第 30 卷 第 2 期
Vol. 30 No. 2

控 制 与 决 策
Control and Decision

2015 年 2 月
Feb. 2015

文章编号: 1001-0920 (2015) 02-0375-05 **DOI:** 10.13195/j.kzyjc.2013.1341

基于前景理论和统计推断的区间数多准则决策方法

江 文 奇

(南京理工大学 经济管理学院，南京 210094)

摘 要: 针对准则权重不完全确定且准则值为区间数的多准则群决策问题, 提出一种基于前景理论的多准则决策方法. 基于统计推断原理, 以各准则下的方案值为样本推断其发生的概率, 进而确定期望值参考点. 基于区间数可能度确定价值函数, 以方案区分度最大为目标构建非线性优化模型并确定方案排序. 最后, 通过实例分析表明了所提出方法的有效性和可行性.

关键词: 多准则决策；前景理论；统计推断；区分度；区间数

中图分类号: C934 **文献标志码:** A

Interval multi-criteria decision-making approach based on prospect theory and statistic deduction

JIANG Wen-qi

(School of Economics and Management，Nanjing University of Science and Technology，Nanjing 210094，China. E-mail：wqjiang@ustc.edu.cn)

Abstract: Aiming at the interval multi-criteria decision-making problems with uncertain criteria weights, a multi-criteria decision-making approach is proposed. Firstly, the probability of each alternative under each criterion is given through statistical inference principle, in which the whole alternative values are used as samples. Then, the value function may be offered based on the possibility degree of interval number, a non-linear programming mode with maximum degree of differentiation among all the alternatives is constructed to rank the alternatives. Finally, a numerical example illustrates the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Keywords: multi-criteria decision-making；prospect theory；statistic deduction；degree of differentiation；interval number

0 引 言

含有区间数的多准则决策问题有效刻画和表征了准则权重和准则值的不完全信息特征[1], 已成为多准则决策领域的重要研究问题之一. 现有的研究热点主要集中在区间数的规范化、区间数比较和决策方法等方面, 其中规范化和区间数比较是决策方法设计的基础. 基于效用理论的基本思想, 很多学者提出了多种决策方法, 如模糊 VIKOR 方法[2]、赋权的集结算子[3-4]、基于正态分布函数[5]或概率度[6]、多时点的动态决策方法[7]等.

随着行为决策理论的发展, 考虑决策者不完全理性行为特征的多准则决策方法成为研究热点. 前景理论是分析决策者心理行为的一种理论[8], 在多准则决策等诸多领域得到了广泛应用. 现有的研究主要集中在前景价值函数和决策模型设计两方面, 如: 文献 [9] 研究了区间数之间的距离计算方法; 文献 [10] 研究了含有区间数的决策矩阵转化为损益矩阵的决策方法; 文献 [11] 基于正负理想靶心定义了前景价值函数; 文献 [12] 研究了概率和准则值均为区间数的排序方法; 文献 [13] 将准则值看作给定区间内的等差随机数, 利用分布函数表示区间内准则值的分布规律.

参考点设计是前景理论在多准则决策问题应用方面的核心环节, 中位数、正负理想点和零点参考点确定方法会受到数据本身的影响, 期望值参考点会受到决策者自身的影响. 同时, 以所有方案综合前景值最大为目标的优化模型忽略了各个方案前景值之间的差异便成为一个科学问题. 确定合理的参考点可以减少数据本身和决策者行为的影响, 合理区分方案前

收稿日期: 2013-09-28；**修回日期:** 2013-12-19.

基金项目: 国家自然科学基金项目(71271116)；教育部人文社科基金项目(09JD630522).

作者简介: 江文奇(1976−), 男, 副教授, 博士, 从事决策分析等研究.

景值可以提高方案区分度, 提高决策结果的应用价值.

本文拟在全面分析前景理论内涵的基础上, 研究基于区间数的多准则决策方法和应用问题. 基于统计推断原理, 以各准则下的方案值为样本推断其发生的概率, 进而确定期望值参考点. 基于区间数可能度确定价值函数, 以方案区分度最大为目标构建非线性优化模型并确定方案排序. 最后, 通过实例分析表明了所提出方法的有效性和可行性.

