

复杂结构动力模型降阶方法研究¹⁾

王文胜²⁾

(河南科技大学土木工程学院力学系, 河南洛阳 471023)

摘要 复杂结构动力模型降阶是结构动力分析中的一项关键技术. 总结了复杂结构模型动力分析中常用的多种模型降阶方法, 分析和比较了各种方法的特点, 并对今后的可研究方向提出了一些建议.

关键词 复杂结构, 动力分析, 模型降阶

中图分类号: O313 文献标识码: A doi: 10.6052/1000-0879-14-110

DYNAMIC MODEL REDUCTION METHODS FOR COMPLICATED STRUCTURES¹⁾

WANG Wensheng²⁾

(Department of Engineering Mechanics, School of Civil Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, Henan, China)

Abstract The dynamic model reduction is an important technology in the structural dynamic analysis. In this paper, various features of the model reduction methods are discussed and compared, which are commonly used in dynamic analysis of complicated structures. Some suggestions are made for the future researches.

Key words complicated structure, dynamic analysis, model reduction

大型复杂结构系统的模型降阶一直是结构动力学研究中的重要课题. 过去的几十年里有限元理论、方法、软件及其应用取得了巨大的进步, 大量的商业软件如 ANSYS, NASTRAN 等被广泛应用于结构有限元模型的建立和分析. 现代结构分析经常面临复杂工程结构、机械系统和微电子系统等, 且复杂程度越来越大, 为了精细地描述这类结构, 利用当前计算机设计和有限元技术建立的这类结构的有限元模型通常规模很大, 具有几十万甚至上千万个自由度. 尽管现代的超级计算机有可能处理这么大规模的工程问题, 但是采用全模型的模拟依然是需要很大计算量和耗时的, 计算量在某些问题中依然是一个瓶颈. 对于结构静力分析, 大规模计算模型的

计算效率还可以接受, 但是由于结构动力学的计算量要比静力分析大几个量阶, 几乎不可能采用这样的模型进行结构动力分析. 此外, 动力学性能 (如频率、振型) 往往是结构总体的性能, 这些模型包含过多的细节, 直接采用这些模型进行动力分析, 得到的结果有时反而干扰了我们对总体性能的认识. 因此, 在结构动力学领域, 构造适用于动力分析的大型复杂结构的降阶模型, 在大幅度降低计算量的同时获得有足够精度的动力响应, 是结构动力学模型降阶的基本目的.

随着结构动力学研究的进一步深入, 结构动力学参数识别、载荷反演等反问题, 结构动力优化和振动主动控制等成为研究热点, 这些问题不仅仅要

2014-04-02 收到第 1 稿, 2014-04-22 收到修改稿.

1) 国家自然科学基金 (11402077) 及河南科技大学科学研究基金 (11350046) 资助.

2) E-mail: wswang@live.cn

引用格式: 王文胜. 复杂结构动力模型降阶方法研究. 力学与实践, 2015, 37(2): 171-181

Wang Wensheng. Dynamic model reduction methods for complicated structures. *Mechanics in Engineering*, 2015, 37(2): 171-181

求减少计算量,而且对降阶得到的降阶模型也提出了更新的需求.例如,在结构系统的参数识别问题中,参数估计过程伴随着参数的不断修改,计算模型要不断地修改,需要进行有限元分析和优化问题的求解,原结构模型的自由度数如果过大,这个识别过程就很难实现.在大型复杂结构的振动控制问题中,模型降阶是一个基本问题.由于控制系统设计的复杂性和造价昂贵,控制模型的规模不能太高,如果结构系统模型的自由度太大,就会产生控制器及观测器的“溢出”等问题.如果需要研究大型复杂结构的动力性能(如频率)的多约束多工况的优化,优化迭代中大量的动力学分析也是非常耗时的.而且待优化的结构除了受到多个不同工况的载荷,有些结构在不同工况时可能改变支撑条件,例如,大型结构处于运输、吊装和服役的不同条件,希望得到在不同支撑条件下都可以使用的降阶近似模型.

复杂结构的初步设计和总体设计阶段也需要降阶模型.火箭、火车车厢和高层建筑等这类大型复杂结构的共同特征是:它们的纵向尺度显著大于横向.在具备大规模计算能力之前,人们经常依靠丰富的经验,忽略或近似处理大量结构细节,包括对结构上的开孔、加肋、不同部位可能采用不同材料、不同组成元件(杆、梁、板、壳和块体)进行近似处理,采用各种均匀化近似将这类复杂梁式结构降阶为梁,利用这一高度降阶的模型,工程师在初步设计阶段估计结构的静动力性能,确定和分配作用在结构各组成部分上的载荷,考虑结构方案修改的影响,虽然这样的计算精度较差,但在初步设计阶段,这样的结果对进一步的设计仍有重要的参考价值.现在利用计算机设计和有限元分析的能力,人们可以建立这些结构的大规模有限元模型,充分考虑结构的很多细节.但是建立这些结构的梁模型仍然是火箭设计等工业部门在初步设计和总体设计阶段的需求,对于年轻的设计师们来讲,由于缺乏相关经验,将这类结构降阶为梁模型是一个很艰巨的任务.

因此基于复杂结构的精细有限元模型,用较少工作量获得一个能够近似预测结构动力性能,满足工程初步设计、优化、模拟等任务的降阶计算模型,在很多设计部门仍然非常有价值.本文将常用的降阶模型分为代理模型和物理降阶模型,分别论述了两种降阶模型中常用的模型降阶方法,分析和比较了它们各自的特点,为各种模型降阶方法的应用提供了参考.

1 代理模型

代理模型(surrogate model)又称数学模型,是指用一个小计算量的数学表达式来代替原有复杂结构,要求其计算结果能够与复杂结构的数值分析或者实验结果接近.常用到的代理模型近似方法有响应面(response surface)模型、克里金模型、人工神经网络(artificial neural networks)模型以及支持向量机(support vector machine)模型等.构造代理模型主要包括2个方面的内容,首先要选取构造模型的样本点,选取方法与代理模型的取样策略有关;其次是数据拟合与模型的建立.

应用代理模型方法建立复杂结构的动力学降阶模型是指在设计变量空间中用试验设计的方法选择一批样本点,通过实验或动力学分析获得这些样本点的结构动力学响应,通过数据拟合建立复杂结构动力学响应的代理模型.用代理模型替代原有复杂结构进行动力学数值模拟或者优化,以大大减少计算量.在结构动力优化问题中,这些代理模型的近似函数可能是目标函数或者约束函数.

1.1 响应面模型

1951年Box等^[1]首先提出了响应面方法,1966年Hill等^[2]回顾了响应面法,并在化学领域进行了一些初步应用.Myers等^[3]和Khuri等^[4]对响应面方法进行了比较全面的论述,国内的学者在响应面方法探索方面也做了大量工作^[5-9].近年来依赖于计算机和数值技术的快速发展,响应面方法被广泛地应用到基于计算机数值模拟的工程结构分析和优化中,用来构建复杂结构分析和优化的近似函数模型^[10-20].

