[\epsilon]\mathbf{E}, \mathbf{D}=(D_x, D_y, D_z)^{-1}, \mathbf{E}=(E_x, E_y, E_z)^{-1}$$

经过坐标变换, 总可以对角化矩阵 $[\epsilon]$:

$$\begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \epsilon_0 [\epsilon_r] \mathbf{E}$$



- ◆ 变换以后的新坐标 x,y,z 互相垂直, 并称为晶体的**主轴方向**, $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 称为晶体的**相对主介电常数**。显然 \mathbf{E} 、 \mathbf{D} 一般**不同向**
- ◆ 若 $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$, 晶体是**双轴的**
- ◆ 若 $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$, 晶体是**单轴的**



6-2

单色平面波在晶体中的传播

设一单色平面波：
$$E = E_0 \exp[i(k \cdot r - \omega t)] = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \exp[i(k \cdot r - \omega t)]$$

在晶体中传播，单色平面波一定满足麦克斯韦方程组：

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{1}{c^2} \left([\epsilon_r] \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \right) \quad \text{根据 } \nabla \times \nabla \times E = \nabla(\nabla \cdot E) - \nabla^2 E$$

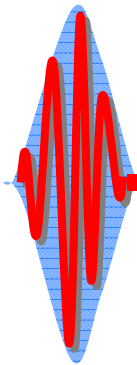
$$\nabla^2 E = (ik)^2 E_0 \exp[i(k \cdot r - \omega t)]$$

$$\partial^2 E / \partial t^2 = (-i\omega)^2 E_0 \exp[i(k \cdot r - \omega t)]$$

$$\nabla(\nabla \cdot E) = (ik \cdot E_0) ik \exp[i(k \cdot r - \omega t)]$$



6-2



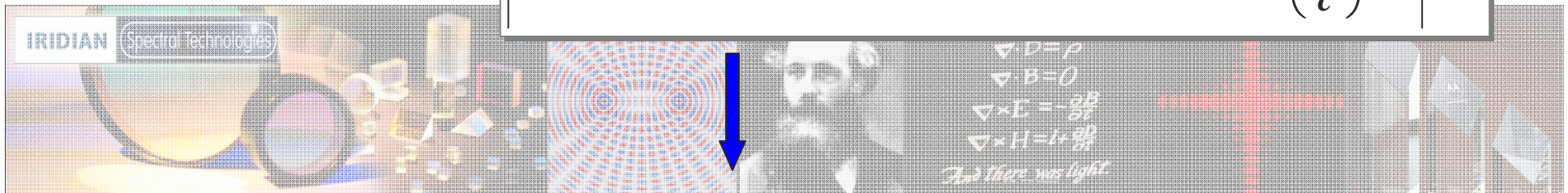
$$(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} - (k_x E_x + k_y E_y + k_z E_z) \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} = (\omega / c)^2 \begin{bmatrix} n_x^2 E_x \\ n_y^2 E_y \\ n_z^2 E_z \end{bmatrix}$$

将各分量列出:

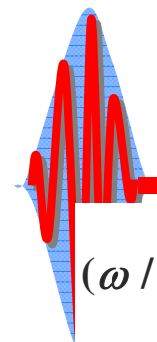
$$\begin{aligned} [k_y^2 + k_z^2 - (\omega / c)^2 n_x^2] E_x - k_x k_y E_y - k_x k_z E_z &= 0 \\ -k_x k_y E_x + [k_x^2 + k_z^2 - (\omega / c)^2 n_y^2] E_y - k_y k_z E_z &= 0 \\ -k_x k_z E_x - k_y k_z E_y + [k_x^2 + k_y^2 - (\omega / c)^2 n_z^2] E_z &= 0 \end{aligned}$$

上式有**非零解**, 必满足:

$$\begin{vmatrix} k_y^2 + k_z^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 n_x^2 & -k_x k_y & -k_x k_z \\ -k_x k_y & k_x^2 + k_z^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 n_y^2 & -k_y k_z \\ -k_x k_z & -k_y k_z & k_x^2 + k_y^2 - \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 n_z^2 \end{vmatrix} = 0$$



6-2



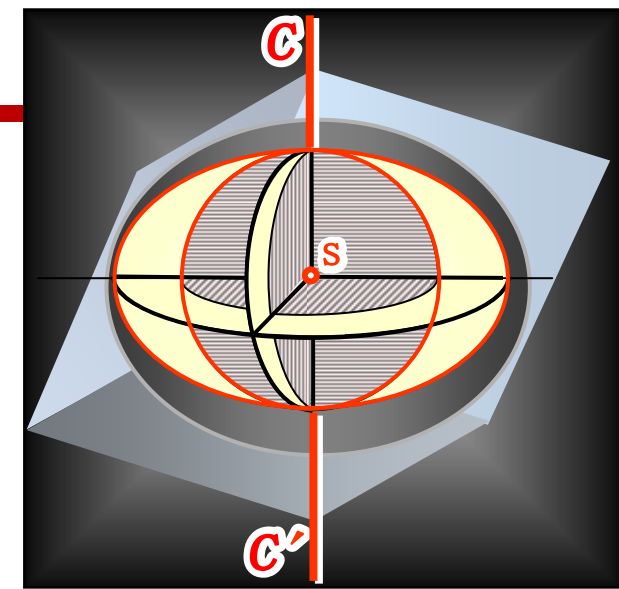
$$(\omega/c)^4 - (\omega/c)^2 \left(\frac{k_x^2 + k_y^2}{n_x^2} + \frac{k_x^2 + k_z^2}{n_y^2} + \frac{k_y^2 + k_z^2}{n_z^2} \right) + \left(\frac{k_x^2}{n_y^2 n_z^2} + \frac{k_y^2}{n_x^2 n_z^2} + \frac{k_z^2}{n_x^2 n_y^2} \right) (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = 0$$

对于单轴晶体, $n_x = n_y = n_o, n_z = n_e$:

$$\left(\frac{k_x^2}{n_o^2} + \frac{k_y^2}{n_o^2} + \frac{k_z^2}{n_o^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) \left(\frac{k_x^2}{n_e^2} + \frac{k_y^2}{n_e^2} + \frac{k_z^2}{n_o^2} - \frac{\omega^2}{c^2} \right) = 0$$

上式两个解:

- 半径 $= (\omega n_o/c)$ 的球, 对应o光;
- 椭球, 对应e光

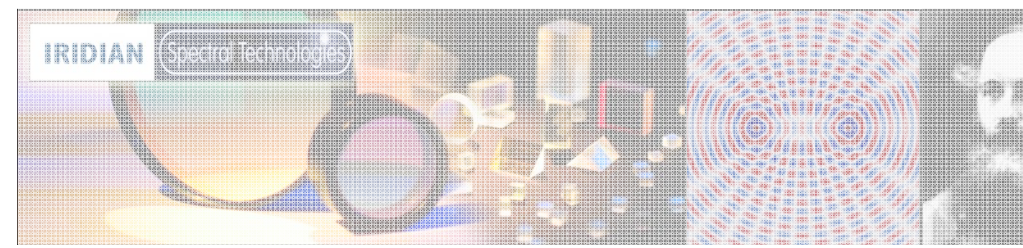


两种常见的单轴晶体: 石英、方解石

n_o, n_e 称为晶体的主折射率

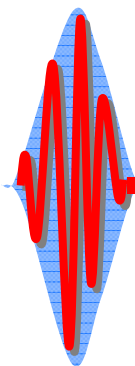
正晶体: $v_e < v_o, n_e > n_o$, 石英 (水晶)

负晶体: $v_e > v_o, n_e < n_o$, 方解石 (冰洲石)



		方解石	石英
$\lambda = 589.3 \text{ nm}$	n_o	1.65836	1.54424
	n_e	1.48641	1.55335

6-2



菲涅耳方程

菲涅耳方程：描述单色平面波在晶体传输时，**折射率或相速度**、晶体性质与**光波矢k**之间的关系。

推导：

非磁性、电各向异性晶体中的麦克斯韦方程组：

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot D = 0 \\ \nabla \cdot H = 0 \\ \nabla \times E = -\mu_0 \partial H / \partial t \\ \nabla \times H = \partial D / \partial t \\ D = [\varepsilon] E \end{array} \right.$$

将E、D、H代入麦克斯韦方程组里的两个旋度方程，并由 $\nabla \times F = ik \times F$ ，得，

$$k \times E = \omega \mu_0 H$$

$$k \times H = -\omega D$$

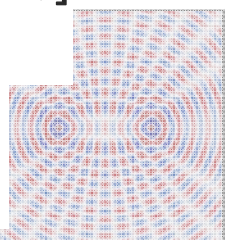
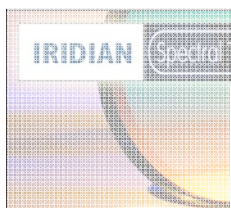
令：

$$\begin{bmatrix} E \\ D \\ H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ D_0 \\ H_0 \end{bmatrix} \exp[i(k \cdot r - \omega t)]$$

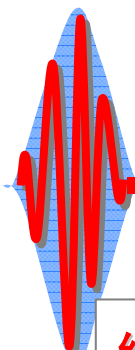
E_0 、 D_0 、 H_0 为振幅

坡印亭矢量形式不变： $S = E \times H$

结论： D 、 H 、 k 和 E 、 H 、 S 各成右手螺旋正交关系， D 、 E 、 k 、 S 共面



6-2



菲涅耳方程

结论: **D**、**H**、**k**和**E**、**H**、**S**各成右手螺旋正交关系, **D**、**E**、**k**、**S**共面

- ◆ 设 $\angle ED = \angle kS = \alpha$, 光波由波面I传播到波面II (沿**k**方向), 光线由O点传播到O_S点 (沿**S**方向)
- ◆ $v_k = v_S \cos \alpha$
- ◆ 相速度 (法线速度) $v_k <$ 光线速度 v_S

继续推导:

将 $H = k \times E / (\mu_0 \omega)$ 代入 $D = -k \times H / \omega$ 得到:

$$D = -k \times (k \times E) / (\mu_0 \omega^2)$$

应用矢量恒等式

$$A \times (B \times C) = B(A \cdot C) - C(A \cdot B)$$

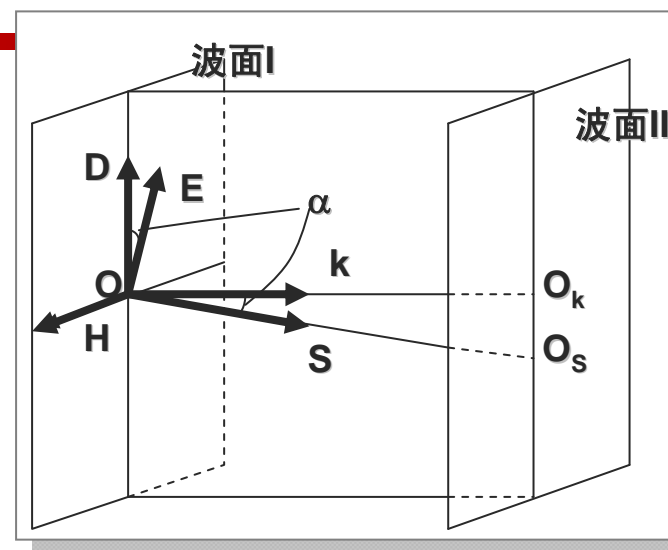
得到

$$D = \epsilon_0 n^2 [E - k_0 (k_0 \cdot E)] = \epsilon_0 n^2 D / \epsilon - \epsilon_0 n^2 k_0 (k_0 \cdot E)$$

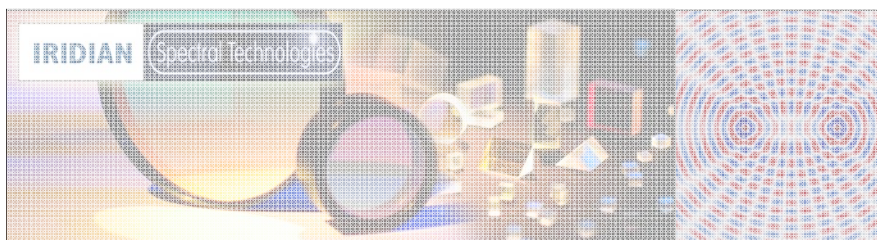
$$D = \epsilon_0 k_0 (k_0 \cdot E) / (1/\epsilon_r - 1/n^2)$$

按主轴分量写出:

$$D_i = \epsilon_0 k_{0i} (k_0 \cdot E) / (1/\epsilon_{ri} - 1/n^2), i=x,y,z$$



晶体中单色平面各矢量之间的关系图 (注意: **D**、**E**不同向 \rightarrow **k**、**S**不同向)



6-2

菲涅耳方程

由于D垂直于 k_0 , $D \cdot k_0 = 0$, 得到菲涅耳方程:

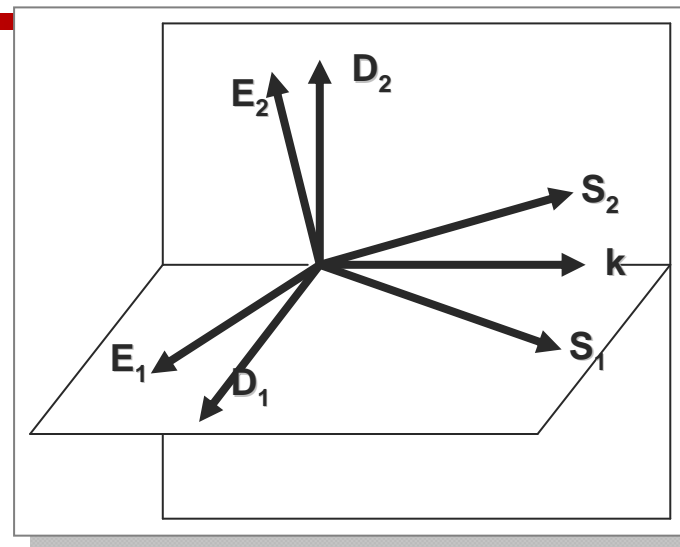
$$\frac{k_{0x}^2}{1/n^2 - 1/\epsilon_{rx}} + \frac{k_{0y}^2}{1/n^2 - 1/\epsilon_{ry}} + \frac{k_{0z}^2}{1/n^2 - 1/\epsilon_{rz}} = 0$$

菲涅耳方程可以化成一个 n^2 的二次方程:

$$n^4(\epsilon_{rx}k_{ox}^2 + \epsilon_{ry}k_{oy}^2 + \epsilon_{rz}k_{oz}^2) - n^2[\epsilon_{rx}\epsilon_{ry}(k_{ox}^2 + k_{oy}^2) + \epsilon_{rx}\epsilon_{rz}(k_{ox}^2 + k_{oz}^2) + \epsilon_{ry}\epsilon_{rz}(k_{oy}^2 + k_{oz}^2)] + \epsilon_{rx}\epsilon_{ry}\epsilon_{rz}(k_{ox}^2 + k_{oy}^2 + k_{oz}^2) = 0$$

讨论:

- 已知 k_0 , 从菲涅耳方程可以解出两个不相等的实根 n_1^2 和 n_2^2 , 其中只有正根 n_1 和 n_2 有意义, 一个 k_0 对应两个 n ;
- 把这两个 n 代入: $D_i = \epsilon_0 k_{0i} (k_0 \cdot E) / (1/\epsilon_{ri} - 1/n^2)$, $i=x,y,z$ 可得到两个互相垂直的D;
- 所以, 给定一个法线方向 k_0 , 可以有两种不同折射率或不同速度的光波, 它们的D矢量互相垂直。由于D和E不平行, 所以有两个不同的光线方向 S_1 和 S_2 —双折射。



与 k_0 对应的两组D、E、S的方向

6-2

单轴晶的双折射

设:

单轴晶: $n_x=n_y=n_o, n_z=n_e, n_o \neq n_e$

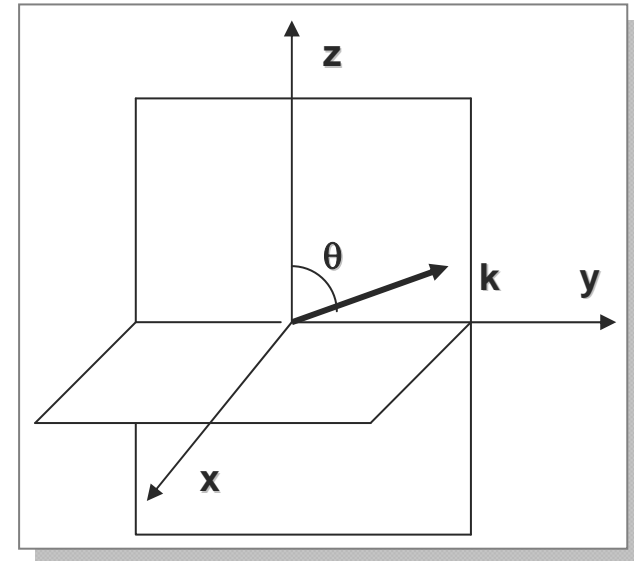
k_0 在yz平面内, 与z轴夹角 θ , 即:

$$k_{0x}=0, k_{0y}=\sin\theta, k_{0z}=\cos\theta$$

代入菲涅尔方程, 解得:

$$n_1^2 = n_o^2$$

$$n_2^2 = n_o^2 n_e^2 / (n_o^2 \sin^2\theta + n_e^2 \cos^2\theta)$$



讨论:

存在两个光波:

一个的折射率与 k_0 方向**无关**—**寻常光、o光**;

另一个的折射率与 k_0 方向**有关**—**非寻常光、e光**.

由公式知, $\theta=0^\circ$, $n_2=n_o$; —光沿z轴 ($\theta=0^\circ$) 传播, 只有一种折射率, 不发生双折射。该问题中, **z轴**是单轴晶的**光轴**。



6-2

单轴晶的双折射

为了求出两个光波的**振动方向**，分别把两个折射率代入 $D_i = \epsilon_0 k_{0i} (k_0 \cdot E) / (1/\epsilon_{ri} - 1/n^2)$, $i=x,y,z$, 解出三个E分量。

◆ 把 $n=n_o$ 代入，得o光波：

$$(n_o^2 - n_0^2)E_x = 0$$

$$(n_o^2 - n_o^2 \cos^2 \theta)E_y + n_o^2 \sin \theta \cos \theta E_z = 0$$

$$n_o^2 \sin \theta \cos \theta E_y + (n_e^2 - n_o^2 \sin^2 \theta) E_z = 0$$

第二第三两个方程的行列式不为零，所以， $E_y = E_z = 0$

由第一方程，并由以上结果， $E_x \neq 0$

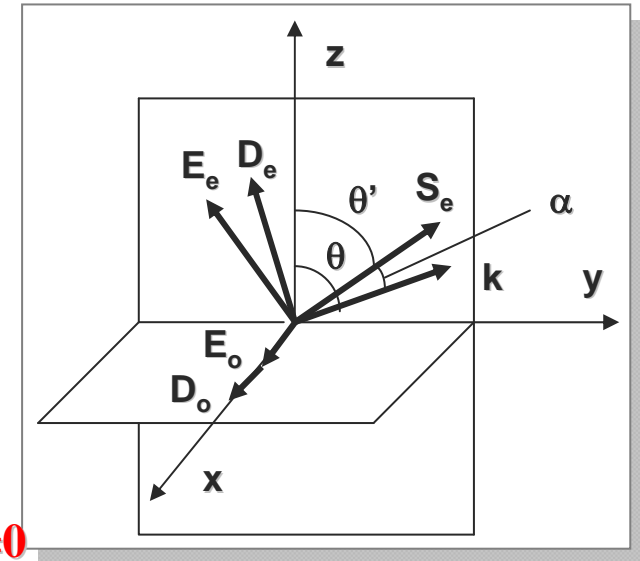
由 $D_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri} E_i$, $D_x \neq 0, D_y = D_z = 0$

◆ 把 $n=n_e$ 代入，得到e光波：

$$(n_o^2 - n_e^2)E_x = 0$$

$$(n_o^2 - n_e^2 \cos^2 \theta)E_y + n_e^2 \sin \theta \cos \theta E_z = 0$$

$$n_e^2 \sin \theta \cos \theta E_y + (n_e^2 - n_e^2 \sin^2 \theta) E_z = 0$$



第二第三方程的行列式为零， E_y, E_z 有非零解： $E_y \neq 0, E_z \neq 0$ 。由第一方程， $E_x = 0$

所以， $D_x = 0, D_y \neq 0, D_z \neq 0$

可以计算出e光有：

$$E_z/E_y = -n_o^2 \sin \theta / (n_e^2 \cos \theta)$$

$$D_z/D_y = -\sin \theta / \cos \theta$$

所以，**E和D不同向**，故e光的**k和S方向亦不相同**

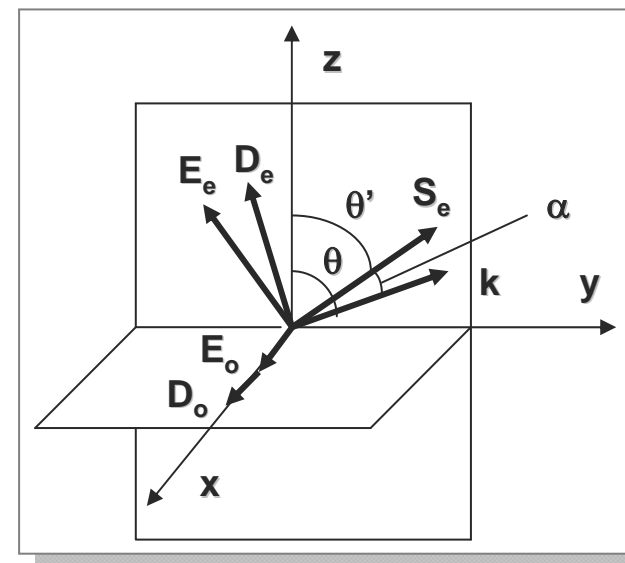
6-2

单轴晶的双折射

设: S_e 与 z 轴的夹角为 θ' , k 与 z 轴的夹角为 θ , k 与 S_e 的夹角为 α (晶体光学中, k 与 S 的夹角称为**离散角**)

因此,

$$\begin{aligned} \text{tg } \theta' &= n_o^2 / n_e^2 \text{tg } \theta \\ \text{tg } \alpha &= (1 - n_o^2 / n_e^2) \text{tg } \theta / (1 + n_o^2 / n_e^2 \text{tg}^2 \theta) \end{aligned}$$



6-2

晶体光学性质的图形法分析

目的：帮助理解和分析复杂的晶体光学现象

分类：

- ◆ 折射率椭球
- ◆ 折射率面和波矢面

折射率椭球

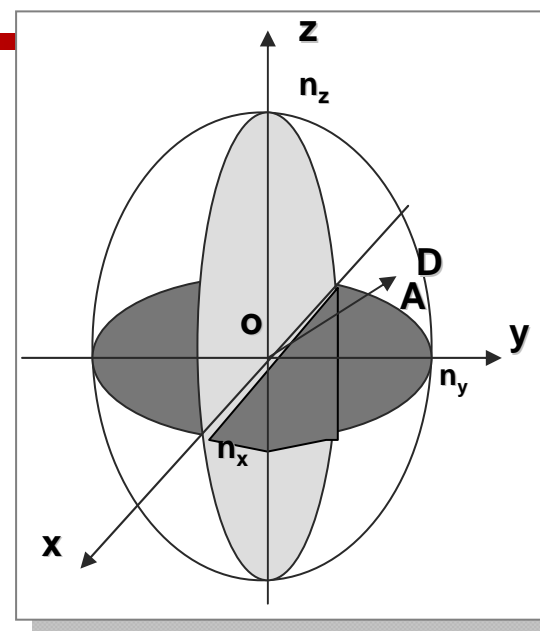
介电主轴坐标系中，电能密度：

$$\omega_e = \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} / 2 = (\mathbf{D}_x^2 / \epsilon_{rx} + \mathbf{D}_y^2 / \epsilon_{ry} + \mathbf{D}_z^2 / \epsilon_{rz}) / (2\epsilon_0)$$

令 $x = \mathbf{D}_x / A^{1/2}$, $y = \mathbf{D}_y / A^{1/2}$, $z = \mathbf{D}_z / A^{1/2}$, 其中 $A = 2\epsilon_0 \omega_e$

得：
$$x^2/n_x^2 + y^2/n_y^2 + z^2/n_z^2 = 1$$

折射率椭球或光率体

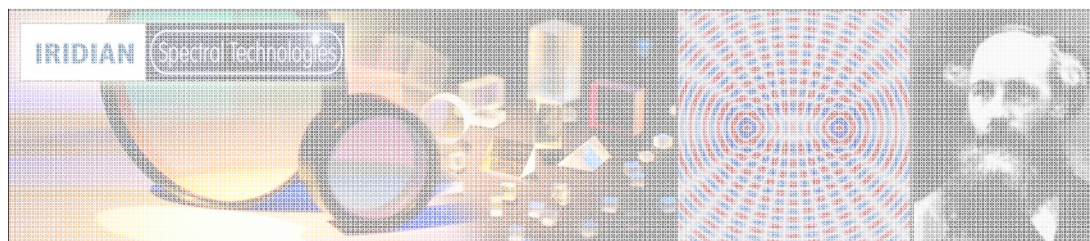


性质：

◆ 球中任意一条矢径 r 的方向表示 D 的方向， r 的长度表示 D 光波的折射率；

◆ r 与椭球面的交点 A 的法线方向，就是 E 矢量的方向；

◆ 从球原点 o 出发，做波法线矢量 k_0 ，过 o 做垂直于 k_0 的平面，该平面与椭球的交线为一椭圆，椭圆的长短轴方向分别为允许 D 的两个方向，其长度分别为这两个



6-2

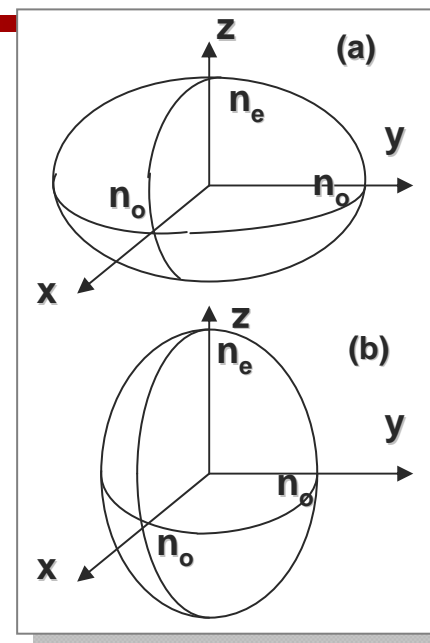
折射率椭球

单轴晶的折射率椭球

$n_x=n_y=n_o, n_z=n_e$, 得:

$$(x^2+y^2)/n_o^2+z^2/n_e^2=1$$

- $n_o > n_e$ —负单轴晶（方解石）图(a)
- $n_o < n_e$ —正单轴晶（石英）图(b)



折射率面与波矢面

波矢量末端构成的面;

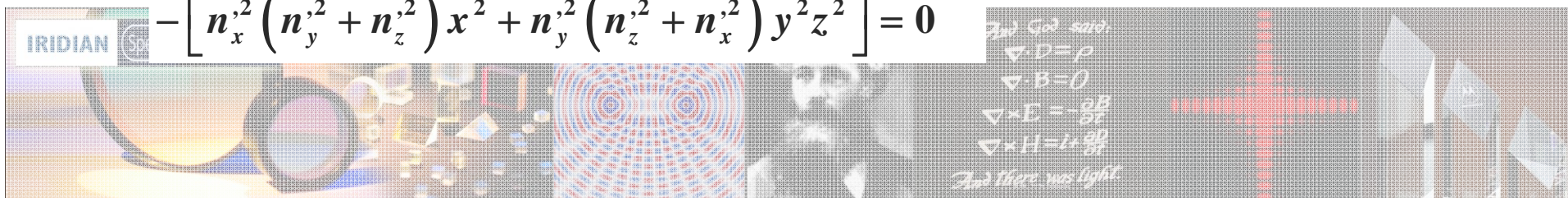
因为双折射有两个波矢量, 所以波矢面是双层面;

推导, 把 $i=k_i=\omega n_{oi}/c(i=x,y,z)$ 带入菲涅耳方程, 并令

$n_i'^2 = \omega n_i/c(i=x,y,z)$, 得波矢面方程:

$$\left(n_x'^2 x^2 + n_y'^2 y^2 + n_z'^2 z^2 \right) \left(x^2 + y^2 + z^2 \right) + n_x'^2 n_y'^2 n_z'^2$$

$$- \left[n_x'^2 \left(n_y'^2 + n_z'^2 \right) x^2 + n_y'^2 \left(n_z'^2 + n_x'^2 \right) y^2 z^2 \right] = 0$$



6-2

折射率面与波矢面

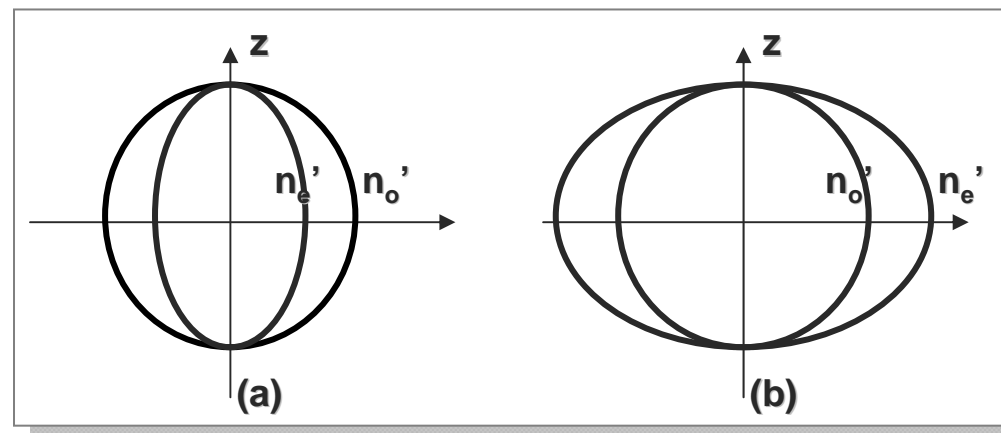
单轴晶:

将 $n_x=n_y=n_o$, $n_z=n_e$ 代入
波矢面方程, 得到:

$$x^2 + y^2 + z^2 = (\omega n_o / c)^2$$

$$\frac{x^2 + y^2}{(\omega n_e / c)^2} + \frac{z^2}{(\omega n_o / c)^2} = 1$$

分别为球面和绕z轴的旋转椭球面



单轴晶波矢面
(a)负晶体 (b)正晶体



6-2

光波在晶体表面的折射、反射

分析问题基本方法(以单轴晶体为例): **作图+公式**

◆ 折射定律、反射定律依然成立

$$\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r} = \mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r}$$

◆ 然后利用公式, 具体分析o、e光方向 (包括波矢方向与光线方向), 以及相应折射率

$$n_1 \sin \theta_1 = n' \sin \theta_o$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n'' \sin \theta_e$$

其中: $n' = n_o$

$$n'' = \frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}}$$

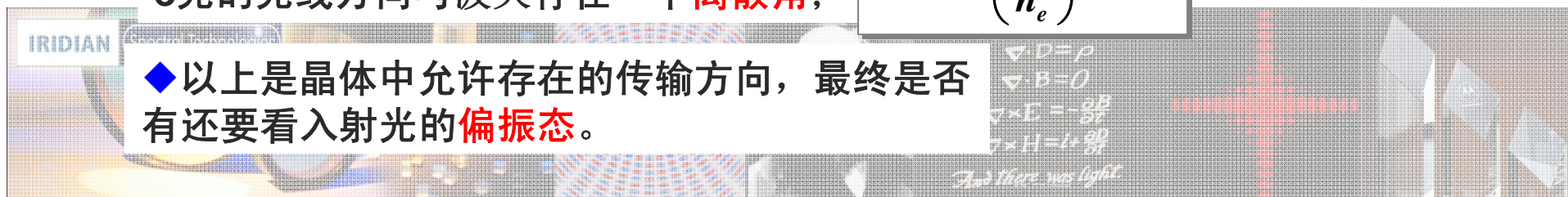
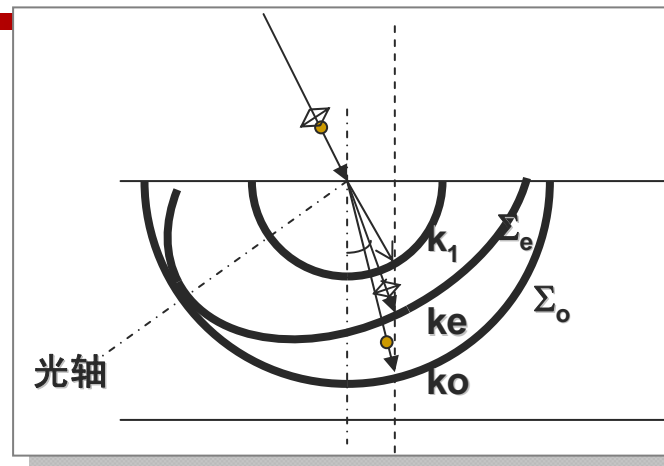
◆ 然后利用公式, 具体分析o、e光方向 (包括波矢方向与光线方向), 以及相应折射率

o光的光线方向与波矢**一致**;

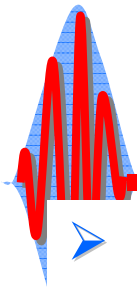
e光的光线方向与波矢存在一个**离散角**;

$$\tan \theta' = \left(\frac{n_o}{n_e} \right)^2 \tan \theta$$

◆ 以上是晶体中允许存在的传输方向, 最终是否有还要看入射光的**偏振态**。

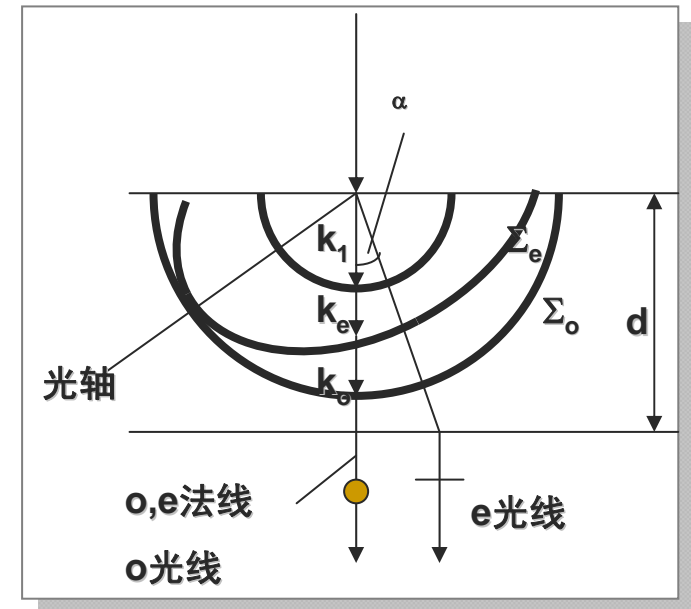


6-2

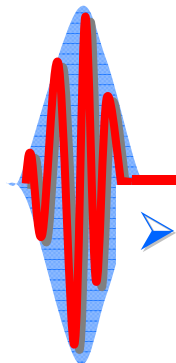


▶ 例题：平行钠光正入射到一片方解石晶片上，晶片如图所示：光轴在图面内，并与晶体表面成30度角。已知光波长= $589.3 \times 10^{-6} \text{mm}$ ，主折射率为 $n_o=1.6584, n_e=1.4864$ 。求：

- 1) 晶片内o光线与e光线的夹角；
- 2) 当晶片厚度d为1mm时，o光和e光射出晶片后的相位差。

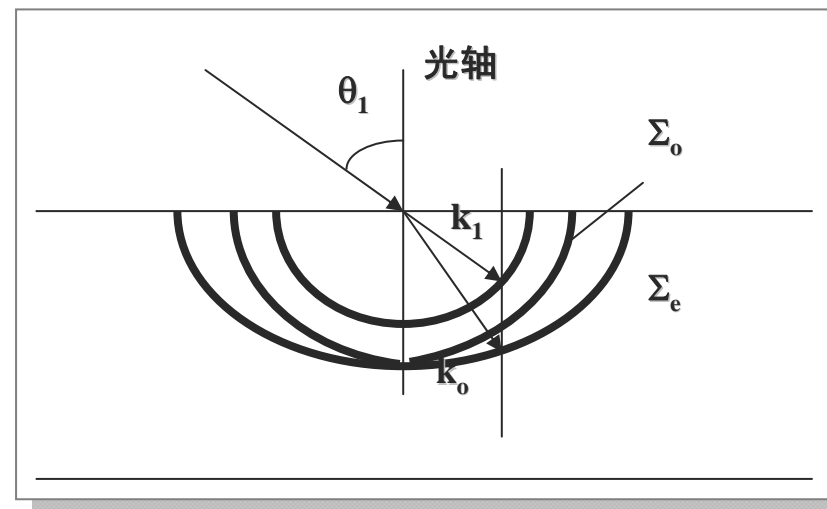


6-2



▶ 例题：如图所示，一块单轴晶片的光轴垂直于表面。晶体的两个主折射率分别为 n_o 和 n_e ，证明当平面波以入射角 θ_1 入射到晶体时，晶体内非常光线的折射角 θ'_e 可由下式计算：

$$\tan \theta'_e = \frac{n_o \sin \theta_1}{n_e \sqrt{n_e^2 - \sin^2 \theta_1}}$$



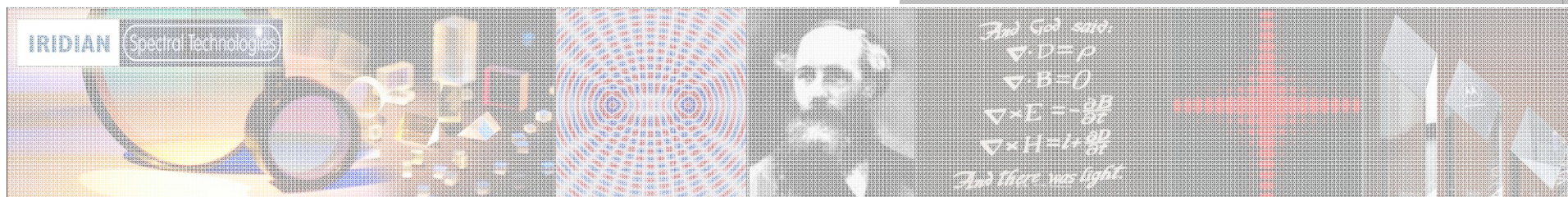
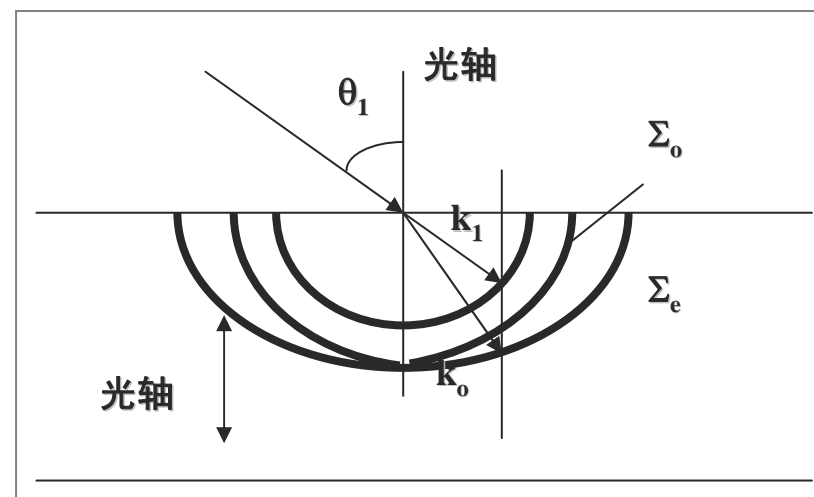
作业：6.8; 6.9; 6.11



6-2

▶ 例题：一束绿光以60度入射到KDP晶体表面，晶体 $n_o=1.512$ ， $n_e=1.470$.设光轴与晶体表面平行，并垂直于入射面，求晶体中o光e光的夹角。

▶ 例题：石英晶体切成如图所示。问钠黄光以30度入射时，晶体内o光线、e光线的夹角是多少？ $n_o=1.54424$ ； $n_e=1.55335$



6-2

晶体的偏光干涉

干涉条件：频率相同、振动相同、相位差恒定

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta$$

本书中仅要求掌握：平行光正入射晶片的偏光干涉

自然光 $\xrightarrow{P_1}$ 线偏振光 \xrightarrow{C} 分解为 $\begin{cases} E_e & A_e \\ E_o & A_o \end{cases}$, 附加相差 δ_C
 $\xrightarrow{P_2}$ 投影到同一方向, 相干叠加。

振幅分析

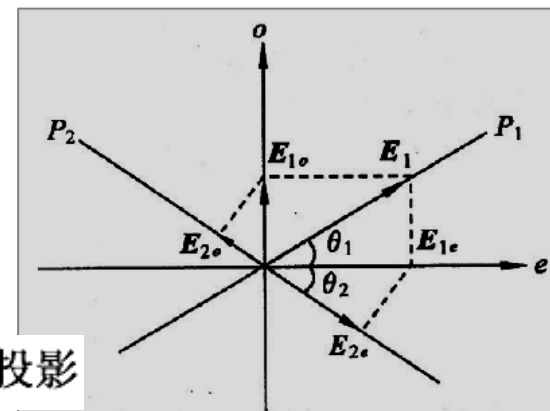
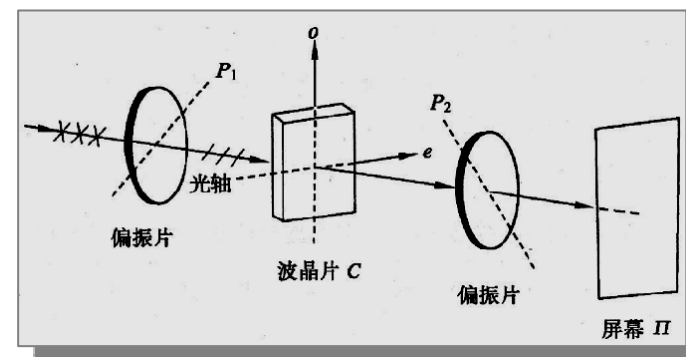
各器件相对方位如图 θ_1, θ_2 都取正值

E_1 分解为 o, e 光

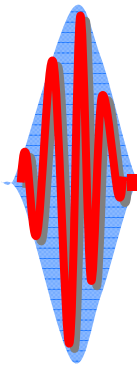
$$\begin{cases} A_{1e} = A_1 \cos \theta_1 \\ A_{1o} = A_1 \sin \theta_1 \end{cases}$$

出射后在 P_2 上投影

$$\begin{cases} A_{2e} = A_{1e} \cos \theta_2 = A_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \\ A_{2o} = A_{1o} \sin \theta_2 = A_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \end{cases}$$



6-2



若: $P_1 \perp P_2$

$$A_{2e} = A_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 = \frac{1}{2} A_1 \sin 2\theta_1$$

$$A_{2o} = A_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 = \frac{1}{2} A_1 \sin 2\theta_1$$

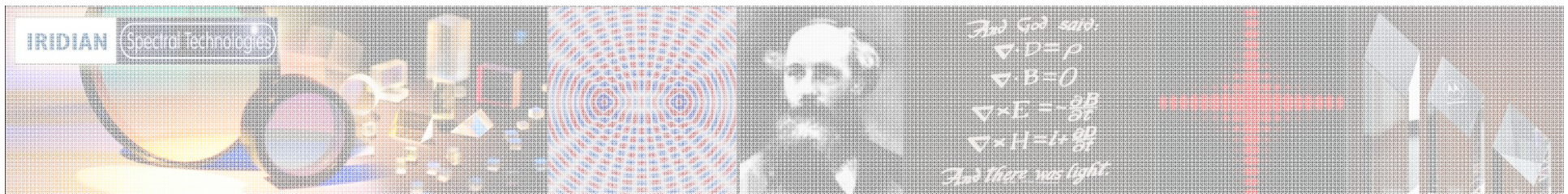
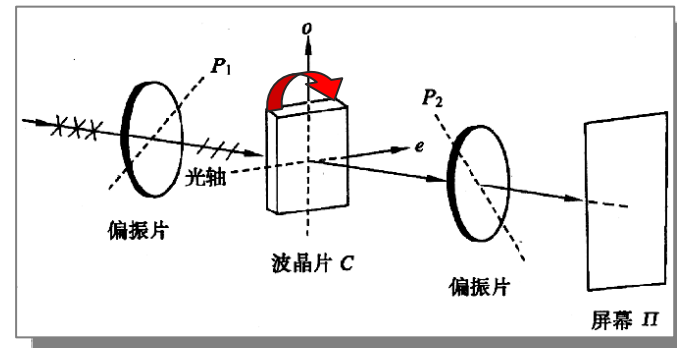
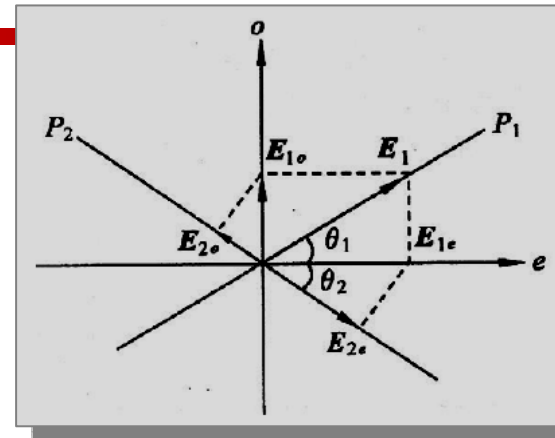
$$\delta_{\perp} = \delta + \pi = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d + \pi$$

$$I_{\perp} = A_{2e}^2 + A_{2o}^2 + 2A_{2e}A_{2o} \cos \delta_{\perp}$$

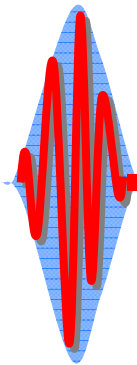
$$= A_1^2 \sin^2 2\theta_1 \sin^2 \frac{\delta}{2}$$