1 预备知识

如果 $X=[x^L,x^U]$ 是有界区间, 且 $x^L,x^U\in R$, $x^L\leqslant x^U$, 则称 X 为区间数. 对于 m 个 $X_i=[x_i^L,x_i^U]$, 令 $X^L=\min(x_1^L,x_2^L,\cdots,x_m^L)$, $X^U=\max(x_1^U,x_2^U,\cdots,x_m^U)$, 如果 c_j 为效益型准则, 则无量纲化值为 $z_i^L=x_i^L/X^U$, $z_i^U=x_i^U/X^L$. 如果 c_j 为成本型, 令

$$(1/X)^L=\max(1/x_1^L,1/x_2^L,\cdots,1/x_m^L),$$

$$(1/X)^U=\min(1/x_1^U,1/x_2^U,\cdots,1/x_m^U),$$

则 $z_i^L=(1/x_i^U)/(1/X)^L$, $z_i^U=(1/x_i^L)/(1/X)^U$.

对于任意两个区间数 $X=[x^L,x^U]$ 和 $Y=[y^L,y^U]$, 其距离可以表示为

$$d(X,Y)=\sqrt{\frac{1}{2}[(x^L-y^L)^2+(x^U-y^U)^2]}. \tag{1}$$

令 $l_x=x^U-x^L$, $l_y=y^U-y^L$, 称

$$\frac{\min\{l_x+l_y,\max(0,x^U-y^L)\}}{l_x+l_y}$$

为 $X\geqslant Y$ 可能度[14].

前景理论主要包括价值函数和决策权重[15], 价值函数 $v(x)$ 是相对于参考点形成的收益和损失, $x>0$ 表示获得, $x<0$ 表示失去. α 和 β 为风险态度系数 $(0\leqslant\alpha,\ \beta\leqslant1)$, 值越大表示决策者越倾向冒险. λ 为损失规避系数, $\lambda>1$ 表明决策者损失敏感. 决策者面对收益风险规避, 面对损失风险偏好, 对损失比收益更加敏感. 价值函数表示为

$$v(x)=\begin{cases}x^\alpha,\ x\geqslant0;\\-\lambda(-x)^\beta,\ x<0.\end{cases} \tag{2}$$

令 p 为判断概率, $\pi(p)$ 为决策权重, Tversky 等[8] 给出决策权重的公式为

$$\pi(p)=\frac{p^\gamma}{(p^\gamma+(1-p)^\gamma)^{1/\gamma}}. \tag{3}$$

进而, 方案 a_i 前景价值的数值可以表示为

$$V_i=\sum_{j=1}^n\pi(p_j)v(x_{ij}). \tag{4}$$

2 期望值参考点设计

无量纲化处理是前景理论应用于多准则决策的重要环节, 现有的区间数无量纲化处理方法主要分为基于数据本身的处理、运用奖优罚劣的方法和基于拉开档次等方法. 基于无量纲化结果, 需要寻求价值函数, 其中参考点确定是核心. 现有的参考点主要包括零点、正负理想点和期望值参考点等. 期望值参考点人为给出, 受到的影响因素较多; 基于正态分布确定参考点, 数据量偏少可能导致密度函数估计不准确; 将其他方案作为参考点, 计算量较大.

同一准则下准则值数量越多, 就越接近正态分布, 采取正态分布分析的正确性便越高. 假设数据序列服从正态分布, 可以构建出正态分布的数字特征, 基于数字特征值推断各个区间值发生的概率, 进而获取决策参考点.