响应面方法的数学表达式通常选取二次多项式的形式,表示如下

$$f(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{\bar{m}} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{\bar{m}} \sum_{j \geq i}^{\bar{m}} \beta_{ij} x_i x_j \quad (1)$$

式中, \bar{m} 是设计变量的个数, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{\bar{m}})^T$ 是设计变量, $\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}$ 是待定系数,一个完整二次型多项式响应面模型的待定系数个数为 $(\bar{m}+1)(\bar{m}+2)/2$,多项式拟合的关键就是求解这些待定系数.一般样本点取样个数通常大于 $(\bar{m}+1)(\bar{m}+2)/2$,将样本点及相应的响应值代入式(1),通常利用最小二乘法求解可得到各个待定系数的值.根据式(1)中各变量的系数大小,可以判断各个设计变量的变化对结构响应的影响.响应面的缺点是处理高度非线性问

题时的拟合预测效果比较差, 而且还要防止出现过拟合.

1.2 克里金模型

克里金模型最早由南非地质学家 Danie Krige 在 1951 年提出. 它是以已知样本信息的动态构造为基础, 充分考虑设计变量在空间上的相关特征, 建立问题的近似函数, 用来模拟某一点的未知信息 [21]. 目前 MATLAB 软件中设置了克里金模型工具箱 “DACE” [22].

克里金模型由多项式和随机分布两部分组成, 响应值和设计变量值之间的关系可表示如下

$$y(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) \quad (2)$$

式 (2) 中 $f(\mathbf{x})$ 是关于 \mathbf{x} 的多项式, 提供了模拟在设计空间中的全局近似. $z(\mathbf{x})$ 表示随机分布的误差, 主要用来模拟局部的偏差, 需要满足统计特性

$$\left. \begin{aligned} E[z(\mathbf{x})] &= 0 \\ \text{Var}[z(\mathbf{x})] &= \sigma^2 \\ \text{Cov}[z(x_i), z(x_j)] &= \sigma^2[R(c, x_i, x_j)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式 (3) 中 x_i 和 x_j 表示任意 2 个设计值样本点. $R(c, x_i, x_j)$ 表示样本点之间的空间相关性, c 为参数的相关函数.

克里金模型在过去的几十年中得到了广泛应用 [23-27]. 克里金模型具有局部统计特性, 在拟合非线性程度较高的问题时的效果比较理想, 缺点是构造模型所用的时间比响应面模型要多.

1.3 神经网络模型

建立神经网络的目的是通过模拟生物大脑 (主要人类大脑), 实现与大脑相类似的功能. 神经网络具有自适应、非线性处理以及分布式储存信息等特点, 已经广泛应用在智能控制、模式识别、优化等领域. 神经元是神经网络的最基本单位, 按照一定的规则将多个人工神经元组织在一起, 就建立了最基本的人工神经网络 [28]. 常用的神经网络模型是前向网络, 一般由输入层、中间层 (隐含层) 和输出层 3 部分组成. 定义神经元的输入

$$I = \sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta_i \quad (4)$$

相应的神经元输出

$$y = f(I) = f\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta_i\right) \quad (5)$$

式中, $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是输入信号, w_i 表示输入信号 x_i 与神经元连接的权值, θ_i 表示神经元的阈值, f 是相应的传递函数.

相对于其他代理模型, 神经网络模型的构造过程相对简单, 网络结构确定以后就能够模仿人类智能, 利用反馈机制在网络模型内部进行隐式推理, 建立相互关联事物之间的关系, 提高了模型的计算速度. 不足之处在于其中间建模过程是不可知的, 无法判断各种输入因素的影响大小. 为改进这一不足, Varadarajan 等 [29] 提出了混合构造模型的方法, 具体是指将响应面模型和神经网络模型二者结合建立代理模型.

1.4 支持向量机模型

支持向量机 [30] 方法是 Cortes 等 [31] 在统计学理论的基础上于 20 世纪 90 年代提出的. 其基本思想为: 首先通过定义适当的内积函数实现非线性变换, 将输入空间变换到另一个高维空间, 然后在这个新的空间中求取最优线性分类面或回归函数 [32]. 该方法具有以下几种优点:

(1) 只针对有限个样本的情况, 其目标是获得已有信息下的最优解;

(2) 方法实质上是通过二次型寻优问题得到全局最优点, 避免了在神经网络方法中出现的局部极值问题;

(3) 方法通过非线性变换将实际问题转换到一个高维特征空间, 用高维空间中构造的线性判别函数实现了原实际问题中的非线性判别函数, 这一特殊性质保证了支持向量机具有较好的推广能力, 同时其算法复杂度与样本维数无关.

代理模型的构造需要在一系列试验点上对原复杂结构进行动力分析, 模型的精度除了依赖于试验点的数量, 还依赖于试验设计点的选择. 如果设计变量数量很多, 则需要的样本点多, 原复杂结构的动力分析工作量很大; 如果设计空间很大, 响应量的非线性程度很高, 代理模型也需要多次修改, 计算效率就比较低. 利用代理模型方法建立的复杂结构的近似模型, 失去了原有模型的物理意义, 工程师们面对这类近似模型时往往看到的是一系列没有任何物理意义的数学表达式, 不便于进行原有结构的参数调整.

2 物理降阶模型

不考虑阻尼影响, 复杂结构动力分析的有限元

控制方程可以表示为

$$M\ddot{U} + KU = F \quad (6)$$

式中, M, K 为 $n \times n$ 的方阵, 分别是结构的质量矩阵和刚度矩阵; U, \ddot{U} 是 n 维列向量, 分别是结构位移和加速度响应向量; n 维列向量 F 是作用在结构上的载荷. n 表示原复杂结构模型的自由度数.

模型降阶需要引入位移转换方程

$$U = TQ \quad (7)$$

将方程 (7) 代入方程 (6) 中并在方程两边同时左乘 T^T , 可得到降阶后的动力学方程

$$M_R\ddot{Q} + K_RQ = F_R \quad (8)$$

式中, T 是由 m 个减缩基向量组成的 $n \times m$ ($m \ll n$) 的减缩基矩阵, Q 是 m 维列向量, m 表示降阶模型的自由度数. $M_R = T^TMT$, $K_R = T^TKT$ 分别是降阶模型的质量和刚度矩阵, $F_R = T^TF$ 为降阶模型的载荷向量.

从物理上看, 为了由原复杂结构模型建立高精度的降阶模型, 最好能充分利用原问题的力学特征, 选择一组合适的减缩基向量, 将大型结构的动力学问题降阶. 文献中已经提出很多不同的物理模型降阶方法, 这些方法的主要区别是它们的减缩基 T 的构造, 不同的减缩基会引起不同的计算精度和效率, 效率和精度一般来说是矛盾的, 需要根据不同的问题在精度、效率之间做出抉择. 下面分别介绍结构动力模型降阶常用到的几种物理模型降阶方法.