讨论

改变P1与波片快慢轴的夹角可以调整出射光光强。因此，**旋转波片——可以控制出射光的光强**



6-2



若: $P_1 // P_2$

$$A_{2e} = A_1 \cos \theta_1 \cos \theta_2 = A_1 \cos^2 \theta_1$$

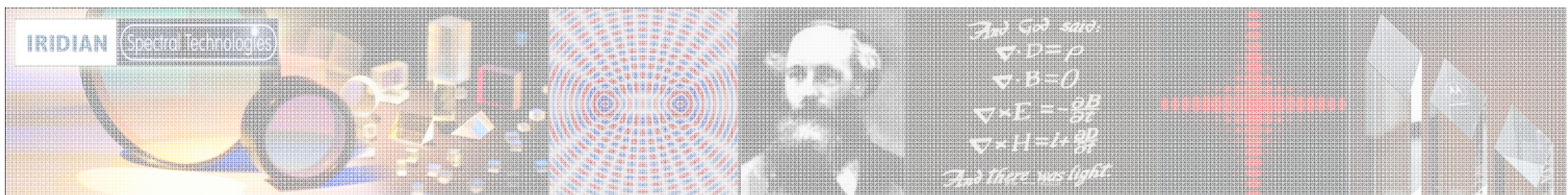
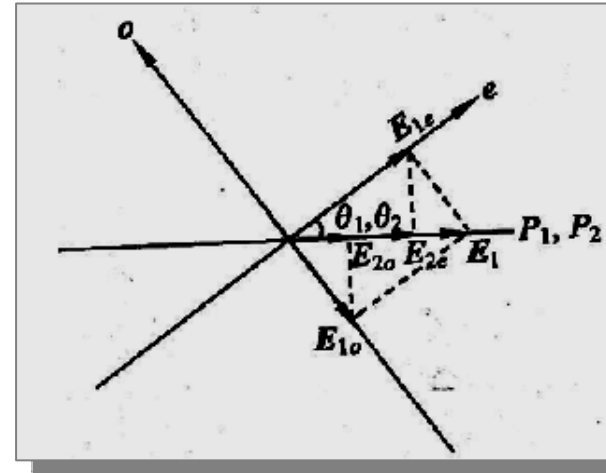
$$A_{2o} = A_1 \sin \theta_1 \sin \theta_2 = A_1 \sin^2 \theta_1$$

$$\delta_{//} = \delta = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d$$



$$I_{//} = A_{2e}^2 + A_{2o}^2 + 2A_{2e}A_{2o} \cos \delta_{//}$$

$$= A_1^2 \left[1 - \sin^2 2\theta_1 \sin^2 \frac{\delta}{2} \right]$$



6-2

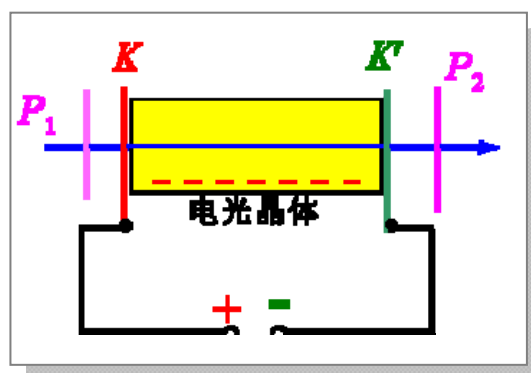
电光效应 (Electro-optic effect)

定义：因外加电场使介质的光学性质（折射率）发生变化的现象。

两种典型电光效应：

1. Pockel's effect (泡克耳斯效应)：线性电光效应

例：KDP (磷酸二氢钾) 晶体：单轴晶体——双轴晶体



光传播方向与电场平行， $P1 \perp P2$ ，电极K和K'透明，不加电场时晶体是单轴晶体，光轴沿光传播方向 \rightarrow P2 不透光；
加电场时，晶体变双轴晶体，原光轴方向附加了双折射效应 \rightarrow P2 透光。

$$\Delta\varphi_p = \frac{2\pi}{\lambda} n_o^3 r U$$

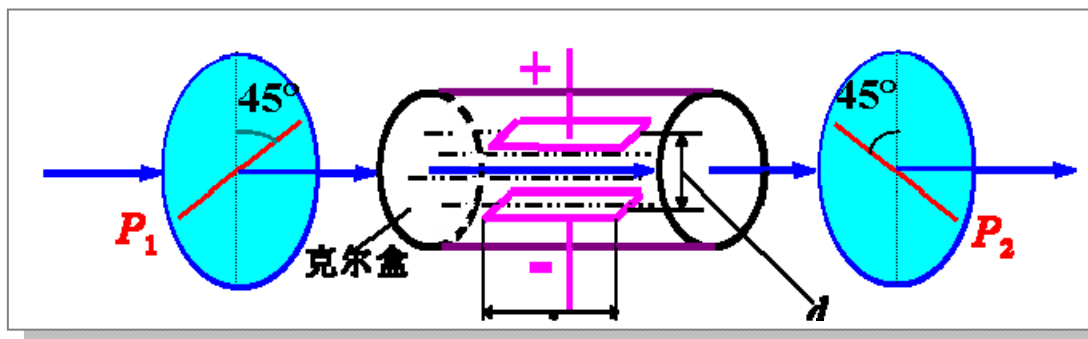
—— 线性电光效应



6-2

2. Kerr effect (克尔效应)：二次电光效应

例：硝基苯克尔盒：各向同性——单轴晶体



不加电场 → 液体各向同性 → P2 不透光；

加电场 → 液体呈单轴晶体性质，光轴平行电场强度 E → P2 透光

$$|n_x - n_y| = kE^2 = k \frac{U^2}{d^2} \quad \text{—— 二次电光效应}$$

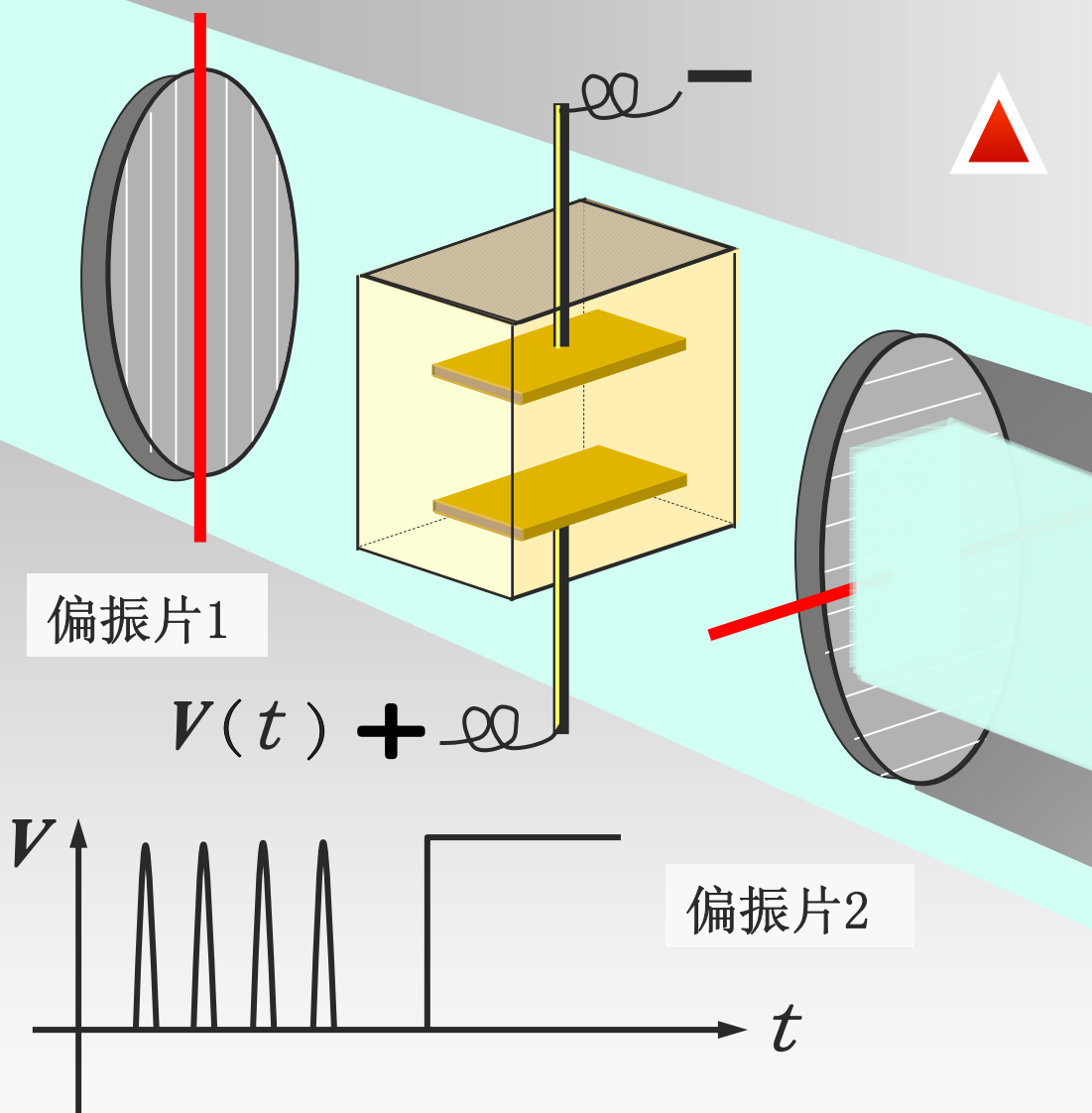
k — 克尔常数，U — 电压



电光效应应用

1. 克尔效应

接入极间电压，使两极板间产生电场，液体变成各向异性介质，并产生双折射，系统末端有光输出，其响应极快，信号频率可高达 10^{10} Hz，能用作高速“光阀门”。

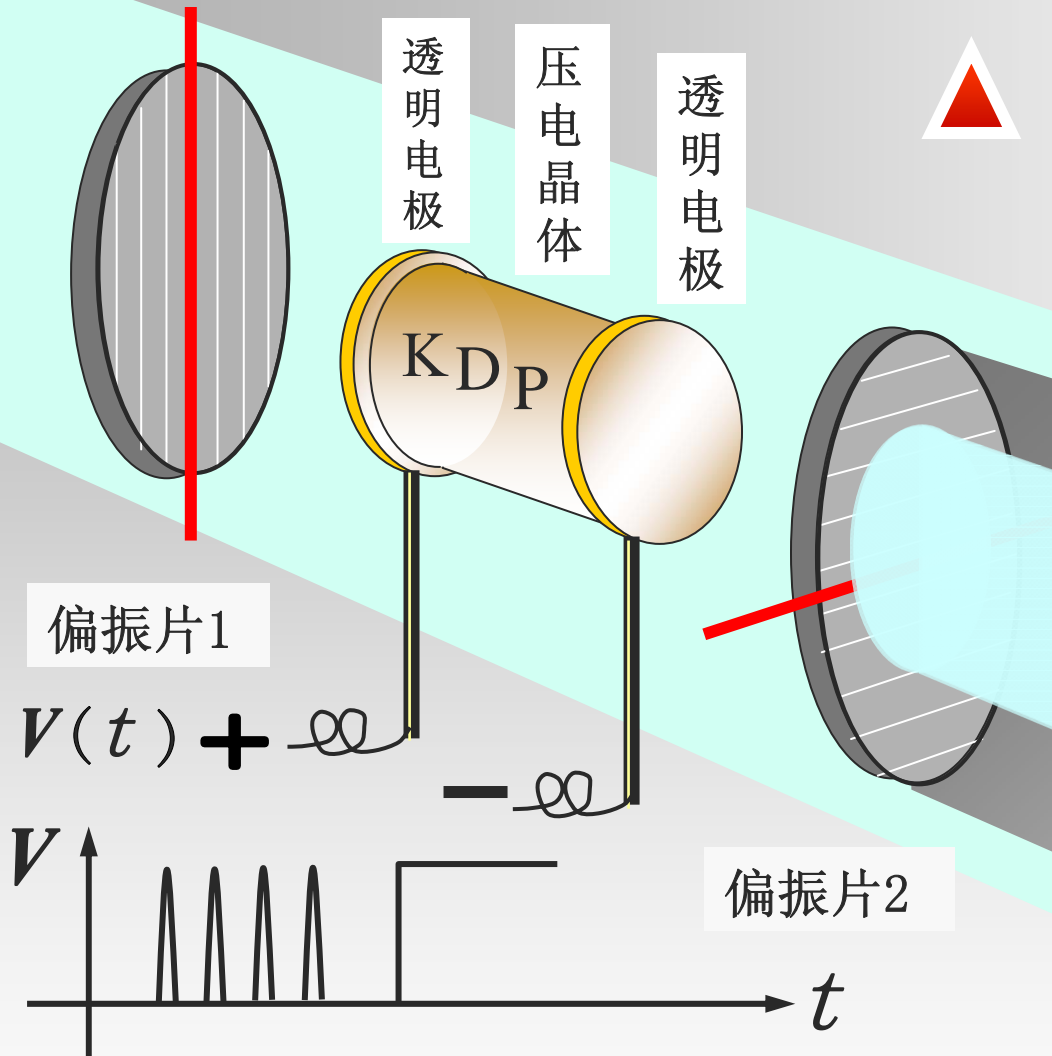


在装有平行板电容器的透明盒内，充以某种特定的液体（如硝基苯）

电光效应应用

2. 泡克耳斯效应

KDP的双折射与外加场强成正比。系统的输出光强，可由加在晶体电极线路上的信号电压调制，其响应极为迅速，信号频率可高达 3×10^{10} Hz。除可作高速光阀门外，还可作高速电光调制器。



