

# 叶片三维轮廓测量点云数据高精度 多角度融合

赖文敬<sup>1</sup>, 鲍 鸿<sup>1</sup>, 白玉磊<sup>1</sup>, 申作春<sup>2</sup>, 周延周<sup>1</sup>

(1. 广东工业大学 自动化学院, 广州 510006;

2. 哈尔滨工业大学 航天学院 光电子技术研究所, 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 针对高精度多角度点云数据融合叶片测量难题,设计了一种基于相位测量轮廓方法的多角度点云数据融合的机械装置.通过设计对参考平面数据旋转的算法,实现叶片三维轮廓的高精度数据合成,精度达到 $(0.06 \pm 0.01)$ mm.这种装置的方法、结构简单实用,测量效率和精度高,可以多个叶片同时测量,是一种可以取代三坐标测量的实用方法.

**关 键 词:** 叶片; 三维轮廓测量; 点云数据融合; 相位测量轮廓方法; 回转平台  
**中图分类号:** V232.4 **文献标志码:** A

## High precision and multiple view point cloud data fusion in blade three-dimensional profile measurement

LAI Wen-jing<sup>1</sup>, BAO Hong<sup>1</sup>, BAI Yu-lei<sup>1</sup>,  
SHEN Zuo-chun<sup>2</sup>, ZHOU Yan-zhou<sup>1</sup>

(1. Department of Automation,  
Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China;

2. Opto-electric Institute, School of Astronautics,  
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** High precision and multiple view point cloud data fusion is one of the bottlenecks in the blade measurement. A mechanical device of the multiple view point cloud data fusion using phase-measuring-profilometry was presented. A reference plane data rotating algorithm was designed, and the accuracy of three-dimensional blade data high precision fusion is  $(0.06 \pm 0.01)$  mm. The structure and method of the device are simple and practical with high efficiency and accuracy. Many blades can be measured simultaneously. It can thus replace coordinate measuring method.

**Key words:** blade; three-dimensional profile measurement; point cloud data fusion; phase-measuring-profilometry; rotating platform

叶轮机是航空发动机和燃气轮机动力系统中重要部件之一,叶片的表面三维轮廓测量在叶片逆向工程测绘和质量检查中的地位更是不言而

喻,因此近年来关于叶片测量及分析方法的研究迅速发展<sup>[1-3]</sup>.目前常用于对叶片这样的小曲率表面机械零部件的测量及分析方法多且精度高,主

收稿日期:2013-10-22

基金项目:国家自然科学基金(11072063)

作者简介:赖文敬(1987-),男,广东肇庆人,硕士生,主要从事叶片三维轮廓和物体三维轮廓及变形测量.

E-mail:lwj\_optical@163.com

要分以下两类:一种是单点测量精度高,测量点数目少,可实现给定精度的曲面轮廓度测量,例如三坐标测量机测量法,测量精度可达到微米级<sup>[4-6]</sup>,且技术已经相当成熟,缺点是测量效率低,系统成本高;另一种是单点测量精度不如三坐标测量机,但测量点数目多,也可以实现给定精度的曲面轮廓度测量,例如相位测量轮廓方法<sup>[7-9]</sup>. 该类方法缺点是相关技术还不是很成熟,存在很多问题需要解决,但技术一旦成熟优点也相当明显. 2012年,文献[10]利用相位测量轮廓系统对燃气轮机叶片表面的三维轮廓进行了360°测量,结果表明相位测量轮廓系统测量叶片表面的三维轮廓具有以下优点:

1) 自动化程度和测量效率高,可以同时检测多个叶片.

2) 三维轮廓数据采样密度大,远远超过香农采样定理的要求,可以弥补单点精度低于三坐标测量机的缺点,曲面测量精度高.

3) 由于不需要高精度可动部件,系统成本低于三坐标测量机.

但是,在后续的研究中发现相位测量轮廓系统测量叶片表面三维轮廓尚有以下3个问题有待解决.

1) 多角度点云数据融合问题:对叶片进行360°的三维轮廓测量,不同旋转位置的点云数据需要融合,而三维数据盲融合是目前国际公认的数学难题,尚无一劳永逸的解决方案. 文献[10]中使用的三维数据融合方法效果并不理想,有时候点云数据融合误差高达 $\pm 0.2$  mm.