2.1 Guyan 静力凝聚方法

静力凝聚方法最早由 Guyan^[33] 和 Irons^[34] 在 1965 年提出. 方法将结构有限元模型的自由度分为主自由度 (primary degree) 和副自由度 (slave degree), 取主自由度为降阶模型的自由度, 副自由度被凝聚掉. 假设在副自由度上没有载荷作用, 式 (6) 可以按照主副自由度写成下面的形式

$$\begin{bmatrix} M_{pp} & M_{ps} \\ M_{sp} & M_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_p \\ \ddot{U}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{pp} & K_{ps} \\ K_{sp} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_p \\ U_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_p \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式 (9) 中下标 p, s 分别为主副自由度对应的坐标.

不考虑惯性力对副自由度平衡方程的影响, 由式 (9) 第 2 个方程可得

$$K_{sp}U_p + K_{ss}U_s = 0 \quad (10)$$

于是可得

$$\begin{Bmatrix} U_p \\ U_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1}K_{sp} \end{bmatrix} U_p = TU_p \quad (11)$$

I 是 $m \times m$ 的单位阵, 因此可以得到静力凝聚方法的减缩基矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1}K_{sp} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Guyan 静力凝聚法在位移空间中实现了降阶, 保留了原结构的部分物理意义. 但不考虑惯性力对副自由度平衡方程的影响, 如果主自由度的选择能够较好描写低阶模态, 原结构系统的低阶模态计算结果可以较为精确, 求解高阶模态时往往误差很大. 由式 (12) 可知静力凝聚的减缩基 T 与 K_{pp} 无关, 这一特征在结构优化、修正和重分析中非常有用^[35]. 在参数优化或者修正中, 如果选择受到参数改变影响的自由度作为主自由度, 则不需要重新计算减缩基 T . 该方法已经广泛应用到许多商业有限元软件上, 如 ANSYS, NASTRAN 等.

2.2 动态凝聚方法

由于静力凝聚法忽略了惯性影响, 降阶模型的精度对动力问题的较高阶特性来讲非常低. 为了得到较高精度的降阶模型, 主自由度的选择需要非常小心而且数量很多. 为了改进静力凝聚方法的缺点, 在推导降阶方程时部分或者全部考虑副自由度与主自由度之间的惯性影响, 发展了许多动态凝聚方法. Kuhar 等^[36] 首先提出了动态凝聚方法.

与式 (6) 相对应的结构动力学广义特征值方程为

$$(K - \lambda M)\varphi = 0 \quad (13)$$

同样按照主副自由度将方程 (13) 写作

$$\left(\begin{bmatrix} K_{pp} & K_{ps} \\ K_{sp} & K_{ss} \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} M_{pp} & M_{ps} \\ M_{sp} & M_{ss} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \varphi_p \\ \varphi_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (14)$$

方程 (14) 可以展开为

$$(\mathbf{K}_{pp} - \lambda \mathbf{M}_{pp})\boldsymbol{\varphi}_p + (\mathbf{K}_{ps} - \lambda \mathbf{M}_{ps})\boldsymbol{\varphi}_s = 0 \quad (15)$$

$$(\mathbf{K}_{sp} - \lambda \mathbf{M}_{sp})\boldsymbol{\varphi}_p + (\mathbf{K}_{ss} - \lambda \mathbf{M}_{ss})\boldsymbol{\varphi}_s = 0 \quad (16)$$

由式 (16) 可得主副自由度之间的关系式为

$$\boldsymbol{\varphi}_s = \mathbf{R}(\lambda)\boldsymbol{\varphi}_p \quad (17)$$

$$\mathbf{R}(\lambda) = -(\mathbf{K}_{ss} - \lambda \mathbf{M}_{ss})^{-1}(\mathbf{K}_{sp} - \lambda \mathbf{M}_{sp}) \quad (18)$$

则 Kuhar 动态凝聚方法的减缩基矩阵为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -(\mathbf{K}_{ss} - \lambda \mathbf{M}_{ss})^{-1}(\mathbf{K}_{sp} - \lambda \mathbf{M}_{sp}) \end{bmatrix} \quad (19)$$

\mathbf{I} 是 $m \times m$ 的单位阵. 由式 (19) 可知, 当 $\lambda = 0$ 时, 动态凝聚方法的减缩基 \mathbf{T} 与式 (12) 一样, 因此静力凝聚方法可以看作是动态凝聚的一个特例. 动态凝聚方法的减缩基 \mathbf{T} 是未知特征值 λ 的非线性函数, 不同的特征值 λ 对应一个不同的凝聚矩阵. 求解特征值时, λ 是未知的, 确定这一动态减缩基 (19) 需要迭代.

在此基础上又发展了许多改进的动态凝聚方法. Paz^[37-38] 给出了完全基于迭代的动力减缩, 使动力减缩矩阵处于不断的迭代更新中, 直到达到指定的收敛值, 减少了由于主、从自由度选择的不同对计算精度的不良影响. Rothe 等^[39] 和 Kim^[40] 提出了新的加速迭代的动态凝聚方法. 国内学者张德文等^[41] 提出了基于广义逆的计算精度相对较高的模型减缩技术. 瞿祖清等^[42-43] 提出一种基于广义逆的迭代算法, 给出了反映系统主、副自由度变形关系的动态凝聚矩阵的迭代求解方法.

针对具有非线性阻尼结构的模型. Kane 等^[44] 在 1991 年首先提出了对于一般非线性阻尼结构的模态凝聚方法, Rivera 等^[45] 对此类问题提出了一种迭代的动力减缩方法, 在此基础上瞿祖清等^[46-49] 对这类模态凝聚方法做了进一步的发展和总结.

2.3 改进的降阶系统 (improved reduction system, IRS) 方法

1989 年 O'Callahan^[50] 提出来的 IRS 方法是将 Guyan 静力凝聚的结果作为惯性项进行改进的方法, 计算结果在低阶频率是吻合的, 而且精度要比 Guyan 静力凝聚高.

将式 (18) 做 Kidder^[51] 展开并代入到式 (17) 中可得

$$\boldsymbol{\varphi}_s \approx -[\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sp} + \lambda(-\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{M}_{sp} + \mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{M}_{ss}\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sp})]\boldsymbol{\varphi}_p \quad (20)$$

由 Guyan 静力凝聚得到的降阶模型的特征值问题可表示为

$$\mathbf{K}_G\boldsymbol{\varphi}_p = \lambda\mathbf{M}_G\boldsymbol{\varphi}_p \quad (21)$$

由于降阶模型的质量阵是正定的, 在式 (21) 两边同时乘以 \mathbf{M}_G^{-1} 可得

$$\mathbf{M}_G^{-1}\mathbf{K}_G\boldsymbol{\varphi}_p = \lambda\boldsymbol{\varphi}_p \quad (22)$$

将式 (22) 代入到式 (20) 的右边可得

$$\boldsymbol{\varphi}_s \approx [-\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sp} + \mathbf{K}_{ss}^{-1}(\mathbf{M}_{sp} - \mathbf{M}_{ss}\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sp})\mathbf{M}_G^{-1}\mathbf{K}_G]\boldsymbol{\varphi}_p \quad (23)$$

因此可得到 IRS 方法的减缩基 \mathbf{T} 为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sp} + \mathbf{K}_{ss}^{-1}(\mathbf{M}_{sp} - \mathbf{M}_{ss}\mathbf{K}_{ss}^{-1}\mathbf{K}_{sp})\mathbf{M}_G^{-1}\mathbf{K}_G \end{bmatrix} \quad (24)$$

式 (21) 中 \mathbf{K}_G , \mathbf{M}_G 分别是利用 Guyan 静力减缩基计算得到的降阶模型的刚度阵和质量阵. 由式 (24) 可知 IRS 方法的减缩基 \mathbf{T} 已不再依赖于原有模型的特征值 λ . 但这种方法得到的降阶刚度矩阵非常复杂, 而且降阶质量矩阵不满足正交检验. 在此基础上 Friswell 等^[52] 提出了一种改进的动态 IRS 方法, 并通过算例证明了该方法的收敛性^[53].