针对某一多准则决策问题, 决策方案为 $a_i\,(i\in(1,2,\cdots,m))$, 准则为 $c_j\,(j\in(1,2,\cdots,n))$, 决策矩阵为 $X=[\tilde{x}_{ij}]_{m\times n}$, $\tilde{x}_{ij}$ 为区间数 $[x_{ij}^L,x_{ij}^U]$, 无量纲化后的决策矩阵为 $Y=[\tilde{y}_{ij}]_{m\times n}$, $\tilde{y}_{ij}$ 为区间数 $[y_{ij}^L,y_{ij}^U]$. 对于某一准则 $c_j\,(j\in(1,2,\cdots,n))$, 所有方案的 y_{ij}^L、y_{ij}^U 分别组成数据序列 $S_j=(y_{1j}^L,\cdots,y_{mj}^L,y_{1j}^U,\cdots,y_{mj}^U)$, 该序列的均值 $\bar{Y}_j$ 和样本方差 s_j^2 分别为

$$\bar{Y}_j=\frac{1}{2m}\Big(\sum_{i=1}^m y_{ij}^L+\sum_{i=1}^m y_{ij}^U\Big),$$

$$s_j^2=\frac{1}{2m-1}\Big(\sum_{i=1}^m(y_{ij}^L-\bar{Y}_j)^2+\sum_{i=1}^m(y_{ij}^U-\bar{Y}_j)^2\Big).$$

由于总体方差未知, 可以采取 t 分布估计. 对于 c_j 下任意区间数 $[y_{ij}^L,y_{ij}^U]$, 其概率为

$$P_{ij}=P(t\leqslant y_{ij}^U)-P(t\leqslant y_{ij}^L). \tag{5}$$

如果 $y_{ij}^L,y_{ij}^U>\bar{Y}_j$, 则有

$$P(t\leqslant y_{ij}^U)=1-P\Big(\frac{y_{ij}^U-\bar{Y}_j}{s_j/\sqrt{2m}}\Big),$$

$$P(t\leqslant y_{ij}^L)=1-P\Big(\frac{y_{ij}^L-\bar{Y}_j}{s_j/\sqrt{2m}}\Big).$$

如果 $y_{ij}^L,y_{ij}^U<\bar{Y}_j$, 则有

$$P(t\leqslant y_{ij}^U)=P\Big(\frac{\bar{Y}_j-y_{ij}^U}{s_j/\sqrt{2m}}\Big),$$

$$P(t\leqslant y_{ij}^L)=P\Big(\frac{\bar{Y}_j-y_{ij}^L}{s_j/\sqrt{2m}}\Big).$$

考虑 y_{ij}^L、y_{ij}^U 与 $\bar{Y}_j$ 相比的上述情形, 代入式 (5) 即可获得 P_{ij}. 如果将各方案准则值作为随机变量取值, P_{ij} 为其概率, 则可得到各准则下准则值的数学期望值. 由于所求 P_{ij} 之和并不等于 1, 需要进行规范化处理才能体现随机变量的特征.

定义 1 基于 P_{ij} 的结果, 准则 c_j 的期望值 E_j 即为 $[\mathrm{E}_j^L,\mathrm{E}_j^U]$, 有

$$\mathrm{E}_j^L=\sum_{i=1}^m\Big(P_{ij}\Big/\sum_{i=1}^m P_{ij}\Big)y_{ij}^L,$$

$$\mathrm{E}_j^U = \sum_{i=1}^{m}\Big(P_{ij}\Big/\sum_{i=1}^{m}P_{ij}\Big)y_{ij}^U.$$

该期望值可以认为是各个准则下准则值的参考点.

3　价值函数与决策权重设计

基于期望值参考点, 各准则值与其比较, 可获得各个准则值的价值函数. 基于式 (1) 计算其距离, 有

$$d(\tilde{y}_{ij},\mathrm{E}_j) = \sqrt{\frac{1}{2}[(y_{ij}^L-\mathrm{E}_j^L)^2+(y_{ij}^U-\mathrm{E}_j^U)^2]}.$$

令 $l_{\tilde{y}_{ij}} = y_{ij}^U - y_{ij}^L, l_{\mathrm{E}_j} = \mathrm{E}_j^U - \mathrm{E}_j^L$, 基于可能度公式, 如果

$$\frac{\min\{l_{\tilde{y}_{ij}}+l_{\mathrm{E}_j},\max(0,x_{ij}^U-\mathrm{E}_j^L)\}}{l_{\tilde{y}_{ij}}+l_{\mathrm{E}_j}} > 0.5,$$