2) 叶片表面亚光漆涂覆问题:由于 CCD (charge coupled device) 相机的光学动态量程有限,为了平衡光学对比度,需要在叶片表面喷涂白色亚光漆<sup>[10]</sup>,这也是相位轮廓测量中常用的方法. 但是这种工艺很难控制质量,且影响测量精度. 因此目前国内外商用的相位测量轮廓系统都不适合直接进行高精度的半黑和半反光的金属表面三维轮廓的测量.

3) 点云数据融合后的使用问题:如何对融合后的叶片表面三维点云数据进行轮廓拟合,对叶片的各个不同部位进行数学模型化,并指导叶片刀具的参数设计和修正.

只有解决上述3个问题以后,相位测量轮廓系统测量叶片表面三维轮廓才能实用. 针对问题1) 本文提出一种基于旋转参考平面的叶片点云数据盲融合方法,优点是机械装置结构简单,点云数

据融合稳定性好、精度高,实用性极强,该方法可以成为基于相位测量轮廓方法的叶片表面三维轮廓测量机的基本方法. 查阅国内外相关文献,鲜见相关报道.

## 1 相位测量轮廓系统

相位测量轮廓方法是一种采用非接触式光学方法来测量物体表面的三维轮廓技术. 它采用先设计好的光栅图样面结构光投影到物体表面,它是一种光强呈正弦变化的条纹光栅图. 当条纹光栅被投射到物体表面时会发生形变,所发生的形变可以认为是相位和振幅受到被测物体的调制,利用计算机对该载波信号进行直接解调计算,最终获得物体表面三维轮廓信息<sup>[7]</sup>.

相位测量轮廓系统构成简述如下<sup>[10-11]</sup>: Plus V1100 数字投影一台、高精度 Kodak ES 1.0 一台、MegaPlus ES 1.0 CCD 相机、Meteor II Digital 4L 图像采集卡、铝合金多维度调整桁架、二维手动导轨平台(行程为0~180 mm,精度为 $\pm 0.01$  mm),若干标定板. 在完成对整个系统的标定后,检测系统精度方法如下:采用一个已知半径( $30 \pm 0.01$ ) mm 的轴承滚珠,通过利用标定好的系统来测量到它的三维点云数据,把点云数据导入到 Imageware 软件中对点云数据进行球面拟合. 拟合所得到的球面半径为 29.95 mm,测量误差为  $-0.05$  mm,数据利用率达到 99.49% 以上,证明相位测量轮廓系统达到要求的精度.

被测叶片是某燃气轮机叶片,水平宽度约为 50 mm,垂直高度约为 26 mm,叶片被安装在一个厚度为 40 mm 的钢板平台,同时叶片背面装有一块边长为 270 mm 的正方形平板(参考平板),如图 1 所示.



(a) 叶片和平板组合回转平台实物图

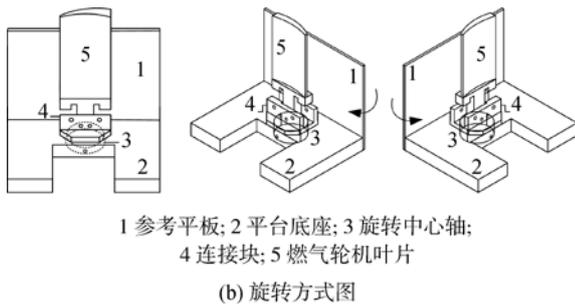


图 1 叶片和平板组合回转平台实物图与旋转方式图  
Fig.1 Photo and rotating sketch of blade and tablet combination rotating platform

## 2 基于非线性最小二乘法平面拟合

从点云中拟合平面的方法有很多种,包括最小二乘法、特征值法等<sup>[12]</sup>,本文采用基于非线性最小二乘法的平面拟合方法.为了能够精确地拟合参考平面,需要利用 CCD 相机和数字投影仪组成的相位测量轮廓系统对叶片和参考平板组合进行高精度的三维轮廓测量拍摄,采集得到它们的点云数据.在拍摄的过程中,每拍摄完一次就旋转一次叶片和参考平板(即参考平面)组合回转平台,具体的旋转方式如图 1 所示,直到完成 3 次的数据采集为止.