上述 3 种物理模型降阶方法的关键在于主自由度的选择, 怎么选择、选择多少自由度作为主自由度影响到降阶模型的精度. 对于主自由度的选择和选择多少的问题, 依然是研究的热点^[54-59]. 如果关心的是低阶的振动特性, 选择主自由度有以下几个基本原则: 选择主自由度的个数必须是想要得到模态数的两倍以上; 把预计结构要振动的方向的自由度选为主自由度; 在相对较大质量或较大的转动惯量的位置选择主自由度; 在施加力或者非零位移的位置选择主自由度; 从定量的角度出发, 选择 m 个对角元素的比值 $\mathbf{K}_{ii}/\mathbf{M}_{ii}$ 最小的位置所对应的自由度为主自由度.

2.4 里茨 (Ritz) 法

里茨法最早由 Wilson 等^[60] 在 1982 年提出, 方法的基本特点是根据外载荷空间分布模式按一定规律生成一组里茨向量, 将这组与载荷相关的基向量

作为振型叠加的基函数,这样可以避免漏掉外载荷可能激起的振型和引入不可能激起的振型,所以能够显著提高计算效率.里茨向量求解步骤如下^[61]:

(1) 计算结构的刚度矩阵 \mathbf{K} , 质量矩阵 \mathbf{M} 及外载荷矢量 \mathbf{F}

(2) 生成 \mathbf{x}_1 , 先求解

$$\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F} \quad (25)$$

正则化

$$\mathbf{x}_1 = \hat{\mathbf{x}}_1 / (\hat{\mathbf{x}}_1^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{x}}_1)^{1/2} \quad (26)$$

(3) 生成 \mathbf{x}_i ($i = 2, 3, \dots, r$)

求解

$$\mathbf{x}_i^* = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{M}\mathbf{x}_{i-1}) \quad (27)$$

正交化

$$\mathbf{x}_i^{**} = \mathbf{x}_i^* - \sum_{j=1}^{i-1} (\mathbf{x}_i^{*T} \mathbf{M} \mathbf{x}_j) \mathbf{x}_j \quad (28)$$

正则化

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_i^{**} / (\mathbf{x}_i^{**T} \mathbf{M} \mathbf{x}_i^{**})^{1/2} \quad (29)$$

(4) 得到结构的前 m 阶里茨向量

$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m) \quad (30)$$

式(30)就是利用里茨法降阶模型的减缩基,降阶模型的精度与 Ritz 基的选择有关.在此基础上, Nour-Omid 等^[62], Gu 等^[63] 改进了里茨法.子空间迭代法^[64] 实现了里茨法基向量的反复使用和迭代,显著提高了计算精度.

2.5 模态综合法 (component mode synthesis, CMS)

由于实际工程结构越来越复杂,结构的不同部件常常在不同的地区、不同的部门设计和生产.即使在同一地点生产,受动力学实验条件(例如振动台的规模)和计算条件的限制,一般只能进行部件的实验和分析,因此过去几十年里学者研究和开发了模态综合法(CMS).

模态综合法又称动态子结构法,该方法的基本思想^[64] 是先将一个复杂结构剖分为若干个便于进行动力分析的子结构,然后对每一个子结构都算出少数几个固有模态及静变位模态,再将所有这些子结构的模态集合起来,作为对整个结构进行里茨法分析的广义坐标基底,按照这些基底进行坐标变换,建立降阶模型.根据子结构交界面处理方法的不同,可以将模态综合法分为固定界面法^[65-66],自

由界面法^[67-68]和混合界面法^[69]等.在过去的几十年中广泛研究了许多改进的模态综合法^[70-72], Craig^[73] 在1995年对此做了归纳和总结.

模态综合法的实现可以分以下几个基本步骤^[74]:

(1) 总结构分割为若干子结构.将整个结构按照工程结构部件的自然组织情况和几何轮廓分割成若干子结构,分割的子结构要便于进行独立试验和计算.

(2) 各子结构的模态分析.通过数值分析、试验方法等对各子结构独立地进行模态分析并获得各子结构的模态信息,保留其主要模态信息,略去高阶模态,从而达到模型降阶的目标.

(3) 各子结构运动方程的集成.在各个子结构模态分析的基础上,将各个结构的模态信息按照交界面的协调条件装配,获得自由度大大降低的整个结构运动方程.求解此低阶方程便可获得结构的各阶固有频率和模态坐标下的主振型.

(4) 子结构再现.实际问题中学者感兴趣的是物理坐标下的振动特性,因此必须完成由模态坐标返回到各子结构物理坐标的转换,进一步得到实际结构的固有振型和位移等动态响应.

国内相关方面的研究工作也有很多.向树红等^[75] 归纳和总结了提高固定界面模态综合方法计算精度的研究进展.邱吉宝等^[76] 介绍了模态综合法在运载火箭动力学分析中的应用,并利用实验模态对子结构进行了修正,实现了航天器复杂结构模型的修改^[77].杜飞平等^[78] 归纳和总结了2010年以前模态综合法在航天结构中的应用.王建军等^[79] 研究了模态综合法在航空发动机失谐叶盘振动减缩模型中的应用.

大型通用有限元软件 ANSYS 集成了固定界面和自由界面的模态综合法,向用户提供了友好的模态综合法向导,可以方便地定义超单元和交界面,而且可以对模态综合法分析生成的文件进行管理和组织^[80].

利用模态综合法可以将大规模的动力计算分解为若干个小规模的动力计算,有效提高了计算效率,而且各个子结构可以在不同的时间利用不同的方法进行分析,甚至可以是一部分子结构采用实验方法,另一部分子结构采用数值模拟,整体结构中某一局部子结构修改和优化不影响其他结构部件,使得结构的动力修改和优化工作变得简单.

界面位移凝聚法^[81]将模态综合法与静动力凝聚方法相结合,将各子结构的刚度矩阵和质量矩阵特性凝聚到其边界点(或者称为“出口点”)上,避免了各子结构的特征值分析.将所有凝聚后的子结构在其出口点进行连接,按照通常的组装刚度阵和质量阵的方法建立降阶后的刚度阵和质量阵,就达到了模型降阶的目的,所有出口点自由度数的和就是降阶后模型的阶数.

