

基于 T-S 模糊模型的网络控制系统 非脆弱 H_∞ 跟踪控制

肖会芹^{1,3}, 何勇², 吴敏², 肖伸平³

(1. 中南大学 信息科学与工程学院, 长沙 410083; 2. 中国地质大学(武汉) 自动化学院, 武汉 430074; 3. 湖南工业大学 电气信息与工程学院, 湖南 株洲 412008)

摘要: 针对一类 T-S 模糊模型描述的网络控制系统(NCSs)非脆弱 H_∞ 跟踪控制问题进行研究. 首先, 综合考虑网络中数据传输时滞和数据丢包的影响, 采用输入时滞法和并行分布补偿(PDC)技术, 建立基于 T-S 模糊模型的网络控制系统状态跟踪误差模型; 然后, 利用 Lyapunov 方法和改进的自由权矩阵方法, 基于线性矩阵不等式(LMI), 给出满足系统 H_∞ 跟踪性能的条件, 并给出非脆弱模糊控制器设计方法; 最后, 通过仿真实例表明了该方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; T-S 模糊模型; 非脆弱 H_∞ 跟踪控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Non-fragile H_∞ tracking control for networked control systems based on T-S fuzzy model

XIAO Hui-qin^{1,3}, HE Yong², WU Min², XIAO Shen-ping³

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China; 2. School of Automation, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 3. College of Electrical and Information Engineering, Hu'nan University of Technology, Zhuzhou 412008, China. Correspondent: HE Yong, E-mail: heyong@csu.edu.cn)

Abstract: For the problem of H_∞ tracking control for a class of networked control systems(NCSs) based on the T-S model, by using input-delay and parallel distributed compensation(PDC) techniques, a state tracking error model based on the T-S model is firstly established in which both network-induced delay and data packet dropout are considered. Furthermore, with the Lyapunov stability theory and the improved free weighting matrix method, several criteria ensuring the prescribed H_∞ tracking performance can be derived. Simultaneously, the non-fragile fuzzy controller design method is also presented. Finally, a numerical example is given to demonstrate the effectiveness of the proposed scheme.

Keywords: networked control systems; T-S fuzzy model; non-fragile H_∞ tracking control; linear matrix inequality

0 引言

跟踪控制是指在给定跟踪性能的要求下, 使被控对象状态或输出尽可能紧地跟踪预定的参考轨迹. 跟踪控制普遍存在于工业、生物和经济等领域的动态过程中, 并广泛地用于机器人^[1]、导弹^[2]以及飞行姿态的跟踪控制^[3]. 而具有非线性特性的系统跟踪控制, 在近 10 多年来也得到了大量研究, 取得了一些重要成果^[4-7].

另一方面, 在现代控制系统中, 网络控制系统(NCSs)由于资源共享、布线少、易于安装维护、低开销等诸多优点使其受到愈加广泛的关注. 近年来, 基

于网络环境的非线性系统控制的研究开始受到人们的关注^[8-10]. 特别是 Takagi-Sugeno (T-S) 模糊系统因其能以任意精度逼近任何光滑的非线性函数的特点而成为非线性被控对象的主要描述方式, 基于 T-S 模糊模型的网络控制系统的跟踪控制问题得到了更为深入的研究^[11-13]. 其中: 文献[11]针对基于 T-S 模糊模型的网络控制系统的状态跟踪控制问题, 给出了具有数据传输时滞和数据丢包网络环境下的模糊控制器设计方法; 在此基础上, 文献[12]和文献[13]通过改进, 利用自由权矩阵方法获得了具有更低保守性的时滞上界以及更好的跟踪控制效果.

收稿日期: 2013-09-11; 修回日期: 2014-04-02.

基金项目: 国家自然科学基金项目(61125301, 61210011, 61203136); 湖南省自然科学基金项目(12JJ4062).

作者简介: 肖会芹(1977-), 女, 博士生, 从事时滞系统、网络控制的研究; 何勇(1969-), 男, 教授, 博士生导师, 从事时滞系统、鲁棒控制等研究.

上述控制器设计中, 都假定控制器是精确执行的. 然而, 在数字控制器执行过程中, 信号在计算或储存过程中可能会发生溢出, 并且寄存器、存储器等设施字长容量有限, 因此需要按照实际字长的存储能力对信号进行舍入或量化, 这将不可避免地导致控制器的不确定因素. 文献[14]通过很多例子说明, H_∞ 、 H_2 、 l_1 以及 μ 控制设计过程中, 控制器参数的微小偏移, 都将导致闭环系统的稳定性被破坏或性能下降, 这引起了人们对非脆弱控制的广泛关注^[15-16]. 迄今为止, 基于T-S模糊模型的网络控制系统跟踪控制的非脆弱研究却鲜见报道.

本文在具有数据传输时滞和数据丢包的网络环境下, 针对基于T-S模糊模型描述的网络控制系统的非脆弱 H_∞ 跟踪控制问题开展研究. 首先, 分别采用T-S模糊模型和线性稳定参考模型描述控制对象和被跟踪对象, 利用并行分布补偿(PDC)控制原理^[17]建立了系统状态跟踪误差模型; 然后, 利用Lyapunov方法并结合改进的自由权矩阵方法得到了系统满足给定 H_∞ 跟踪性能的充分条件, 在此基础上, 针对具有加性摄动和乘性摄动的非脆弱模糊控制器, 获得基于线性矩阵不等式(LMI)的控制器增益矩阵的求解方法; 最后, 通过仿真实例说明采用本文方法所设计的非脆弱 H_∞ 控制器具有良好的跟踪效果.