实验中采集到了 3 组分别有 30 万个点以上的参考平面和叶片组合点云数据.通过 Imageware 软件对参考平面和叶片组合的点云数据进行分离、去除干扰数据点等处理后,分别得到 3 组均有 20 万个点以上的参考平面点云数据  $A_i(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i=1, 2, 3$ ,其中参考平面  $i=1, 2$  为待旋转平面,参考平面  $i=3$  表示目标平面.3 组均有 10 万个点以上的叶片点云数据  $B_j(x_j, y_j, z_j)$ ,  $j=1, 2, 3$ ,其中叶片  $j=1, 2$  为待旋转叶片,叶片  $j=3$  表示目标旋转叶片.完成点云数据处理后对参考平面数据进行拟合.

假设空间中任意点  $(x, y, z)$  满足曲面方程  $G$ ,则有

$$G(x, y, z) = 0 \quad (1)$$

本实验中的曲面为平面,于是设平面模型为

$$F(x, y, z) = ax + by + cz + d \quad (2)$$

其中  $(x, y, z)$  为实验中测量所得数据点,  $a, b, c, d$  为待拟合参数.

为使得数据点落在平面上,即满足方程式(1),构造如下误差方程:

$$E = \sum_{m=1}^M [F(x_m, y_m, z_m)]^2 \quad (3)$$

其中  $M$  为采集到的点云数据量,  $(x_m, y_m, z_m)$  为采集的平面点云数据坐标.

通过选取迭代初始值  $x = [a_0, b_0, c_0, d_0]$ , 利用非线性最小二乘法对式(3)进行迭代计算,最终拟合得到 3 个参考平面方程,具体参数如表 1 所示.

表 1 参考平面拟合方程参数 ( $i=1, 2, 3$ )

Table 1 Reference plane fitting equation parameters ( $i=1, 2, 3$ )

参考平面 $i$	$a_i$	$b_i$	$c_i$	$d_i$
1	-0.001	-0.010	-1.000	42.721
2	-0.006	-0.290	-0.957	76.567
3	0.003	0.287	-0.958	-1.347

## 3 参考平面的点云数据融合

### 3.1 参考平面间夹角的计算

本次实验中经数据处理后得到 3 组旋转不同角度的参考平面点云数据图如图 2 所示.

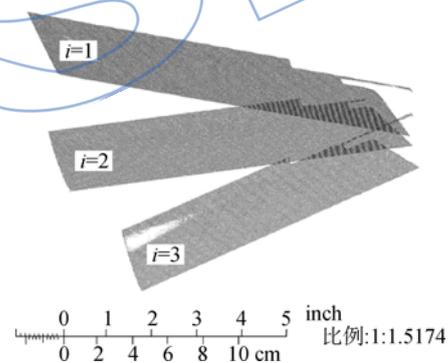


图 2 旋转多角度参考平面点云数据  
Fig.2 Point cloud data of reference plane at multiple angle rotation

假设参考平面 1 与参考平面 3 之间夹角为  $\alpha_1$ ,参考平面 2 与参考平面 3 之间夹角为  $\alpha_2$ .在求得 3 个拟合参考平面方程后分别也可以得到其法向量  $N_1 = [a'_1, b'_1, c'_1]$ ,  $N_2 = [a'_2, b'_2, c'_2]$ ,  $N_3 = [a'_3, b'_3, c'_3]$ ,把  $N_1, N_2, N_3$  代入下面求两参考平面间夹角的方程:

$$\alpha_1 = \arccos \frac{(a'_1 a'_3) + (b'_1 b'_3) + (c'_1 c'_3)}{\sqrt{a_1'^2 + b_1'^2 + c_1'^2} \sqrt{a_3'^2 + b_3'^2 + c_3'^2}} \quad (4)$$

$$\alpha_2 = \arccos \frac{(a'_1 a'_3) + (b'_1 b'_3) + (c'_1 c'_3)}{\sqrt{a_1'^2 + b_1'^2 + c_1'^2} \sqrt{a_3'^2 + b_3'^2 + c_3'^2}} \quad (5)$$