绝大多数的大型特征值问题可以用上述几种物理模型降阶方法解决,但是在一些方面诸如参数识别、结构动力优化等方面,这些方法的应用还存在着不足.首先大多数降阶方法在模型降阶过程中都在寻求最优的减缩基,以提高降阶模型的计算精度,造成了降阶后的模型不再具有物理意义,如 IRS 方法.其次当原结构模型的一些参数(集中质量分布、边界条件等)改变时,需要重新利用这些降阶方法建立新的降阶模型. Guyan 凝聚,模态综合法等需要大量的矩阵操作,占用了模型降阶的大部分时间.而且这些降阶模型的成功运用大多依赖于使用者的经验,例如静动态凝聚中的主自由度的选择等.在此基础上,近年来不少学者提出了一些新的物理模型降阶方法,弥补了上述几点不足.

2.6 局部刚体化动力模型降阶方法

郑淑飞等^[82]和刘斌等^[83]提出了局部刚体化动力模型降阶方法.该方法以结构精细有限元模型为基础,将结构分成若干同步性区域并采用刚体位移模式近似每个区域真实的位移,再通过整体应变能误差最小修正变形,得到一组减缩基向量,在此基础上建立精度较高的降阶模型.王文胜等^[84]对此方法做了改进,并成功运用到基于降阶模型的结构优化及结构振动主动控制上^[85].

局部刚体化动力模型降阶方法的减缩基 \mathbf{T} 表达式为

$$\mathbf{T} = \mathbf{K}^{-1}[(\mathbf{R}^T \mathbf{R})^{-1} \mathbf{R}^T]^T \mathbf{R}^T \mathbf{K} \mathbf{R} \quad (31)$$

式中, \mathbf{K} 为原结构模型的刚度矩阵, \mathbf{R} 是模型整体坐标位移转换矩阵.将结构划分为 n 个同步性区域,则 \mathbf{R} 可以表示为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & & & & \\ & \mathbf{R}_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & & \mathbf{R}_n \end{bmatrix} \quad (32)$$

\mathbf{R}_n 表示每个区域的位移转换矩阵,它是由每个区

域内各个节点的位移转换阵组成.每个同步性区域 i 内任一点 j 的运动可以用该区域质心处的 6 个基本刚体模态进行叠加,式(33)给出了这一关系的具体表达式.式(33)中 \mathbf{u}_j 表示第 j 点的位移向量, \mathbf{q}_i 表示该区域的刚体模态, x_{cj} , y_{cj} , z_{cj} 表示第 j 点坐标与该区域质心坐标的差值, \mathbf{R}_{ij} 表示区域 i 内任一点 j 的位移转换矩阵.

$$\mathbf{u}_j = \begin{Bmatrix} u_{jx} \\ u_{jy} \\ u_{jz} \\ u_{j\theta x} \\ u_{j\theta y} \\ u_{j\theta z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_{cj} & -y_{cj} \\ 0 & 1 & 0 & -z_{cj} & 0 & x_{cj} \\ 0 & 0 & 1 & y_{cj} & -x_{cj} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} q_{ix} \\ q_{iy} \\ q_{iz} \\ q_{i\theta x} \\ q_{i\theta y} \\ q_{i\theta z} \end{Bmatrix} = \mathbf{R}_{ij} \mathbf{q}_i \quad (33)$$

基于变形修正的局部刚体化动力模型降阶方法计算过程简单,不足之处是经过变形修正后的减缩基失去了物理意义,由于要对结构刚度矩阵求逆,除了计算工作量大,该方法对于无约束边界条件的模型不适用.

2.7 基于局部插值的结构动力模型降阶方法

邓佳东等^[86]提出了基于局部插值的结构动力模型降阶方法,该方法以复杂结构有限元模型为基础,通过非协调元的插值函数作为局部降阶基向量,以位移插值的形式将复杂结构的有限元模型中节点位移凝聚,实现了原结构广义特征值问题的降阶,建立精度较高的降阶模型.

如图 1 所示平面问题,细线所示网格为原模型有限元网格,节点 a 为原有限元模型上任意一节点,在其周围有 4 个凝聚点(图示点 1, 2, 3, 4)构成的四节点有限大单元,如何将节点 a 的位移用其周围的凝聚点的位移来表示.基于局部插值的动力模型降阶方法假定节点 a 的位移仅依赖于图示 4 个凝聚点,即节点 a 的位移由 1, 2, 3, 4 凝聚点的位移插值得到,插值函数取为 4 个凝聚点 1, 2, 3, 4 所构成的四节点有限大单元的形函数,则

$$\mathbf{u}_a = \mathbf{N}_a \{\mathbf{U}_1^T, \mathbf{U}_2^T, \mathbf{U}_3^T, \mathbf{U}_4^T\}^T \quad (34)$$

式中, \mathbf{u}_a 为节点 a 的位移列向量, \mathbf{N}_a 为四节点有限大单元的形函数矩阵在节点 a 处的值矩阵, $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3, \mathbf{U}_4$ 分别为 4 个凝聚点的位移列向量, 上标 T 表示转置. 同理有限元模型中的所有节点的位移均可通过其所依附的凝聚点位移插值得到, 将它们集合起来就得到插值函数组成的动力模型减缩基矩阵

$$\mathbf{N} = \sum_{i=1}^{nm} \mathbf{G}_i^{\text{T}} \mathbf{N}_i \mathbf{G}'_i \quad (35)$$

式中, nm 为有限元模型中节点的数目, \mathbf{G}_i 为第 i 号节点的波尔矩阵, \mathbf{G}'_i 为第 i 号节点所依附的凝聚点的波尔矩阵.

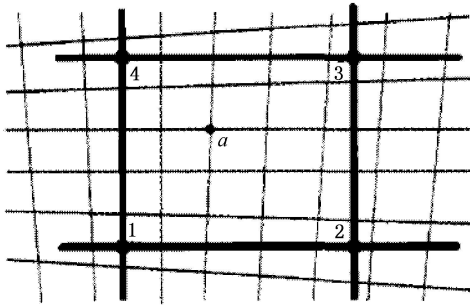


图 1 节点 a 所依附的凝聚点

2.8 基于梁平截面假设的复杂细长结构动力模型降阶方法

针对纵向尺度显著大于横向的火箭等复杂梁式结构, 王文胜等^[87]提出了基于梁平截面假设的结构动力模型降阶方法. 该方法基于梁理论中的平截面假设, 将结构每个截面上的有限元节点通过位移转换矩阵凝聚到该截面的形心, 从而快速建立了用于模型降阶的减缩基向量. 对于具有大开口的结构, 用数值方法得到表示截面翘曲变形的翘曲基向量, 弥补了平截面假定的不足.