本文中, 符号“-1”和“T”分别表示对矩阵进行求逆和转置; $P > 0$ ($P \geq 0$) 表示矩阵 P 是正定(半正定)矩阵; $\text{diag}(\dots)$ 表示对角阵; * 表示矩阵中的对称项.

1 系统描述

考虑一类典型的NCSs跟踪控制问题, 其控制框图如图1所示. 该系统主要包括基于T-S模糊模型描述的被控对象、参考模型、非脆弱模糊控制器、采集器和零阶保持器(ZOH). 其中: 参考模型为线性稳定参考模型; 采集器为时钟驱动; 控制器和ZOH为事件驱动; 被控对象和非脆弱模糊控制器处于网络中不同地点, 但采用相同的模糊规则库.

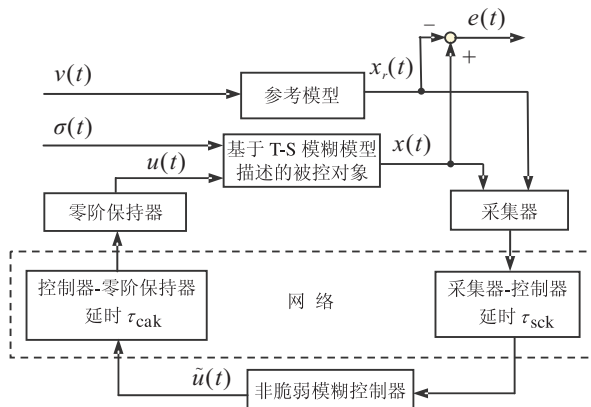


图1 NCSs跟踪控制框图

被控对象的T-S模糊模型描述如下:

规则 i

$$\begin{cases} \text{If } z_1(t) \text{ is } V_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } V_{ip}, \\ \text{Then } \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + B_{\omega i} \sigma(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, r$, r 为模糊规则条数; $z_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, p$) 为模糊前提变量; $z(t) = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_p(t)]^T$ 为 $x(t)$ 的函数; V_{ij} ($i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, p$) 是模糊集合; $x(t) \in R^n$ 为状态变量; $u(t) \in R^m$ 为控制输入向量; $\sigma(t) \in R^q$ 为有界外部干扰; A_i, B_i 和 $B_{\omega i}$ 为适当维数常数矩阵. 模糊系统的输出为各个子系统输出的加权平均, 即

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + B_{\omega i} \sigma(t)]. \quad (2)$$

其中

$$h_i(z(t)) = \frac{w_i(z(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(z(t))}, \quad w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p V_{ij}(z_j(t)).$$

这里: $V_{ij}(z_j(t))$ 为 $z_j(t)$ 属于模糊集合 V_{ij} 的隶属度, $w_i(z(t)) \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, r$), $h_i(z(t)) \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, r$), 且 $\sum_{i=1}^r h_i(z(t)) = 1$.

定义如下参考模型:

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r v(t). \quad (3)$$

其中: $x_r(t) \in R^n$ 为参考模型状态变量, $v(t) \in R^q$ 为有界参考输入向量, A_r 为参考模型渐近稳定系数矩阵, B_r 为输入矩阵.

根据PDC技术, 首先给出一般性的连续时间局部非脆弱模糊控制器描述(即无网络参与), 其规则如下:

规则 i

$$\begin{cases} \text{If } z_1(t) \text{ is } V_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } z_p(t) \text{ is } V_{ip}, \\ \text{Then } \tilde{u}(t) = (K_i + \Delta K_i)(x(t) - x_r(t)) = \\ \quad (K_i + \Delta K_i)e(t). \end{cases}$$

其中: $i = 1, 2, \dots, r$; $z_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, p$) 和 V_{ij} ($i = 1, 2, \dots, r, j = 1, 2, \dots, p$) 定义见式(1); $e(t) = x(t) - x_r(t)$ 为状态跟踪误差; $\tilde{u}(t)$ 为非脆弱模糊控制器的输出; K_i 为状态跟踪误差反馈增益矩阵(即模糊控制器增益矩阵); ΔK_i 为模糊控制器增益干扰, 其变化形式具有下列两种类型.

类型1: 加性控制器增益变化, 即

$$\Delta K_i = H_{ai} F_{ai}(t) E_{ai}; \quad (4)$$

类型2: 乘性控制器增益变化, 即

$$\Delta K_i = H_{bi} F_{bi}(t) E_{bi} K_i. \quad (5)$$

式(4)和(5)中, $H_{ai}, H_{bi}, E_{ai}, E_{bi}$ 为具有适当维数的常数实矩阵; $F_{ai}(t), F_{bi}(t)$ 为Lebesgue可测的时变扰

动矩阵, 分别满足 $F_{ai}^T(t)F_{ai}(t) \leq I, F_{bi}^T(t)F_{bi}(t) \leq I$.