则认为 $\tilde{y}_{ij} > \mathrm{E}_j$, 否则 $\tilde{y}_{ij} < \mathrm{E}_j$. 从而, 各个准则值的价值函数为

$$v_{ij} = v(\tilde{y}_{ij}) = \begin{cases}(d(\tilde{y}_{ij},\mathrm{E}_j))^{\alpha},\ \tilde{y}_{ij} > \mathrm{E}_j;\\ -\lambda(d(\tilde{y}_{ij},\mathrm{E}_j))^{\beta},\ \tilde{y}_{ij} < \mathrm{E}_j.\end{cases} \tag{6}$$

其中: $\alpha = \beta = 0.88, \lambda = 2.25$[15]. 矩阵 $Y = [\tilde{y}_{ij}]_{m\times n}$ 变成价值矩阵 $V = [v_{ij}]_{m\times n}$. 在准则 c_j 下, 面临收益和损失的决策权重为

$$\pi^+(p_j) = \frac{p_j^{\gamma}}{(p_j^{\gamma}+(1-p_j)^{\gamma})^{1/\gamma}},$$

$$\pi^-(p_j) = \frac{p_j^{\delta}}{(p_j^{\delta}+(1-p_j)^{\delta})^{1/\delta}}.$$

其中: $\gamma = 0.61,\ \delta = 0.69$. 不失一般性, 令决策方案 a_i 的前 q_i 个为正, 其余为负, 则决策方案 a_i 的综合前景价值为

$$v(a_i) = \sum_{j=1}^{q_i} v(\tilde{y}_{ij})\pi^+(p_j) + \sum_{j=q_i+1}^{n} v(\tilde{y}_{ij})\pi^-(p_j).$$

通常, 在考虑方案前景价值时, 将方案的综合前景值最大作为目标函数并构建确定决策权重优化模型. 然而, 如果相关方案的前景值之间差异较小, 则很难有效区分方案, 进而增加了决策的难度. 于是, 基于方案区分度最大构建优化模型, 有

$$\max Z = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\Big(v(a_i) - \sum_{i=1}^{m}v(a_i)\Big/m\Big)^2;$$

$$\text{s.t.}\ \sum_{j=1}^{n}p_j = 1,\ a_j \leqslant p_j \leqslant b_j. \tag{7}$$

其中 a_j、b_j 为不完全信息下 p_j 的下限和上限, 需要决策者事先设定. 模型 (7) 为有约束的非线性模型, 决策权重是决策变量 p_j 的增函数, 变化的 p_j 导致某一准则下前景值增加而其他准则下前景值减小, 无法判断对 $v(a_i)$ 的影响. 同时, 由于决策权重函数特点, 使得目标函数并不是凸函数且可能不存在可行的搜索方向, 无法有效转化为无约束问题或简单的规划问题, 采用传统的制约函数法或可行方向法均难以获得非劣解, 需要采用 lingo 9.0 求解. 基于前景理论的区间数多准则决策过程可以描述如下.

Step 1: 针对某一多准则群决策问题, 区分准则类型, 采用第 1 节提出的方法进行准则无量纲化, 获得 $Y = [\tilde{y}_{ij}]_{m\times n}$.

Step 2: 将每个准则下区间值排成数据序列, 采用 t 分布获取各个区间的概率 P_{ij}, 并对其进行归一化处理. 由定义 1 计算准则值期望值, 并将其作为准则值参考点.

Step 3: 对于每个准则, 按照第 3 节提供的可能度公式比较各区间数与期望值的大小, 由式 (6) 计算每个区间数的价值函数.

Step 4: 设定 a_j 和 b_j, 基于模型 (7) 计算 p_j, 进而获得 $v(a_i)$, 对方案进行排序.

4　实例分析

考虑某个反舰导弹武器系统问题[16], 有 5 个备选方案供选择, 评价准则有 6 个, 分别为导弹命中与摧毁能力 c_1、火控系统作战能力 c_2、抗干扰能力 c_3、导弹飞机控制能力 c_4、导弹制导 c_5、舰载机机动能力 c_6, 均为效益型指标, 决策矩阵见表 1.