该方法节点位移转换矩阵和式 (33) 一样, 对于结构上第 i 个截面, 截面内的 \bar{n}_i 个有限元节点均凝聚到该截面形心处, 则有

$$\mathbf{U}_i = \mathbf{T}_i \mathbf{q}_i \quad (36)$$

式中, $\mathbf{U}_i = (\mathbf{u}_{i1}, \mathbf{u}_{i2}, \dots, \mathbf{u}_{i\bar{n}_i})^{\text{T}}$ 表示这一截面内有限元节点的位移向量, $\mathbf{T}_i = (\mathbf{R}_{i1}, \mathbf{R}_{i2}, \dots, \mathbf{R}_{i\bar{n}_i})^{\text{T}}$ 表示这一截面的位移转换矩阵, \mathbf{q}_i 表示该截面形心处的准刚体模态.

将具有 s 个有限元节点的整个结构沿长度方向剖分为 p ($p \ll s$) 个这样的截面, 则整个结构的位移

转换关系式为

$$\mathbf{U} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{U}_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & & & \\ & \mathbf{T}_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \mathbf{T}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_p \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \mathbf{Q} \quad (37)$$

式中, \mathbf{U} 表示整个结构节点位移向量, 是 $6s \times 1$ 的列向量. \mathbf{U}_p 表示第 p 个截面内节点的位移向量, \mathbf{T}_p 表示第 p 个截面内节点的位移转换矩阵, 大小已经扩展为 $6s \times 6$, 只在相应节点自由度的位置具有非零元素行. \mathbf{q}_p 表示第 p 个截面形心处的刚体模态, \mathbf{Q} 表示所有截面形心位移组成的向量, 大小为 $6p \times 1$, \mathbf{T} 表示 $6s \times 6p$ 的总体位移转换矩阵, 因为 $p \ll s$, 模型降阶后自由度数得到大大降低, 降阶模型是只有 p 个节点 ($6p$ 自由度) 的梁模型, 其未知量是轴线节点的位移、转角和截面翘曲量等, 具有明确的物理意义.

该方法可以充分利用现有大型有限元程序提供的各种信息, 计算量非常低, 由于基向量是局部的显式, 逐单元计算它们对降阶模型质量和刚度阵的贡献, 计算量和存储量可进一步降低. 由于减缩基的建立过程不涉及刚度阵求逆且减缩基恒定, 基于本方法可以很方便地建立原复杂结构在自由-自由状态的降阶模型, 在此基础上 Wang 等^[88]实现了多种边界条件下结构的频率分析和考虑频率约束的轻量化设计. 对于非梁式结构或者结构有限元网格剖分沿轴向不规整的情况, 该方法不适用.

与基于梁平截面假设的模型降阶方法相似, Erasmo 等^[89]假设结构截面上的位移是高阶展开的多项式, 建立了能够模拟原结构弯扭耦合等情况下振动模式的降阶梁模型.

2.9 控制理论领域的降阶方法

控制理论中模型降阶是很基本的问题, 因此发展了大量的模型降阶方法. 最优控制理论中的模型降阶方法往往强调结构的动力特征得到保留, 如要求降阶模型和原模型具有相同的可观察性和可控性; 构造这些降阶方法时, 要求原模型的传递函数和降阶模型的传递函数的前若干阶矩相等. 多年来发展起来的方法有平衡截断近似 (balanced truncation approximation)^[90-91]、奇异摄动近似 (singular perturbation approximation)^[92-93]、最优投影法 (optimal projection)^[94]、模态价值分析法^[95]和 Krylov

子空间法^[96-98]. 这些方法有它们的优点, 但是对于自由度比较大的有限元模型进行降阶存在困难, 并且由这些方法得到的子空间基底向量没有明确的物理意义.

其中 Krylov 子空间法是在控制和计算数学领域近年来受到广泛重视的方法, 与结构动力学采用的里茨向量法很接近. 基于 Krylov 子空间, 可构造用于动力模型降阶的基向量 T .

$$T = (\mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}, (\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M})\mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}, \dots, (\mathbf{K}^{-1}\mathbf{M})^{n-1}\mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}) \quad (38)$$

式中, \mathbf{M} , \mathbf{K} 分别为原结构模型的刚度阵和质量阵, 初始向量 \mathbf{F} 可以是静力问题中外力向量、动力问题中的外部激振力幅值, 也可以是假定的向量. 不足之处是需要人工选择合适减缩基的阶数来降低降阶模型的误差.

3 结论与展望

复杂结构动力模型降阶方法在结构动力学分析计算中已经得到了广泛的应用, 多年来基于不同的研究领域和出发点, 发展出了很多模型降阶的方法. 随着新的研究领域的扩展, 对模型降阶方法也提出了一些新的要求和可研究方向:

(1) 有效减缩基的选择, 如果选择的基向量与设计变量无关, 则降阶模型的刚度阵和质量阵有可能可以表示为设计变量的显式函数, 因此修改设计变量时的降阶结构的动力分析工作量非常小, 可以得到效率很高的优化方法.

(2) 大型复杂结构的多工况多约束的降阶研究. 有些结构在不同工况时可能改变支撑条件, 因此需要发展新的模型降阶方法, 建立的降阶近似模型能够满足在不同支撑条件下使用.

(3) 结构动力学结合控制理论的新减缩技术, 如将静力凝聚法、动力凝聚法和 Krylov 子空间法等结合发展一体化降阶方法.

(4) 基于大型商用有限元程序上的二次开发.

(5) 模型降阶方法在新型问题中的应用问题, 如基于降阶模型的结构可靠度分析、局部非线性动力学问题.