全局模糊控制器为

$$\tilde{u}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t))(K_i + \Delta K_i)e(t). \quad (6)$$

现在考虑具有采样数据及网络参与时的跟踪控制系统. 将 ZOH 刷新时刻记作 $t_k (k = 1, 2, \dots)$, 且认为 t_k 时刻 ZOH 端刷新信号已经历了传输时滞 τ_k ($\tau_k = \tau_{sck} + \tau_{cak}$, τ_{sck} 表示采集器到控制器的时滞, τ_{cak} 表示控制器到 ZOH 的时滞), 则非脆弱模糊控制器的输出可描述为

$$\tilde{u}(t_k) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k - \tau_{cak}))(K_i + \Delta K_i)e(t_k - \tau_{cak}).$$

控制信号 $\tilde{u}(t_k)$ 经过模糊控制器到 ZOH 的时滞 τ_{cak} 后到达 ZOH 端, ZOH 接收该控制信号后进行数据刷新, 并且该刷新信号将会一直作用于被控对象, 直到下一个刷新数据出现. 所以 ZOH 的输出, 即被控对象的输入信号 $u(t)$ 在时间间隔 $[t_k, t_{k+1})$ 可描述为

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t_k - \tau_k))(K_i + \Delta K_i)e(t_k - \tau_k). \quad (7)$$

另外, 从 ZOH 刷新时刻 t_k 到刷新时刻 t_{k+1} 连续丢包个数表示为 γ_k , 则 $t_{k+1} - t_k$ 可以表示为

$$t_{k+1} - t_k = (\gamma_k + 1)T_s + \tau_{k+1} - \tau_k, \quad (8)$$

其中 T_s 是采集器的采样周期. 同时假设能够保证 NCSs 稳定的数据传输时滞上界值为 τ , 丢包个数上界值为 $\bar{\gamma}$, 即

$$0 \leq \tau_k \leq \tau, \quad (9)$$

$$\gamma_k \leq \bar{\gamma}. \quad (10)$$

进一步, 令 $\eta(t) = t - t_k + \tau_k$, 则

$$t_k - \tau_k = t - t + t_k - \tau_k = t - \eta(t), \quad (11)$$

由式 (8)~(10), 可得

$$0 \leq \tau_k \leq \eta(t) \leq \eta, \quad (12)$$

$$\eta = \tau + (\bar{\gamma} + 1)T_s. \quad (13)$$

下面建立参考模型和被控对象合并的基于状态跟踪误差的系统模型. 由式 (7) 和 (11), 可得

$$u(t) = \sum_{i=1}^r h_i(z(t - \eta(t)))(K_i + \Delta K_i)e(t - \eta(t)),$$

$$t_k \leq t < t_{k+1}, k = 1, 2, \dots \quad (14)$$

然后, 由式 (2) 和 (3), 可得

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_r(t) =$$

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t))\{A_i e(t) + B_i u(t)\} + \omega_e(t), \quad (15)$$

其中

$$\omega_e(t) =$$

$$\sum_{i=1}^r h_i(z(t))[(A_i - A_r)x_r(t) + B_{\omega_i}\sigma(t)] - B_r v(t).$$

将式 (14) 代入 (15), 并定义 $h_i(z(t)) := h_i(t), h_j(z(t - \eta(t))) := h_j(t - \eta(t))$, 则基于 T-S 模糊模型描述的 NCSs 状态跟踪误差模型为

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t)h_j(t - \eta(t))\{A_i e(t) + B_i(K_j + \Delta K_j)e(t - \eta(t))\} + \omega_e(t), \\ t \in [t_k, t_{k+1}), k = 1, 2, \dots; \\ e(t) = \varphi(t), t \in [-\eta, 0]. \end{cases} \quad (16)$$

注 1 $x_r(0)$ 和 $x(0)$ 分别为参考模型 (3) 和被控对象 (1) 的零初始状态, 系统 (16) 中, $\varphi(t)$ 为状态跟踪误差的零初始状态函数, 并且 $\varphi(t) = x(0) - x_r(0), t \in [-\eta, 0]$.

注 2 假设初始时刻空闲的网络资源足够分配, 可以将实时 NCSs 中初始采集的信号传输设置为最先优先权, 则 $\eta(t)|_{t_1}$ 将非常小, 可以被忽略^[18]. 这样, 假设 $t_1 = 0, \eta(t)|_{t_1} = 0$, 则有

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \bigcup_{k=1}^N [t_k, t_{k+1}) = [0, \infty).$$

由于 $\eta(t)$ 是上界值为 η 的时变时滞, 上述处理过程将基于采样的 NCSs 转换为具有时滞的状态跟踪误差连续时间系统 (16). 针对该系统, 给出如下定义.

定义 1 对于系统 (16), 定义如下 H_∞ 跟踪性能指标:

$$\int_0^{t_f} e^T(t)Q_g e(t)dt \leq V(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega_e^T(t)\omega_e(t)dt. \quad (17)$$

其中: t_f 为控制终止时间; Q_g 为正定矩阵; ρ 为 H_∞ 衰减度, 即从 ω_e 到 e 的 L_2 增益不大于给定值 ρ^2 .

本文的目的是: 当控制器存在一定摄动时, 为 T-S 模糊模型描述的非线性被控系统 (1) 设计一个非脆弱模糊控制器 (6), 使被控对象状态在网络环境下能够跟踪参考模型 (3) 状态, 且满足指定 H_∞ 跟踪性能指标, 即非脆弱模糊控制器的设计是使基于 T-S 模糊模型描述的 NCSs (16) 具有指定 H_∞ 跟踪性能指标 (17).