经计算求得  $\alpha_1 = 17.23^\circ$ ,  $\alpha_2 = 33.54^\circ$  (均取正小角度夹角)。

### 3.2 旋转轴的确定

参考平面点云数据融合的精度会直接影响到叶片点云数据融合的精度,而参考平面点云数据能否精确融合关键在于旋转轴的确定。

$$\begin{cases} \frac{|a_1 x_r + b_1 y_r + c_1 z_r + d_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} = \frac{|a_2 x_r + b_2 y_r + c_2 z_r + d_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} \\ \frac{|a_1 x_r + b_1 y_r + c_1 z_r + d_1|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}} = \frac{|a_3 x_r + b_3 y_r + c_3 z_r + d_3|}{\sqrt{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2}} \\ \frac{|a_2 x_r + b_2 y_r + c_2 z_r + d_2|}{\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}} = \frac{|a_3 x_r + b_3 y_r + c_3 z_r + d_3|}{\sqrt{a_3^2 + b_3^2 + c_3^2}} \end{cases} \quad (6)$$

由于旋转轴垂直于坐标系平面  $yOz$ , 所以通过估计旋转轴在物理系统中  $y$  和  $z$  轴方向的实际坐标,并在  $x$  方向上任意选取一点,从而得到一组坐标  $(x_0, y_0, z_0)$ , 将该组坐标作为迭代初始值,再对上述方程组进行迭代计算,最终得到旋转轴坐标方程如下:

$$\begin{cases} x_r = x_0 \\ y_r = y'_r \\ z_r = z'_r \end{cases} \quad x_0 \in (-\infty, +\infty) \quad (7)$$

本实验中经迭代计算所得  $y'_r = 135.103 \text{ mm}$ ,  $z'_r = 95.669 \text{ mm}$ 。

### 3.3 参考平面的旋转和平移

为了实现参考平面 1、参考平面 2 与参考平面 3 的点云数据融合,根据坐标的旋转和平移转换公式对参考平面 1、参考平面 2 的点云坐标数据  $A_i(x_i, y_i, z_i)$ ,  $i=1, 2$  进行变换,变换后得到点云坐标数据  $A'_i(x'_i, y'_i, z'_i)$ ,  $i=1, 2$ 。其中齐次坐标  $A_i(x_i, y_i, z_i, 1)$ ,  $i=1, 2$  与  $A'_i(x'_i, y'_i, z'_i, 1)$ ,  $i=1, 2$  满足以下方程:

$$A'_i(x'_i, y'_i, z'_i, 1) = A_i(x_i, y_i, z_i, 1) \cdot \mathbf{R}(\alpha) \quad i=1, 2 \quad (8)$$

上式中  $\mathbf{R}(\alpha)$  为旋转平移矩阵,如下:

$$\mathbf{R}(\alpha) = \mathbf{T} \cdot \mathbf{R}_x(\alpha) \cdot \mathbf{T}^{-1} \quad (9)$$

$$\mathbf{R}_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -x_0 & -y_0 & -z_0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

上式中  $\mathbf{T}$  为平移矩阵,  $\mathbf{T}^{-1}$  为平移矩阵的逆矩阵,

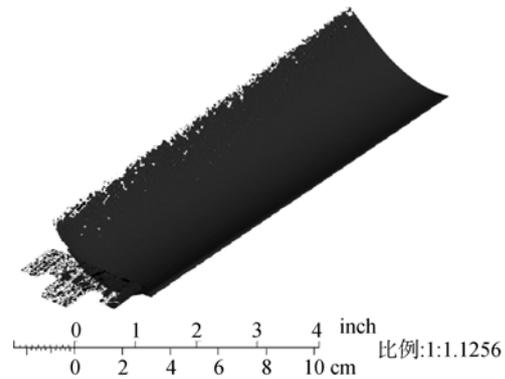
本次实验中,通过对旋转拍摄所获取的叶片和参考平面数据进行分析,可以知道叶片与参考平板组合回转平台是绕平行于  $x$  轴的某轴进行旋转。根据旋转轴上的点  $(x_r, y_r, z_r)$  到参考平面 1、参考平面 2 和参考平面 3 的距离相等,有以下方程组:

$\mathbf{R}_x(\alpha)$  为旋转矩阵,  $\alpha$  为两平面间夹角,  $(x_0, y_0, z_0)$  为旋转轴平移坐标。

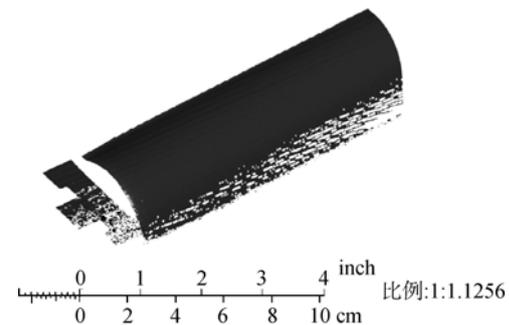
把已求得的夹角  $\alpha_1 = 17.23^\circ$ ,  $\alpha_2 = 33.54^\circ$  和旋转轴平移坐标  $(0, 135.103, 95.669) \text{ mm}$  代入上述坐标变换方程式(8)。经过上述变换后参考平面 1、参考平面 2 和参考平面 3 的点云数据重合。

## 4 叶片的点云数据融合

点云数据融合前单个叶片的点云数据三角形网格化图如图 3(a)~图 3(c)所示,旋转多角度叶片点云数据三角形网格化图如图 3(d)所示。



(a) 叶片1点云数据三角形网格化图



(b) 叶片2点云数据三角形网格化图

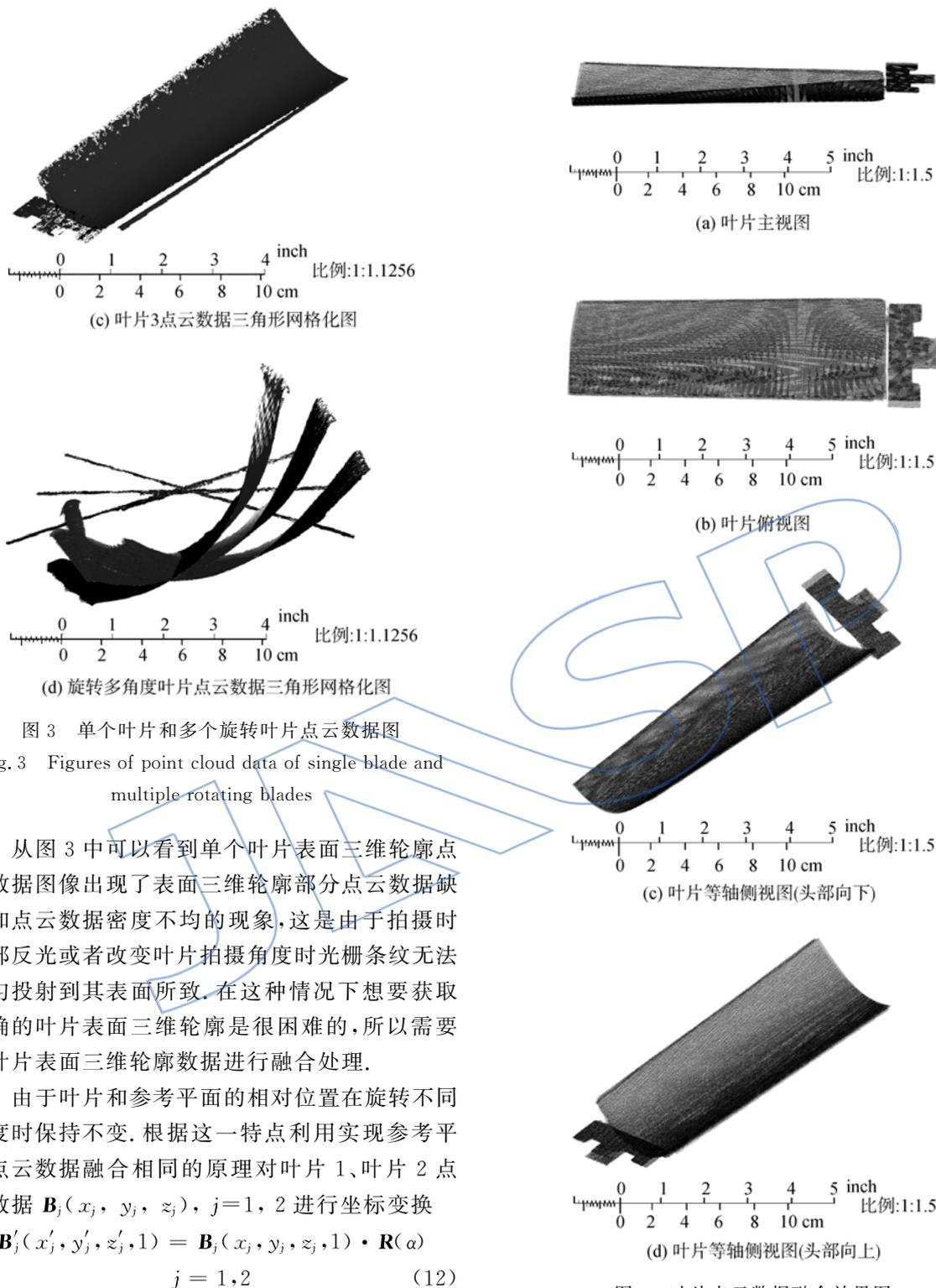


图 3 单个叶片和多个旋转叶片点云数据图

Fig. 3 Figures of point cloud data of single blade and multiple rotating blades

从图 3 中可以看到单个叶片表面三维轮廓点云数据图像出现了表面三维轮廓部分点云数据缺失和点云数据密度不均的现象,这是由于拍摄时局部反光或者改变叶片拍摄角度时光栅条纹无法均匀投射到其表面所致.在这种情况下想要获取精确的叶片表面三维轮廓是很困难的,所以需要