参 考 文 献

- Box GEP, Wilson KB. On the experimental attainment of optimum conditions (with discussion). *Journal of Royal Statistical Society*, 1951, B13: 1-45
- Hill WJ, Hunter WG. A review of response surface methodology: a literature survey. *Technometrics*, 1966, 8(4): 571-590
- Myers RH, Khuri AI, Carter JWH. Response surface methodology: 1966-1968. *Technometrics*, 1989, 31(2): 137-157
- Khuri AI, Cornell JA. *Response Surfaces* (2nd edn). New York: Marcel Dekker INC, 1996
- 隋允康, 白海波. 基于中心点精确响应面法的板壳结构优化. *机械设计*, 2005, 22(11): 10-12
- 江涛, 陈建军, 张建国等. 基于区间模型的响应面法. *机械设计与研究*, 2005, 21(6): 12-16
- 窦毅芳, 刘飞, 张为华. 响应面建模方法的比较分析. *工程设计学报*, 2007, 14(5): 359-363
- 潘雷, 谷良贤, 阎代维. 改进响应面法 (IRSM) 及其近似性能研究. *自然科学进展*, 2009, 19(2): 222-226
- 隋允康, 宇惠平. 响应面方法的改进及其对工程优化的应用. 北京: 科学出版社, 2011
- Knill DL, Giunta AA, Baker CA, et al. Multidisciplinary HSC configuration design using response surface approximations of super sonic aerodynamics. *AIAA Paper* 1998-0905
- Giunta AA. Aircraft multidisciplinary design optimization using design of experiments theory and response surface modeling methods. [PhD Thesis]. Blacksburg: Virginia Polytechnic Institute and State University, 1997
- Roux WJ, Stander N, Haftka RT. Response surface approximations for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1998, 42(3): 517-534
- Kim C, Wang S, Choi KK. Efficient response surface modeling by using moving least-squares method and sensitivity. *AIAA Journal*, 2005, 43(11): 2404-2411
- Yang RJ, Wang BP, Wang N, et al. Metamodeling development for vehicle frontal impact simulation. *Journal of Mechanical Design*, 2005, 127(5): 1014-1020
- 阳志光, 陈敏, 隋允康. 响应面法在圆柱壳结构优化设计中的应用. *弹箭与制导学报*, 2003, 27(3): 127-130
- 王海亮, 林忠钦, 金先龙. 基于响应面模型的薄壁构件耐撞性优化设计. *应用力学学报*, 2003, 20(3): 61-65
- 张勇, 李光耀, 钟志华. 基于移动最小二乘响应面方法的整车轻量化设计优化. *机械工程学报*, 2008, 44(11): 192-196
- Kim C, Choi KK. Reliability-based design optimization using response surface method with prediction interval estimation. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2008, 130(12): 121401-1-12
- Goel T, Vaidyanathan R, Haftka RT, et al. Response surface approximation of pareto optimal front in multi-objective optimization. *Computer Methods in Applied Mathematics and Engineering*, 2007, 196(4-6): 879-893
- Gogu C, Haftka RT, Bapanapalli SK, et al. Dimensionality reduction approach for response surface approximations: application to thermal design. *AIAA Journal*, 2009, 47(7): 1700-1708
- 高月华. 基于 Kriging 代理模型的优化设计方法及其在注塑成型中的应用. [博士论文]. 大连: 大连理工大学, 2009
- Lophaven SN, Nielsen HB, Sondergaard J. DACE—A Matlab Kriging toolbox. Technical Report IMN-TR-2002-12, 2002

- 23 Simpson TW, Mauery TM, Korte JJ, et al. Comparison of response surface and Kriging models for multidisciplinary design optimization. *AIAA Paper* 1998-4755
- 24 高月华, 张崎, 王希诚. 基于 Kriging 模型的汽轮机基础动力优化设计. *计算力学学报*, 2008, 25(5): 610-615
- 25 Joseph VR, Hung Y, Agus S. Blind Kriging: a new method for developing Metamodels. *Journal of Mechanical Design*, 2008, 130(3): 031102
- 26 高月华, 王希诚. 基于 Kriging 代理模型的多点加点序列优化方法. *工程力学*, 2012, 29(4): 90-95
- 27 Zhao L, Choi KK, Lee I. Metamodeling method using dynamic Kriging for design optimization. *AIAA Journal*, 2011, 49(9): 2034-2046
- 28 Matthew Z. *Neural Networks in Artificial Intelligence*. New York: Ellis Horwood Limited, 1990
- 29 Varadarajan S, Chen W, Pelka C. Robust concept exploration of propulsion systems with enhanced model approximation capabilities. *Engineering Optimization*, 2000, 32(3): 309-334
- 30 邓乃扬, 田英杰. *数据挖掘中的新方法—支持向量机*. 北京: 科学出版社, 2004
- 31 Cortes C, Vapnik V. Support-vector networks. *Machine Learning*, 1995, 20(3): 273-297
- 32 刘志强. 基于支持向量机的可靠度计算方法研究. [硕士论文]. 大连: 理工大学, 2008
- 33 Guyan RJ. Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA Journal*, 1965, 3(2): 380
- 34 Irons B. Structural eigenvalue problems-elimination of unwanted Variables. *AIAA Journal*, 1965, 3(5): 961-962
- 35 Lin RM, Lim MK. Structural sensitivity analysis via reduced-order analytical model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1995, 121(1-4): 345-359.
- 36 Kuhar EJ, Stahle CV. Dynamic transformation method for modal Synthesis. *AIAA Journal*, 1974, 12(5): 672-678.
- 37 Paz M. Dynamic condensation. *AIAA Journal*, 1984, 22(5): 724-727
- 38 Paz M. Modified dynamic condensation method. *Journal of Structural Engineering*, 1989, 115(1): 234-238
- 39 Rothe K, Voss H. Improving condensation methods for eigenvalue problems via reyleigh functions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1994, 111(1-2): 169-183
- 40 Kim KO. Dynamic condensation for structural redesign. *AIAA Journal*, 1984, 23(11): 1830-1832
- 41 张德文, 魏阜旋. *模型修正与破损诊断*. 北京: 科学出版社, 1999
- 42 瞿祖清, 华宏星, 傅志方. 一种有限元模型坐标动力缩聚技术. *振动与冲击*, 1998, 17(3): 15-18,87
- 43 瞿祖清. *结构动力缩聚技术: 理论与应用*. [博士论文]. 上海: 上海交通大学, 1998
- 44 Kane K, Torby BJ. The extended modal reduction method applied to rotor dynamic problems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1991, 113(11): 79-84
- 45 Rivera MA, Singh MP, Suarez LE. Dynamic condensation approach for non-classically damped structures. *AIAA Journal*, 1999, 37(5): 564-571
- 46 Qu ZQ, Selvam RP. Efficient method for dynamic condensation of nonclassically damped vibration systems. *AIAA Journal*, 2002, 40(2): 368-375
- 47 Qu ZQ, Jung Y, Selvam RP. Model condensation for non-classically damped systems—part I: static condensation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2003, 17(5): 1003-1016
- 48 Qu ZQ, Selvam RP, Jung Y. Model condensation for non-classically damped systems—part II: iterative schemes for dynamic condensation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2003, 17(5): 1017-1032
- 49 Qu ZQ, Selvam RP. Insight into the dynamic condensation technique of non-classically damped models. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 272(3-5): 581-606
- 50 O'Callahan JC. A procedure for an improved reduced system (IRS) model. The 7th International Model Analysis Conference. Las Vegas, 1989
- 51 Kidder RL. Reduction of structural frequency equations. *AIAA Journal*, 1973, 11(6): 892
- 52 Friswell MI, Garvey SD, Penny JET. Model reduction using dynamic and Iterated IRS techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 1995, 186(2): 311-323
- 53 Friswell MI, Garvey SD, Penny JET. The convergence of the iterated IRS Methods. *Journal of Sound and Vibration*, 1998, 211(1): 123-132
- 54 Kim KO, Choi YJ. Energy method for selection of degrees of freedom in Condensation. *AIAA Journal*, 2000, 38(7): 1253-1259
- 55 Cho M, Kim H. Element-based node selection method for reduction of eigenvalue problems. *AIAA Journal*, 2004, 42(8): 1677-1684
- 56 Kim H, Cho M. Two-level scheme for selection of primary degrees of freedom and semi-analytic sensitivity based on the reduced system. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 195(33-36): 4244-4268
- 57 Kim H, Cho M. Sub-domain optimization of multi-domain structure constructed by reduced system based on the primary degrees of freedom. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2007, 43(11-12): 912-930
- 58 Ong JH. Improved automatic masters for eigenvalue economization. *Finite Elements in Analysis and Design*, 1987, 3(2): 149-160
- 59 Bouhaddi N, Fillod R. A method for selecting master DOF in dynamic substructuring using the Guyan condensation method. *Computers and Structures*, 1992, 45(5-6): 941-946
- 60 Wilson EL, Yuan MW, Dickens JM. Dynamic analysis by direct superposition of Ritz vectors. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1982, 10(6): 813-821
- 61 王勖成. *有限单元法*. 北京: 清华大学出版社, 2004
- 62 Nour-Omid B, Clough RW. Dynamic analysis of structures using lanczos coordinates. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1984, 12(4): 565-577
- 63 Gu JM, Ma ZD, Hulbert GM. A new load-dependent Ritz vector method for structural dynamics analysis: quasi-static Ritz vectors. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2000, 36(3-4): 261-278
- 64 林家浩, 曲乃泗, 孙焕纯. *计算结构动力学*. 北京: 高等教育出版社, 1990
- 65 Hurty WC. Dynamic analysis of structural systems using component Modes. *AIAA Journal*, 1965, 3(4): 678-685
- 66 Craig JRR, Bampton MCC. Coupling of substructures for dynamic Analyses. *AIAA Journal*, 1968, 6(7): 1313-1319