2 主要结果及证明

本节将针对模糊控制器具有加性和乘性摄动情形, 给出系统 (16) 满足 H_∞ 跟踪控制性能的非脆弱模糊控制器设计过程. 首先给出如下引理.

引理 1^[19] 给定具有适当维数的矩阵 $Q = Q^T > 0$, 以及 H 和 E , 则

$$Q + HF(t)E + E^T F^T(t)H^T < 0$$

对于所有满足 $F^T(t)F(t) < I$ 的 $F(t)$ 都成立的充要

条件是存在一正数 $\mu > 0$, 使得

$$Q + \mu^{-1}HH^T + \mu E^T E < 0.$$

引理 2 给定标量 $\eta > 0$, $\rho > 0$ 和加权矩阵 $Q_g > 0$, 满足形如式 (6) 的非脆弱模糊控制器, 如果存在 $P = P^T > 0$, $Q = Q^T > 0$, $Z = Z^T > 0$, $X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ * & X_{22} \end{bmatrix} \geq 0$, 以及任意合适维数的矩阵 L_i ($i = 1, 2, 3$), $N = [N_1^T \ N_2^T]^T$, $M = [M_1^T \ M_2^T]^T$, 使得如下矩阵不等式有可行解:

$$\phi_{ij} = \begin{bmatrix} \phi_{11}^{ij} & \phi_{12}^{ij} & -N_1 & \phi_{14}^{ij} & L_1 \\ * & \phi_{22}^{ij} & -N_2 & \phi_{24}^{ij} & L_2 \\ * & * & -Q & 0 & 0 \\ * & * & * & \phi_{44}^{ij} & L_3 \\ * & * & * & * & -\rho^2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, r,$$

$$\psi_1 = \begin{bmatrix} X & N \\ * & Z \end{bmatrix} \geq 0, \quad (19)$$

$$\psi_2 = \begin{bmatrix} X & M \\ * & Z \end{bmatrix} \geq 0, \quad (20)$$

则基于 T-S 模糊模型的李雅普诺夫函数(16)在非脆弱模糊控制器(6)作用下满足 H_∞ 跟踪性能(17).

式(18)中

$$\phi_{11}^{ij} = Q + M_1 + M_1^T + L_1 A_i + A_i^T L_1^T + \eta X_{11} + Q_g,$$

$$\phi_{12}^{ij} = N_1 - M_1 + M_2^T + L_1 B_i K_j + L_1 B_i \Delta K_j +$$

$$A_i^T L_2^T + \eta X_{12},$$

$$\phi_{14}^{ij} = P - L_1 + A_i^T L_3^T,$$

$$\phi_{22}^{ij} = N_2 + N_2^T - M_2 - M_2^T + L_2 B_i K_j + L_2 B_i \Delta K_j +$$

$$K_j^T B_i^T L_2^T + (\Delta K_j)^T B_i^T L_2^T + \eta X_{22},$$

$$\phi_{24}^{ij} = -L_2 + K_j^T B_i^T L_3^T + (\Delta K_j)^T B_i^T L_3^T,$$

$$\phi_{44}^{ij} = \eta Z - L_3 - L_3^T.$$

证明 构造 Lyapunov 泛函为

$$V(t) = e^T(t) P e(t) + \int_{t-\eta}^t e^T(s) Q e(s) ds + \int_{t-\eta}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds d\theta. \quad (21)$$

其中: $P > 0$, $Q > 0$, $Z > 0$ 为待定的对称正定矩阵. 计算 $V(t)$ 沿系统(16)的导数, 得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta(t)) \times \\ & \left\{ 2e^T(t) P \dot{e}(t) + e^T(t) Q e(t) - \right. \\ & e^T(t - \eta) Q e(t - \eta) + \eta \dot{e}^T(t) Z \dot{e}(t) - \\ & \left. \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds - \right. \end{aligned}$$

$$\left. \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}^T(s) Z \dot{e}(s) ds \right\}.$$

由牛顿-莱布尼茨公式, 对于任意合适维数的自由权矩阵 $N = [N_1^T \ N_2^T]^T$, $M = [M_1^T \ M_2^T]^T$, 有

$$2\zeta_1^T(t) N \left[e(t - \eta(t)) - e(t - \eta) - \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \dot{e}(s) ds \right] = 0, \quad (22)$$

$$2\zeta_1^T(t) M \left[e(t) - e(t - \eta(t)) - \int_{t-\eta(t)}^t \dot{e}(s) ds \right] = 0, \quad (23)$$

其中 $\zeta_1(t) = [e^T(t) \ e^T(t - \eta(t))]^T$.