对叶片表面三维轮廓数据进行融合处理. 由于叶片和参考平面的相对位置在旋转不同角度时保持不变.根据这一特点利用实现参考平面点云数据融合相同的原理对叶片 1、叶片 2 点云数据  $B_j(x_j, y_j, z_j), j=1, 2$  进行坐标变换

$$B'_j(x'_j, y'_j, z'_j, 1) = B_j(x_j, y_j, z_j, 1) \cdot R(\alpha) \quad j = 1, 2 \quad (12)$$

式中  $B'_j(x_j, y_j, z_j), j=1, 2$  为变换后叶片点云数据.

经上述变换后叶片 1、叶片 2 与叶片 3 重合,最终得到精确清晰的叶片表面三维轮廓.如图 4 所示.

在叶片的型面检测中在很多时候都需要考虑变截面测量,尤其是叶片型面测具的设计,文献 [13-14] 中均有提及.不管采取何种测量方法,对

图 4 叶片点云数据融合效果图  
Fig. 4 Figures of point cloud data fusion results of blade

测量点云数据的处理大多侧重于叶片截面的分析,即特征参数的计算,如:弦长、最大厚度、前后缘半径等,并以此作为判断叶片是否合格的依据 [15].由此可见叶片截面分析的重要性.如图 5 所示,从图中可以清晰看到整体叶片截面轮廓.