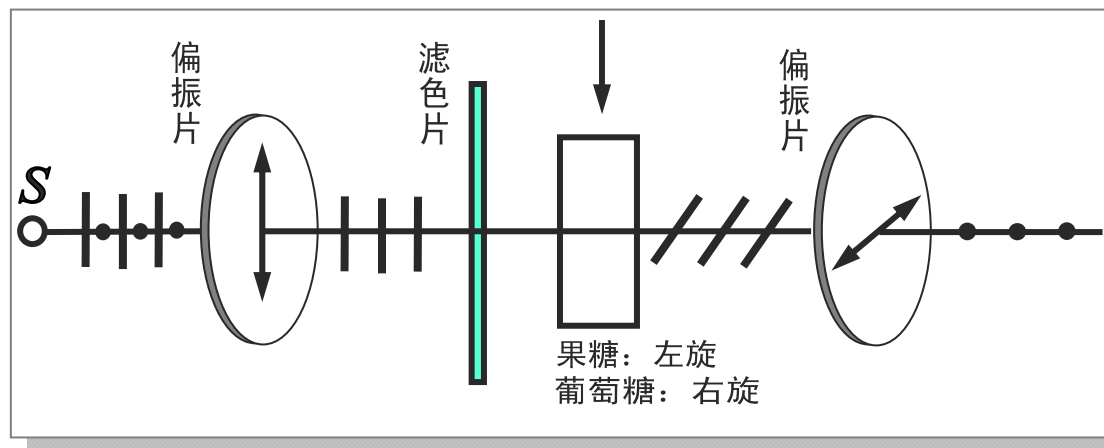
KDP（磷酸二氢钾）是一种无对称中心的晶体，沿某一特定方向施加电场后，在晶体内能对某种方向的入射光产生双折射

6-2

旋光效应(Optical activity)及其应用

旋光现象 —— 线偏振光通过某些透明物质时其振动面将会以光的传播方向为轴转过一定的角度。

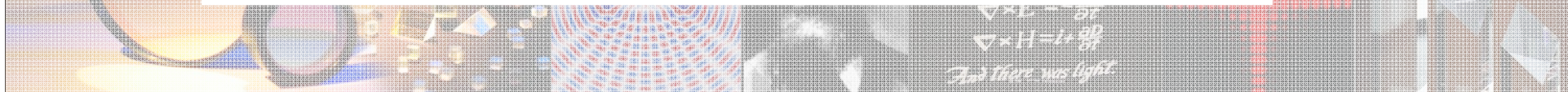
旋光物质（石英、糖、酒石酸等）



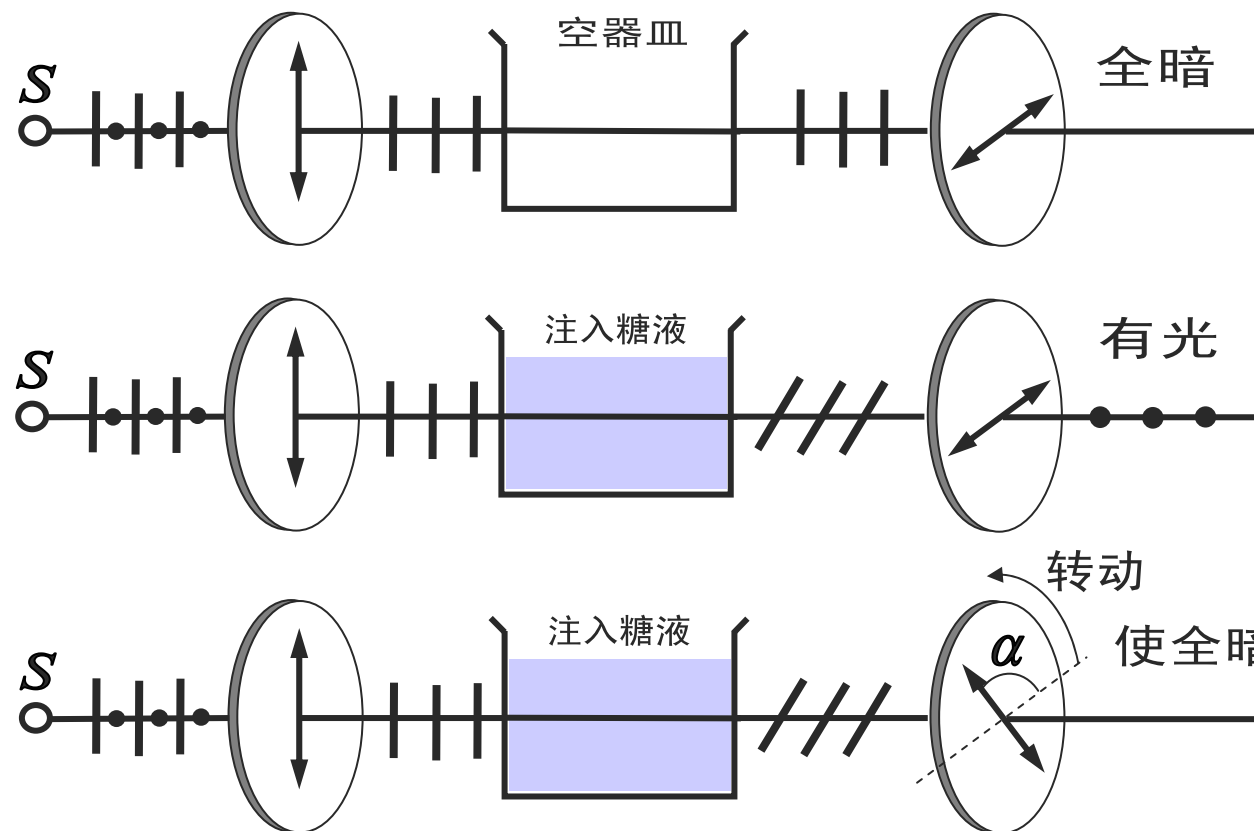
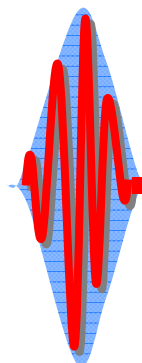
单色光入射时

固体: $\alpha_{\text{转角}} = a_{\text{旋光常量}} d_{\text{材料厚}}$ a 与材料及波长有关

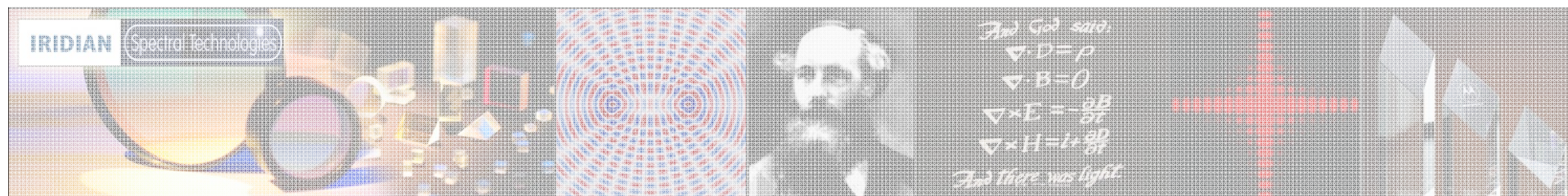
液体: $\alpha_{\text{转角}} = a d \rho_{\text{物质浓度}}$ (单位溶液体积中的溶质质量)



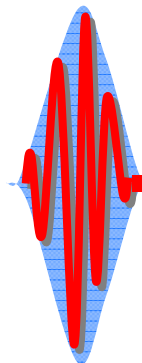
应用：糖量计原理



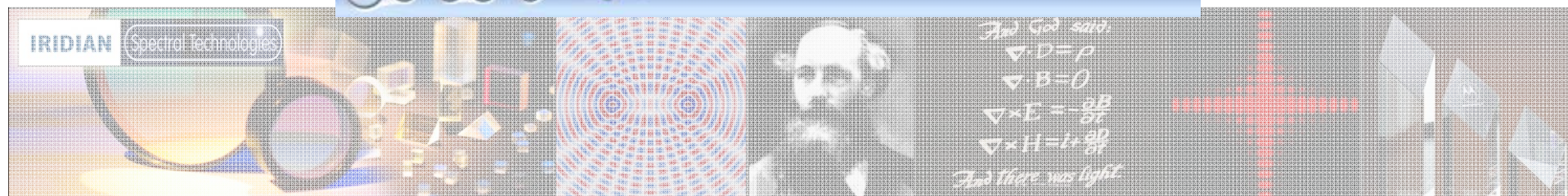
测转角 α 算糖液浓度



6-2



视频展示：旋光效应应用视频-糖量计

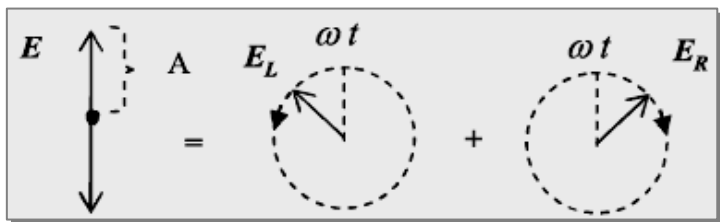


6-2

旋光现象的解释

Fresnel的旋光理论

线偏振光可分解为左右旋圆偏振光



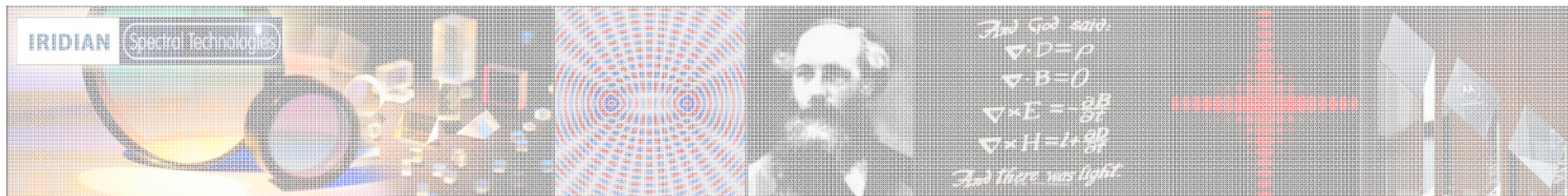
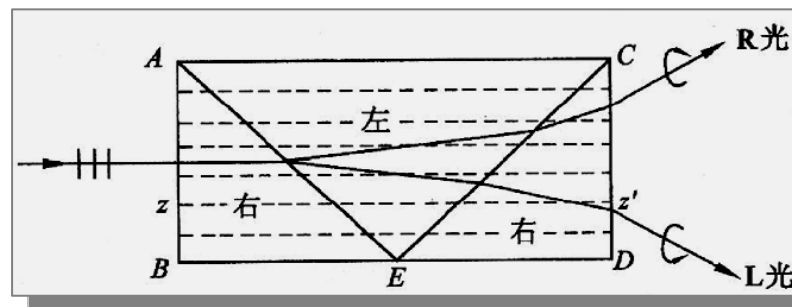
$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$$

线偏振光入射时，旋光物质对于左旋、右旋元偏振光有**不同的传播速度**，可以证明出射光仍为**线偏振**，但振动面发生了**旋转**（具体证明过程见**竺子民《物理光学》P244**）

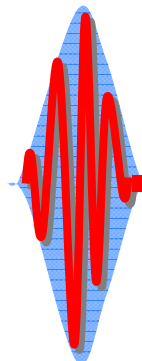
实验验证

对左旋光：密→疏→密

对右旋光：疏→密→疏



6-2



磁光效应

(Magneto-optical effect)

定义:

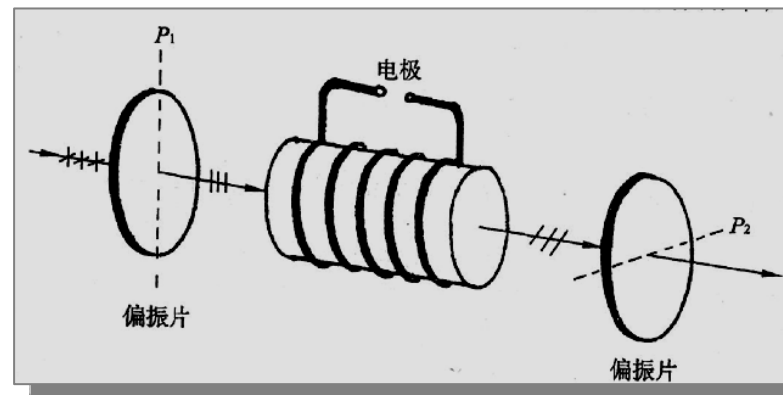
由于外加磁场引起的旋光称为**磁光效应**

讨论

$\psi_F = VBl$, B : 磁感应强度, l : 管长, V : 维尔德(Verdet)常数

ψ_F 在定向中实际旋向取决于 B 方向, 与光的传播无关

当光的传播方向倒逆时, **振动面继续旋转 ψ**



现象: $P_1 \perp P_2$

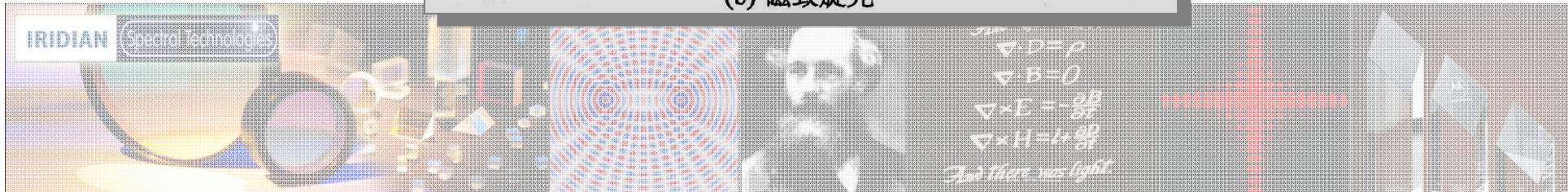
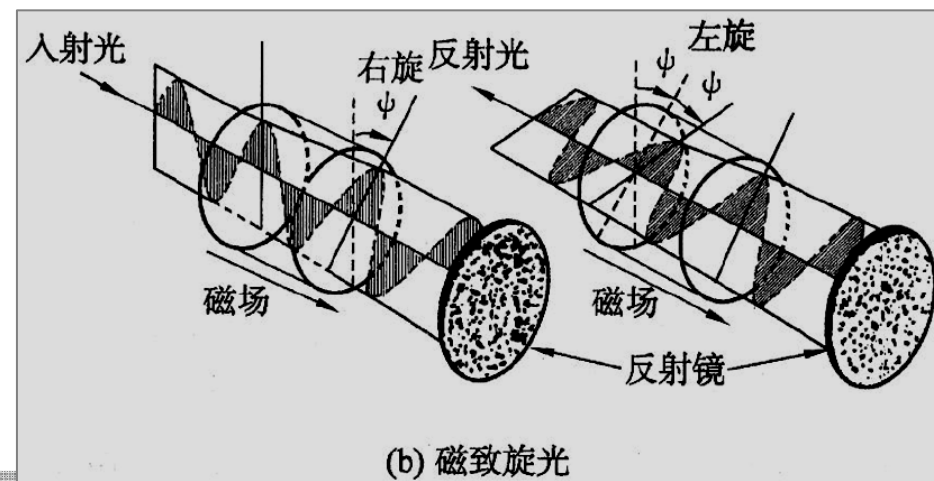
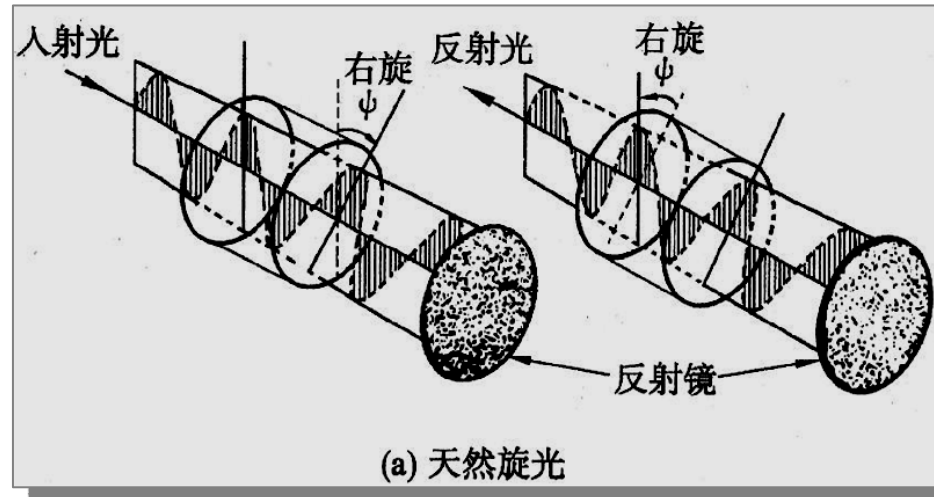
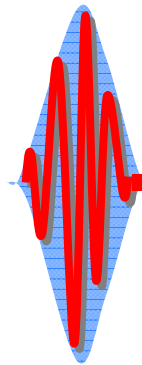
1) 不通电, P_2 消光