由跟踪误差模型(16), 对于任意合适维数的矩阵 L_i ($i = 1, 2, 3$), 有

$$\begin{aligned} & 2[e^T(t) L_1 + e^T(t - \eta(t)) L_2 + \dot{e}^T(t) L_3] \times \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta(t)) \times \\ & [A_i e(t) + B_i (K_j + \Delta K_j) e(t - \eta(t)) + \\ & \omega_e(t) - \dot{e}(t)] = 0. \end{aligned} \quad (24)$$

另一方面, 对于任意合适维数的矩阵 $X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ * & X_{22} \end{bmatrix} \geq 0$, 下式成立:

$$\begin{aligned} & \eta \zeta_1^T(t) X \zeta_1(t) - \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \zeta_1^T(t) X \zeta_1(t) ds - \\ & \int_{t-\eta(t)}^t \zeta_1^T(t) X \zeta_1(t) ds = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

由 $V(t)$ 导数及式(22)~(25), 得

$$\begin{aligned} & e^T(t) Q_g e(t) - \rho^2 \omega_e^T(t) \omega_e(t) + \dot{V}(t) = \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(t) h_j(t - \eta(t)) \times \\ & \left\{ \zeta_2^T(t) \phi_{ij} \zeta_2(t) - \int_{t-\eta}^{t-\eta(t)} \lambda^T(t, s) \psi_1 \lambda(t, s) ds - \right. \\ & \left. \int_{t-\eta(t)}^t \lambda^T(t, s) \psi_2 \lambda(t, s) ds \right\}. \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$\begin{aligned} \zeta_2(t) = & [e^T(t) \ e^T(t - \eta(t)) \ e^T(t - \eta) \ \dot{e}^T(t) \omega_e^T(t)]^T, \\ \lambda(t, s) = & [\zeta_1^T(t) \ \dot{e}^T(s)]^T, \end{aligned}$$

ϕ_{ij} 定义于式(18), ψ_1 和 ψ_2 分别定义于式(19)和(20). 如果 $\phi_{ij} < 0$ ($i, j = 1, 2, \dots, r$), $\psi_i \geq 0$ ($i = 1, 2$), 则有

$$e^T(t) Q_g e(t) - \rho^2 \omega_e^T(t) \omega_e(t) + \dot{V}(t) \leq 0. \quad (27)$$

将式(27)两边从 0 到 t_f 积分, 得

$$\begin{aligned} & V(t_f) + \int_0^{t_f} e^T(t) Q_g e(t) dt \leq \\ & V(0) + \rho^2 \int_0^{t_f} \omega_e^T(t) \omega_e(t) dt, \end{aligned} \quad (28)$$

其中 t_f 为无穷终止时间, 则 $V(t_f) = 0$, 式(28)变为(17). 因此, 如果式(18)~(20)有可行解, 则基于 T-S 模糊模型的李雅普诺夫函数(16)满足 H_∞ 跟踪控制性能(17). \square

下面的定理 1 和定理 2 分别针对两种不确定性类型, 给出了系统 (16) 满足非脆弱 H_∞ 跟踪控制性能的充分条件及满足该性能的非脆弱模糊控制器设计方法.

定理 1 对于类型 1 加性控制器增益变化, 给定标量 $\eta > 0, \rho > 0, \varepsilon > 0, \delta > 0$ 和加权矩阵 $Q_g > 0$, 如果存在 $\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0, \tilde{Q} = \tilde{Q}^T > 0, \tilde{Z} = \tilde{Z}^T > 0$, $Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ * & Y_{22} \end{bmatrix} \geq 0$, 以及任意合适维数的矩阵 $\tilde{N} = [\tilde{N}_1^T \ \tilde{N}_2^T]^T, \tilde{M} = [\tilde{M}_1^T \ \tilde{M}_2^T]^T, G$ 和 $V_j (j = 1, 2, \dots, r), \alpha > 0$, 使得如下矩阵不等式成立:

$$\tilde{\Pi}_{ij} = \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_{ij} & \alpha \tilde{\Theta}_1 & \tilde{\Theta}_2^T \\ * & -\alpha I & 0 \\ * & * & -\alpha I \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

$$\hat{\psi}_1 = \begin{bmatrix} Y & \tilde{N} \\ * & \tilde{Z} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (30)$$

$$\hat{\psi}_2 = \begin{bmatrix} Y & \tilde{M} \\ * & \tilde{Z} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (31)$$

则 NCSs (16) 在非脆弱模糊控制器 (6) 和条件 (4) 的作用下满足 H_∞ 跟踪性能 (17), 并且模糊控制器的增益矩阵为

$$K_j = V_j(G^T)^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, r.$$

式 (29) 中

$$\tilde{\Sigma}_{ij} = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{11}^{ij} & \tilde{\phi}_{12}^{ij} & -\tilde{N}_1 & \tilde{\phi}_{14}^{ij} & \varepsilon I & G \\ * & \tilde{\phi}_{22}^{ij} & -\tilde{N}_2 & \tilde{\phi}_{24}^{ij} & \delta I & 0 \\ * & * & -\tilde{Q} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \tilde{\phi}_{44}^{ij} & I & 0 \\ * & * & * & * & -\rho^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{bmatrix},$$

$$i, j = 1, 2, \dots, r;$$

$$\tilde{\phi}_{11}^{ij} = \tilde{Q} + \tilde{M}_1 + \tilde{M}_1^T + \varepsilon A_i G^T + \varepsilon G A_i^T + \eta Y_{11},$$

$$\tilde{\phi}_{12}^{ij} = \tilde{N}_1 - \tilde{M}_1 + \tilde{M}_2^T + \varepsilon B_i V_j + \delta G A_i^T + \eta Y_{12},$$