表 1　决策矩阵 $X = [\tilde{x}_{ij}]_{m\times n}$

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
a_1	$[5,6]$	$[6,8]$	$[6,7]$	$[4,6]$	$[7,8]$	$[8,10]$
a_2	$[6,8]$	$[5,7]$	$[8,9]$	$[7,8]$	$[4,7]$	$[7,8]$
a_3	$[5,7]$	$[6,7]$	$[8,10]$	$[7,9]$	$[5,7]$	$[6,7]$
a_4	$[8,10]$	$[5,6]$	$[4,7]$	$[5,7]$	$[6,8]$	$[4,7]$
a_5	$[8,10]$	$[6,8]$	$[5,6]$	$[6,9]$	$[7,8]$	$[5,8]$

Step 1: 按照上述方法进行无量纲化处理, 见表 2.

Step 2: 计算概率和期望值, 见表 3. 依据概率值得到各准则下的数学期望值分别为 [0.160 1, 0.265 6], [0.156 7, 0.260 2], [0.151 2, 0.243 3], [0.153 3, 0.276 0], [0.151 5, 0.261 7], [0.146 9, 0.263 3].

Step 3: 获取方案在准则下价值函数, 见表 4.

表 2　无量纲化的决策矩阵 $Y = [\tilde{y}_{ij}]_{m\times n}$

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
a_1	$[0.12,0.19]$	$[0.17,0.29]$	$[0.15,0.23]$	$[0.10,0.21]$	$[0.18,0.28]$	$[0.2,0.33]$
a_2	$[0.15,0.25]$	$[0.14,0.25]$	$[0.21,0.29]$	$[0.18,0.28]$	$[0.11,0.24]$	$[0.18,0.27]$
a_3	$[0.12,0.22]$	$[0.17,0.25]$	$[0.21,0.32]$	$[0.18,0.31]$	$[0.13,0.24]$	$[0.15,0.23]$
a_4	$[0.2,0.31]$	$[0.14,0.21]$	$[0.10,0.23]$	$[0.13,0.24]$	$[0.16,0.28]$	$[0.10,0.23]$
a_5	$[0.2,0.31]$	$[0.17,0.29]$	$[0.13,0.19]$	$[0.15,0.31]$	$[0.18,0.28]$	$[0.13,0.27]$

表 3 各准则值概率

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
a_1	0.0647	0.2149	0.2411	0.1147	0.18746	0.1505
a_2	0.2949	0.2163	0.1503	0.2126	0.20586	0.2133
a_3	0.2172	0.2103	0.1509	0.2149	0.20535	0.199
a_4	0.2116	0.1436	0.2474	0.219	0.21387	0.203
a_5	0.2116	0.2149	0.2103	0.2387	0.18746	0.2342

表 4 前景价值

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
a_1	−0.19331	0.031084	−0.04767	−0.19095	0.039188	0.086762
a_2	−0.05496	−0.05423	0.072355	0.029891	−0.11989	0.032046
a_3	−0.14037	−0.03948	0.093622	0.04641	−0.07235	−0.07608
a_4	0.060635	−0.11725	−0.12236	−0.10354	0.018887	−0.13047
a_5	0.060635	0.031084	−0.12885	0.037932	0.039188	−0.05794

Step 4: 给出 a_j, b_j 的范围[16]为

$$a_1 = 0.16,\ a_2 = 0.14,\ a_3 = 0.15,\ a_4 = 0.13,$$
$$a_5 = 0.14,\ a_6 = 0.11,\ b_1 = 0.2,\ b_2 = 0.16,$$
$$b_3 = 0.18,\ b_4 = 0.17,\ b_5 = 0.18,\ b_6 = 0.19.$$

基于模型 (7) 运用 lingo 9.0 求解, 得到 p_j 分别为 0.2, 0.16, 0.18, 0.17, 0.14 和 0.15. 将其代入 $v(a_i)$, 得到 $v(a_i)$ 的值分别为 -0.0702, -0.01887, -0.04212, -0.08844, -0.00284, 方差为 0.017159. 方案排序为 $a_5 > a_2 > a_3 > a_1 > a_4$.