2) 通电, P_2 旋转 ψ 角才消光

说明通电时偏振面转过了 ψ 角



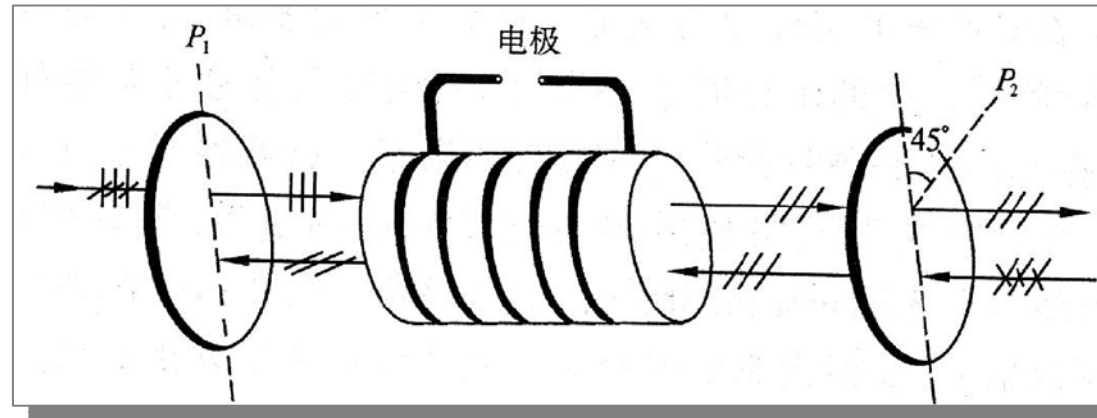
6-2



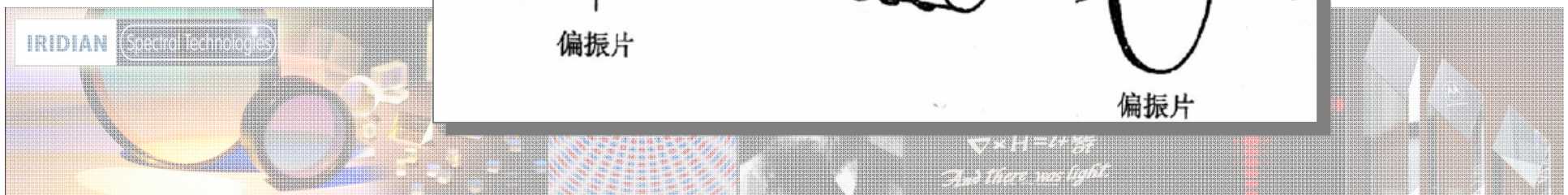
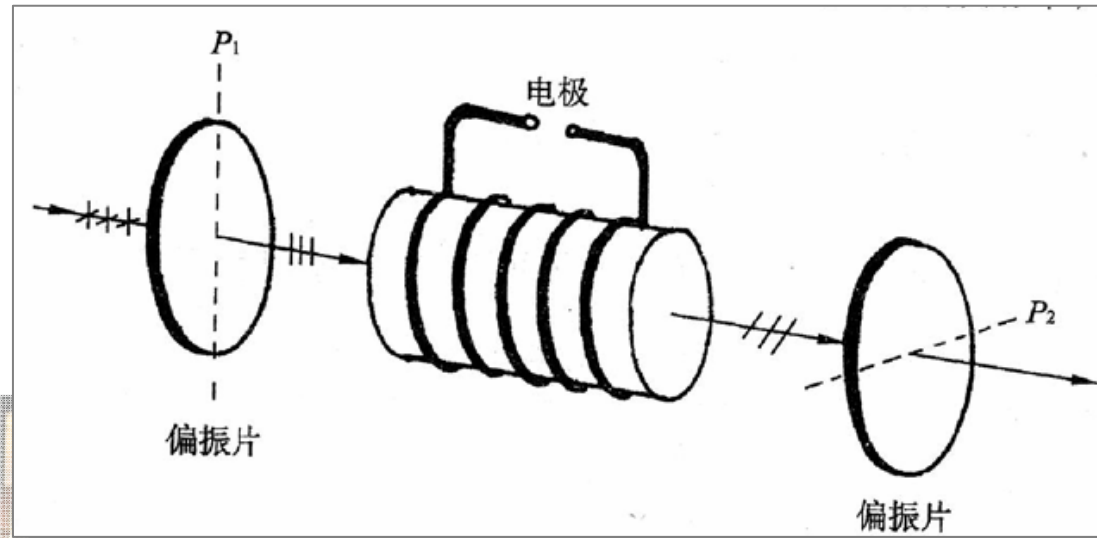
6-2

应用:

光隔离器



光调制器



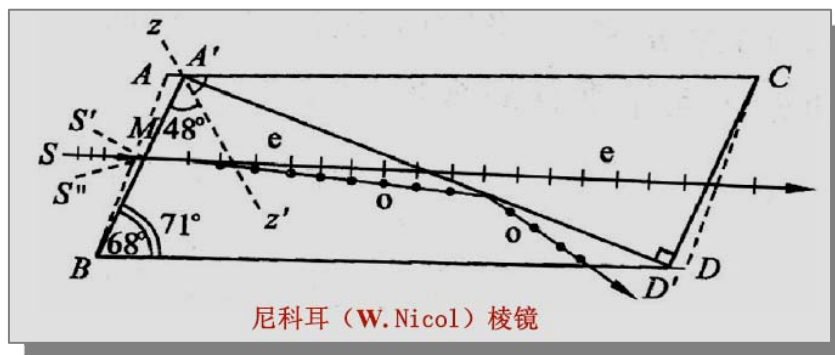
6-3 偏振器件

偏振器件：用于产生和检测偏振态（如：偏振器），改变偏振态的器件（如：波片、补偿器）

双折射型偏振器

一般由两块按一定方式切割下来的晶体棱镜组合而成；从空间上分离o光、e光；利用其中一束光或两束作为输出线偏振光。据使用要求不同，可以采用不同晶体，多采用方解石。

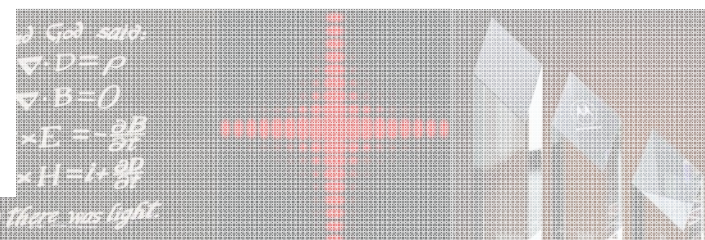
尼科耳棱镜



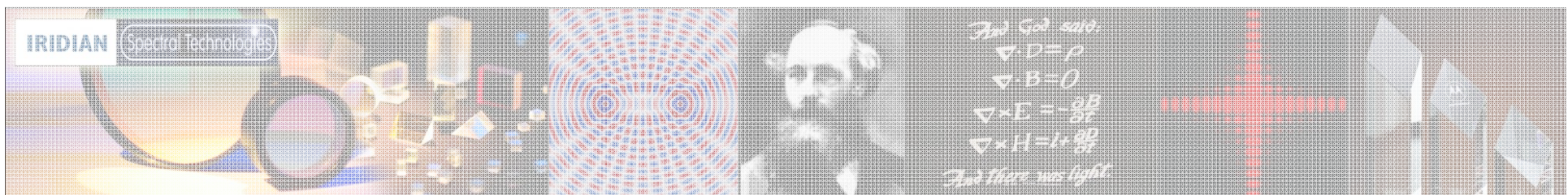
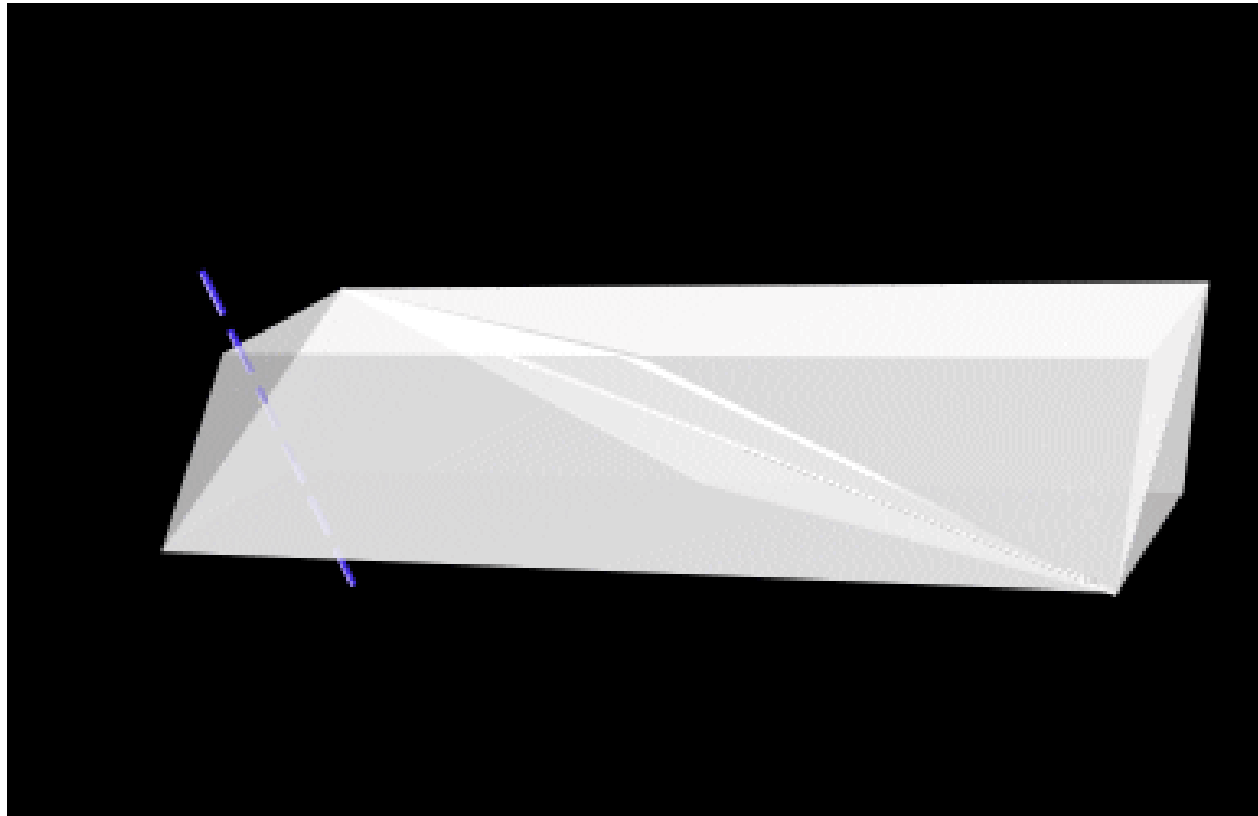
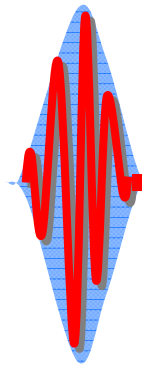
o光在树脂层面发生全反射，从侧面BD'出射或被涂层吸收；
e光在树脂层面大部分透射，然后端面CD'面出射，得振动方向在主截面内的线偏振光

沿短对角线切开，打磨，抛光，再用加拿大树胶粘合。长宽比约为3:1。

主截面平行于板面。



6-3



6-3

格兰棱镜

切割成两个直角棱镜 (α)，光轴平行于折射棱；
斜面用树胶粘合或空气层隔开。

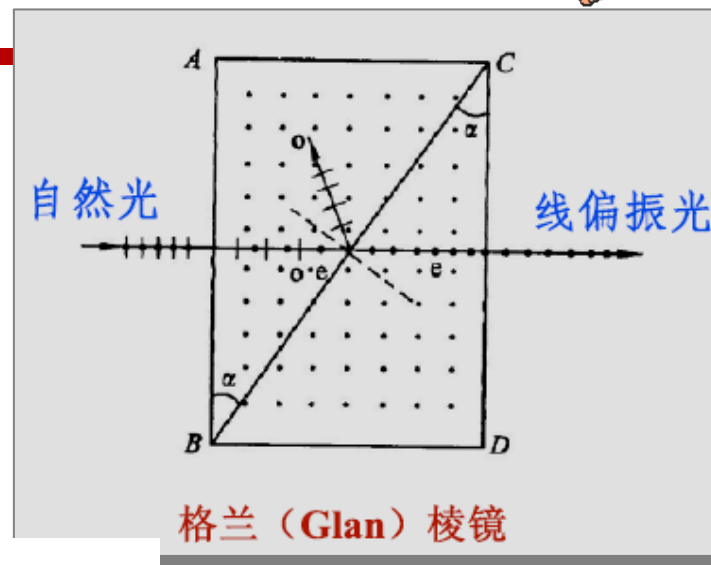
Glan-Foucault 棱镜——空气层；

Glan-Thompson棱镜——加拿大树胶层

入射光正入射，垂直光轴，

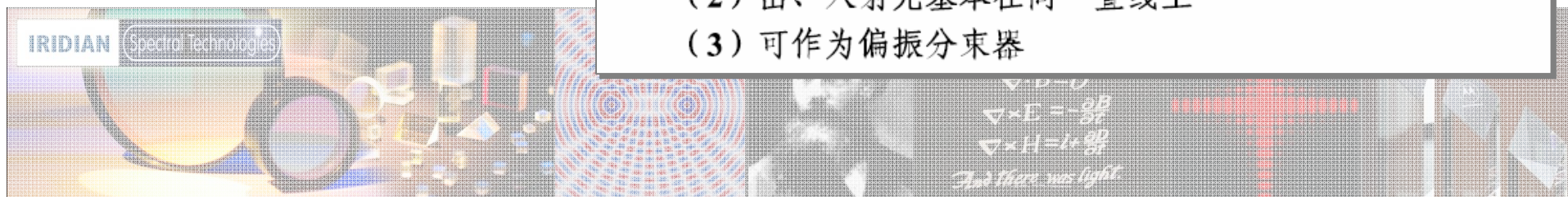
发生双折射，因为 $v_e > v_o$ 。但是，o光和e光传播方向一致，直进，
在斜面处入射角均为 α 。