$$\tilde{\phi}_{14}^{ij} = \tilde{P} - \varepsilon G^T + G A_i^T,$$

$$\tilde{\phi}_{22}^{ij} = \tilde{N}_2 + \tilde{N}_2^T - \tilde{M}_2 - \tilde{M}_2^T + \delta B_i V_j +$$

$$\delta V_j^T B_i^T + \eta Y_{22},$$

$$\tilde{\phi}_{24}^{ij} = -\delta G^T + V_j^T B_i^T,$$

$$\tilde{\phi}_{44}^{ij} = \eta \tilde{Z} - G^T - G.$$

证明 将不确定性 (4) 代入矩阵不等式 (18), 并利用舒尔补, 整理得

$$\Sigma_{ij} + \Theta_1 F_{aj}(t) \Theta_2 + \Theta_2^T F_{aj}^T(t) \Theta_1^T < 0. \quad (32)$$

其中

$$\Theta_1 =$$

$$[(L_1 B_i H_{aj})^T \ (L_2 B_i H_{aj})^T \ 0 \ (L_3 B_i H_{aj})^T \ 0 \ 0]^T,$$

$$\Theta_2 = [0 \ E_{aj} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$\Sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_{11}^{ij} & \hat{\phi}_{12}^{ij} & -N_1 & \hat{\phi}_{14}^{ij} & L_1 & I \\ * & \hat{\phi}_{22}^{ij} & -N_2 & \hat{\phi}_{24}^{ij} & L_2 & 0 \\ * & * & -Q & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \hat{\phi}_{44}^{ij} & L_3 & 0 \\ * & * & * & * & -\rho^2 I & 0 \\ * & * & * & * & * & -Q_g^{-1} \end{bmatrix} < 0,$$

$$i, j = 1, 2, \dots, r,$$

Σ_{ij} 中 $\hat{\phi}_{14}^{ij}$ 和 $\hat{\phi}_{44}^{ij}$ 见式 (18), 且

$$\hat{\phi}_{11}^{ij} = Q + M_1 + M_1^T + L_1 A_i + A_i^T L_1^T + \eta X_{11},$$

$$\hat{\phi}_{12}^{ij} = N_1 - M_1 + M_2^T + L_1 B_i K_j + A_i^T L_2^T + \eta X_{12},$$

$$\hat{\phi}_{22}^{ij} = N_2 + N_2^T - M_2 - M_2^T + L_2 B_i K_j +$$

$$K_j^T B_i^T L_2^T + \eta X_{22},$$

$$\hat{\phi}_{24}^{ij} = -L_2 + K_j^T B_i^T L_3^T.$$

由引理 1 知, 不等式 (32) 成立的充要条件是存在正数 α , 使得如下不等式成立:

$$\Sigma_{ij} + \alpha \Theta_1 \Theta_1^T + \alpha^{-1} \Theta_2^T \Theta_2 < 0. \quad (33)$$

由舒尔补, 式 (33) 等价于

$$\Pi_{ij} := \begin{bmatrix} \Sigma_{ij} & \alpha \Theta_1 & \Theta_2^T \\ * & -\alpha I & 0 \\ * & * & -\alpha I \end{bmatrix} < 0. \quad (34)$$

令 $L_3 = G^{-1}, L_1 = \varepsilon G^{-1}, L_2 = \delta G^{-1}$ (ε, δ 为非零标量). 同时, 令 $J = \text{diag}\{G \ G \ G \ G \ I \ I \ I \ I\}$, 式 (34) 左乘 J 、右乘 J^T , 并令 $V_j = K_j G^T, \tilde{P} = G P G^T, \tilde{Q} = G Q G^T, \tilde{Z} = G Z G^T, \tilde{N}_i = G N_i G^T, \tilde{M}_i = G M_i G^T (i = 1, 2)$, 而

$$\tilde{\Theta}_1 = [(\varepsilon B_i H_{aj})^T \ (\delta B_i H_{aj})^T \ 0 \ (B_i H_{aj})^T \ 0 \ 0]^T,$$

$$\tilde{\Theta}_2 = [0 \ E_{aj} G^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0],$$

则式 (34) 转化为式 (29). 同理, 令 $J_1 = \text{diag}\{G \ G \ G\}$, 式 (19) 和 (20) 分别左乘 J_1 、右乘 J_1^T , 并令 $Y = \text{diag}\{G \ G\} \cdot X \cdot \text{diag}\{G^T \ G^T\}$, 则式 (19) 转化为 (30), 式 (20) 转化为 (31). 因此, 如果 LMI (29) ~ (31) 有可行解, 则 NCSs (16) 在非脆弱模糊控制器 (6) 和条件 (4) 的作用下具有 H_∞ 跟踪性能. 同时, 由 $\Pi_{ij} < 0$ 成立可知 $G + G^T$ 为负定, 从而 G 为非奇异, 因此, $K_j = V_j(G^T)^{-1}, j = 1, 2, \dots, r. \square$

注 3 在定理 1 中, 令 $H_{aj} = E_{aj} = 0$, 经整理, 定理 1 恰好就是文献 [13] 中的定理 2, 说明文献 [13] 中的定理 2 是本文定理 1 的一种特殊情形.

对于类型 2, 类似于定理 1 的证明, 可以得到如下结论.