文献 [16] 计算 $v(a_i)$ 的值分别为

$$-0.0696, -0.0692, -0.0456, -0.0689, -0.0002,$$

排序结果为

$$a_5 > a_3 > a_4 > a_2 > a_1,$$

方差为 0.015014. 与文献 [16] 方法比较, 差异主要体现在: 1) 方差增加了, 排序差异值分别为 0.00264, $-0.05003, -0.00348, 0.001, 0.01884$, 除 a_5 外, 其他方案之间的差异显著, 有利于区分所有方案排序的优劣性; 2) 等级系数为 0.4, 表明两种方法的差异度显著. 13 个约束条件的松弛或剩余变量值和对偶变量值见表 5.

表 5 灵敏度分析

序号	松弛或者剩余值	影子价格
1	0	0.3371617 e-02
2	0.4000000 e-01	0
3	0	0.1298695 e-02
4	0.2000000 e-01	0
5	0	0.3463294 e-02
6	0.3000000 e-01	0
7	0	0.1421693 e-02
8	0.4000000 e-01	0
9	0	0.1538314 e-01
10	0	-0.9449491 e-02
11	0.4000000 e-01	0
12	0.4000000 e-01	0
13	0.4000000 e-01	0

表 5 中, 13 个约束条件的常数值所对应的影子价格值表明: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_6, b_5, b_6$ 对其不敏感, 只要 a_1, a_2, a_3, a_4, a_6 值分别在 $0 \sim b_1, b_2, b_3, b_4, b_6$ 之间, b_5, b_6 值分别在 a_5, a_6 之间变化, 最优值便不变, 鲁棒性较好. 而 b_1, b_2, b_3, b_4, a_5 敏感, 其值的变化会影响最优解, 进而影响最优值. 前景价值的灵敏度分析结果见表 6 和表 7. 由表可见, 5 个方案 6 个准则在内的所有 30 个数据中, 15 个数据的上限或下限为无穷大时最优解不变, 表明其稳定性较好.

表 6 前景价值的灵敏度分析 (增加量)

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
a_1	0.19331	INFINITY	0.04767	0.19095	INFINITY	0.93639 e-02
a_2	0.05496	0.05423	INFINITY	INFINITY	0.11989	0.93639 e-02
a_3	0.14037	0.03948	INFINITY	INFINITY	0.07235	0.93639 e-02
a_4	INFINITY	0.11725	0.12236	0.10354	INFINITY	0.93639 e-02
a_5	INFINITY	INFINITY	0.12885	INFINITY	INFINITY	0.93639 e-02

表 7 前景价值的灵敏度分析 (减少量)

	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
a_1	0.14215 e-02	0.35008 e-02	0.14020 e-02	0.1543 e-01	-0.9364 e-02	0.086762
a_2	0.14215 e-02	0.35008 e-02	0.14020 e-02	0.15434 e-01	-0.9364 e-02	0.032046
a_3	0.14215 e-02	0.35008 e-02	0.14020 e-02	0.15434 e-01	-0.9364 e-02	INFINITY
a_4	0.14215 e-02	0.35008 e-02	0.14020 e-02	0.15434 e-01	-0.9363 e-02	INFINITY
a_5	0.14215 e-02	0.35008 e-02	0.14020 e-02	0.15434 e-01	-0.9363 e-02	INFINITY

5 结 论

前景理论在多准则决策问题中得到了广泛的应用, 确定了参考点是核心问题. 针对带有区间数且不完全信息下的多准则决策问题, 基于概率推断方法, 估计各方案在各准则下的概率值, 进而推断出期望值参考点, 运用区间数可能度公式, 确定方案的价值函数. 同时, 基于方案区分度考虑, 构建相应的优化模型, 进行方案排序. 本文的研究有助于科学确定参考点, 为有效决策提供辅助支持.

参考文献(References)

[1] Maria Angeles Gil. A note on the connection between fuzzy numbers and random intervals[J]. Statistics & Probability Letters, 1992, 13(2): 311-319.