则o光全反射，e光透射。出射线偏振光。可得到两束振动
方向相互垂直的线偏振光。



优点:

- (1) 光波垂直端面入射，垂直端面出射，光强反射损失小；
- (2) 出、入射光基本在同一直线上
- (3) 可作为偏振分束器



6-3

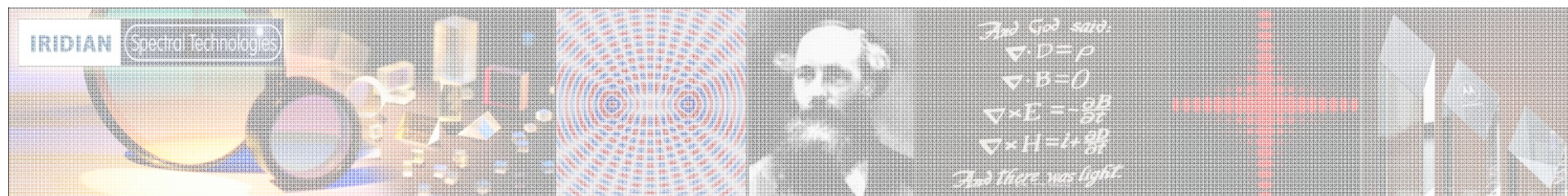
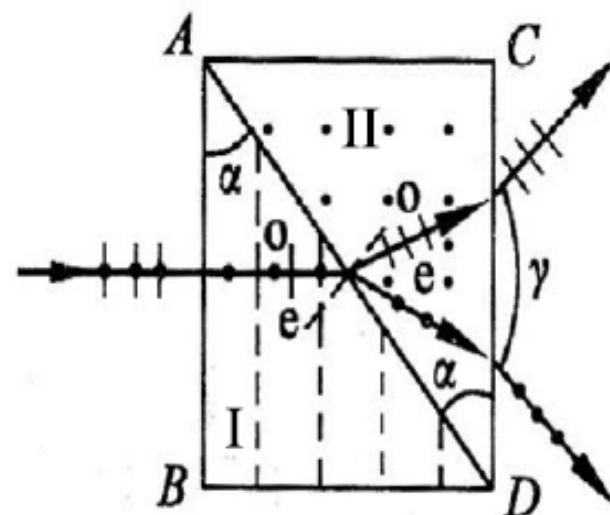
渥拉斯顿 (Wollaston) 棱镜

自然光正入射。在I中，光轴//端面AB，光线⊥光轴入射，
e光和o光传播方向相同，但速度不同 $v_e > v_o$ ，发生双折射。
在AD面，二者入射角相同，等于 α 。

穿过斜面AD进入II时，

I中的o光变为II中的e光，折射率 $n_o \rightarrow n_e$ ，由密到疏，远离法线，下偏，从端面CD向下倾斜出射。

I中的e光变为II中的o光，折射率 $n_e \rightarrow n_o$ ，由疏到密，靠近法线，上偏，从端面CD向上倾斜出射。

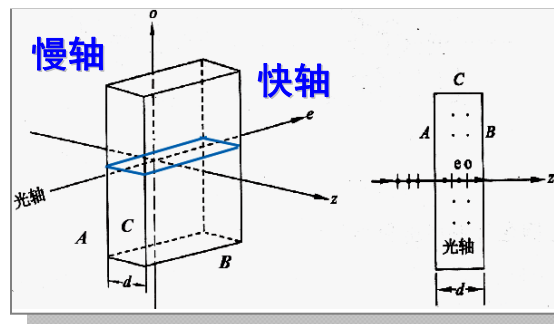


6-3

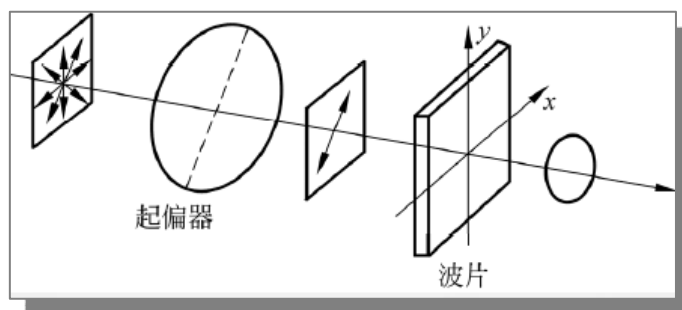
波片 Wave plate

将晶体经过特殊加工制成波片，可利用 n_o 和 n_e 的差别使o光和e光产生不同的**相位延迟**。

波片：单轴晶体，沿**光轴**方向切割，平行平面薄片

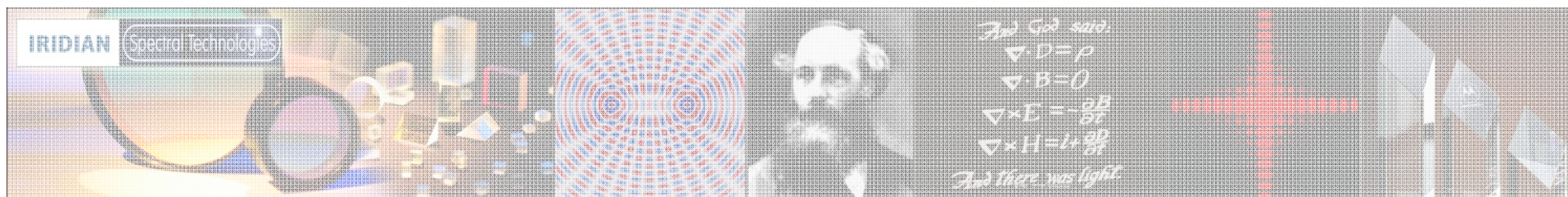


注意：一般波片都标有**快、慢轴**方向。快/慢是指沿该方向振动的光速度快/慢。

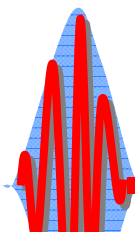


$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d$$

对光波中偏振方向相互垂直的两个分量**提供固定的相位差**
 ----改变入射光的**偏振态**



6-3

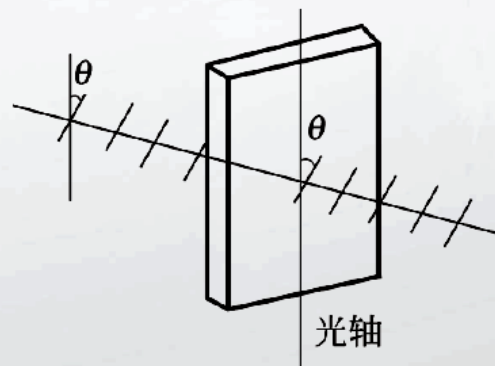


1. 全波片

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d = 2m\pi \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$d = \left| \frac{m}{n_o - n_e} \right| \lambda$$

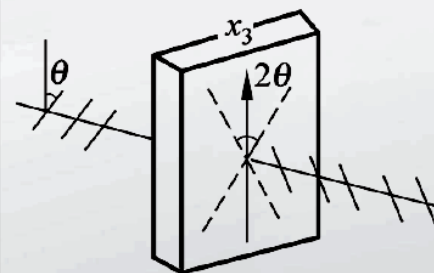
特点：放入光路中，
不改变光的偏振状态。



2. 半波片

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d = (2m + 1)\pi \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

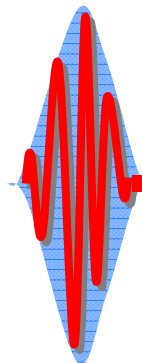
厚度 $d = \left| \frac{2m + 1}{n_o - n_e} \right| \cdot \frac{\lambda}{2}$



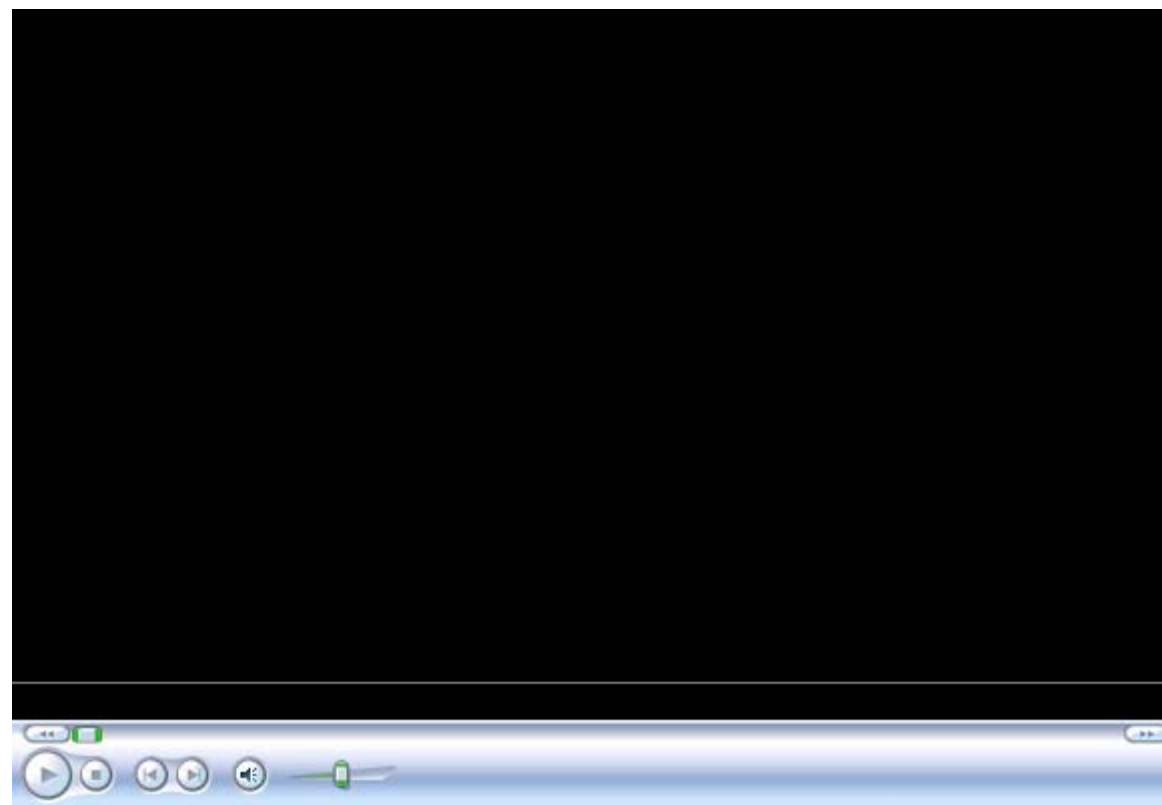
特点：出射光仍为线偏振光，只是振动面的方位较入射光转过了 2θ 角。



6-3



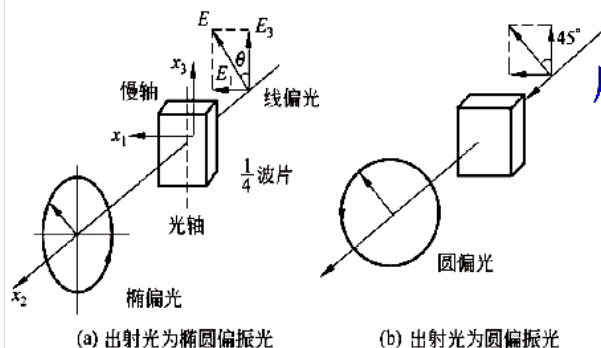
视频展示: Half-wave plate



6-3

3. 1/4波片

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} |n_o - n_e| d = (2m + 1) \frac{\pi}{2} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



厚度 $d = \left| \frac{2m+1}{n_o - n_e} \right| \cdot \frac{\lambda}{4}$

特点：线偏振光通过1/4波片后，出射光将变为椭圆偏振光。



4. 几点注意

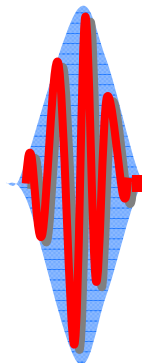
- (A). 任何波片都只对特定波长
- (B). 快、慢轴
快、慢轴标记
快轴相位超前

$$d = \left| \frac{2m+1}{n_o - n_e} \right| \frac{\lambda}{4}$$

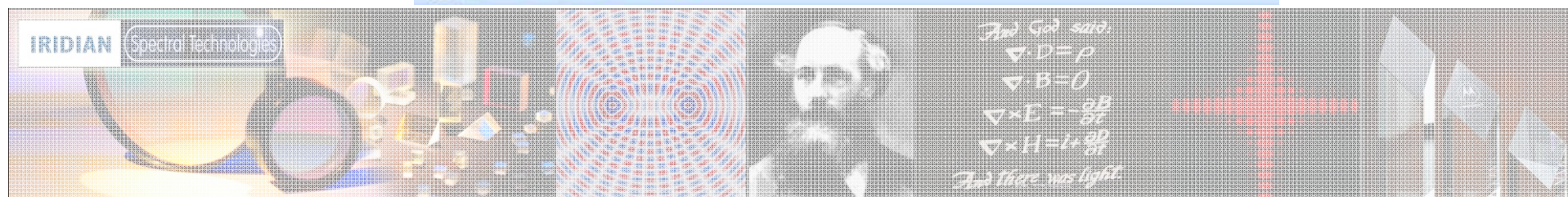
- (C) 波片级次---**m**
m = 0, 温度稳定性好, 但制做困难。
- (D). 波片只改变入射光的偏振态, 不改变其强度



6-3

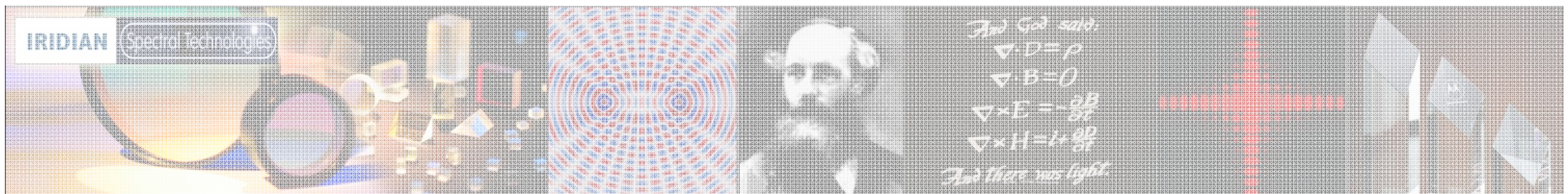
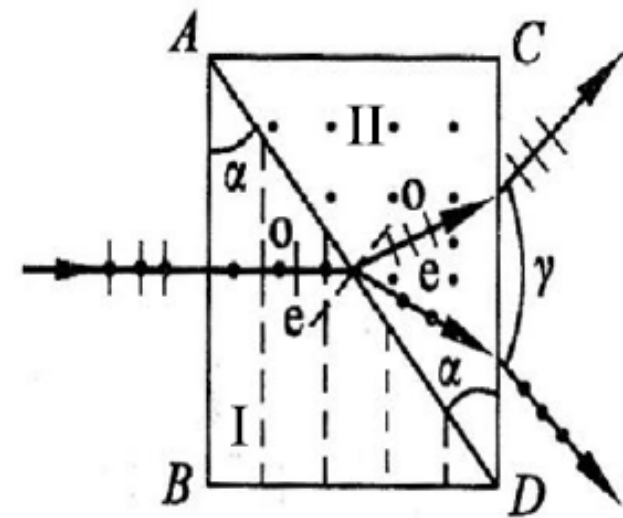