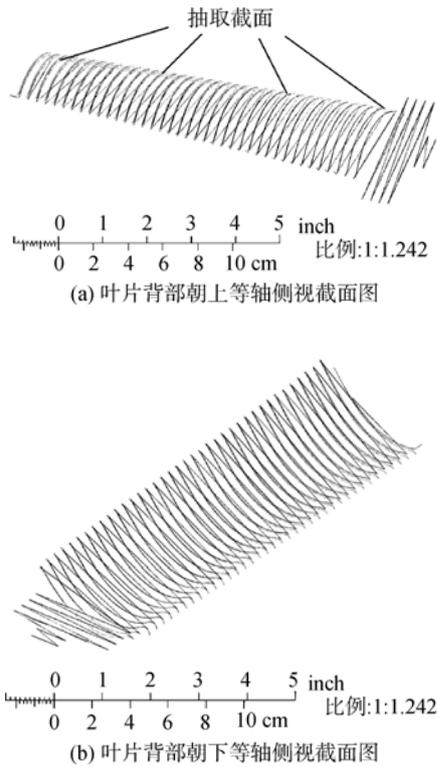


图5 叶片截面

Fig. 5 Sections of blade

## 5 点云数据融合精度分析

与球面、双曲面等不同的是像叶片这类复杂曲面零部件一般难以确定其数学方程表达式. 因此, 在分析叶片的点云数据融合精度时候不能够直接从叶片点云数据上进行分析, 但可以根据叶片和参考平面的相对位置在不同旋转角度时保持不变这一特性, 通过分析平面点云数据融合精度来确定叶片点云数据融合精度, 具体如下.

记旋转重合后参考平面 1 的点云数据坐标为  $A'_1(x'_1, y'_1, z'_1)$ , 参考平面 2 的点云数据坐标为  $A'_2(x'_2, y'_2, z'_2)$ , 现把  $x'_1, y'_1$  和  $x'_2, y'_2$  分别代入参考平面 3 的平面方程并求得它们在该平面方程下相应的  $z''_1$  和  $z''_2$ , 方程如下:

$$z''_1 = -\frac{a_3 x'_1 + b_3 y'_1 + d_3}{c_3} \quad (13)$$

$$z''_2 = -\frac{a_3 x'_2 + b_3 y'_2 + d_3}{c_3} \quad (14)$$

然后再把  $z'_1, z'_2$  和  $z''_1, z''_2$  分别代入以下标准差公式:

$$\Delta z_1 = \sqrt{\frac{\sum_1^{M_1} (z'_1 - z''_1)^2}{M_1 - 1}} \quad (15)$$

$$\Delta z_2 = \sqrt{\frac{\sum_1^{M_2} (z'_2 - z''_2)^2}{M_2 - 1}} \quad (16)$$

其中  $M_1, M_2$  分别表示平面 1 和平面 2 所采集到的点云数据量.

经计算最终分别求得重合后的参考平面 1 和参考平面 2 的点云数据与参考平面 3 相应位置点云数据之间距离的标准差为  $\Delta z_1 = 0.063 \text{ mm}$ ,  $\Delta z_2 = 0.062 \text{ mm}$ . 可见基于参考平面旋转多角度叶片测量方法的点云数据融合精度是比较高的.

## 6 结 论

本文主要是设计了一种基于相位测量轮廓方法的多角度点云数据融合的机械装置, 提出了对参考平面点云数据旋转的算法, 实现了叶片三维轮廓的多角度点云数据融合, 从而很好解决了相位测量轮廓系统测量叶片表面三维轮廓三大难题中的第 1 个, 即多角度点云数据融合的问题. 从实验过程和数据结果来看, 基于相位测量轮廓方法的多角度叶片点云数据高精度融合方法具有自动化程度高、曲面测量精度高且测量成本低等传统方法没有的优点, 证明该方法具有良好的可行性. 另外, 本文中所提及的第 2 大难题, 即叶片表面亚光漆涂覆问题, 将在以后的工作中继续进行研究.

## 参考文献:

- [1] 陈凯云, 叶佩青, 余学兰, 等. 航空压气机叶片型面在线测量新型装备研制[J]. 航空制造技术, 2005(3): 92-95.  
CHEN Kaiyun, YE Peiqing, YU Xuelan, et al. Development of novel online measurement machine for aeroengine compressor blade profile[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2005(3): 92-95. (in Chinese)
- [2] 陆佳艳, 熊昌友, 何小妹, 等. 航空发动机叶片型面测量方法评述[J]. 计测技术, 2009, 29(3): 1-3.  
LU Jiayan, XIONG Changyou, HE Xiaomei, et al. Survey of measurement method of aeroengine blade[J]. Metrology and Measurement Technology, 2009, 29(3): 1-3. (in Chinese)
- [3] 刘建伟, 梁晋, 梁新合, 等. 大型水轮机叶片快速检测的新方法[J]. 光电工程, 2009, 36(8): 50-56.  
LIU Jianwei, LIANG Jin, LIANG Xinhe, et al. A novel rapid measurement approach for blade of large water turbine[J]. Opto-Electronic Engineering, 2009, 36(8): 50-56. (in Chinese)
- [4] 郭旗. 三坐标测量在汽轮机叶片测量中的应用[J]. 数字技术与应用, 2010(12): 78.  
GUO Qi. Application of optical probe in aircraft engine blade inspection[J]. Digital Technology and Application,