定理 2 对于类型 2 乘性控制器增益变化, 给定标量 $\eta > 0, \rho > 0, \varepsilon > 0, \delta > 0$ 和加权矩阵 $Q_g > 0$, 如果存在 $\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0, \tilde{Q} = \tilde{Q}^T > 0, \tilde{Z} = \tilde{Z}^T > 0, Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ * & Y_{22} \end{bmatrix} \geq 0$, 以及任意合适维数的矩阵 $\tilde{N} = [\tilde{N}_1^T \ \tilde{N}_2^T]^T, \tilde{M} = [\tilde{M}_1^T \ \tilde{M}_2^T]^T, G$ 和 $V_j (j = 1, 2, \dots, r), \alpha > 0$ 使得矩阵不等式 (30) 和 (31) 以及下式成立:

$$\tilde{H}_{ij} = \begin{bmatrix} \tilde{\Sigma}_{ij} & \alpha \hat{\Theta}_1 & \hat{\Theta}_2^T \\ * & -\alpha I & 0 \\ * & * & -\alpha I \end{bmatrix} < 0. \quad (35)$$

其中: $\hat{\Theta}_1 = [(\varepsilon B_i H_{bj})^T \ (\delta B_i H_{bj})^T \ 0 \ (B_i H_{bj})^T \ 0 \ 0]^T, \hat{\Theta}_2 = [0 \ E_{bj} V_j \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \tilde{\Sigma}_{ij}$ 见式 (29). 则基于 T-S 模糊模型的 NCSs (16) 在非脆弱模糊控制器 (6) 和条件 (5) 的作用下满足 H_∞ 跟踪性能 (17), 并且模糊控制器的增益矩阵为

$$K_j = V_j (G^T)^{-1}, \quad j = 1, 2, \dots, r.$$

3 实例分析

考虑如下非线性被控系统在具有数据丢包和数据传输时滞网络环境下的非脆弱 H_∞ 跟踪控制:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -x_1^3(t) - 0.1x_2(t) + 12 \cos t + u(t). \end{cases} \quad (36)$$

为了得到系统 (36) 的 T-S 模糊模型, 假定 $x_1(t) \in [-5, 5]$, 并且系统 (36) 可以描述如下:

规则 1

If $x_1(t)$ is V_1 ,

Then $\dot{x}(t) = A_1 x(t) + Bu(t) + B\omega(t)$;

规则 2

If $x_1(t)$ is V_2 ,

Then $\dot{x}(t) = A_2 x(t) + Bu(t) + B\omega(t)$.

其中

$$x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T, \quad \omega(t) = 12 \cos t,$$

$$h_1(x_1(t)) = 1 - x_1^2(t)/25, \quad h_2(x_1(t)) = x_1^2(t)/25,$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -25 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

假设

$$H_{a1} = H_{b1} = [0.2 \ 0], \quad H_{a2} = H_{b2} = [0 \ 0.1],$$

$$E_{a1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad E_{a2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.2 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}.$$

稳定的线性参考模型为

$$\dot{x}_r(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix} x_r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(t). \quad (37)$$

其中: $x_r(t) = [x_{1r}(t) \ x_{2r}(t)]^T, v(t) = 4 \sin t$.

给定 $Q_g = I, \rho = 2$, 针对类型 1 非脆弱控制, 由定理 1 取参数 $\varepsilon = 1, \delta = 6$, 可得当 $\eta \leq 0.0748$ 时, LMIs (29)~(31) 有可行解, 且对应的模糊控制器增益矩阵为

$$K_1 = [-20.5343 \ -10.3325],$$

$$K_2 = [-20.5300 \ -10.3330].$$

针对类型 2 非脆弱控制, 由定理 2 取参数 $\varepsilon = 1, \delta = 6.5$, 可得当 $\eta \leq 0.0710$ 时, LMIs (30) 和 (31) 以及 LMI (35) 有可行解, 且对应的模糊控制器增益矩阵为

$$K_1 = [-21.1797 \ -10.5177],$$

$$K_2 = [-21.1540 \ -10.5208].$$

假定参考模型 (37) 的初始条件 $x_r(0) = [-0.5 \ 1]^T$, 为了更清楚地显示两种类型非脆弱模糊控制器作用的跟踪控制效果, 取被控对象不同的初始状态, 假设类型 1 控制器作用时被控对象初始状态为 $x(0) = [1 \ 1]^T$, 类型 2 控制器作用时被控对象初始状态为 $x(0) = [-1 \ -1]^T$, 两种类型控制器作用时被控对象 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的状态跟踪轨迹分别如图 2 和图 3 所示 (其中实线和点划线分别为类型 1 和类型 2 非脆弱控制器作用得到的状态跟踪曲线). 仿真结果表明, 在具有数据传输时滞和数据丢包网络环境下, 当控制器存在一定摄动时, 利用本文设计的非脆弱模糊控制器能够实现良好的基于 T-S 模糊模型的 NCSs 非脆弱 H_∞ 跟踪控制.