视频展示: Quarter-wave plate

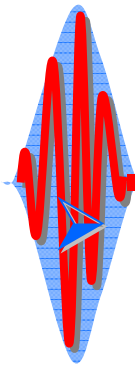


6-3

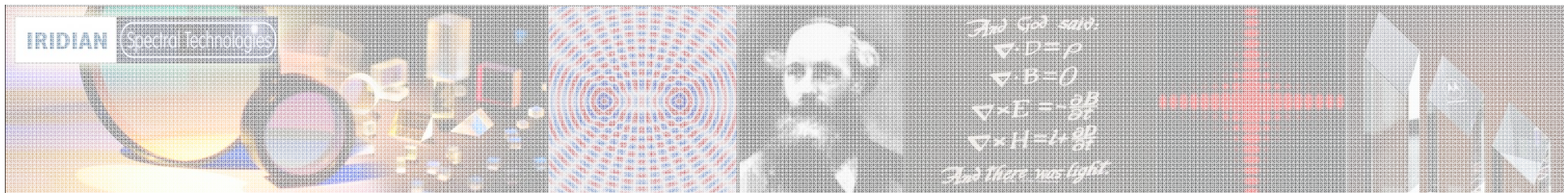
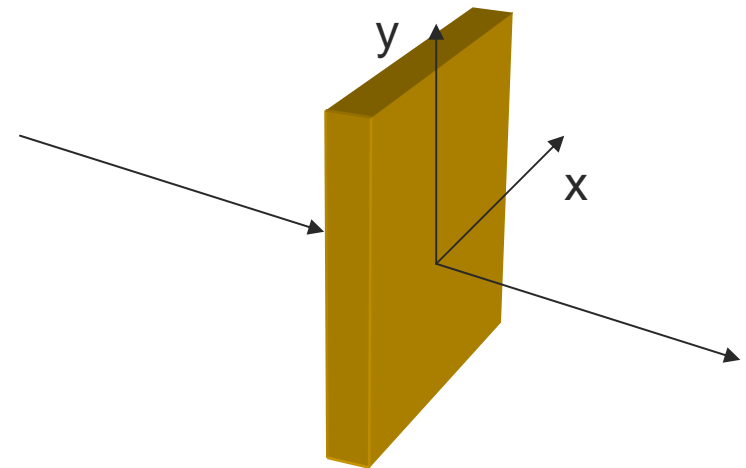
- 例题：构成渥拉斯顿棱镜的直角方解石棱镜的顶角 $\theta = 30^\circ$ ，试求当一束自然光垂直入射时，从棱镜出射的o光和e光的夹角。



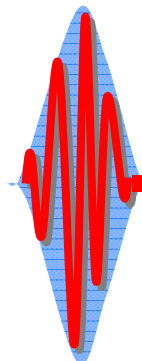
6-3



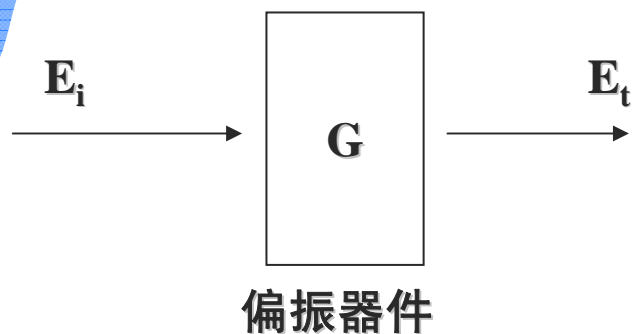
例题：一束线偏振的钠黄光 ($\lambda = 589.3\text{nm}$) 垂直通过一块厚度为 $1.618 \times 10^{-2}\text{mm}$ 的石英波片。波片的折射率 $n_o = 1.54424$, $n_e = 1.55335$, 光轴沿 x 轴方向 (如图所示)。试讨论入射线偏振光的振动方向与 x 轴分别成 45° , -45° 和 30° 时出射光的偏振态。



6-3



偏振器件的矩阵表示



$$E_i = \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix}, E_t = \begin{bmatrix} A_2 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = g_{11}A_1 + g_{12}B_1$$

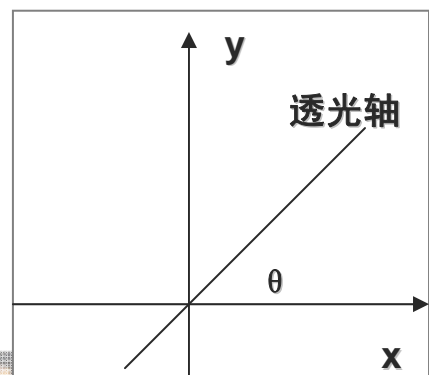
$$B_2 = g_{21}A_1 + g_{22}B_1$$

$$G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \dots\dots \text{琼斯矩阵}$$

几种典型偏振器件的琼斯矩阵

- ◆ 透光轴与x轴成 θ 角的线偏振器

$$G = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \frac{1}{2} \sin 2\theta \\ \frac{1}{2} \sin 2\theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

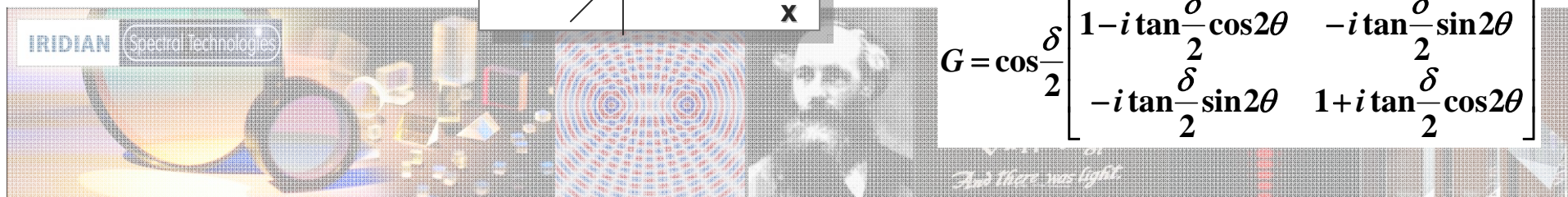


- ◆ 快轴在x方向的1/4波片

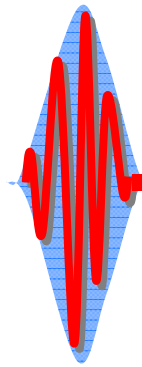
$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$$

- ◆ 快轴与x轴成 θ 角，产生的位相差为 δ 的波片

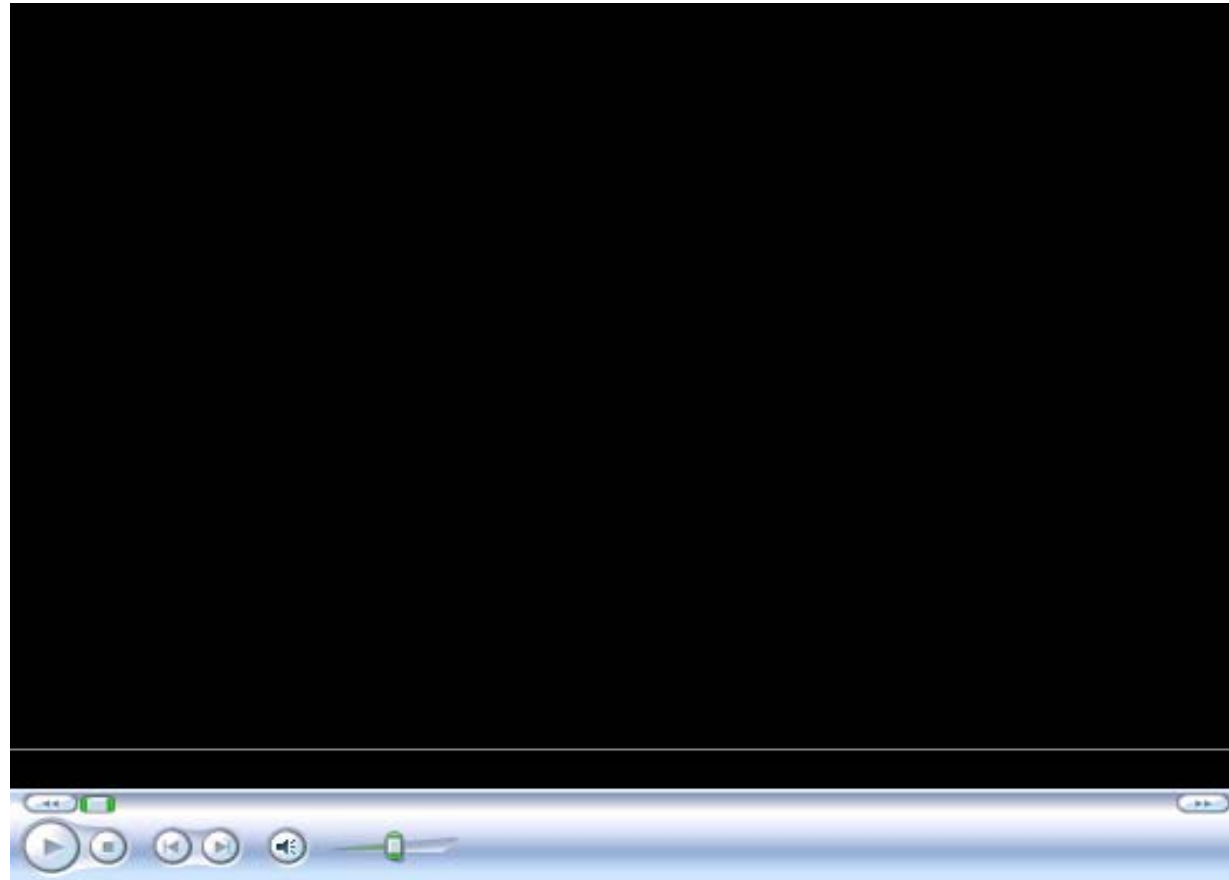
$$G = \cos \frac{\delta}{2} \begin{bmatrix} 1 - i \tan \frac{\delta}{2} \cos 2\theta & -i \tan \frac{\delta}{2} \sin 2\theta \\ -i \tan \frac{\delta}{2} \sin 2\theta & 1 + i \tan \frac{\delta}{2} \cos 2\theta \end{bmatrix}$$



6-3



视频展示: Optical isolator



6-3

偏振器件的矩阵表示

讨论:

- 偏振光 E_i 相继通过N个偏振器件, 它们的琼斯矩阵分别为 G_1, G_2, \dots, G_N , 则透射偏振光

$$E_t = G_N G_{N-1} \dots G_1 E_i$$

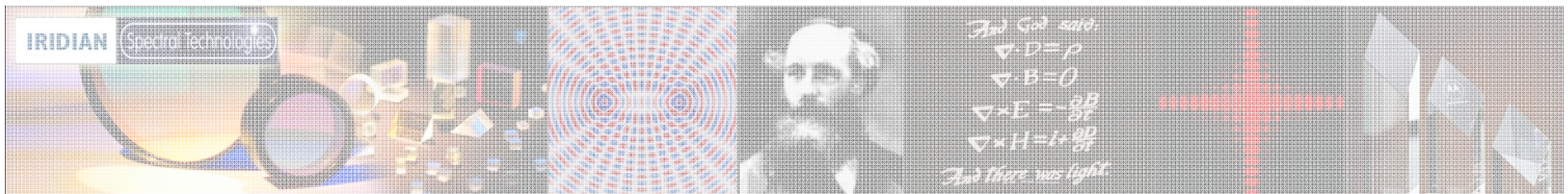
- 矩阵运算**不满足**交换律

本征矢量

若: $\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$ 则: $\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$ 为 $\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ 的本征矢量

η 为 $\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix}$ 的本征值

物理意义: 一种**特殊**的偏振态, 通过偏振器件时保持自身偏振态**不变**。



6-3

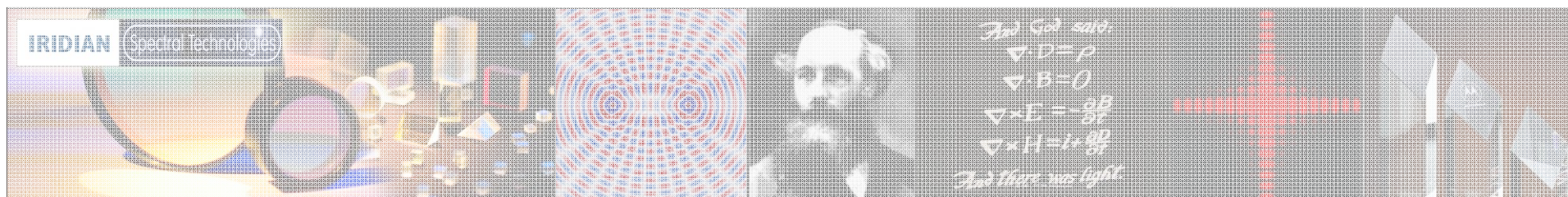
本征矢量的求解:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$$

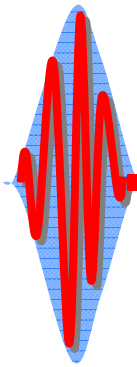
$$(g_{11} - \eta)(g_{22} - \eta) - g_{12}g_{21} = 0 \quad \text{解得 } \eta$$

η 再代入: $\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix}$ 即可

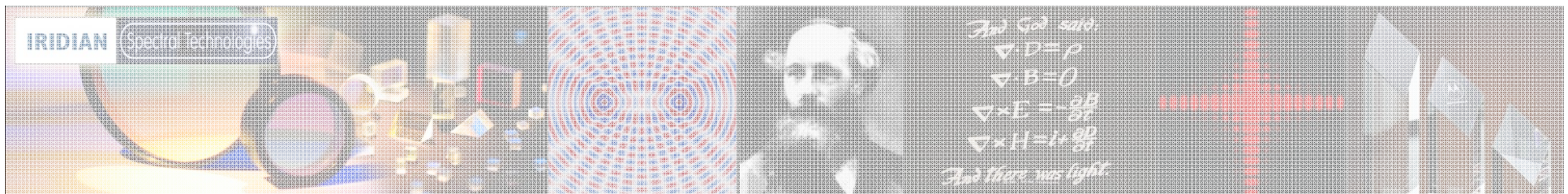
例题: 求快轴在y方向的1/4波片的本征矢量。



6-3



- **例题：计算线偏振光相继通过两个偏振器件的偏振态。设入射线偏振光的光矢量沿x轴，相继通过两个器件分别为快轴与x轴成45度的一般波片（位相差 δ ）和快轴在x轴的1/4波片。**



6-3

- 
- 例题：计算一束线偏振光通过1/8波片的偏振态。线偏振光的光矢量与x轴夹角为30度，1/8波片的快轴沿x方向。

作业： 6.16; 6.19