- 2010(12):78. (in Chinese)
- [5] 蔺小军,单晨伟,王增强,等. 航空发动机叶片型面三坐标测量机测量技术[J]. 计算机集成制造系统,2012,18(1):125-131.  
LIN Xiaojun, SHAN Chenwei, WANG Zengqiang, et al. Measurement techniques of coordinate measuring machine for blade surface of aeroengine[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2012, 18(1): 125-131. (in Chinese)
- [6] 王晓飞,刘生兰,张丽艳,等. 整体叶轮三坐标的分步精细定位方法[J]. 南京理工大学学报:自然科学版,2012,36(6):1026-1030.  
WANG Xiaofei, LIU Shenglan, ZHANG Liyan, et al. Step-wise refinement localization method for impeller inspection on coordinate measuring machine[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology: Nature Science, 2012, 36(6): 1026-1030. (in Chinese)
- [7] ZHOU Wensen, SU Xianyu. A direct mapping algorithm for phase-measuring profilometry[J]. Journal of Modern Optics, 1994, 41(1): 89-94.
- [8] ZHANG Qincan, SU Xianyu, XIANG Liqun. Phase-height mapping and coordinate simultaneous calibration in Fourier transform profilometry[J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(6): 32-36.
- [9] Fu Y, Wang Y, Wan M, et al. Three-dimensional profile measurement of the blade based on surface structured light[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124(18): 3225-3229.
- [10] 李华伟,申作春,覃银红,等. 相位测量轮廓应用于叶片测量[J]. 航空动力学报,2012,27(2):275-281.  
LI Huawei, SHEN Zuochun, QIN Yinhong, et al. Application of phase-measurement-profilometry in blade measurement[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(2): 275-281. (in Chinese)
- [11] 覃银红,鲍鸿,周延周,等. 变曲率高聚合物材料表面三维轮廓和变形场分布的同时测量[J]. 广东工业大学学报,2012,29(4):39-42.  
QIN Yinhong, BAO Hong, ZHOU Yanzhou, et al. Surface profile and deformation measurement of polymer materials with variable curvature[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2012, 29(4): 39-42. (in Chinese)
- [12] 官云兰,程效军,施贵刚. 一种稳健的点云数据平面拟合方法[J]. 同济大学学报:自然科学版,2008,36(7):981-984.  
GUAN Yunlan, CHENG Xiaojun, SHI Guigang. A robust method for fitting a plane to point clouds[J]. Journal of Tongji University: Nature Science, 2008, 36(7): 981-984. (in Chinese)
- [13] 吴丽丽,樊锐. 叶片型面在线检测方法研究[J]. 机械设计与制造,2010(9):97-98.  
WU Lili, FAN Rui. The research of blade surface's on-line inspection's method[J]. Machine Design and Manufacture, 2010(9): 97-98. (in Chinese)
- [14] 李妙玲,朱春熙,尤惠媛. 航空发动机叶片叶身型面测具设计及精度分析[J]. 制造技术与机床,2011(1):112-116.  
LI Miaoling, ZHU Chunxi, YOU Huiyuan. Design and precise analysis of measuring tool for profiles of an aircraft engine[J]. Manufacturing Technology and Machine Tool, 2011(1): 112-116. (in Chinese)
- [15] 陈志强,张定华,金炎芳,等. 基于测量数据的叶片截面特征参数提取[J]. 科学技术与工程,2007,9(7):1972-1975.  
CHEN Zhiqiang, ZHANG Dinghua, JIN Yanfang, et al. Cross-sectional feature parameter extraction of blade based measurement data[J]. Science Technology and Engineering, 2007, 9(7): 1972-1975. (in Chinese)