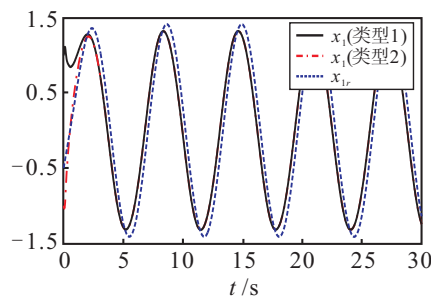


图 2 $x_1(t)$ 和 $x_{1r}(t)$ 的状态轨迹

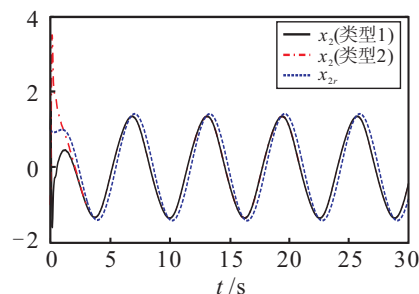


图 3 $x_2(t)$ 和 $x_{2r}(t)$ 的状态轨迹

4 结 论

本文研究了被控对象采用 T-S 模糊模型描述的一类 NCSs 的非脆弱 H_∞ 跟踪控制问题. 首先建立了基于 T-S 模糊模型的 NCSs 状态跟踪误差模型, 在此基础上, 给出了模糊控制器增益矩阵具有加性摄动和乘性摄动情况下实现系统 H_∞ 跟踪控制的充分条件, 并进一步获得了非脆弱模糊控制器的设计方法. 最后通过仿真实例表明了本文的设计方法能够实现非线性被控系统在具有数据丢包和数据传输时滞网络环境下良好的跟踪效果.

参考文献(References)

- [1] Qu Z, Dorsey J. Robust tracking control of robots by a linear feedback law[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1991, 36(9): 1081-1084.
- [2] Kim S H, Kim Y S, Song C C. A robust adaptive nonlinear Approach to missile autopilot design[J]. Control Engineering Practice, 2004, 12(2): 149-154.
- [3] Liao F, Wang J L, Yang G H. Reliable robust flight tracking control: An LMI approach[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology, 2002, 10(1): 76-89.
- [4] Zhou Q, Shi P, Xu S Y, et al. Adaptive output feedback control for nonlinear time-delay systems by fuzzy approximation approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2013, 21(2): 301-313.
- [5] Zhou Q, Shi P, Lu J J, et al. Adaptive output-feedback fuzzy tracking control for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2011, 19(5): 972-982.
- [6] Chen B, Liu X P, Ge S S, et al. Adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems by fuzzy approximation approach[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2012, 20(6): 1012-1021.
- [7] Tseng C S. Model reference output feedback fuzzy tracking control design for nonlinear discrete-time systems with time-delay[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2006, 14(1): 58-70.
- [8] Yu M, Wang L, Chu T. Sampled-data stabilization of networked control systems with nonlinearity[J]. IEE Proc of Control Theory and Applications, 2005, 152(6): 609-614.
- [9] Jiang X, Han Q L. On designing fuzzy controllers for a class of nonlinear networked control systems[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2008, 16(4): 1050-1060.
- [10] Qiu J B, Feng G, Gao H J. Nonsynchronized-state estimation of multichannel networked nonlinear systems with multiple packet dropouts via T-S fuzzy-affine dynamic models[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2011, 19(1): 75-90.
- [11] Jia X C, Zhang D W, Hao X H, et al. Fuzzy tracking control for nonlinear networked control systems in T-S fuzzy model[J]. IEEE Trans on System, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 2009, 39(4): 1073-1079.
- [12] Chen Z S, He Y, Wu M. Robust fuzzy tracking control for nonlinear networked control systems with integral quadratic constraints[J]. Int J of Automation and Computing, 2010, 7(4): 492-499.
- [13] 肖会芹, 何勇, 吴敏, 等. 基于 T-S 模糊模型非线性网络控制系统改进 H_∞ 跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 71-78.
(Xiao H Q, He Y, Wu M, et al. Improved H_∞ control for nonlinear networked control systems based on T-S fuzzy model[J]. Control Theory & Application, 2012, 29(1): 71-78.)
- [14] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, fragile, of optimal?[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1997, 42(8): 1098-1105.
- [15] 杨维, 杨晓芳, 刘建昌. 模糊非脆弱动态输出反馈 H_∞ 控制器设计[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(5): 599-608.
(Yang W, Yang X F, Liu J C. Non-fragile dynamic output-feedback H_∞ control for fuzzy discrete-time systems[J]. Control Theory & Application, 2012, 29(5): 599-608.)
- [16] 孙文安, 孙风杰, 裴炳南, 等. 一类不确定时延网络控制系统的非脆弱 H_∞ 保成本控制[J]. 电机与控制学报, 2010, 14(2): 53-59.
(Sun W A, Sun F J, Pei B N, et al. Non-fragile H_∞ guaranteed cost control for a class of networked control systems with uncertain time delay[J]. Electric Machines and Control, 2010, 14(2): 53-59.)
- [17] Tanaka K, Ikeda T T, Wang H O. Fuzzy regulations and fuzzy observers: Relaxed stability conditions and LMI-based designs[J]. IEEE Trans on Systems, 1998, 6(2): 250-265.
- [18] Chen P, Tian Y C. Networked H_∞ control of linear systems with state quantization[J]. Information Sciences, 2007, 177(24): 5763-5774.
- [19] Pertersen I R, Hollot C V. A riccati equation approach to the stabilization of uncertain linear systems[J]. Automatica, 1986, 22(4): 397-411.

(责任编辑: 李君玲)