[2] Ming Shin Kuo, Gin Shuh Liang. A soft computing method of performance evaluation with MCDM based on interval-valued fuzzy numbers[J]. Applied Soft Computing, 2012, 12(1): 476-485.

[3] Peide Liu. A weighted aggregation operators multi-attribute group decision-making method based on interval-valued trapezoidal fuzzy numbers[J]. Expert Systems with Applications, 2011, 38(1): 1053-1060.

[4] Tomas Balezentis, Shouzhen Zeng. Group multi-criteria decision making based upon interval-valued fuzzy numbers: An extension of the MULTIMOORA method[J]. Expert Systems With Applications, 2013, 40(2): 543-550.

[5] 徐改丽, 吕跃进. 基于正态分布区间数的多属性决策方法[J]. 系统工程, 2011, 29(9): 120-123.
(Xu G L, Lv Y J. Approach of multi-attribute decision-making based on normal distribution interval number[J]. Systems Engineering, 2011, 29(9): 120-123.)

[6] Hu Jun-hua, Zhang Yan, Chen Xiao-hong, et al. Multi-criteria decision making method based on possibility degree of interval type-2 fuzzy number[J]. Knowledge-Based Systems, 2013, 43(2): 21-29.

[7] 梁燕华, 郭鹏, 朱煜明, 等. 基于区间数的多时点多属性灰靶决策模型[J]. 控制与决策, 2012, 27(10): 1527-1536.
(Liang Y H, Guo P, Zhu Y M, et al. Multi-period and multi-criteria decision making model of grey target based on interval number[J]. Control and Decision, 2012, 27(10): 1527-1536.)

[8] Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. J of Risk and Uncertainty, 1992, 5(4): 297-323.

[9] 胡军华, 陈晓红, 刘咏梅. 基于语言评价和前景理论的多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1477-1482.
(Hu J H, Chen X H, Liu Y M. Multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory[J]. Control and Decision, 2009, 24(10): 1477-1482.)

[10] 樊治平, 陈发动, 张晓. 基于累积前景理论的混合型多属性决策方法[J]. 系统工程学报, 2012, 27(3): 295-301.
(Fan Z P, Chen F D, Zhang X. Method for hybrid multiple attribute decision making based on cumulative prospect theory[J]. J of Systems Engineering, 2012, 27(3): 295-301.)

[11] 刘勇, Forrest Jeffrey, 刘思峰, 等. 基于前景理论的多目标灰靶决策方法[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 345-350.
(Liu Y, Forrest Jeffrey, Liu S F, et al. Multi-objective grey target decision making based on prospect theory[J]. Control and Decision, 2013, 28(3): 345-350.)

[12] 王坚强, 周玲. 基于前景理论的灰色随机多准则决策方法[J]. 系统工程理论与实践, 2010, 30(9): 1658-1664.
(Wang J Q, Zhou L. Grey-stochastic multi-criteria decision making approach based on prospect theory[J]. Systems Engineering-Theory and Practice, 2010, 30(9): 1658-1664.)

[13] 胡军华, 许琦. 基于前景理论的区间数多准则决策方法[J]. 统计与信息论坛, 2011, 26(9): 23-27.
(Hu J H, Xu Q. Multi-criteria decision making method with interval number based on prospect theory[J]. Statistics & Information Forum, 2011, 26(9): 23-27.)

[14] 徐泽水, 达庆利. 区间数排序的可能度法及其应用[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 67-70.
(Xu Z S, Da Q L. Possibility degree for ranking interval numbers and its application[J]. J of Systems Engineering, 2003, 18(1): 67-70.)

[15] Kahneman D. Tversky A prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometric, 1979, 47(2): 263-291.

[16] 余德建. 基于前景理论的信息不完全的区间型多属性决策方法[J]. 软科学, 2011, 25(3): 140-144.
(Yu D J. Interval multi-attribute decision making method based on prospect theory with incomplete information[J]. Soft Sciences, 2011, 25(3): 140-144.)

(责任编辑: 郑晓蕾)