- 67 Goldman RL. Vibration analysis by dynamic partitioning. *AIAA Journal*, 1969, 7(6): 1152-1154
- 68 Hou SN. Review of modal synthesis techniques and a new approach. *Shock and Vibration Bulletin*, 1969, 40(4): 25-39.
- 69 MacNeal RH. A hybrid method for component mode synthesis. *Computers and Structures*, 1971, 1(4): 582-601
- 70 Leung AYT. A simple dynamic substructure method. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1988, 16(6): 827-837
- 71 Suarez LE, Singh MP. Improved fixed interface method for modal Synthesis. *AIAA Journal*, 1992, 30(12): 2952-2958
- 72 Shyu WH, Ma ZD, Hulbert GM. A new component mode synthesis method: quasi-static mode compensation. *Finite Elements in Analysis and Design*, 1997, 24(4): 271-281
- 73 Craig JRR. Substructure methods in vibration. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1995, 117(Special): 207-213
- 74 王永岩. 动态子结构方法理论及应用. 北京: 科学出版社, 1999
- 75 向树红, 邱吉宝, 王大钧. 模态分析与动态子结构方法新进展. 力学进展, 2004, 34(3): 289-303
- 76 邱吉宝, 王建民, 谭志勇. 运载火箭结构动力分析的一些新技术第一部分: 模态综合技术. 导弹与航天运载技术, 2001, (2): 29-34
- 77 邱吉宝, 王建民. 运载火箭模态试验仿真技术研究新进展. 宇航学报, 2007, 28(3): 516-521
- 78 杜飞平, 谭永华, 陈建华等. 航天器子结构模态综合法研究现状及进展. 火箭推进, 2010, 36(3): 39-44
- 79 王建军, 李其汉. 航空发动机失谐叶盘振动减缩模型与应用. 北京: 国防工业出版社, 2009
- 80 许明财. ANSYS 模态综合法技术. CAD/CAM 与制造业信息化, 2005, (2): 90-91
- 81 张亚辉, 林家浩. 结构动力学基础. 大连: 大连理工大学出版社, 2007
- 82 郑淑飞, 丁桦. 基于变形修正的局部刚体化动力模型简化方法. 力学与实践, 2008, 30(6): 31-34
- 83 刘斌, 丁桦, 时忠民. 基于柔度修正的局部刚体化结构动力模型简化方法. 工程力学, 2007, 24(10): 25-31
- 84 王文胜, 徐胜利, 程耿东. 基于简化模型的结构动力特性优化. 工程力学, 2012, 28(12): 45-50,159
- 85 彭海军, 王文胜, 程耿东. 基于物理降阶模型的桁架结构振动主动控制. 工程力学, 2013, 30(12): 1-7
- 86 邓佳东, 程耿东. 基于局部插值的结构动力模型降阶方法. 力学学报, 2012, 44(2): 111-119
- 87 王文胜, 程耿东, 李取浩. 基于梁平截面假设的复杂细长结构动力模型简化方法. 计算力学学报, 2012, 29(3): 295-299,332
- 88 Wang WS, Cheng GD, Li QH. Fast dynamic performance optimization of complicated beam-type structures based on two new reduced physical models. *Engineering Optimization*, 2013, 45(7): 835-850
- 89 Erasmo C, Marco P, Alberto V. Advanced beam formulations for free-vibration analysis of conventional and joined wings. *American Society of Civil Engineers*, 2012, 25(2): 282-293
- 90 Moore BC. Principal component analysis in linear systems controllability, observability, and model reduction. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26(1): 17-32
- 91 Pernebo L, Silverman LM. Model reduction via balanced state space representations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1982, 27 (2): 382-387
- 92 Kokotovic PV, O'Malley JRE, Sannuti P. Singular perturbations and order reduction in control theory: an overview. *Automatica*, 1976, 12(2): 123-132
- 93 Saksena VR, O'Reilly J, Kokotovic PV. Singular perturbations and time-scale methods in control theory: survey 1976-1983. *Automatica*, 1984, 20(3): 273-293
- 94 Wilson DA. Model reduction for multivariable systems. *International Journal of Control*, 1974, 20(1): 57-64
- 95 Skelton RE, Yousuff A. Component cost analysis of large scale systems. *International Journal of Control*, 1983, 37(2): 285-304
- 96 Freund RW. Krylov-subspace methods for reduced-order modeling in circuit simulation. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, 123(1-2): 395-421
- 97 Bai ZJ. Krylov subspace techniques for reduced-order modeling of large-scale dynamical systems. *Applied Numerical Mathematics*, 2002, 43(1-2): 9-44
- 98 Freund RW. Model reduction methods based on Krylov subspaces. *Acta Numerica*, 2003, 12: 267-319

(责任编辑: 刘希国)

(上接第 170 页)

- 67 Khorram A, Rezaeian M, Bakhtiari F. Multiple cracks detection in a beam subjected to a moving load using wavelet analysis combined with factorial design. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2013, 40: 97-113
- 68 Nguyen KV. Comparison studies of open and breathing crack detections of a beam-like bridge subjected to a moving vehicle. *Engineering Structures*, 2013, 51: 306-314
- 69 Roveri N, Carcaterra A. Damage detection in structures under traveling loads by Hilbert-Huang transform. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 28: 128-144
- 70 Li J, Law SS. Damage identification of a target substructure with moving load excitation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 30: 78-90
- 71 Li J, Law SS, Hao H. Improved damage identification in bridge structures subject to moving loads: numerical and experimental studies. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2013, 74: 99-111
- 72 Cavadas F, Smith FC, Figueiras J. Damage detection using data-driven methods applied to moving-load responses. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 39(1-2): 409-425
- 73 Nie ZH, Ma HW. Structural damage detection using response reconstructed phase space for beam-like structure under a moving load. ICSV20, Bangkok, Thailand, 2013

(责任编辑: 胡漫)